1. 普通流体动力学方程组

纳维叶-斯托克斯方程（描述流体的动力学方程）



其中：

为速度场的运流微商，表示随流体元一起运动的坐标系上的微商；**一部分是固定场量随时间的变化量，另外一部分是流体元运动到不同的区域所感受到场量的空间变化**。

为动力粘滞系数

为流体的密度

为流体的压力（强）

为压强梯度对流体元两侧所产生的压力差

为粘滞力

为单位体积流体外所受到的外力。

1. 连续性方程(物质不灭原理)



物理意义：流体元密度增加的原因对应相应流体元体积的压缩。

3、状态方程

为了使得方程封闭，描述热力学参数的热力学状态方程一般表示为：



其中为比热比，即定压比热和定容比热的比值，对运功过程中温度不变的等温过程，；对无内能交换的绝热过程，，其中为自由度数目。

4、洛仑兹力与麦克斯韦方程组：

由于等离子体具有准电中性特征，电场对流体元影响比磁场小很多，电磁场对等离子体流体的影响主要变小为洛伦兹力:



电磁场的运动方程为Maxwell方程组：



5、电磁场的响应方程(欧姆定律)



其中：为导体在磁场中运动时受到的感应电场。

6、磁流体封闭方程组

14个标量未知数，联立上述纳维叶斯托克斯方程、连续性方程、状态方程、麦克斯韦方程组及响应方程（欧姆定律），完整而封闭的磁流体方程组为：



共计14个独立的标量方程，14个独立的标量未知数，方程组封闭。

7、等离子体中的电导率足够大，若称之为理想磁流体，则欧姆定律为：





即流体元在所在的参考系上，不存在电场。

8、磁流体力的平衡条件：



压力梯度由洛伦兹力所平衡。

平衡条件表明:压力梯度既与电流垂直也与磁场垂直。

对（c）两边同时叉乘：



在垂直与磁场的方向：



即等离子体达到力的平衡所需要的最小的电流密度，这一电流就是等离子体由于压力梯度而产生的“逆磁漂流电流”。

9、漂移速度和漂移电流：

流体的压力梯度平均作用在每个粒子上的力为：（设离子、电子温度相同），则漂移速度为：



电子和离子的漂移速度大小相等，方向相反，故产生相应的漂移电流：



磁流体的平衡问题可以由等离子体的逆磁漂移运动所解决，要平衡等离子体必须保证逆磁漂移运动的存在。

10、无作用力场：若忽略等离子体的压力梯度，平衡时等离子体若存在电流，则电流方向必须与磁场方向一致：



其中 是任意的空间函数，无作用力场是一个重要的物理模型。

11、磁压强和磁压力：

 由



磁场中有一等效的压强项，称为磁压强。磁压强是磁场的能量密度，而流体的压强是流体的内能密度，当流体与磁场强烈耦合时，这两种能量完全地耦合在一起，磁力可写成：



即不考虑电场的贡献时的麦克斯韦应力张量，即电磁场的动量流。

12、考虑作用在流体体积上的力：



在柱状流体的侧面，表现为压力，压强大小为:



在柱状流体的头截面和尾截面，变现为张力，张力密度为:



在磁力线弯曲时，磁张力师徒使磁力线变直，具有弹性恢复力的特征。

13、等离子体比压：

考虑磁力线为平行线的情况，则与磁场垂直方向的磁流体平衡条件为：



或,其中是无等离子体处的磁场，当等离子体存在时，其磁场为减小，等离子体具有抗磁特性。定义为等离子体压强与总压强之比，称为等离子体比压：



在磁约束等离子体研究领域,提高β值具有重要意义，等离子体比压的提高意味着用磁场束缚等离子体效率的提高。

14、磁冻结的含义是等离子体与磁力线之间没有相对运动，磁扩散的过程是等离子体与磁力线存在着彼此渗透的运动。

15、磁场运动相关的三个方程：



消去得到：



方程右边两项是对磁场运动的作用，第二项描述扩散过程，第一项表示由于流体横越磁场运动所引起磁场的变化，定义磁雷诺数：



为流体速度，为磁场不均匀的特征线度。

磁雷诺数表示了磁粘滞对磁场运动影响的程度。若磁雷诺数很大（磁冻结效应明显），磁粘性作用可以忽略，磁流体可视为理想的，而在相反的情况下，与磁粘性相关的磁扩散过程起主导作用。

16、当磁雷诺数很小的时候，磁场运动方程变成一个扩散方程，称为磁扩散方程：



磁场将由强的区域向弱的区域扩散，在平衡情况下，等离子体内部的磁场低于外部，这是磁场由无等离子体区域向等离子体区扩散，即磁场对等离子体的扩散。

在一维情况下,若初始时(t=0)磁场的空间分布为，则（1）式的解为：



是初始分布为点源情况下的扩散过程的时空分布，这是一个高斯分布，其分布宽度随时间增大，初始磁场不断在空间弥散。

弥散的特征时间估算：，磁场扩散进入等离子体的时间与成正比，即电导率越高，越难扩散，则扩散时间。（导体屏蔽磁场）。

17、磁场扩散过程，伴随着能量的耗散，磁场的能量通过欧姆加热转化为等离子体热能，同样可估算所有磁场能量通过欧姆加热消耗所需要的时间：



与磁扩散过程具有相同的时间尺度。

磁雷诺数可写成：



即流体横越磁场的运动速度与磁场扩散速度之比，当流体横越磁场的运动速度可忽略时，磁扩散过程才起重要作用。

18、当磁雷诺数很大时，磁粘滞力可以忽略，等离子体称为理想磁流体，这时磁场运动方程变成：



在一个闭合环路，当等离子体运动时，回路随等离子体运动，这一回路包含的磁通量为,



随着等离子体运动回路中磁通量的变化包含两个部分。其一是磁场本身随时间所引起的变化，其二是由于等离子体运动而造成的积分环路变化所引起的：



这说明，随等离子体流体运动的回路中磁通量不随时间变化，由于回路是任意的，结论可以推广到流体元中。当流体元在垂直于磁场的方向扩张或收缩时，其密度与截面积成反比，同时由于磁通量不变，流体元处的磁场强度同样与截面积成反比。因此磁场强度与密度之比在等离子体扩张或者收缩的过程中保持不变，即: .

磁冻结:不管是有限的回路、还是流体元本身，当其运动时，所包含的磁通量即磁力线呢的数量不会发生变化。

绝对磁冻结（更容易发生）、相对磁冻结。

19、等离子体是由电子和一种以上的离子成分组成。用双流体模型描述等离子体。（动力学方程&连续性方程&状态方程&麦克斯韦方程）

离子、电子的运动方程：





20、电子、离子的连续性方程与状态方程：



21、电子、离子的麦克斯韦方程组（假设离子带单位电荷）：



1. 完整的双流体方程组由（19）（20）（21）18个标量方程给出。
2. 叠加离子和电子的动力学方程，忽略电子的惯性项，得到：



其中：



（假设电子、离子的数密度相等，忽略了电场力的贡献。）

流体的质量密度几乎全由离子成分贡献，电子质量小，对电场的响应快，电流的贡献主要来源与电子成分。

1. 忽略了电子惯性项的电子运动方程为：



又:



碰撞时间用电阻率代替：



得到：



这就是双流体中电流与电流驱动源之间的关系，称为广义欧姆定律，。

1. 广义欧姆定律比通常的欧姆定律多了两项，作为量级估计，可以将方程左边项与右边第二项进行比较，若



此时广义欧姆定律与欧姆定律一致，因而是一个关键的参量。

1. 当，新出现的两项讲将起主导作用，其中是由于磁场对电子运动的影响而产生的，项则是扩散效应与热电效应导致电流，是一种等效的电流驱动项。
2. 若令等效电场为：，则可以把广义欧姆定律写成下列形式，，其中电导率表现为张量，若选定磁场方向为Z轴方向，则电导率张量为：



电导率呈张量形式表现了等离子体各向异性的特性，其根源来自于磁场的作用。当回旋运动的频率大于碰撞频率时，等离子体中微观栗子的基本运动形式为回旋运动，因而磁场的作用愈发重要，各向异性的现象也越发严重，反过来，回旋运动的频率小于碰撞频率，粒子无法行程完整的回旋运动，磁场的作用不再显著。

由电导率张量可以看出，在平行磁场的方向上电导率没有改变（1），在垂直于磁场方向上，电导率减小

倍。

电导率张量的非对角项表明电流与电场的方向可以不一样，这就是霍尔电流：Y方向上的电场可以产生X方向上的电流。