



UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

Proiect la Identificarea Sistemelor

Identificarea unei axe acționate cu motor BLDC

Profesor îndrumător
Prof. dr. ing. Petru Dobra

Student
Ungureanu Ionuț-Alin
Anul 3
Grupa 30131

Anul universitar
2022-2023

Cuprins

1. Datele achiziționate.....	3
2. Determinarea și validarea modelelor	
a. Identificarea modelului pe baza răspunsului la treaptă.....	5
i. Testul de albire.....	13
b. Identificarea parametrică prin validarea testului de autocorelație...	15
c. Identificarea parametrică prin validarea testului de intercorelație...	30
3. Concluzii.....	42

1. Datele achiziționate

Se vor vedea datele experimentale atât pe același grafic, cât și pe grafice separate.

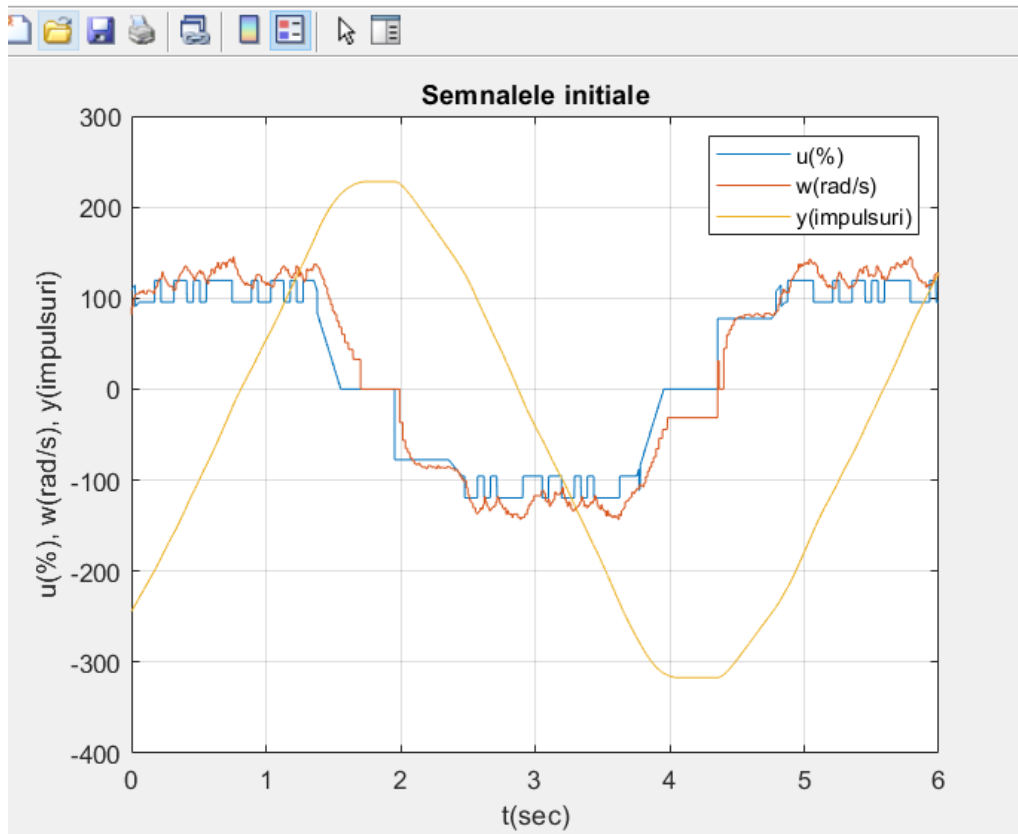


Figura 1: Datele experimentale pe același grafic

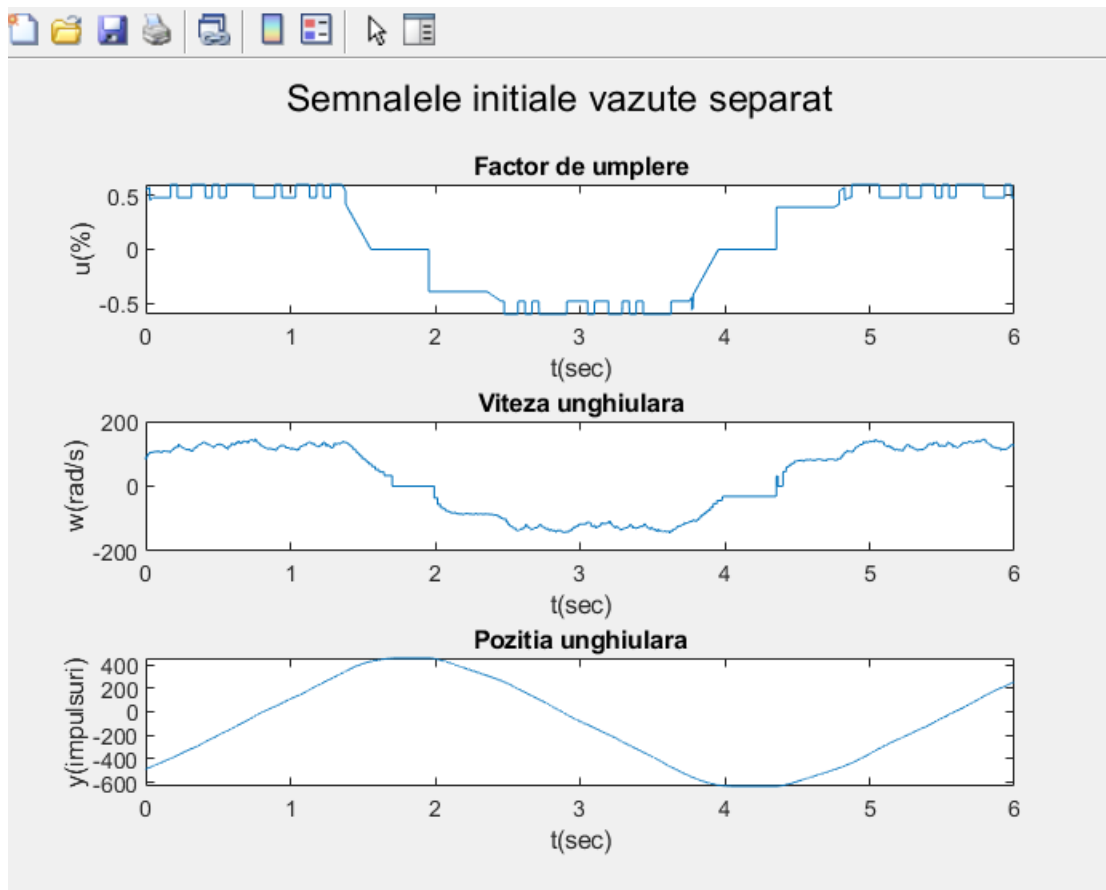


Figura 2 : Datele experimentale văzute pe grafice diferite

În figura 1 am scalat intrarea u (de 200 de ori mai mult) și iesirea y (de 2 ori mai puțin), astfel încât să se vadă toate graficele.

Perioada de eșantionare este: $T_e = t(2) - t(1) = 7.2 \cdot 10^{-4} \text{ sec} = 0.72 \text{ msec}$

2. Determinarea și validarea modelelor

a. Identificarea modelului pe baza răspunsului la treaptă

Având în vedere specificațiile motorului BLDC, constanta de timp mecanică este mult mai mare față de constanta de timp electrică (neglijabilă), astfel sistemul de identificat cu intrarea u și ieșirea viteza ω va fi de ordinul I.

Vom face o identificare neparametrică a modelului $u \rightarrow \omega$ folosind metoda logaritmărilor succesive care are ca fundament regresia liniară.

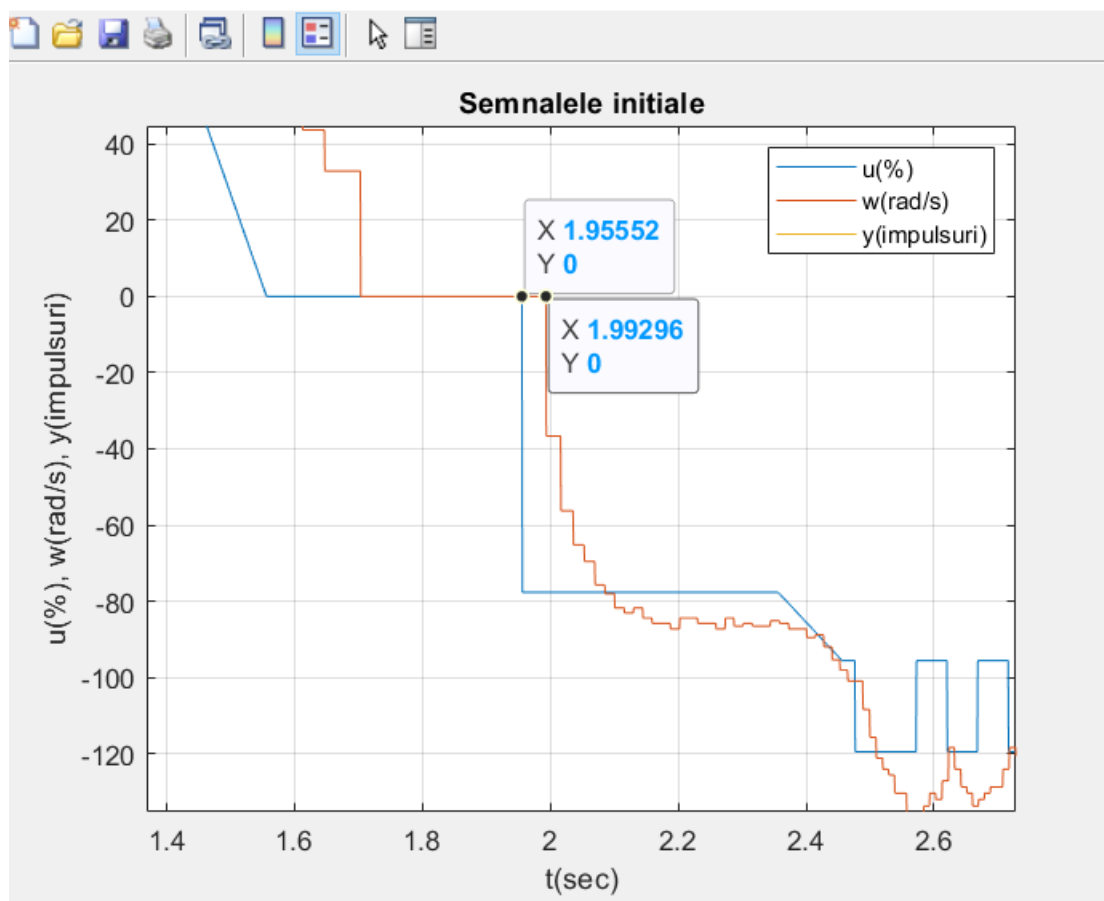


Figura 3: Alegere indecși pentru timpul mort și alegere treapta de identificare

Din figura 3 se poate vedea că este prezent un timp mort, astfel vom avea următoarea funcție de transfer:

$$H(s) = \frac{K}{Ts + 1} * e^{-\tau_m s}$$

Parametrii care trebuie identificați sunt: factorul de proporționalitate (K), constanta de timp T[sec] și timpul mort τ_m [sec].

Din figura 3, s-au ales indicii pentru identificarea timpului mort.

$$i_1 = 2717; i_2 = 2769.$$

$$\tau_m = t(i_2) - t(i_1) = 0.0374 \text{ sec}$$

Având în vedere că în figura 3, observăm că treapta are condiții inițiale nule, deci se poate determina K doar folosind valorile staționare atent alese (valori medii luate pe un interval adecvat), astfel $K = \frac{\omega_{st_{med}}}{u_{st_{med}}}$.

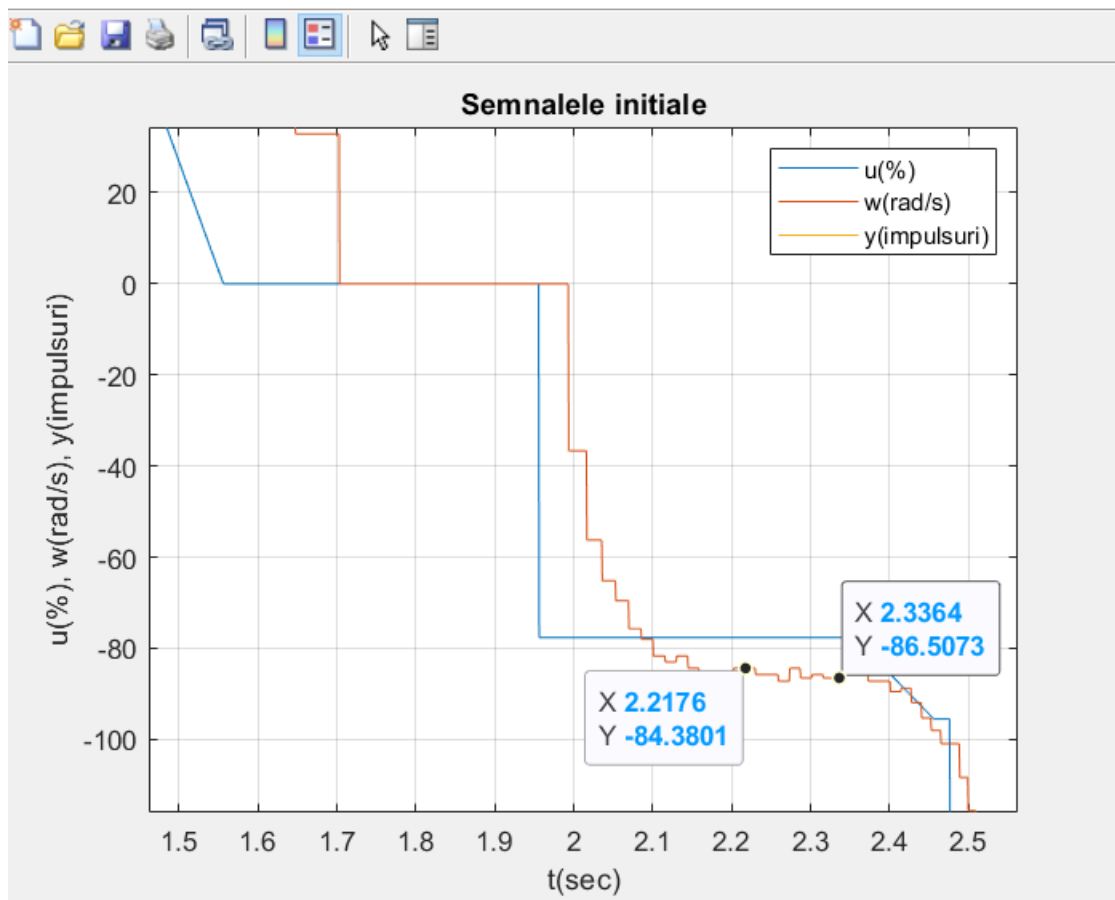


Figura 4. Alegerea indecșilor pentru valorile staționare

Din figura 4 avem $i_3 = 3081$ și $i_4 = 3246$ și de aici aflăm pe

$$K = \frac{\omega_{st_{medie}}}{u_{st_{medie}}} = \frac{mean(\omega(i_3:i_4))}{mean(u(i_3:i_4))} = 221.2096$$

Răspunsul indicial al sistemului de ordin I în practică este descris prin:

$$\omega(t) = \omega_{0_{medie}} + (\omega_{st_{medie}} - \omega_{0_{medie}}) * \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right), t \geq 0. \quad (1)$$

Pentru a afla constanta de timp se logaritmează relația (1) și se ajunge la forma

$$\ln(|\omega_{st_{medie}} - \omega(t)|) = \ln(\omega_{st_{medie}} - \omega_{0_{medie}}) - \frac{1}{T}t$$

De aici putem identifica:

$\alpha = -\frac{1}{T}$; $x_k = \ln(|\omega_{st_{medie}} - \omega(t)|)$; $t_k = t$ și se observă că este o problemă de regresie liniară.

α – reprezintă un parametru care este determinat din regresia liniară și mai exact

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = A_{reg}^{-1} * B_{reg}$$

Unde A_{reg}^{-1} și B_{reg} sunt matrici ce conțin sume care conțin și pe x_k și t_k .

Astfel se determină constanta de timp:

$$T = -\frac{1}{\alpha}$$

Se vor alege eșantioanele t_k de la momentul declanșării treptei până în intrarea în regim staționar. (figura 5, pagina următoare)

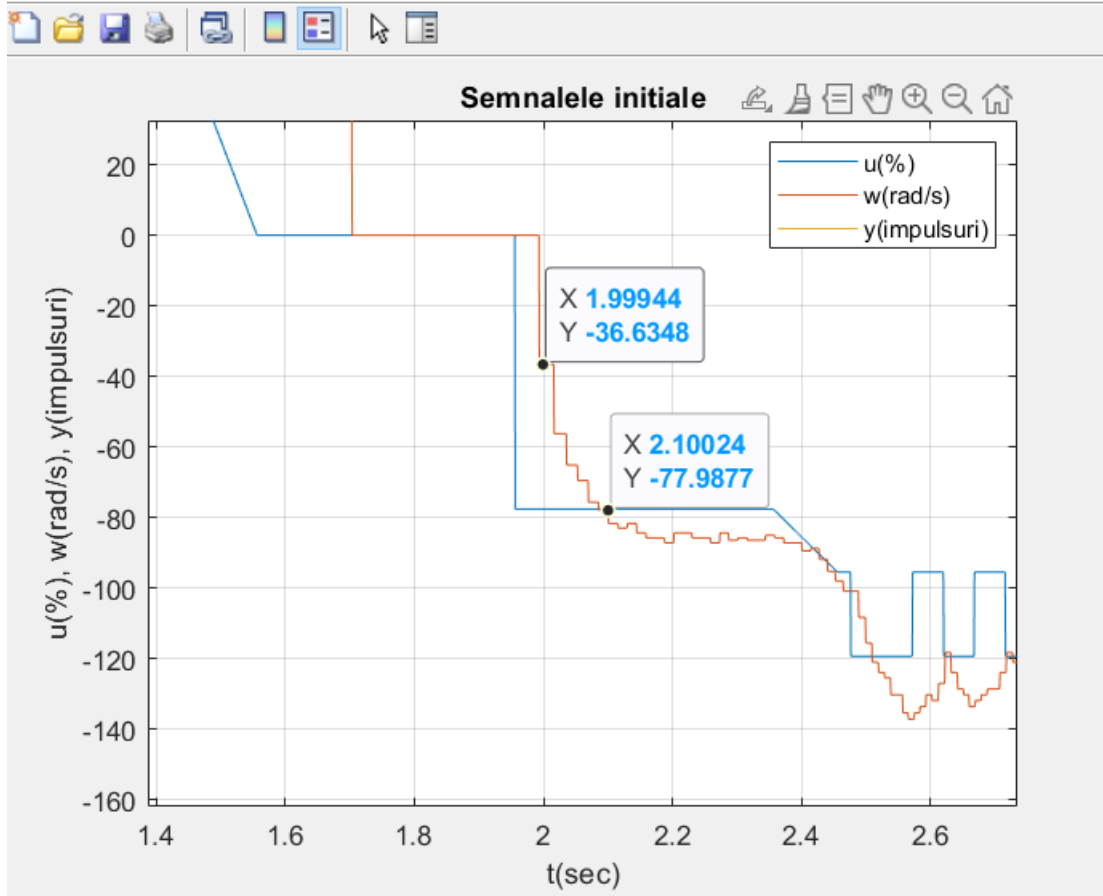


Figura 5. Alegerea indecșilor pentru determinarea constantei de timp

Indecșii sunt: $i_5 = 2778$ și $i_6 = 2918$.

Se determină:

$$t_k = t(i_5:i_6) \quad x_k = \ln(|\omega_{st_{medie}} - \omega(i_5:i_6)|).$$

Se află matricile $A_{reg} = \begin{bmatrix} 592.5811 & 289.0274 \\ 289.0274 & 141 \end{bmatrix}$ și $B_{reg} = \begin{bmatrix} 850.8267 \\ 416.2793 \end{bmatrix}$

Și apoi constanta de timp $T = -\frac{1}{\alpha} = 0.0488$

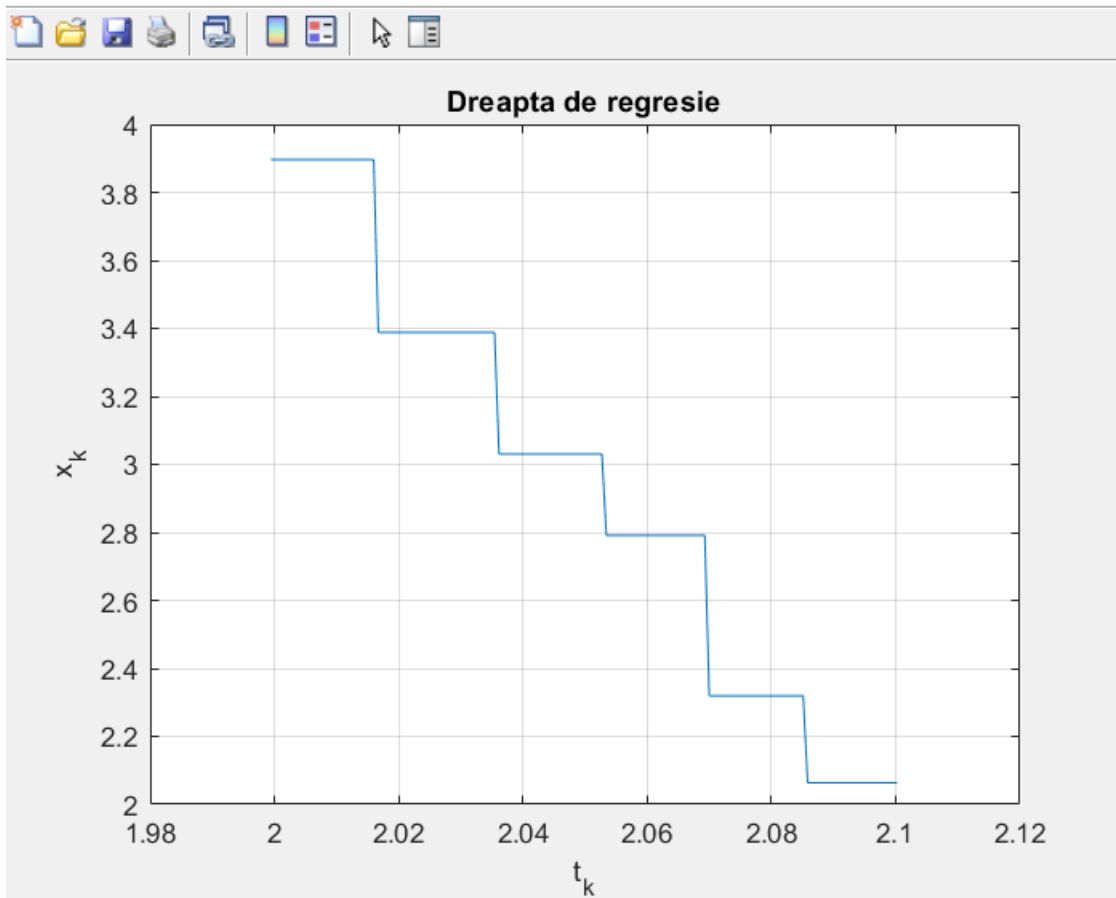


Figura 6. Trasarea dreptei de regresie

Acum că știm toți parametrii, funcția de transfer $u \rightarrow \omega$ este:

$$H(s) = \frac{221.2096}{0.0488s + 1} * e^{-0.0374s}$$

Va trebui să validăm folosindu-ne de simularea răspunsului la intrarea u .

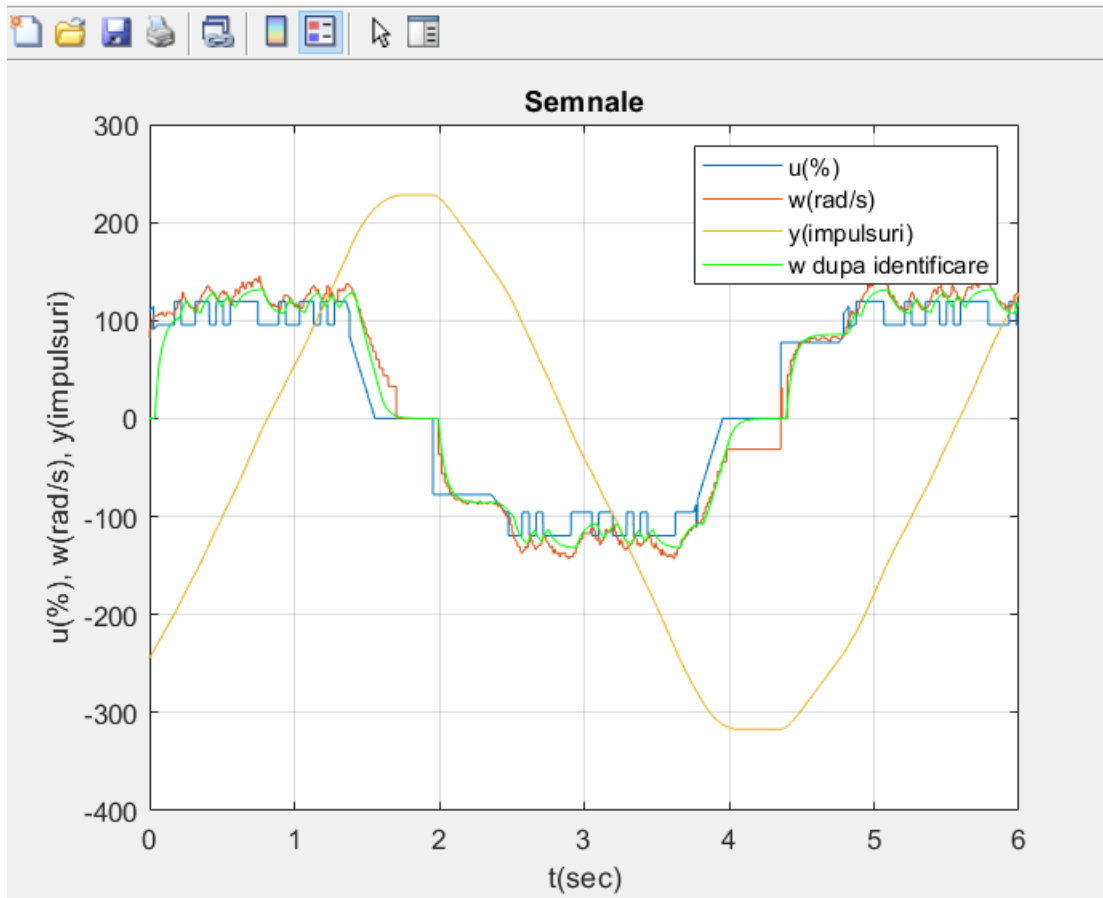


Figura 7. Simularea răspunsului folosind funcția de transfer determinată

După cum se poate vedea din figura 7, reprezentarea nu este corectă, deoarece valorile inițiale sunt nenule (avem un salt de la 0 la 100 pentru răspuns), ceea ce face ca funcția de transfer să nu fie corectă pentru identificarea sistemului.

Pentru asta simularea răspunsului la intrarea dată din condiții inițiale nenule este necesar modelul de tip spațiul stărilor.

Pentru a introduce timpul mort în spațiul stărilor calculăm numărul N care reprezintă partea întreagă a raportului dintre timpul mort și perioada de eșantionare.

$$N = \frac{\tau_m}{T_e} = \frac{0.0374}{0.00072} = 52$$

Din intrarea u , vom multiplica primul element de N ori ceea ce reprezintă faptul că nu se modifică prima valoare în primele N momente de timp, ceea ce dă semnificația fizică a timpului mort.

În noul vector uN vor fi primele N elemente ale primei valori din intrarea u și în continuare următoarele valori ale intrării u cu excepție ultimele N elemente.

```
uN = [u(1)*ones(N,1); u(1:end-N)];
```

Modelul în spațiul stărilor pentru sistemul de ordin I este:

$$A = \left(-\frac{1}{T}\right) = -20.473 \quad B = \left(\frac{K}{T}\right) = 4528.8 \quad C = (1) \quad D = (0)$$

Simulăm răspunsul sistemului la intrarea uN (unde conține și timpul mort).

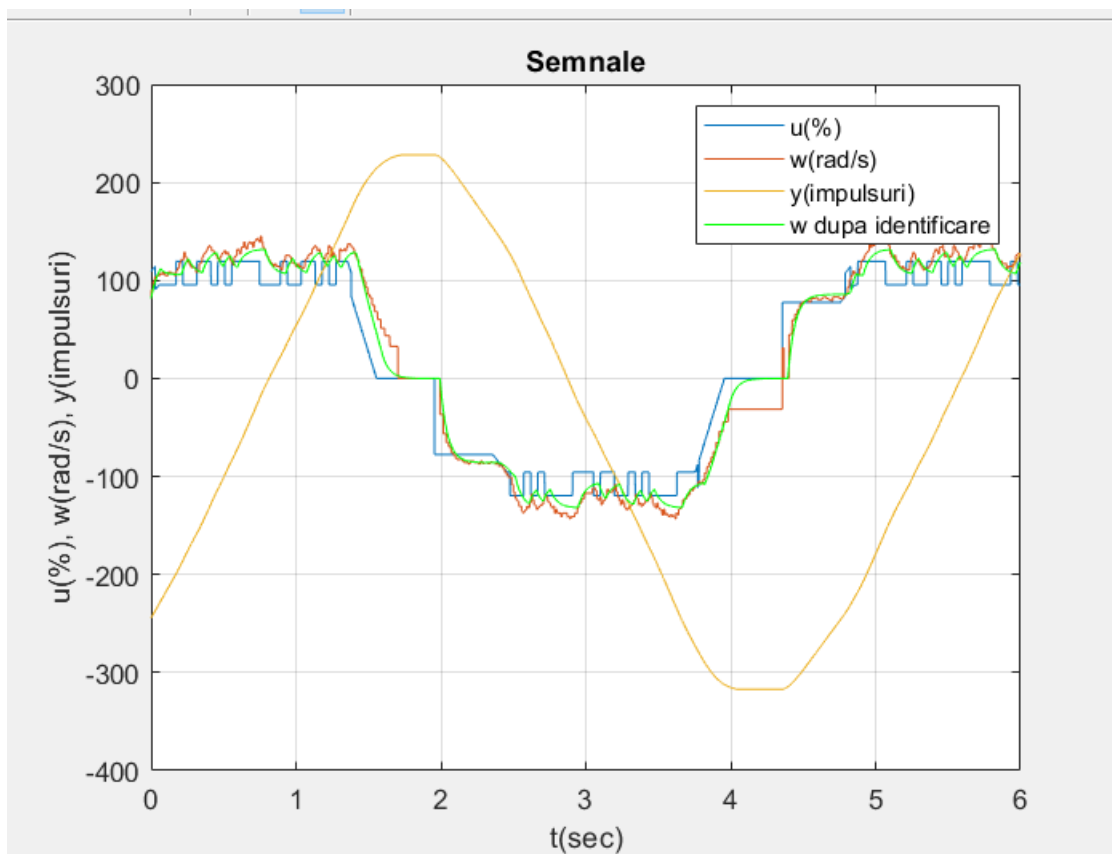


Figura 8. Simularea răspunsului folosind spațiul stărilor

Din figura 8, se poate observa că răspunsul este bun, deoarece pornește din valorile inițiale nenule.

Pentru validare verificăm suprapunerea peste cealaltă treaptă și calculăm eroarea medie pătratică normalizată.

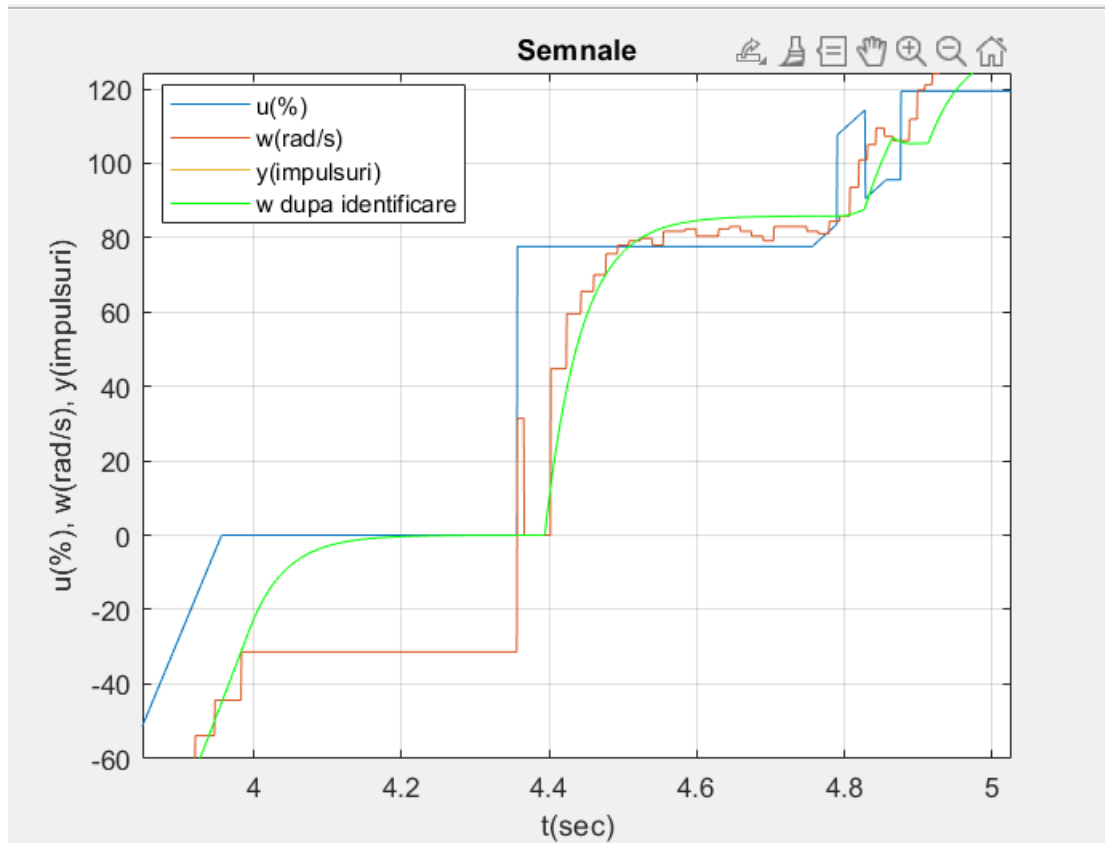


Figura 9. Simularea răspunsului pe treapta de validare

Eroarea medie pătratică normalizată este:

$$\varepsilon_{MPN} = \frac{||\omega - \omega_{sim}||}{||\omega - \omega_{medie}||} * 100 = 10.74\%$$

i. Testul de albire

Se aleg indicii pentru porțiunea cu treapta pentru a calcula erorile dintre viteza măsurată și cea simulată.

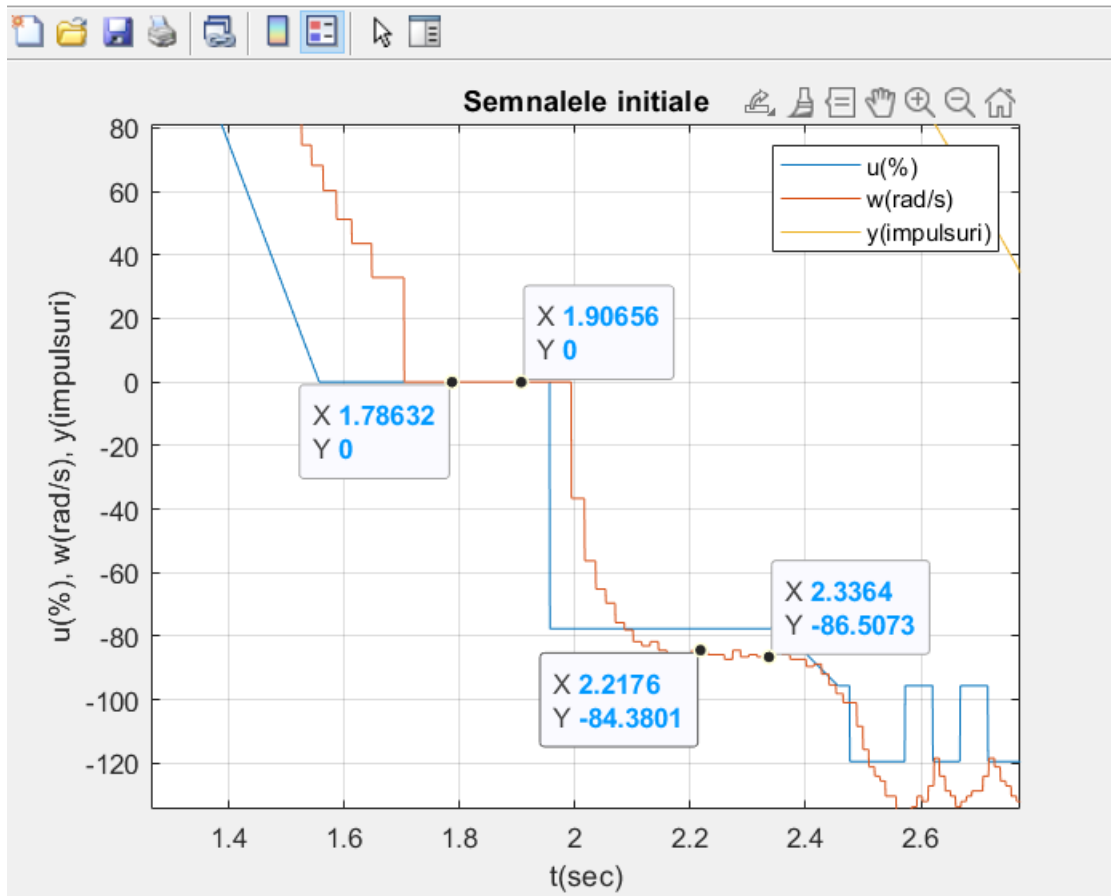


Figura 10. Alegerea indecșilor pentru testul de albire

Indecșii sunt: $j_1 = 2482$; $j_2 = 2649$; $j_3 = 3081$; $j_4 = 3286$.

Se calculează erorile: $e = w(j_1:j_4) - w_{sim}(j_1:j_4)$

Se află numărul de măsurători care sunt în total $N = 805$.

Folosind formulele următoare se calculează în Matlab estimațiile autocorelației normalizate.

$$R(0) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N \varepsilon^2(t), \quad RN(0) = \frac{R(0)}{R(0)} = 1$$

$$R(i) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N \varepsilon(t) \varepsilon(t-i), \quad RN(i) = \frac{R(i)}{R(0)}, \quad (\forall) i = 1, 2, \dots$$

Se folosește un for în care se caută primele n măsurători care nu se află în banda de încredere de 3% ($|RN(i)| \leq \frac{2.17}{\sqrt{N}}, (\forall) i \geq 1.$)

$$\frac{2.17}{\sqrt{N}} = 0.0765$$

Am aflat că primele n = 248 de măsurători de pe treaptă nu se află în banda de încredere a autocorelației.

Facem verificarea:

```
R248 = sum([e(1:(N-248))]') * e(249:N))/N;
RN248 = R248/R0; % = 0.0770 > 0.0765
R249 = sum([e(1:(N-249))]') * e(250:N))/N;
RN249 = R249/R0; % = 0.0753 < 0.0765
R250 = sum([e(1:(N-250))]') * e(251:N))/N;
RN250 = R250/R0 % = 0.0736 < 0.0765
```

În concluzie, ceea ce am verificat este adevărat și testul de albire nu este prea bun pentru modelele identificate prin metode neparametrice.

b. Identificarea parametrică prin validarea testului de autocorelație

Se vor alege seturile de date pentru identificare și pentru validare.

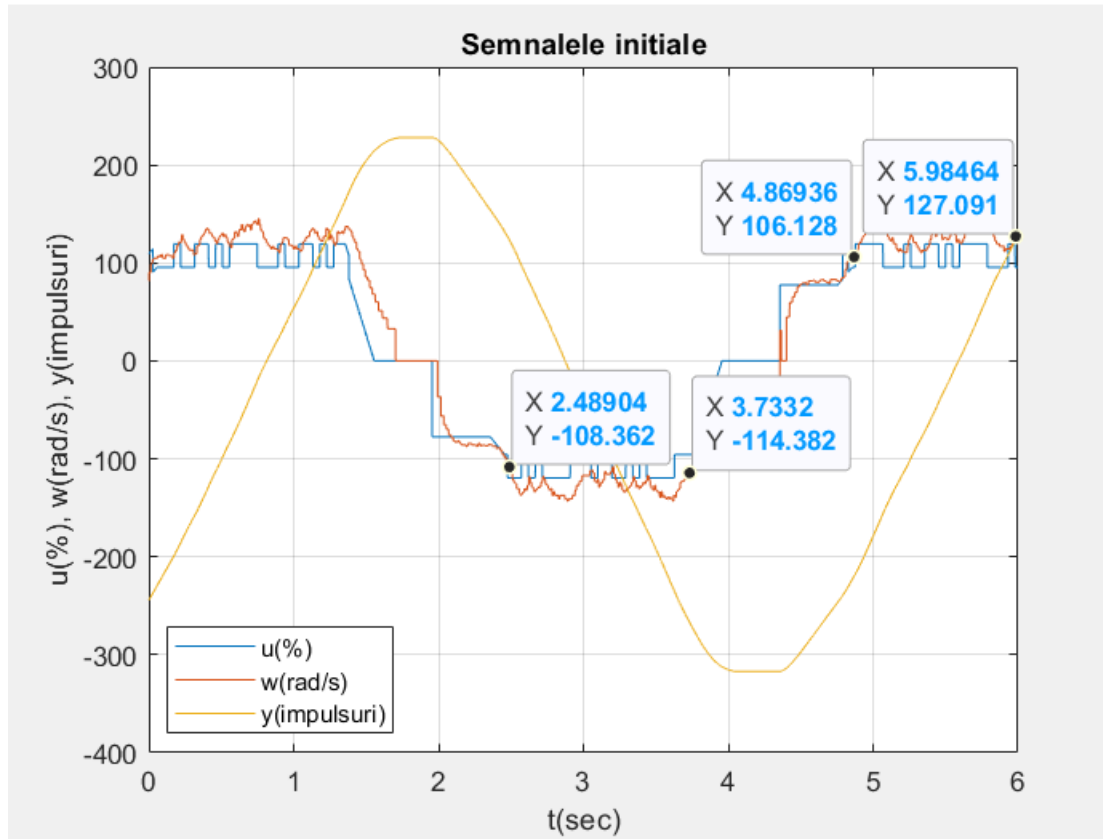


Figura 11. Alegerea indecșilor pentru identificare și pentru validare

Indicii pentru identificare sunt: $i_1 = 3458$; $i_2 = 5186$.

Indicii pentru validare sunt: $i_3 = 6764$; $i_4 = 8313$.

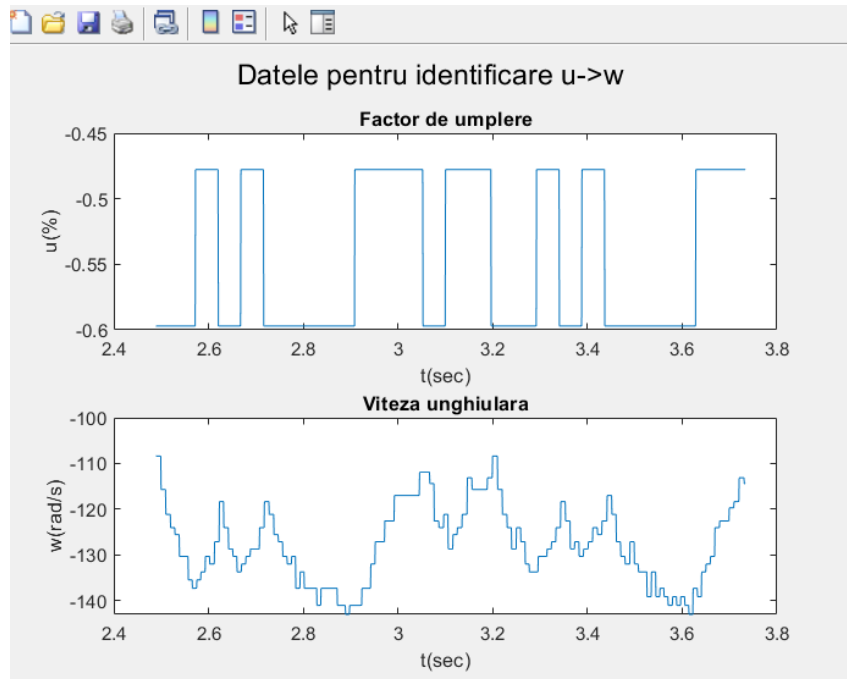


Figura 12. Datele pentru identificare la $u \rightarrow \omega$

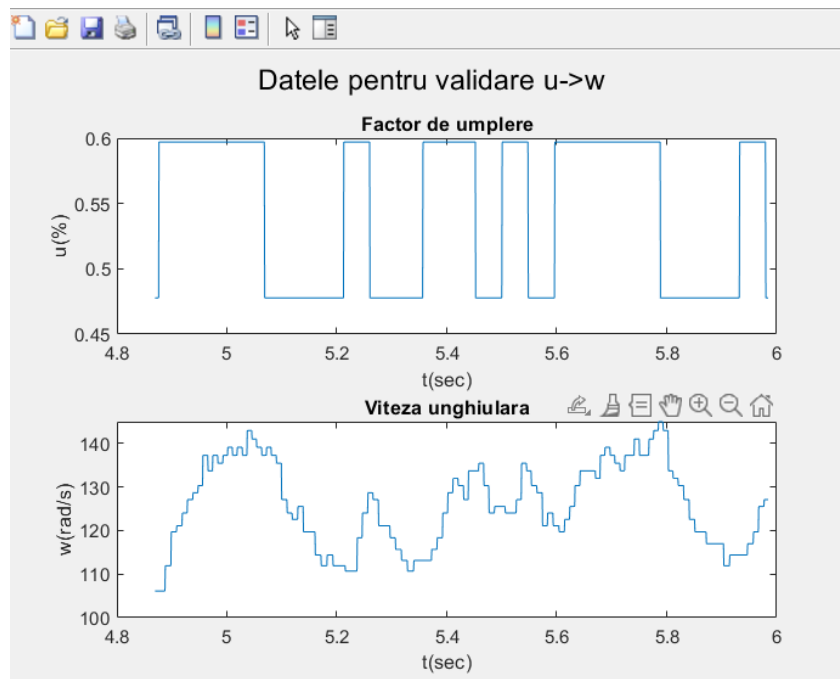
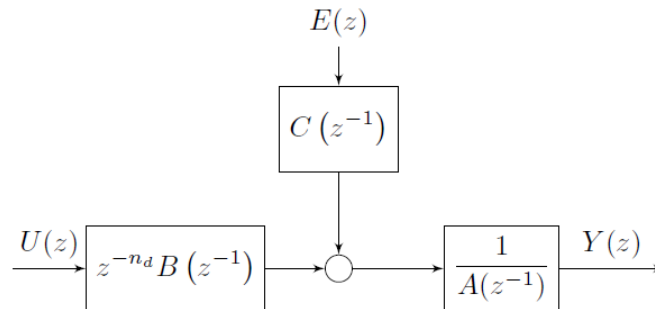


Figura 13. Datele pentru validare la $u \rightarrow \omega$

- Metoda celor mai mici pătrate extinsă (ARMAX)

Schema bloc al acestui model este:



Modelul discret de tip proces+perturbație corespunzător metodei ARMAX este:

$$A(z^{-1})Y(z) = z^{-n_d}B(z^{-1})U(z) + C(z^{-1})E(z),$$

Unde

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_A} z^{-n_A},$$

$$B(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{n_B} z^{-n_B+1},$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{n_C} z^{-n_C}.$$

Pentru identificarea modelului vom avea nevoie de parametrii de structură:

n_A – numărul de poli

n_B – numărul de zerouri + 1

n_C – gradul polinomului C

n_d – numărul tactilor de întârziere

Știind că este un sistem de ordin I, identificăm modelul intrare-viteză, comparând mai multe modele cu n_d diferit de fiecare model, pentru a identifica modelul cu cel mai bun FIT.

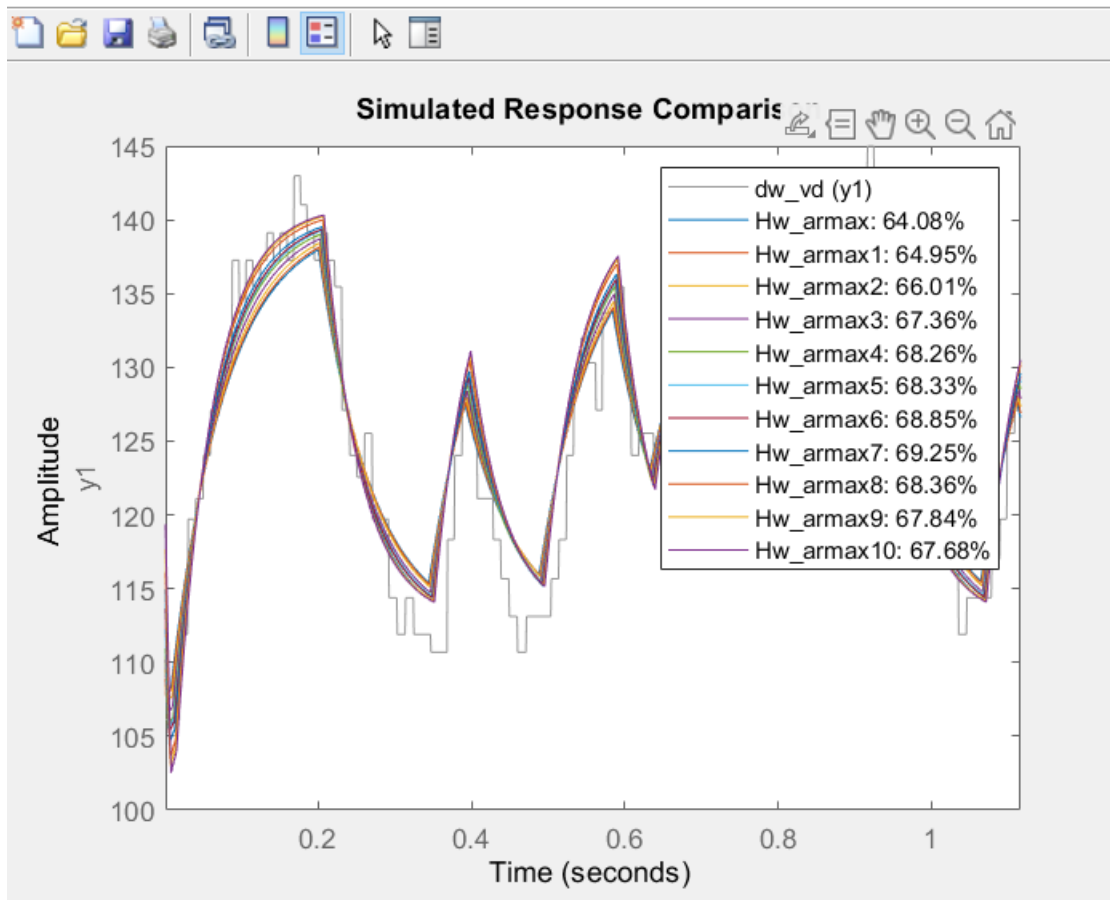


Figura 14. Compararea mai multor modele identificate cu metoda ARMAX

Din ce se poate observa din figura 14, FIT-ul crește până la modelul Hw_armax7 și de acolo începe să scadă ușor. Asta înseamnă că modelul Hw_armax7 are $n_d = 8$.

Funcțiile de transfer în discret și continuu sunt:

$$H_{\omega u_{discret}} = \frac{3.176 * z^{-8}}{1 - 0.9865 * z^{-1}}$$

$$H_{\omega u_{continuu}} = \frac{4441}{s + 18.88} * e^{-0.00504s}$$

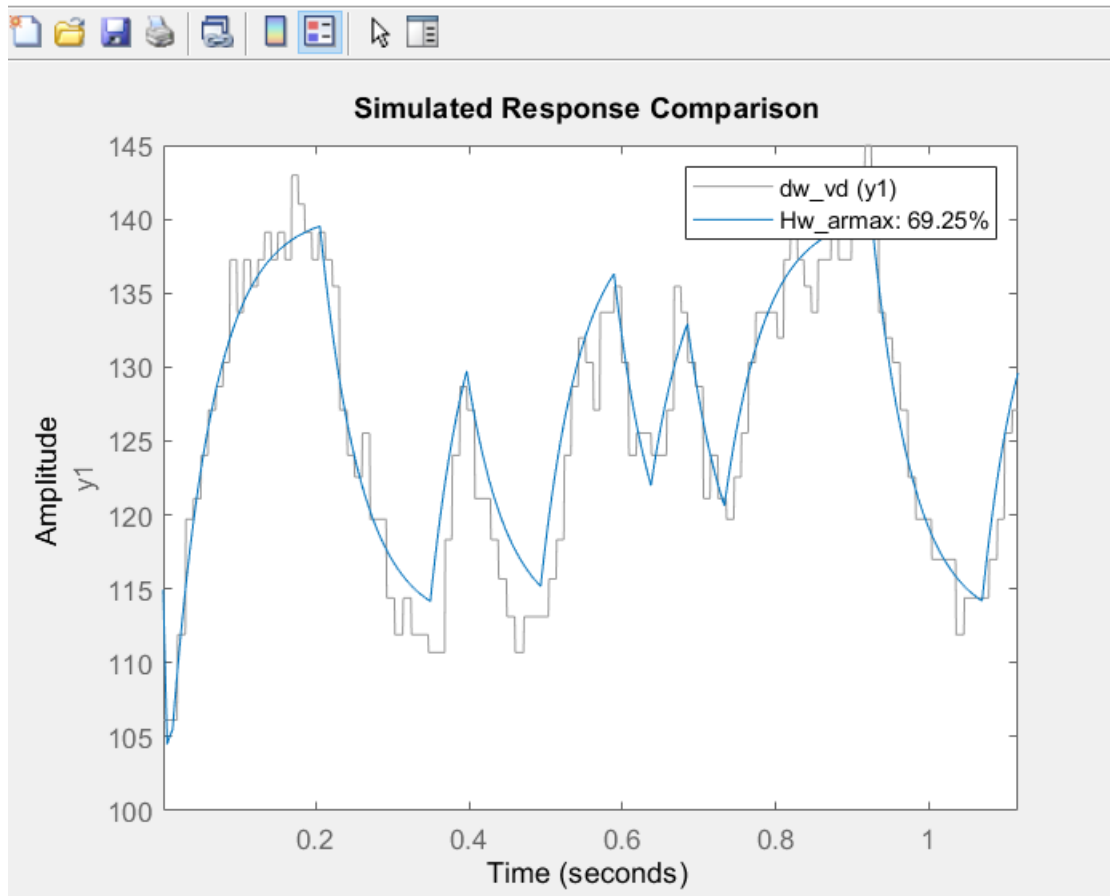


Figura 15. Gradul de urmărire (69.25%)

Se observă că pe datele de validare FIT -ul este de 69.25 %, asta înseamnă că $\varepsilon_{MPN} = 30.75\%$.

$$\text{FIT} = (1 - \varepsilon_{MPN}) * 100$$

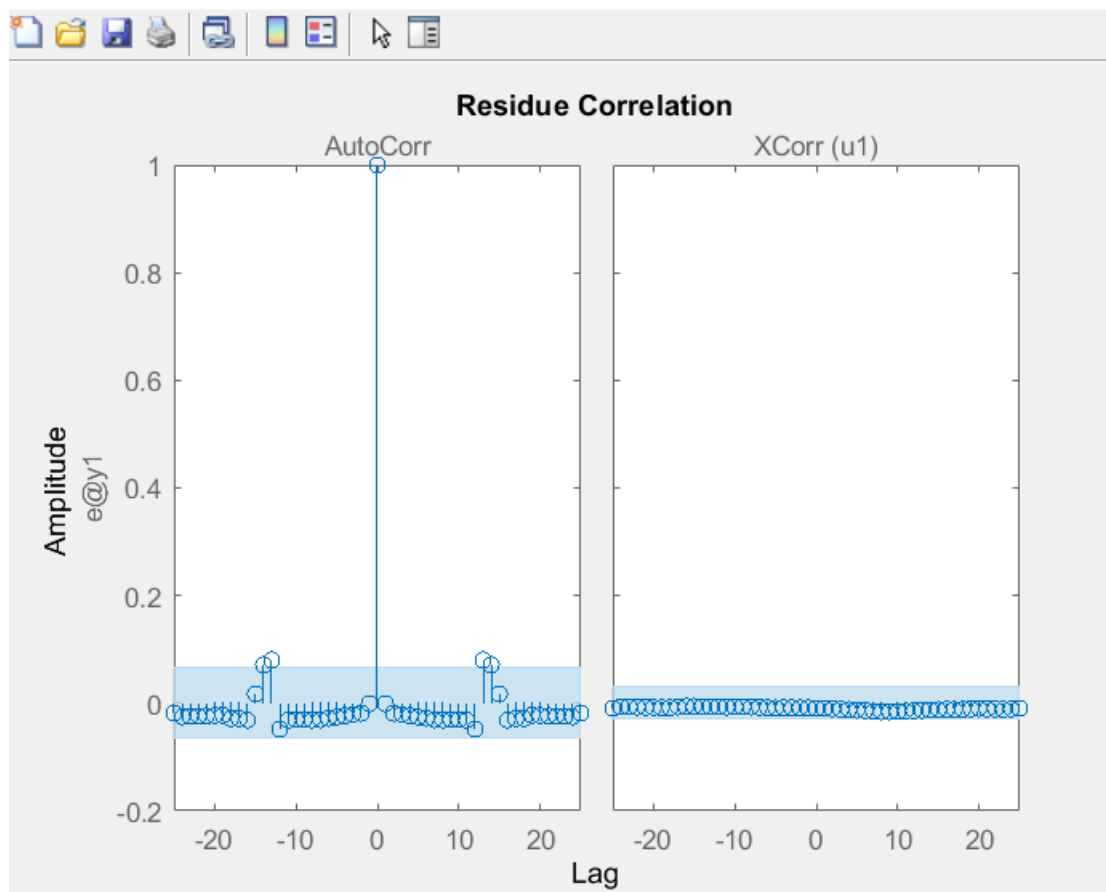


Figura 16. Autocorelația și intercorelația la ARMAX

Se observă că modelul este validat prin trecerea testului de autocorelație deoarece se încadrează în banda de încredere.

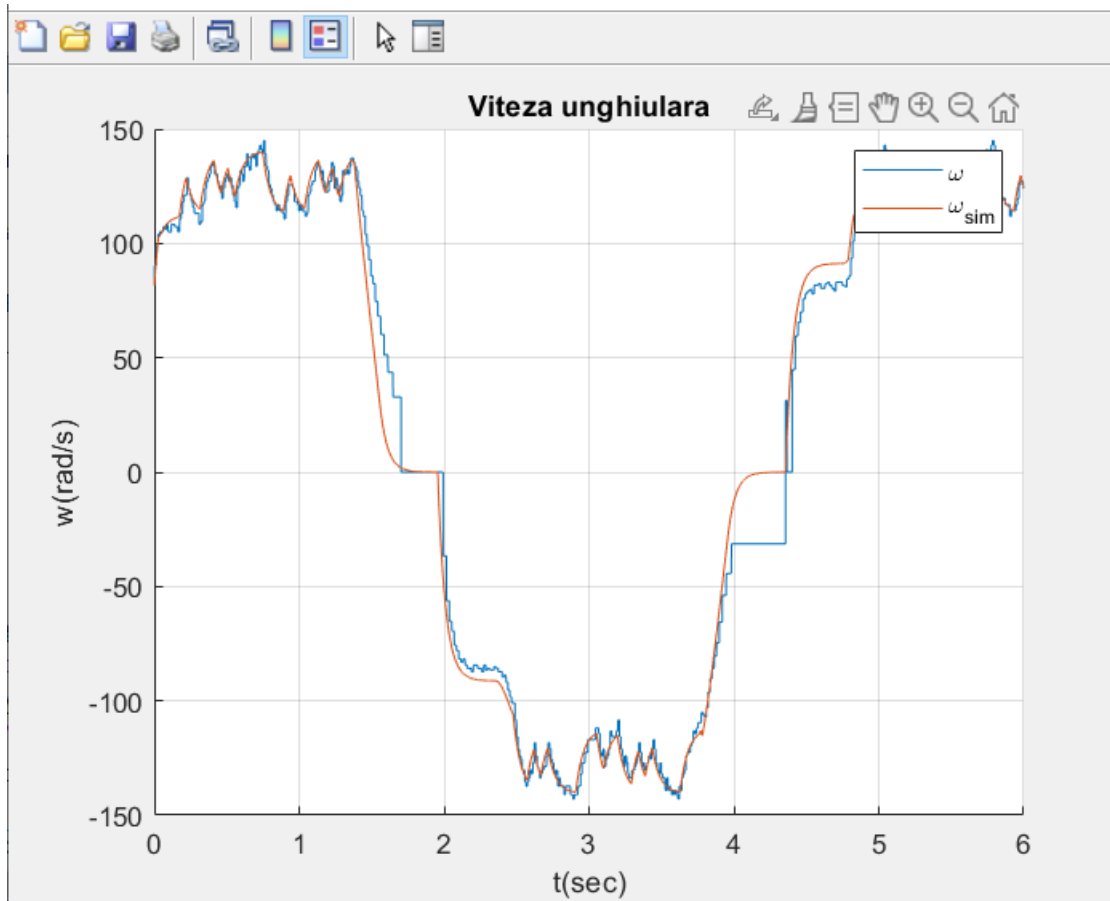


Figura 17. Simularea răspunsului pe întreg sistemul

Pe întreg sistemul, se calculează $\varepsilon_{MPN} = \frac{||\omega - \omega_{sim}||}{||\omega - \omega_{medie}||} * 100 = 11.08 \%$ și modelul este valid.

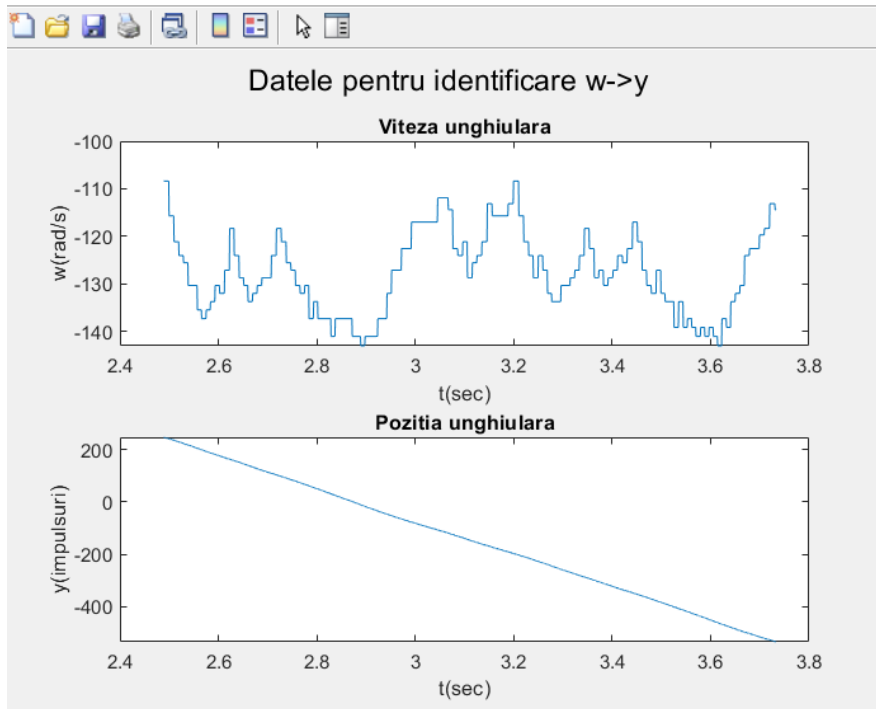


Figura 18. Datele pentru identificare la $\omega \rightarrow \theta$

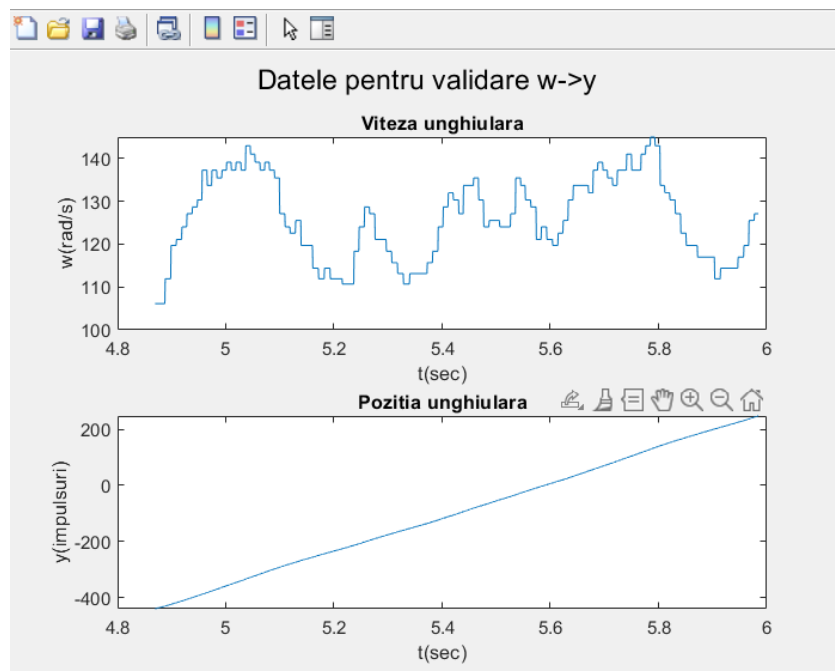
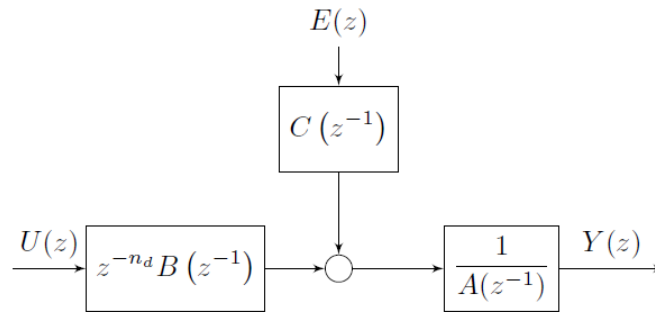


Figura 19. Datele pentru validare la $\omega \rightarrow \theta$

- Metoda celor mai mici pătrate extinsă (ARMAX)

Schema bloc al acestui model este:



Modelul discret de tip proces+perturbație corespunzător metodei ARMAX este:

$$A(z^{-1})Y(z) = z^{-n_d}B(z^{-1})U(z) + C(z^{-1})E(z),$$

Unde

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_A} z^{-n_A},$$

$$B(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{n_B} z^{-n_B+1},$$

$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} + \dots + c_{n_C} z^{-n_C}.$$

Pentru identificarea modelului vom avea nevoie de parametrii de structură:

n_A – numărul de poli

n_B – numărul de zerouri + 1

n_C – gradul polinomului C

n_d – numărul tactilor de întârziere

Știind că este un sistem de ordin I, identificăm modelul viteză-poziție.

Funcțiile de transfer în discret și continuu sunt:

$$H_{\theta\omega_{discret}} = \frac{0.003548}{1 - z^{-1}}$$

$$H_{\theta\omega_{continuu}} = \frac{4.928}{s}$$

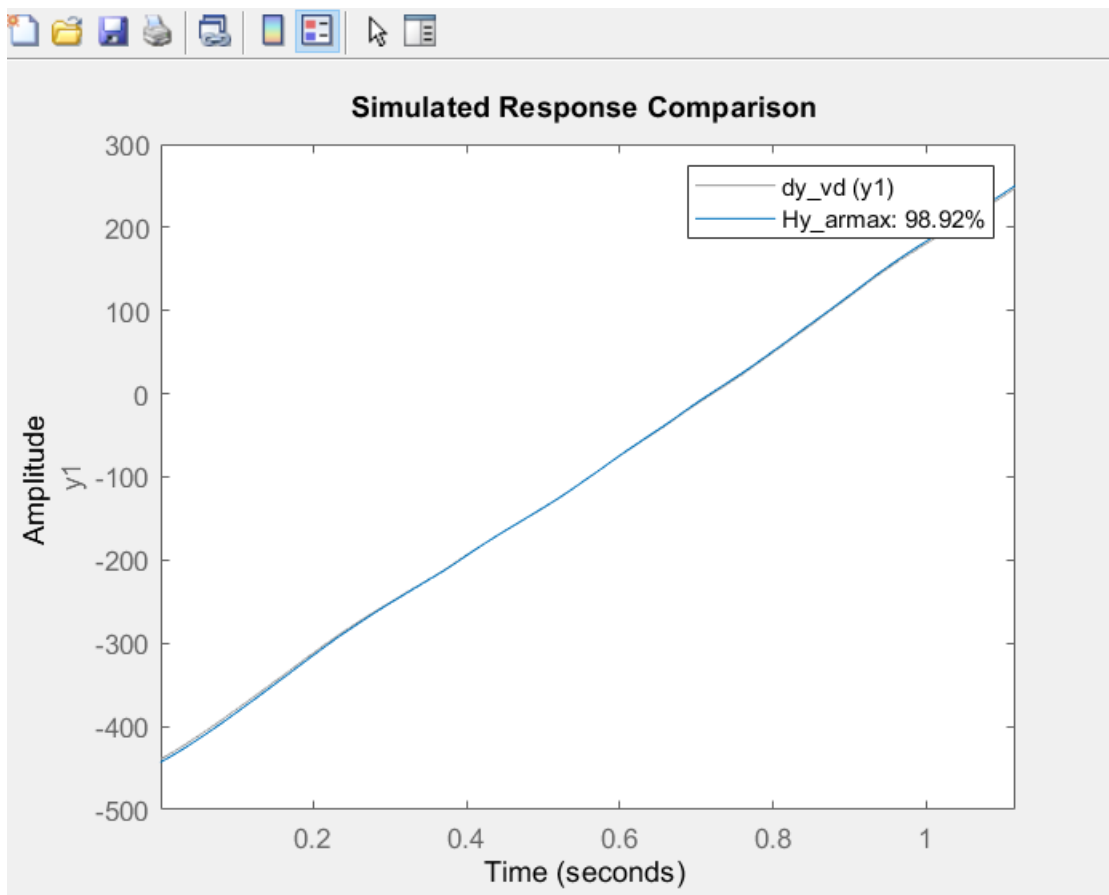


Figura 20. Gradul de urmărire (98.92%)

Se observă că pe datele de validare FIT -ul este de 98.92 %, asta înseamnă că $\varepsilon_{MPN} = 1.08\%$.

$$FIT = (1 - \varepsilon_{MPN}) * 100$$

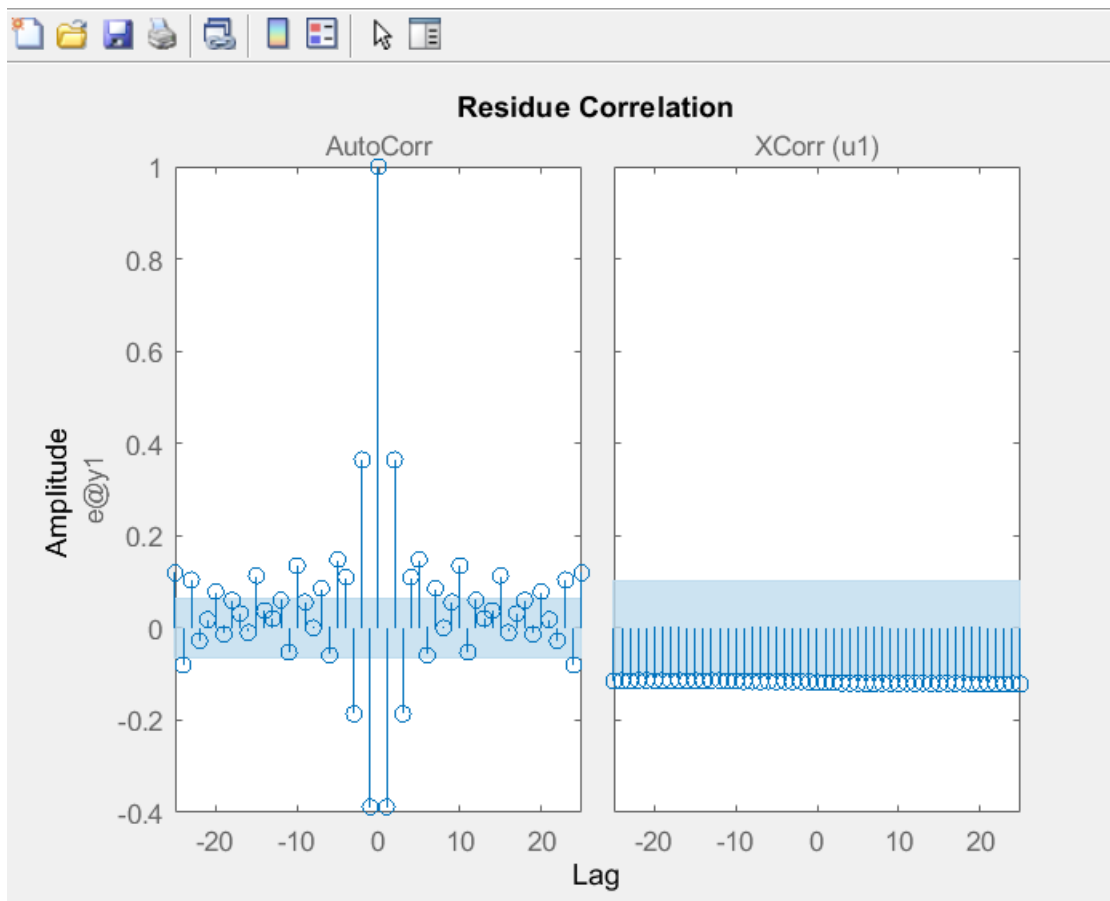


Figura 21. Autocorelația și intercorelația la ARMAX

Se observă că modelul nu este validat prin trecerea testului de autocorelație deoarece nici un eșantion nu se încadrează în banda de încredere. De asemenea, nici testul de intercorelație nu este trecut, ceea ce va necesita o decimare a datelor pentru a putea obține un model valid.

Pentru asta, mă voi duce la viteza unghiulară, unde are valoarea maximă pentru a elimina, astfel încât valoarea să se regăsească o singură dată.

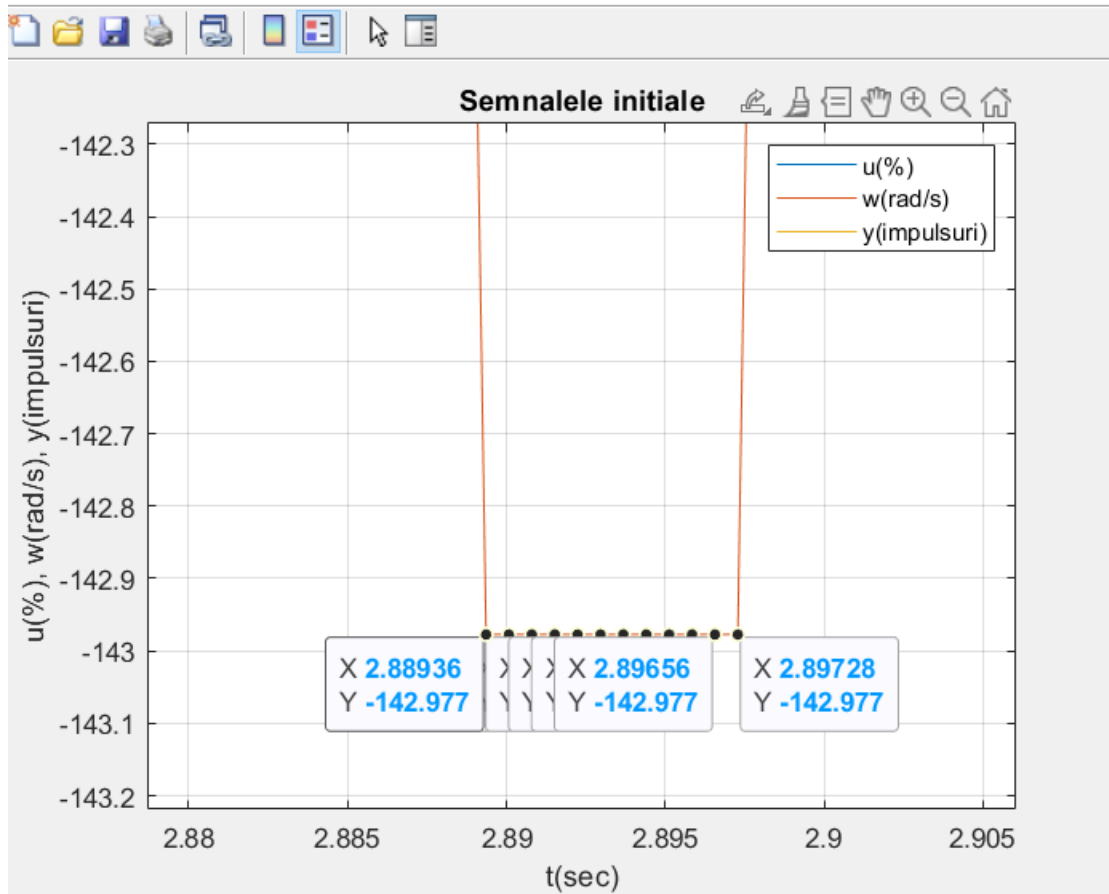


Figura 22. Căutarea valorii maxime a vitezei și pasul de decimare

Din figura 22, se poate observa că viteza maximă se repetă de 12 ori, ceea ce înseamnă pasul de decimare va fi $N=12$ și se vor lua măsurători din 12 în 12.

Astfel, după ce se realizează acești pași și se refac pașii pentru determinarea funcțiilor de transfer, vom obține:

$$H_{\theta\omega_{discret}} = \frac{0.04247}{1 - z^{-1}}$$

$$H_{\theta\omega_{continuu}} = \frac{4.916}{s}$$

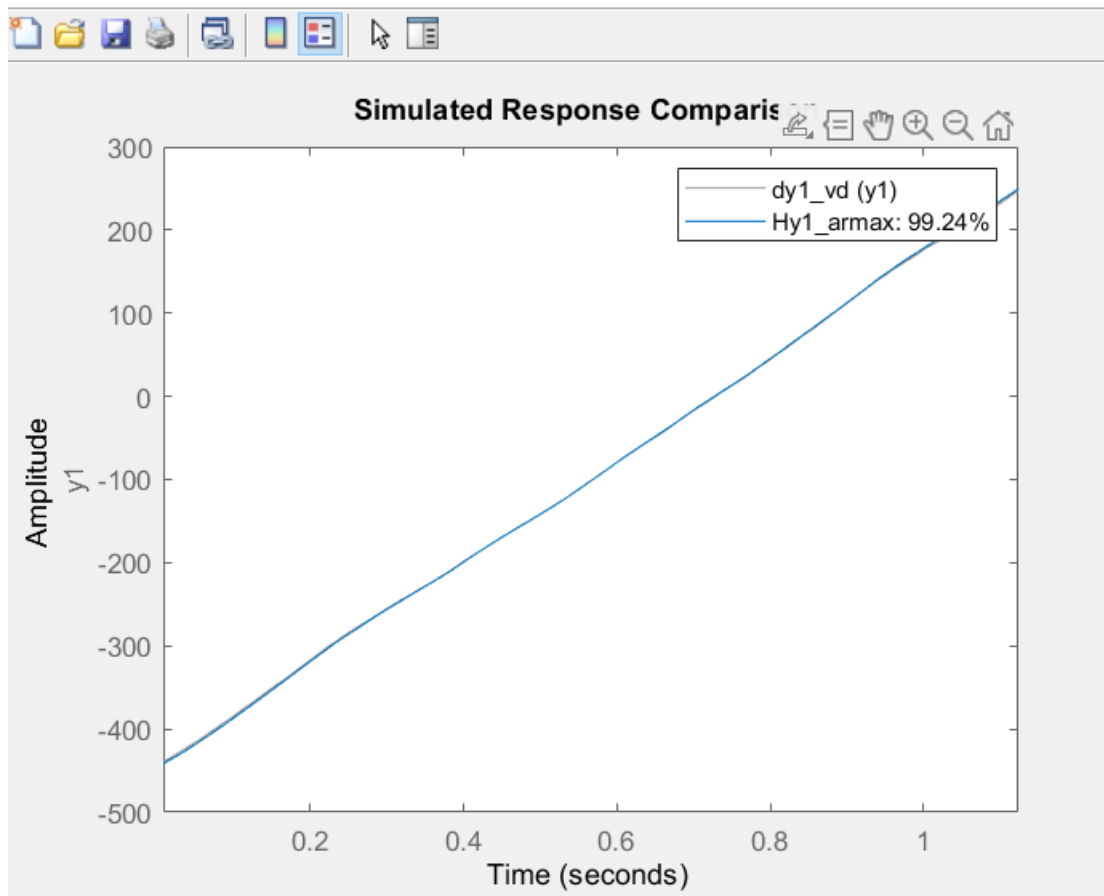


Figura 23. Gradul de urmărire (99.24%)

Se observă că pe datele de validare FIT -ul este de 99.24 %, asta înseamnă că $\varepsilon_{MPN} = 0.76\%$.

$$\text{FIT} = (1 - \varepsilon_{MPN}) * 100$$

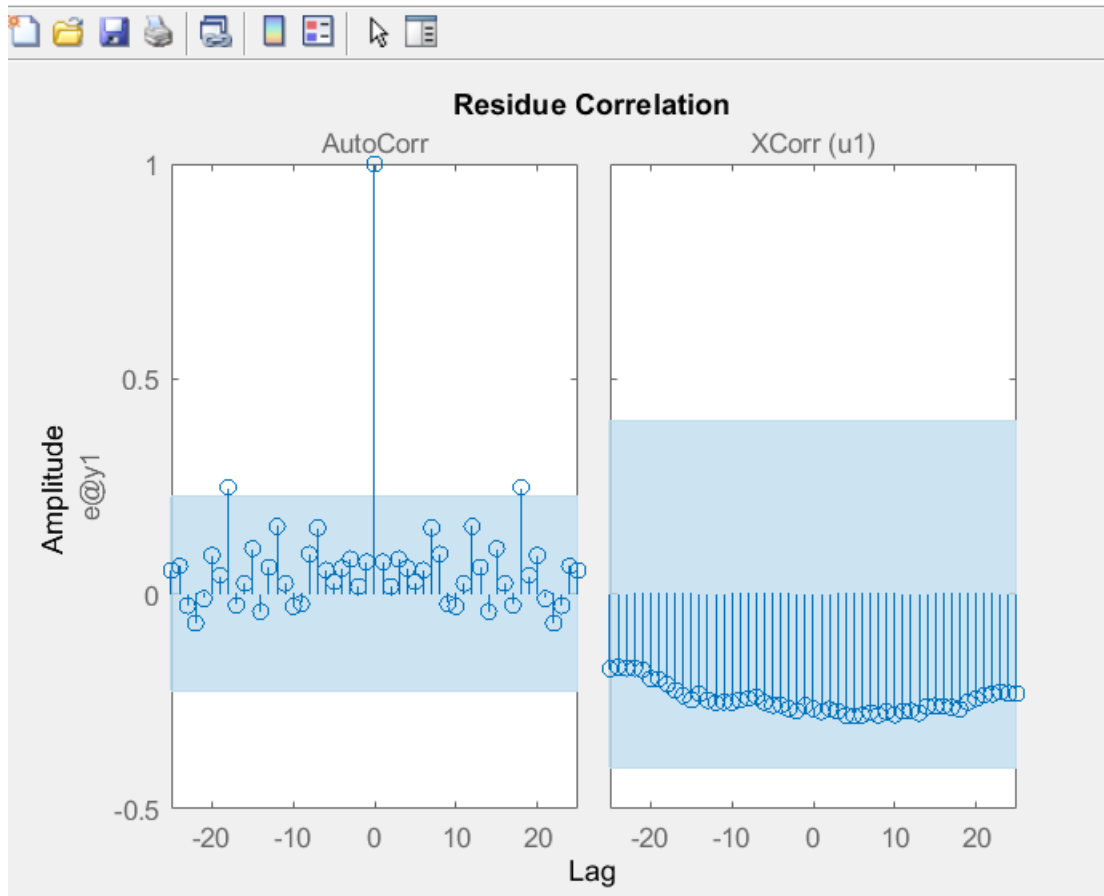


Figura 24. Autocorelația și intercorelația la ARMAX

Se observă că modelul este validat prin trecerea testului de autocorelație deoarece se încadrează în banda de încredere.

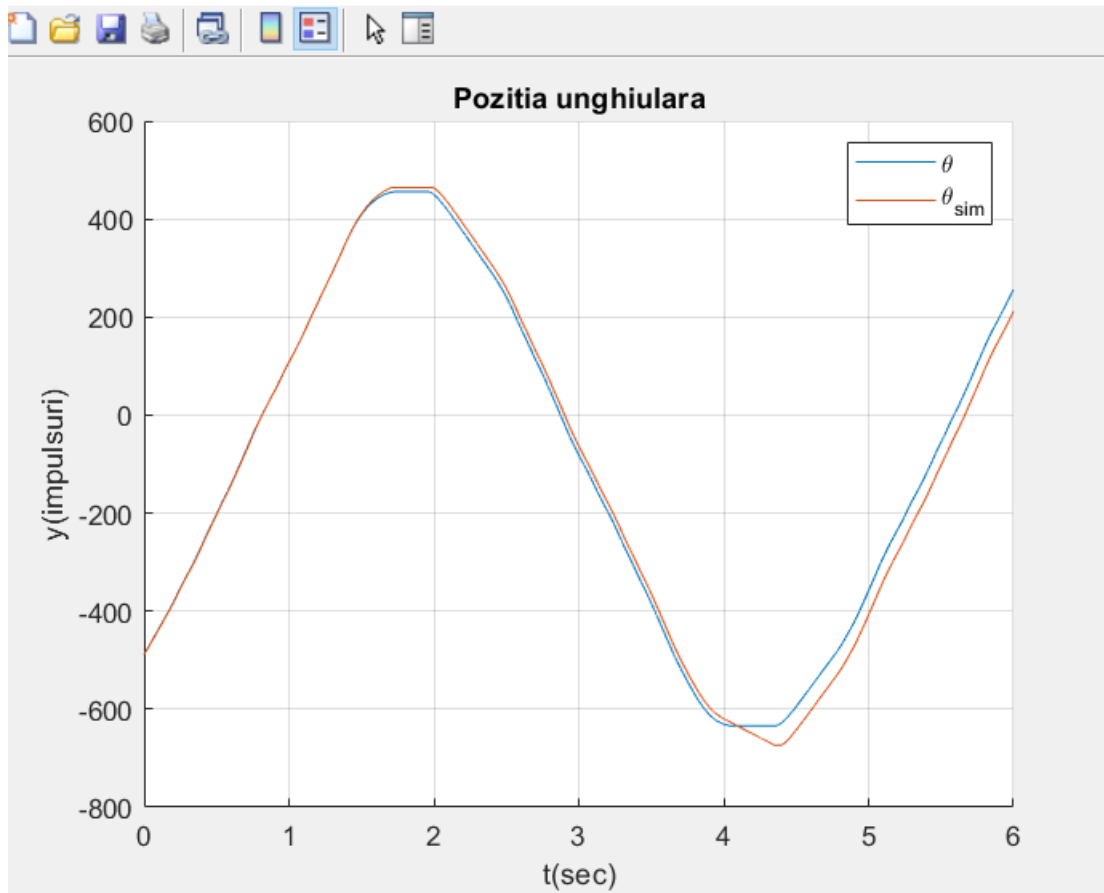


Figura 25. Simularea răspunsului pe întreg sistemul

Pe întreg sistemul, se calculează $\varepsilon_{MPN} = \frac{||\theta - \theta_{sim}||}{||\theta - \theta_{medie}||} * 100 = 7.75 \%$ și modelul este valid.

c. Identificarea parametrică prin validarea testului de intercorelație

Se vor alege seturile de date pentru identificare și pentru validare.

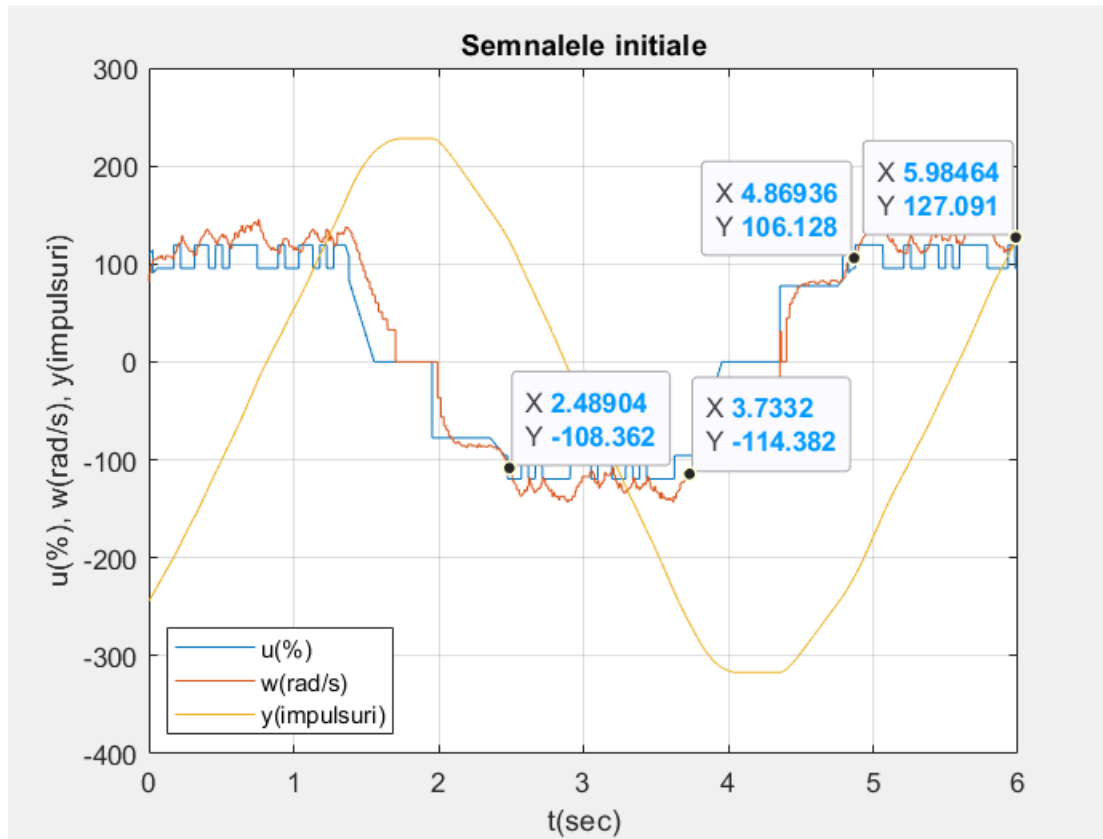


Figura 26. Alegerea indecșilor pentru identificare și pentru validare

Indicii pentru identificare sunt: $i_1 = 3458$; $i_2 = 5186$.

Indicii pentru validare sunt: $i_3 = 6764$; $i_4 = 8313$.

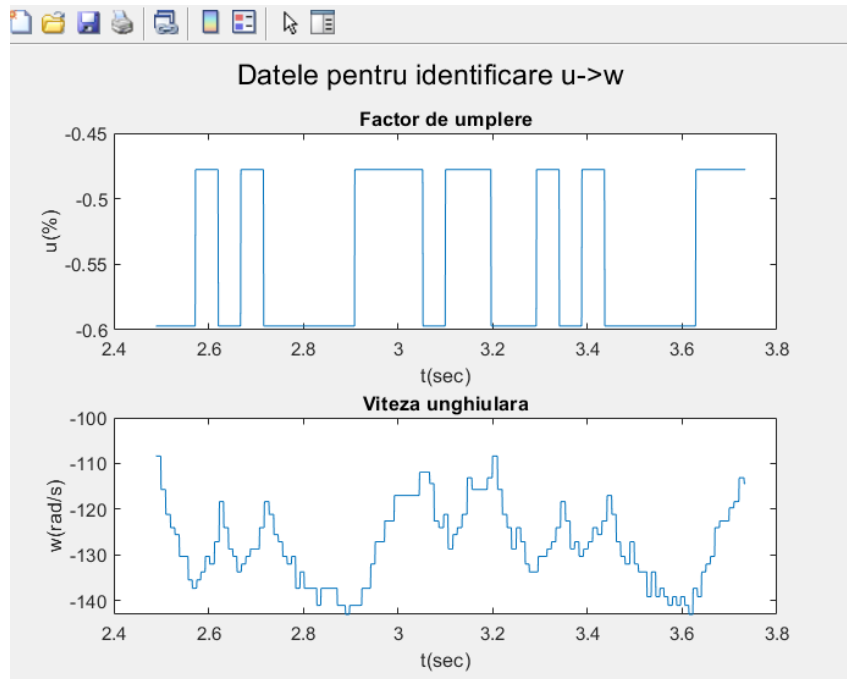


Figura 27. Datele pentru identificare la $u \rightarrow \omega$

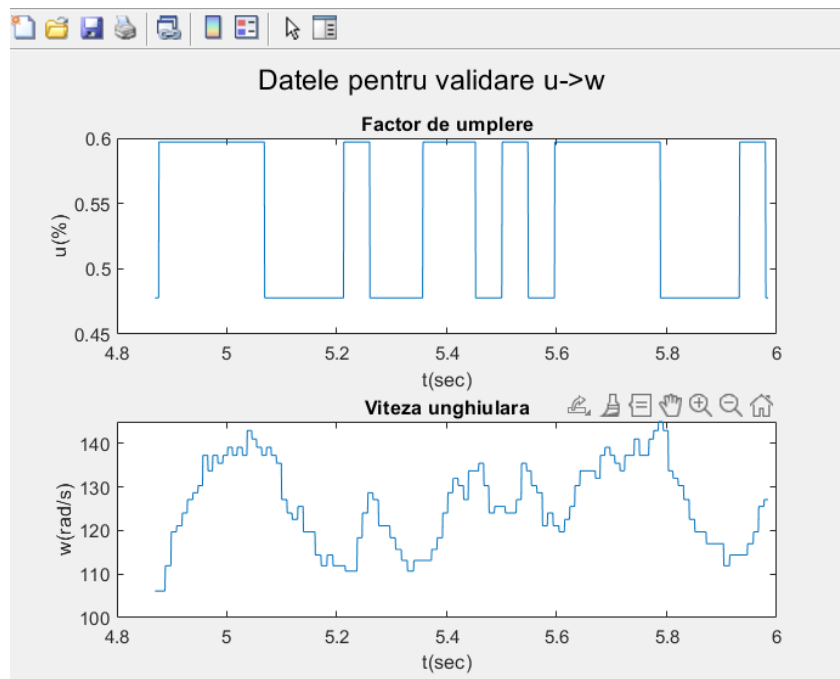
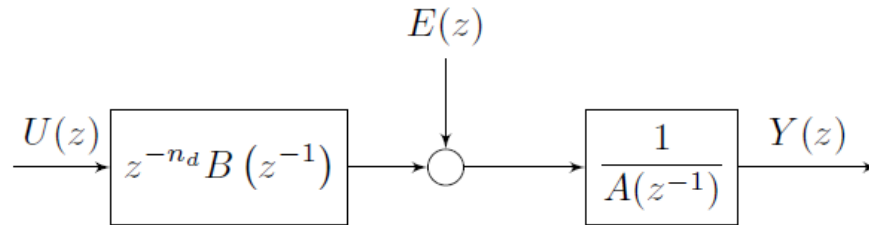


Figura 28. Datele pentru validare la $u \rightarrow \omega$

- Metoda variabilelor instrumentale (IV)

Schema bloc al acestui model este:



Modelul discret de tip proces+perturbație corespunzător metodei IV este:

$$A(z^{-1})Y(z) = z^{-n_d} B(z^{-1})U(z) + E(z),$$

Unde

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{n_A} z^{-n_A},$$

$$B(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{n_B} z^{-n_B+1},$$

Pentru identificarea modelului vom avea nevoie de parametrii de structură:

n_A – numărul de poli

n_B – numărul de zerouri + 1

n_d – numărul tactilor de întârziere

Știind că este un sistem de ordin I, identificăm modelul intrare-viteză, comparând mai multe modele cu n_d diferit de fiecare model, pentru a identifica modelul cu cel mai bun FIT.

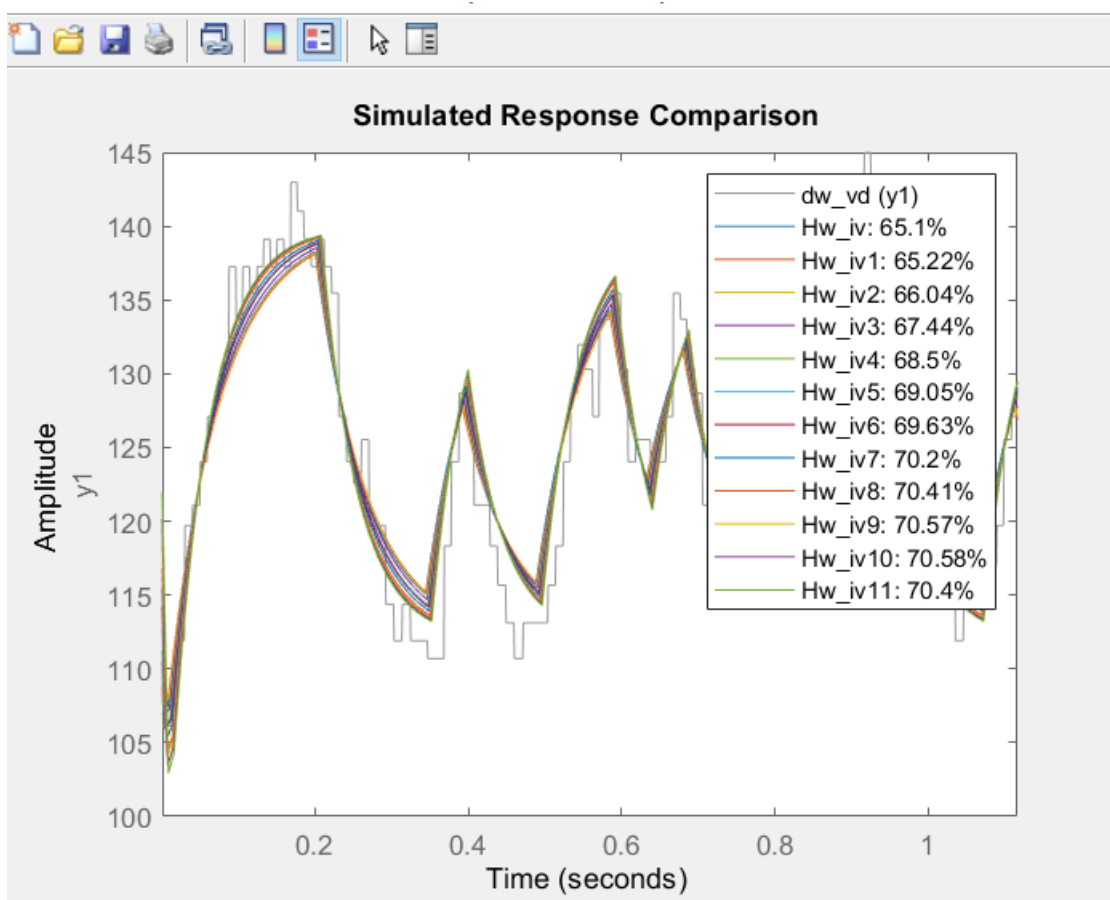


Figura 29. Compararea mai multor modele identificate cu metoda ARMAX

Din ce se poate observa din figura 29, FIT-ul crește până la modelul Hw_iv10 și de acolo începe să scadă ușor. Asta înseamnă că modelul Hw_armax10 are $n_d = 11$.

Funcțiile de transfer în discret și continuu sunt:

$$H_{\omega u_{discret}} = \frac{3.482 * z^{-11}}{1 - 0.9851 * z^{-1}}$$

$$H_{\omega u_{continuu}} = \frac{4872}{s + 20.79} * e^{-0.0072s}$$

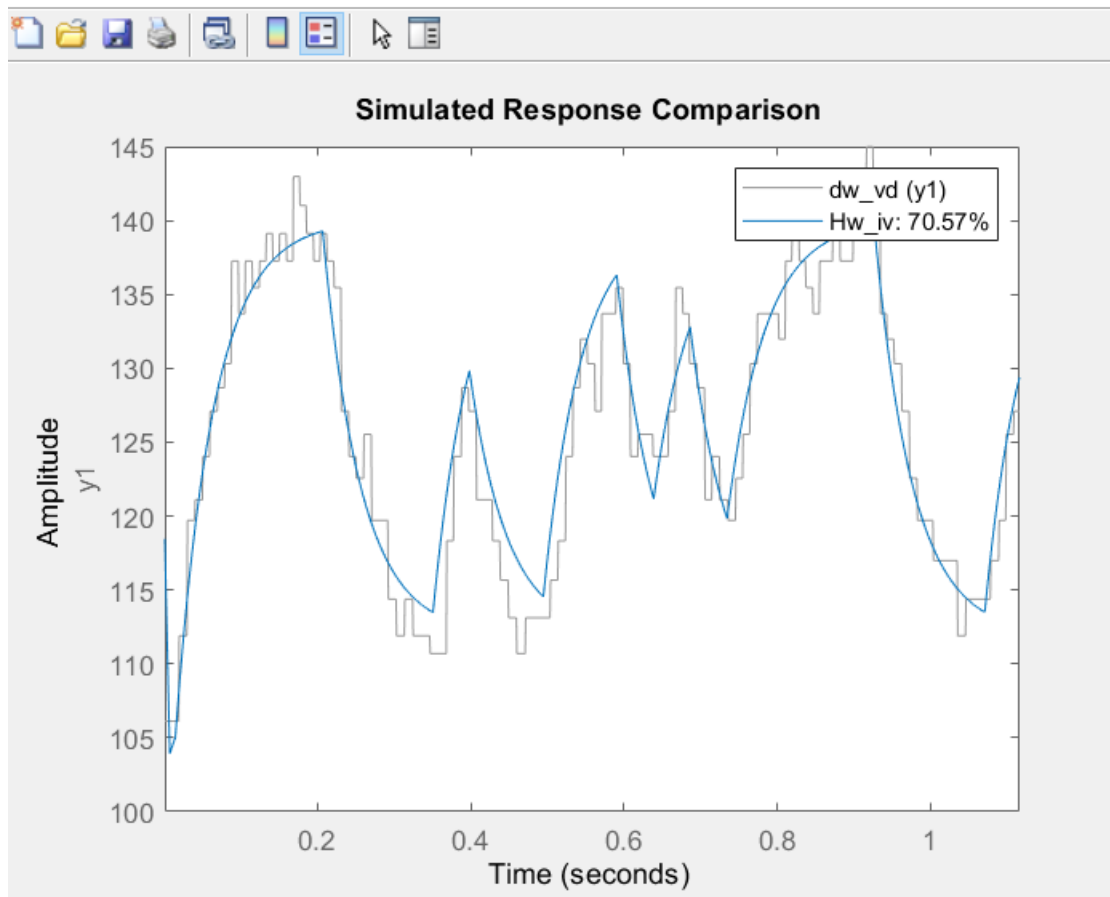


Figura 30. Gradul de urmărire (70.57%)

Se observă că pe datele de validare FIT -ul este de 70.57 %, asta înseamnă că $\varepsilon_{MPN} = 29.43\%$.

$$\text{FIT} = (1 - \varepsilon_{MPN}) * 100$$

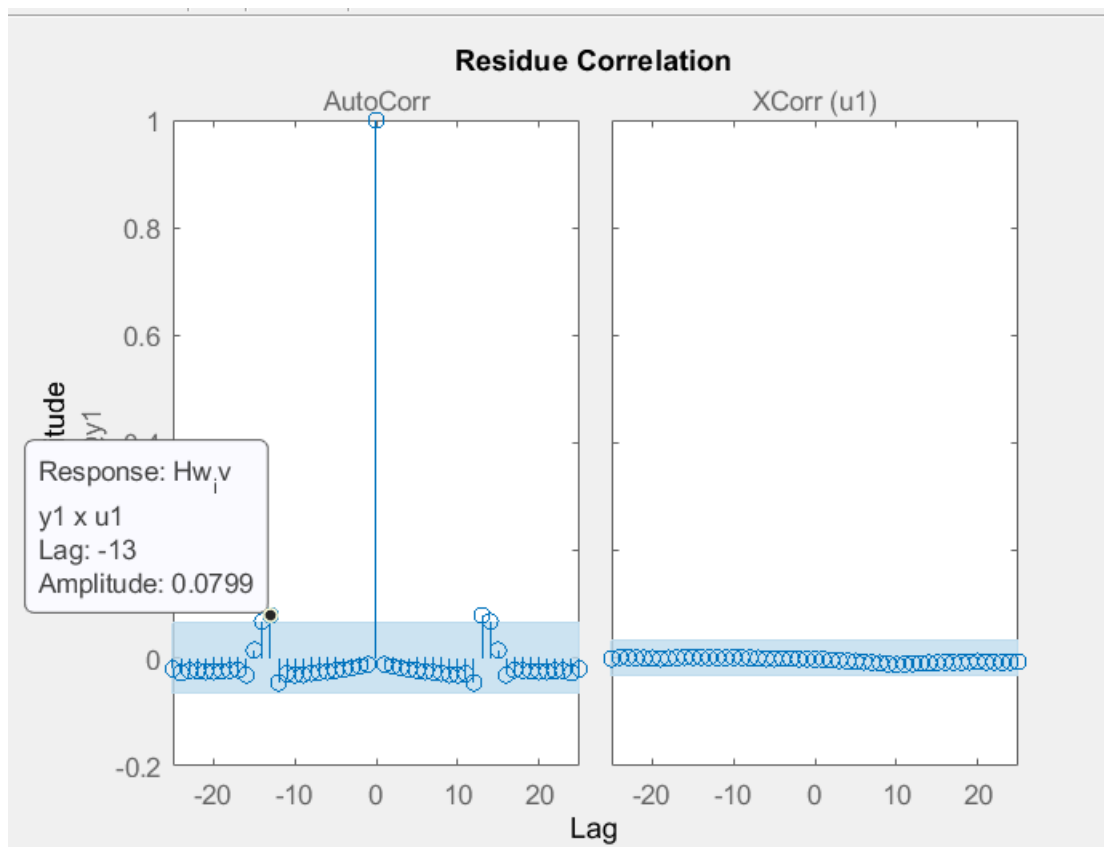


Figura 31. Autocorelația și intercorelația la IV

Se observă că modelul este validat prin trecerea testului de intercorelație deoarece se încadrează în banda de încredere.

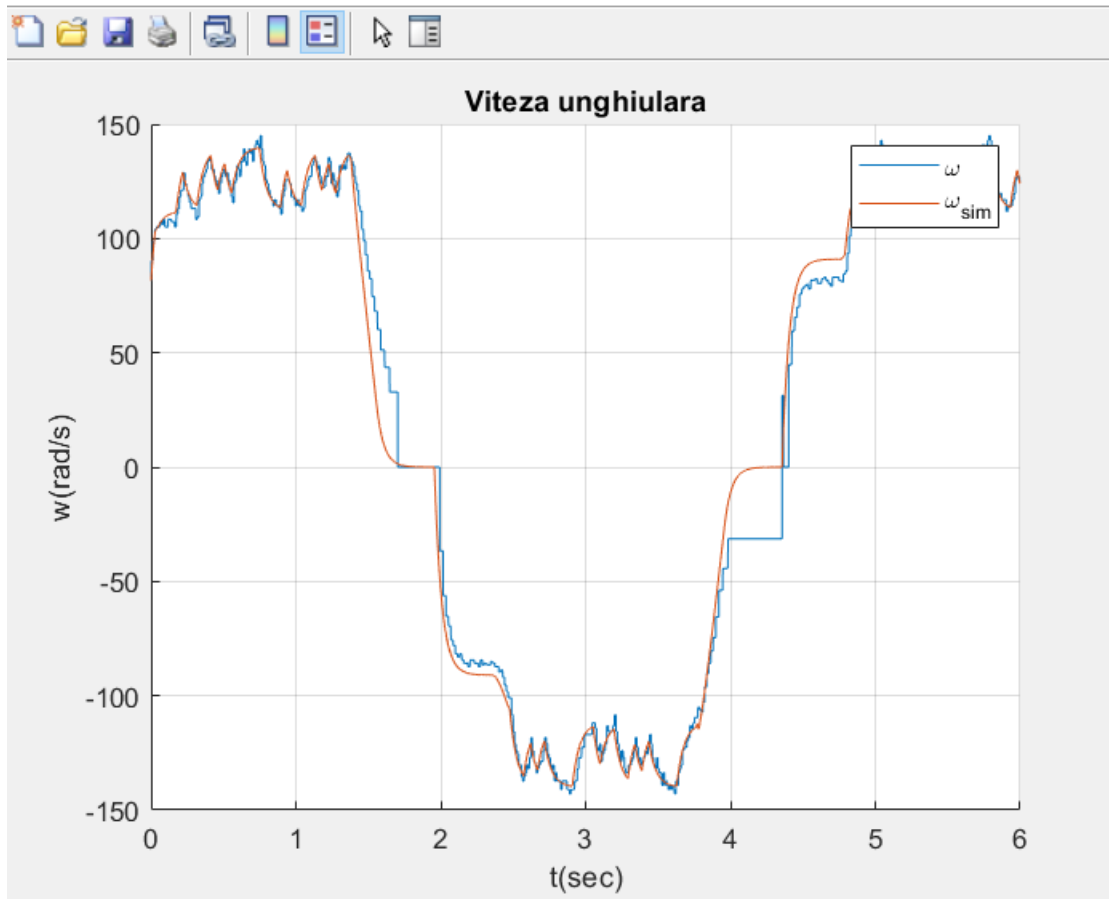


Figura 32. Simularea răspunsului pe întreg sistemul

Pe întreg sistemul, se calculează $\varepsilon_{MPN} = \frac{||\omega - \omega_{sim}||}{||\omega - \omega_{medie}||} * 100 = 11.64 \%$ și modelul este valid.

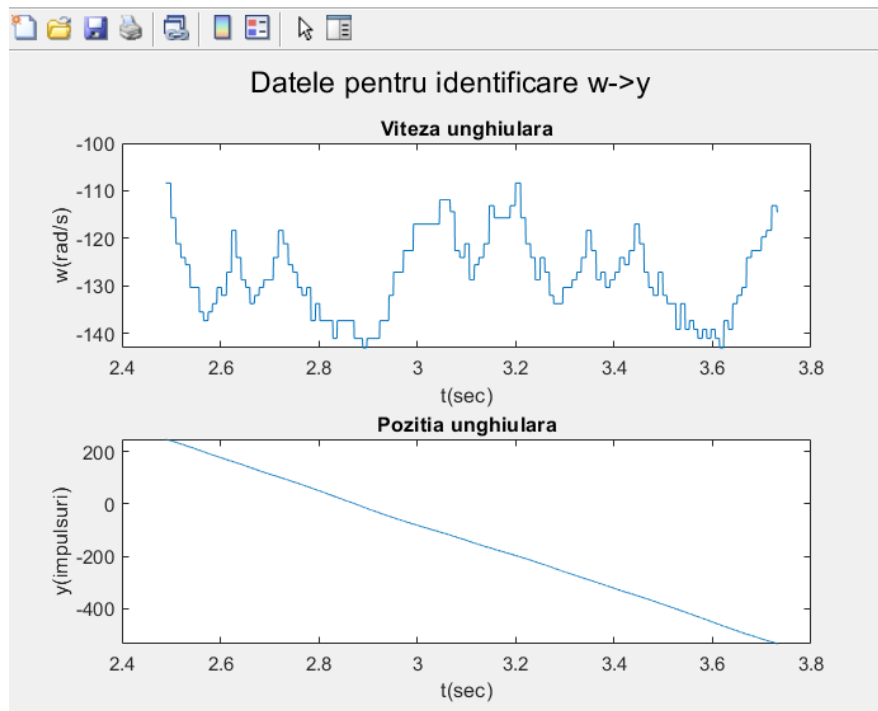


Figura 33. Datele pentru identificare la $\omega \rightarrow \theta$

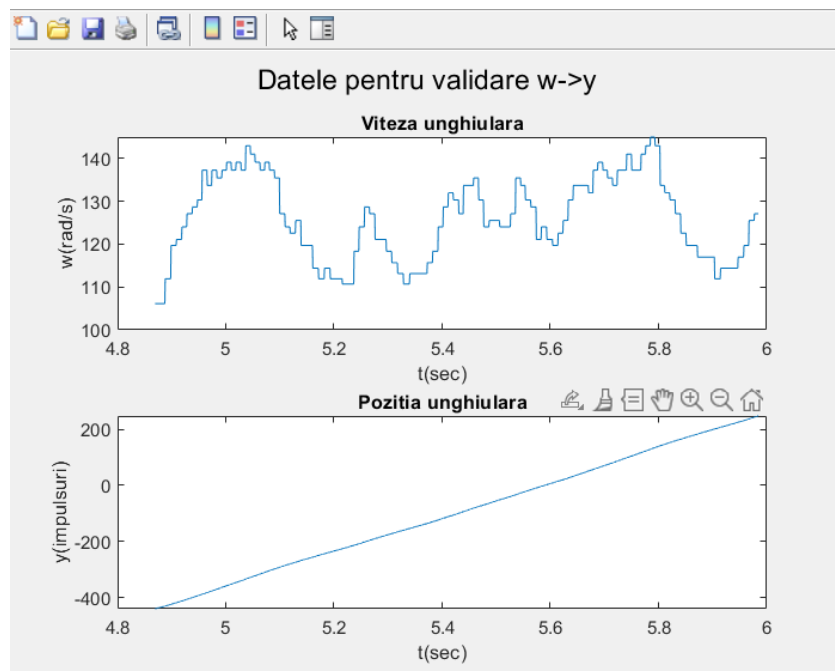
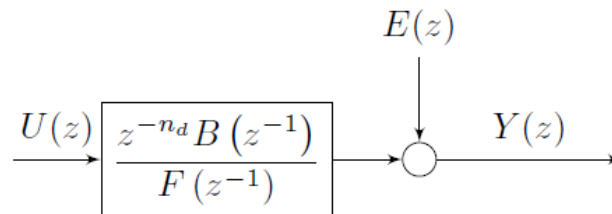


Figura 34. Datele pentru validare la $\omega \rightarrow \theta$

- Metoda erorii de ieșire (OE)

Schema bloc al acestui model este:



Modelul discret de tip proces+perturbație corespunzător metodei OE este:

$$Y(z) = \frac{z^{-n_d} B(z^{-1})}{F(z^{-1})} U(z) + E(z),$$

Unde

$$F(z^{-1}) = 1 + f_1 z^{-1} + f_2 z^{-2} + \dots + f_{n_f} z^{-n_f},$$

$$B(z^{-1}) = b_1 + b_2 z^{-1} + \dots + b_{n_B} z^{-n_B+1}.$$

Pentru identificarea modelului vom avea nevoie de parametrii de structură:

n_F – numărul de poli

n_B – numărul de zerouri + 1

n_d – numărul tactilor de întârziere

Știind că este un sistem de ordin I, identificăm modelul viteză-poziție.

Nu este nevoie de decimare de date, deoarece metoda aceasta este cea mai bună când compari două mărimi cu aceleași informații (venite de la calculator).

Funcțiile de transfer în discret și continuu sunt:

$$H_{\theta\omega_{discret}} = \frac{0.003544}{1 - z^{-1}}$$

$$H_{\theta\omega_{continuu}} = \frac{4.923}{s}$$

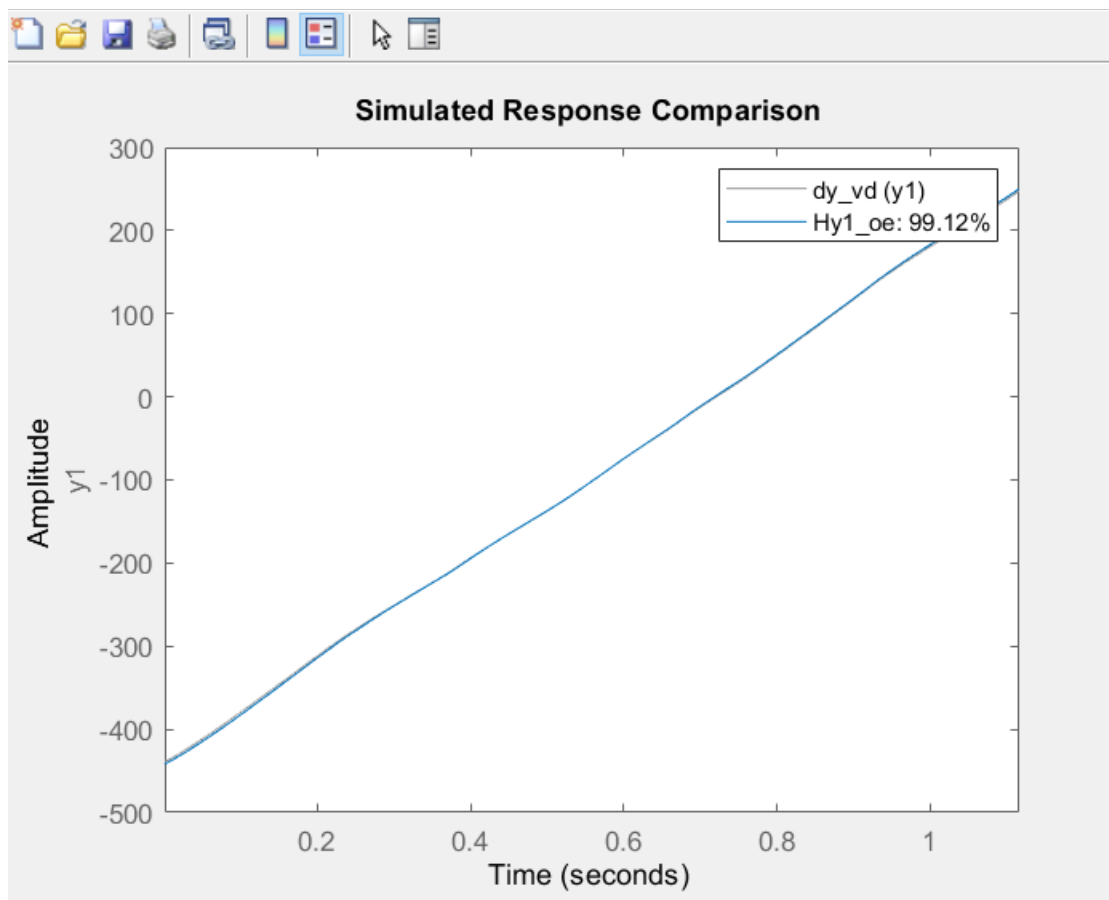


Figura 35. Gradul de urmărire (99.12%)

Se observă că pe datele de validare FIT -ul este de 99.12 %, asta înseamnă că $\varepsilon_{MPN} = 0.88\%$.

$$FIT = (1 - \varepsilon_{MPN}) * 100$$

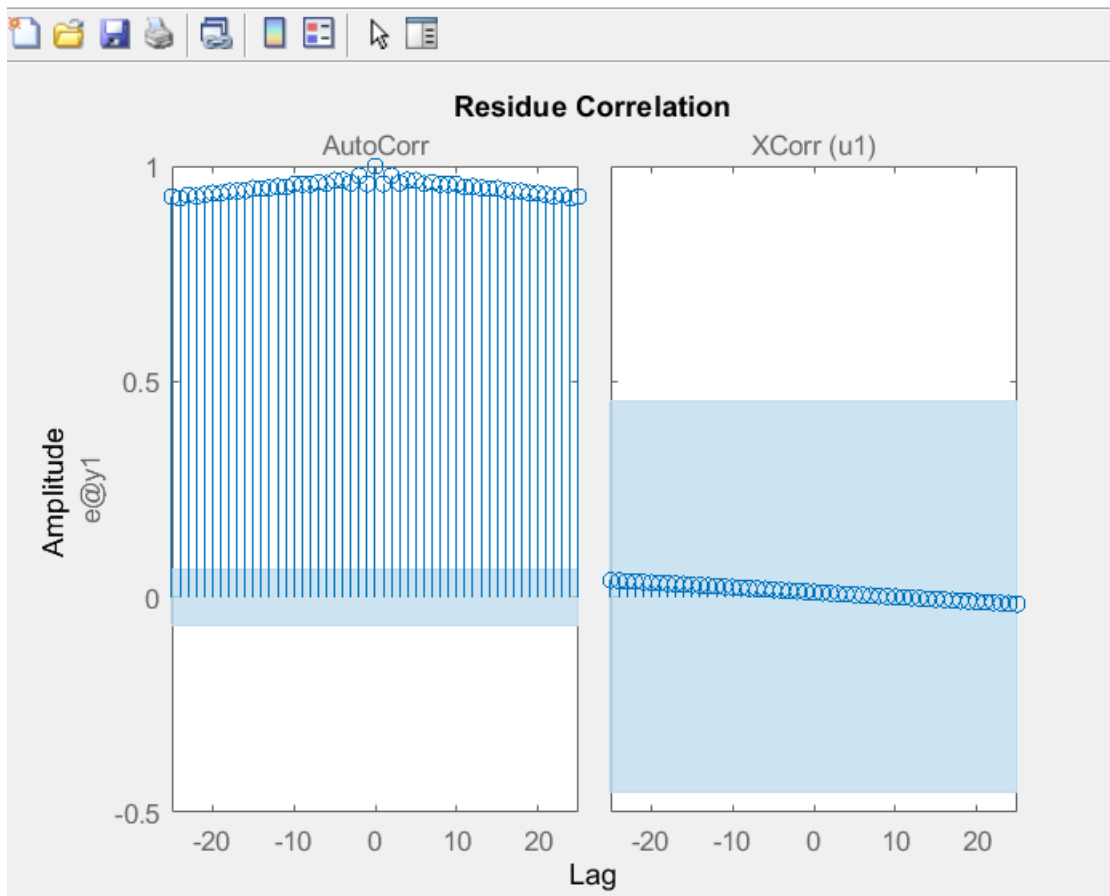


Figura 36. Autocorelația și intercorelația la OE

Se observă că modelul este validat prin trecerea testului de intercorelație deoarece se încadrează în banda de încredere.

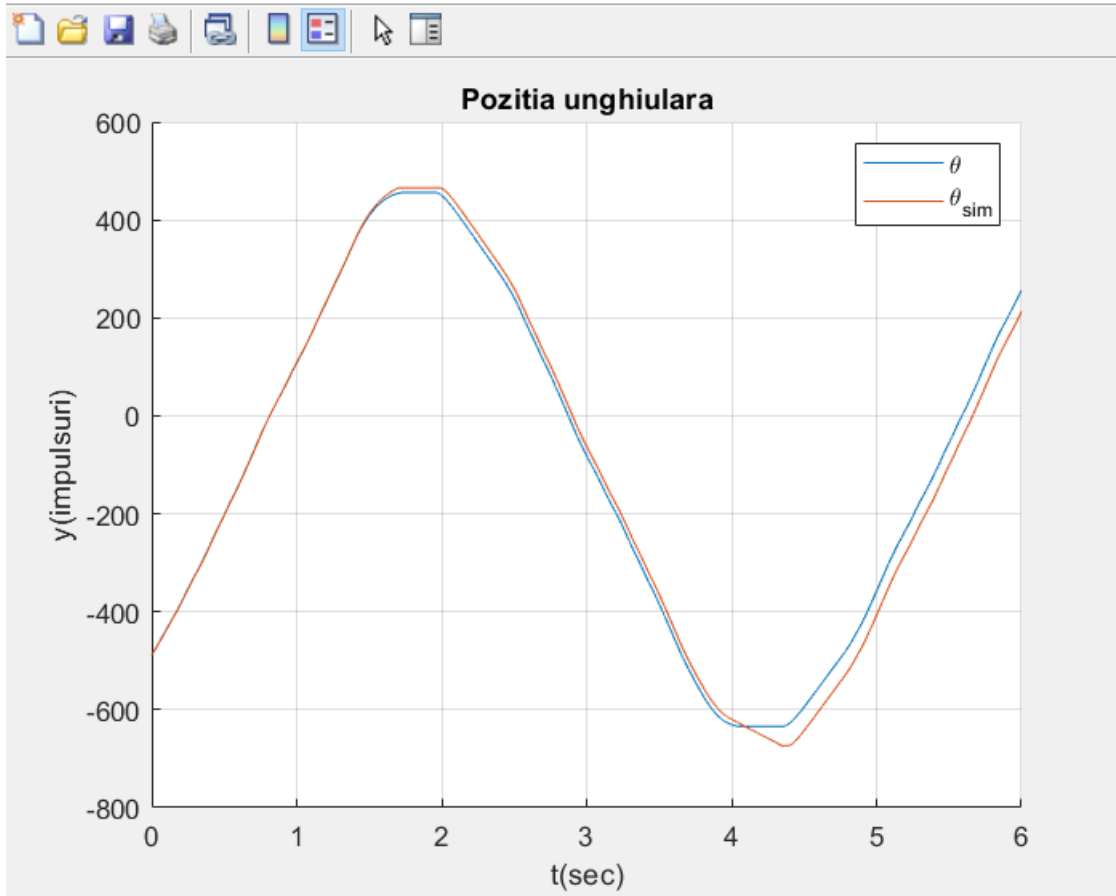


Figura 37. Simularea răspunsului pe întreg sistemul

Pe întreg sistemul, se calculează $\varepsilon_{MPN} = \frac{||\theta - \theta_{sim}||}{||\theta - \theta_{medie}||} * 100 = 7.76 \%$ și modelul este valid.

3. Concluzii

- Pentru $u \rightarrow \omega$ avem modelele:

ARMAX

$$H_{\omega u_{\text{continuu}}} = \frac{4441}{s+18.88} * e^{-0.00504s}$$

FIT = 69.25%

$$\varepsilon_{MPN} = 30.75\%.$$

IV

$$H_{\omega u_{\text{continuu}}} = \frac{4872}{s+20.79} * e^{-0.0072s}$$

FIT = 70.57%

$$\varepsilon_{MPN} = 29.43\%.$$

Ambele modele au valide testele de autocorelație și intercorelație.

De aici, voi alege modelul care are FIT-ul mai bun in cazul acesta, și anume modelul de la IV.

- Pentru $\omega \rightarrow \theta$ avem modelele:

ARMAX

$$H_{\theta \omega_{\text{continuu}}} = \frac{4.916}{s}$$

FIT = 98.92%

$$\varepsilon_{MPN} = 1.08\%.$$

OE

$$H_{\theta \omega_{\text{continuu}}} = \frac{4.923}{s}$$

FIT = 99.12%

$$\varepsilon_{MPN} = 0.88\%.$$

Metoda ARMAX are ambele teste valide, pe când la OE, doar testul de intercorelație este valid, așa că, am să aleg modelul de la ARMAX.

Funcția de transfer pentru tot procesul este:

$$H_{\theta u} = \frac{4872}{s+20.79} * e^{-0.0072s} * \frac{4.916}{s} = \frac{23950.752}{s(s+20.79)} * e^{-0.0072s}$$