

Assignment 1

Filip Alina-Andreea, CR 1.2.A

April 22, 2019

1 Cerinta

Luam o secventa de $2n$ numere ca input. Construiesc un algoritm cu eficienta $O(n \log n)$ care imparte secventa in n perechi cu proprietatea ca partitia minimizeaza suma maxima a unei perechi. De exemplu, spunem ca avem secventa (6, 3, 5, 7), iar posibile partitionari sunt: ((1,6);(3,7)); ((1,3);(6,7)); ((1,7);(3,6)). Suma perechilor acestor partitionari este: (4,13), (7,10), si (8,9). Asadar, a treia partitie are 9 ca suma maxima care este minima dintre cele ale celorlalte partitii.

Problema ne cere sa afisam partitionarea care prezinta suma minima dintre sumele maxime ale fiecărei partitionari. In exemplul de mai sus: (1,7);(3,6).

2 Algoritmi

Pentru realizarea acestui program am utilizat mai multi algoritmi impartiti in mai multe coduri sursa.

2.1 Algoritmul de sortare QUICK-SORT

QUICK-SORT(A, p, r)

1. if(p<r)
2. q=PARTITION(A,p,r);
3. QUICK-SORT(A,p,q);
4. QUICK-SORT(A,q+1,r);

Acest algoritm este unul recursiv. Sorteaza in ordine crescatoare numerele dintr-un sir dat. Urmeaza urmatoorii pasi:

- Verifica daca pozitia pivotului este mai mica decat pozitia ultimului element in sir. El este considerat initial ca fiind primul element al sirului.
- Daca este indeplinita conditia atunci se calculeaza pozitia noului pivot

- Se reapeliaza QUICK-SORT pentru prima parte a sirului care contine valori mai mici ca pivotul
- Se reapeliaza QUICK-SORT pentru a doua parte a sirului care contine valori mai mari ca pivotul

Acesta este un algoritm implementat dupa modelul celui predat la curs.

Algoritmul are o complexitate egala cu :

$$O(n \log n)$$

Este unul dintre cei mai eficienti algoritmi de sortare.

2.2 Algoritmul de partitionare

PARTITION(A, p, r)

1. $x = A[p]$
2. $i = p$
3. $j = r$
4. while(i < j)
5. while($A[i] < x$)
6. $i++$;
7. while($A[j] \geq x$)
8. $j--$;
9. if(i < j)
10. $aux = A[i]$;
11. $A[i] = A[j]$;
12. $A[j] = aux$;
13. else
14. return j;

Algoritmul PARTITION organizeaza sirul in doua parti diferite, o parte care contine valori mai mici decat pivotul si o parte care contine valori mai mari ca pivotul. De asemenea el returneaza valoarea lui j, fiind pozitia unde i si j se intalnesc.

Algoritmul functioneaza astfel:

- Lui x ii da valoarea sirului in pozitia pivot

- i primește poziția primului elem în sirul ce trebuie sortat
- j primește poziția ultimului element din sirul ce trebuie sortat
- Cat timp ij
- i este incrementat cu 1 de fiecare data când în sir se găsește o valoare mai mică decât pivotul
- j este decrementat cu o valoare de fiecare data când în sir se găsește o valoare mai mare ca pivotul
- dacă ij se face interschimbarea între valorile vectorului în pozițiile lui i și j
- dacă nu este îndeplinită condiția atunci întoarcem valoarea lui j

Complexitatea algoritmului este:

$$T(n) = 3 + n[1 + m(1 + 1) + p(1 + 1) + 1 + 3l + 1] = O(n)$$

În cel mai bun caz, complexitatea algoritmului poate fi $O(1)$ când sirul are un singur element. În cel mai rău caz, complexitatea algoritmului poate fi $O(n^2)$ atunci când elementele sunt deja sortate și se intră pe un singur while de n ori (cum ar fi while-ul lui i).

2.3 Algoritmul de partitionare al perechilor

PARTITIONARE-PERECHI($A, n-2$)

1. *for*($i = 2; i \leq n + 1; i++$)
2. $aux = A[1];$
3. $A[1] = A[i];$
4. $A[i] = aux;$

Algoritmul realizează $n-2$ interschimbări între a doua valoare din sirul dat și a treia, a 4-a ... până la ultima valoare din sir. Algoritmul urmează următorii pași:

- i primește poziția celui de-al 3-lea elem din vector până la poziția ultimului elem din vector
- aux primește valoarea celui de-al doilea elem din vector
- al doilea elem din vector primește valoarea elementului de pe poziția i
- elementul de pe poziția i primește valoarea celui de-al doilea element din vector

Vectorul este modificat la fiecare incrementare a lui i si fiecare interschimbare intre elemente iar la final este transmis rezultatul final.

Complexitatea algoritmului este :

$$T(n) = 1 + n(3 + 2) = O(n)$$

In cel mai bun caz, complexitatea algoritmului este $O(1)$ cand vectorul are dimensiunea 2 sau mai putin.

2.4 Algoritmul de afisarea a partitionarii(a rezultatului)

AFISARE(A, n)

1. *printf("partitionareacusumaminimadintresumelemaximeeste :");*
2. *i = 0;*
3. *while(i <= n)*
4. *j = i + 1;*
5. *printf(A[i], A[j]);*
6. *i = i + 2;*

Algoritmul acesta realizeaza afisarea elementelor din vector doua cate doua. Complexitatea algoritmului este

$$T(n) = 1 + 1 + n/2(1 + 1 + 1 + 1) = O(n)$$

Avem $n/2$ in loc de n deoarece de atatea ori se intra in while. In cel mai bun caz, complexitatea algoritmului este $O(1)$ cand $n=0$, adica nu vectorul este vid.

3 Date experimentale

Datele experimentale au fost create cu ajutorul functiei random din main. Un set de astfel de date este urmatorul:14 36 86 95.

3.1 Algoritmul de randomizare al sirului introdus

Acest algoritm se gaseste in main

1. *srand((unsigned) time(t));*
2. *n = rand()procent10;*
3. *for(i = 0; i < n; i ++)*
4. *A[i] = rand()procent100;*

Algoritmul de randomizare returneaza un sir de numere la intamplare, de o dimensiune aleasa la intamplare.

4 Rezultate si concluzii

La inceput am construit acest program mult mai complicat, utilizand mai multe functii care puteau fi excluse. La inceput algoritmul functiona astfel :

- se genera un vector aleatoriu
- se apela functia quick-sort
- se apela functia determinare-vector-sume-max care returna un vector alcătuit din sumele maxime ale tuturor combinatiilor vectorului. In interiorul acestei functii se regasea un vector al pozitiilor elementelor in vector care ajuta la calculul sumelor fara a modifica vectorul initial. Suma se calculeaza prin apelul unei functii care calculeaza suma elem din vector doua cate doua.
- se apela functia pozitie-minimul-maximelor care returna cate iteratii trebuie sa aiba functia de interschimbare a valorilor sirului
- se apela afisarea vectorului dupa interschimbare

Dupa mai multe teste am ajuns la concluzia ca de fiecare data numarul de interschimbari ce trebuie facute este $n-2$ si am hotarat renuntarea la functiile ce erau in plus pentru a face programul mult mai eficient. De asemenea am hotarat sa adaug in main niste if-uri pentru a selecta ce trebuie sa faca programul in cazul in care numarul de variabile este egal cu 0, este impar sau este egal cu 2. Am decis sa nu includ in raportul tehnic si sursele din codul initial deoarece ele nu fac parte din codul final. Codul initial cu functiile mentionate poate fi regasit in codul sursa sub forma de comentarii.