Modelare și Simulare – Temă laborator

Notare și cerințe

14 octombrie 2018

Cuprins

compilat la: 14/10/2018, 15:40

1 Detalii notare

- Cele 25 de puncte ale proiectului se obțin prin îndeplinirea cerințelor enumerate mai jos (acolo unde apar sub-itemi (i)/(ii) se cere rezolvarea unuia dintre ei, conform alegerii făcute pe Moodle, de fiecare student în parte).
- Rezultatele temei de laborator se concretizează în cod Matlab/Simulink ce va fi uploadat pe Moodle și verificat în laborator.
- Tema este împărțită în 3 părti: cerințele (a)+(b)+(c)+(d)+(e) cu 9 puncte, cerințele (f)+(g)+(h)+(i) cu 8 puncte și cerințele (j)+(k)+(l)+(m) cu 8 puncte.
- Dacă cerințele sunt submise după expirarea termenelor limită (intermediare sau final), punctajul obținut se scalează cu 50% (spre exemplu: partea 1 este submisă dupa deadline-ul corespunzator iar părțile 2 și 3 sunt transmise la timp $\Rightarrow$ nota maximă este $9 \cdot 50\% + 8 + 8 = 20.5p$).

2 Cerințe

Pentru cerințele de mai jos considerați o dinamică generică (ce va fi particularizată în funcție de tema selectată) de forma

$$\begin{cases} \dot{x}_{nl}(t) &= f(x_{nl}, u) \\ y_{nl}(t) &= g(x_{nl}, u) \end{cases} \tag{1}$$

cu starea $x_{nl} \in \mathbb{R}^n$, intrarea $u \in \mathbb{R}^m$ și ieșirea $y_{nl} \in \mathbb{R}^p$.

[5p] a) Construiți[1] un model Simulink ce modelează dinamica neliniară (1):

- Folosiți variabilele Matlab ca parametri în Simulink și blocuri **From Workspace** pentru definirea intrărilor;
- Salvați mărimile de ieșire folosind blocuri **To Workspace**;
- Folosiți funcțiile **sim** și **load_system** pentru a apela modelul Simulink din interiorul unui script Matlab, etc.

[1p] b) Pentru o intrare $u(t) = u^*$ fixată testați evoluția răspunsului liber: ilustrați pe același grafic răspunsul sistemului (ec. (1)) pentru diverse stări inițiale $x_{nl}(0)$ ale sistemului.

[1.5p] c) Pentru diverse valori staționare ale intrării[2] $u(t) = u^{i,*} \in \{u^{1,*}, u^{2,*}, \dots\}$ obțineți valorile staționare ale ieșirii $y_{nl}^{i,*} \in \{y_{nl}^{1,*}, y_{nl}^{2,*}, \dots\}$ și ilustrați grafic caracteristica statică asociată.

[0.5p] d) Folosind funcția **polyfit**, deduceți o formă analitică a caracteristicii statice (**polyfit** returnează polinomul $p(\cdot)$ ce aproximează, în sensul celor mai mici pătrate, $y_{nl}^{i,*} \approx p(u^{i,*})$).

[1p] e) Valorile obținute experimental pot fi verificate prin mai multe metode, alegeți și implementați una din ele (comparând cu rezultatul obținut la punctul (c)):

[1] Implementarea propriu-zisă a modelului Simulink se poate face prin oricare dintre tehnicile folosite la laborator: blocuri **Fcn**, **S-function**, **Matlab function**, combinații de blocuri simple, etc.

[2] În cazul în care sistemul are mai multe intrări, considerați că doar una din componentele intrării variază sau (bonus!) folosiți **Curve Fitting Toolbox** al Matlab pentru a caracteriza caracteristica statică în cazul multi-dimensional.

i) Aplicați funcția **trim** pentru un model Simulink cu pini in/out al sistemului (1) pentru a obține caracteristica statică.

ii) Prin definiție, regimul staționar corespunde cazului $\dot{x}_{nl} = 0$. Operând această înlocuire în (1), obțineți caracteristica statică în mod analitic.

[4p] f) Realizați un script Matlab în care liniarizați sistemul (1) pentru valorile de regim staționar corespunzătoare intrărilor $u(t) = u^{i,*} \in \{u^{1,*}, u^{2,*}, \dots\}$:

- Pentru o intrare staționară $u^{i,*}$ corespund starea și ieșirea staționară $x_{nl}^{i,*}$, $y_{nl}^{i,*}$ (așa cum au fost obținute la punctul (c)). Liniarizând în punctul staționar $(x_{nl}^{i,*}, u_{nl}^{i,*}, y_{nl}^{i,*})$ se obține prin urmare sistemul liniarizat:

$$\begin{cases} \dot{(x_{lin}^{i}(t) - x^{i,*})} & = A^{i,*}(x_{lin}^{i}(t) - x^{i,*}) + B^{i,*}(u(t) - u^{i,*}) \\ y_{lin}^{i}(t) - y^{i,*} & = C^{i,*}(x_{lin}^{i}(t) - x^{i,*}) + D^{i,*}(u(t) - u^{i,*}) \end{cases} \tag{2}$$

  Folositi funcția **linmod** pentru a găsi matricile $(A^{i,*}, B^{i,*}, C^{i,*}, D^{i,*})$.

- Ilustrați[3] pe același grafic $y_{nl}(t)$, răspunsul[4] sistemului neliniar (1), și $y_{lin}^{i}(t)$, răspunsul sistemului liniarizat (2), pentru aceeași intrare $u(t)$ (alegeți $u(t) \neq u^{i,*}$).

[1p] g) Ilustrați pe același grafic caracteristica statică a modelului neliniar (1) (obținută deja la punctul (c)) și caracteristicile statice corespunzătoare sistemelor liniarizate (2) obținute la punctul (f).

[1.5p] h) Comparați ieșirea sistemului neliniar (1) cu ieșirea fiecăruia dintre sistemele liniarizate (2) obținute la punctul (f):

- Pentru fiecare sistem liniarizat (2) obținut la punctul (f) aplicați o intrare $u(t) = u^{j,\bullet} \in \{u^{1,\bullet}, u^{2,\bullet}, \dots\}$ căreia îi va corespunde o ieșire staționară $y_{lin}^{i,j,\bullet}$ – ieșirea staționară a sistemului liniarizat în $u^{i,*}$ la intrarea $u(t) = u^{j,\bullet}$.
- Aplicați $u(t) = u^{j,\bullet}$ sistemului neliniar (1) pentru a obține $y_{nl}^{j,\bullet}$, răspunsul staționar al sistemului neliniar la intrarea $u(t) = u^{j,\bullet}$.
- Ilustrați pe același grafic eroarea de liniarizare $\epsilon_{ij} = \left\| \frac{y_{lin}^{i,j,\bullet} - y_{nl}^{j,\bullet}}{y_{nl}^{j,\bullet}} \right\|_2$.

[1.5p] i) Folosind punctul (h) determinați domeniul $[u_{-}^{i,*}, u_{+}^{i,*}]$ pentru care liniarizarea făcută în punctul $u^{i,*}$ este cea mai bună:

- Găsiți indecșii j astfel încât pentru un i fixat eroarea relativă este minimă (adică, $\epsilon_{ij} \leq \epsilon_{kj}$, $\forall k \neq i$);
- Stocați pentru fiecare sistem liniarizat domeniul rezultat.

[0.5p] j) Construiți o intrare dintr-o combinație de trepte întârziate astfel încât valorile prin care trece $u(t)$ să sară prin mai multe domenii $[u_{-}^{i,*}, u_{+}^{i,*}]$ (obținute la punctul (i)).

[4p] k) Implementați un sistem liniarizat pe porțiuni și comparați răspunsul său cu al sistemului neliniar pentru intrarea compusă la punctul (j). Sistemul liniarizat pe porțiuni este dat

[3] Este suficient să ilustrați răspunsul pentru un singur index i.

[4] Puteți obține ieșirea sistemului liniarizat fie aplicând funcția **lsim** fie printr-un model Simulink.

de[5]

$$\begin{cases} \dot{(x_{lpp}(t) - x^{i,*})} & = A^{i,*}(x_{lpp}(t) - x^{i,*}) + B^{i,*}(u(t) - u^{i,*}) \\ y_{lpp}(t) - y^{i,*} & = C^{i,*}(x_{lpp}(t) - x^{i,*}) + D^{i,*}(u(t) - u^{i,*}) \end{cases}, \ i = \arg_k u(t) \in [u_-^{k,*}, u_+^{k,*}] \tag{3}$$

Implementați sistemul liniar pe porțiuni (3) printr-una din metodele:

i) Alternați între apelări succesive ale funcției **lsim**.

ii) Implementați un model Simulink ce permite alternarea între liniarizări.

[2p] l) Pentru fiecare dintre sistemele liniarizate (2) obtinute la punctul (f) și pentru sistemul neliniar (1) obținut la punctul (a) aplicați intrarea compusă la punctul (j) și comparați eroarea dintre cele două ieșiri (între $y^i_{lin}(t)$ și $y_{nl}(t)$). Această eroare este dată de:

i) termenul $||y_{nl} - y^i_{lin}||_1 = \int\limits_{t_i}^{t_f} |y_{nl}(t) - y^i_{lin}(t)|dt$;

ii) termenul $||y_{nl} - y^i_{lin}||_2 = \left(\int\limits_{t_i}^{t_f} |y_{nl}(t) - y^i_{lin}(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}$.

[1.5p] m) Pentru sistemul liniarizat pe porțiuni (3) obtinut la punctul (k) și pentru sistemul neliniar (1) obținut la punctul (a) aplicați intrarea compusă la punctul (j) și comparați eroarea dintre cele două ieșiri (între $y_{lpp}(t)$ și $y_{nl}(t)$). Această eroare este dată de:

i) termenul $||y_{nl} - y_{lpp}||_1 = \int\limits_{t_i}^{t_f} |y_{nl}(t) - y_{lpp}(t)|dt$;

ii) termenul $||y_{nl} - y_{lpp}||_2 = \left(\int\limits_{t_i}^{t_f} |y_{nl}(t) - y_{lpp}(t)|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}$.

[5] Luați în calcul că atunci când indexul i se schimbă, starea inițială a noului sistem trebuie să plece din vechea stare (cea obținută de către sistemul liniar ce a fost activ anterior).