

Modelare și Simulare – Temă laborator

Tema 2 - Instalație hidraulică cu patru rezervoare

2 octombrie 2018

Cuprins

1	Model analitic	2
2	Parametri model	5

1 Model analitic

Instalația cu 4 rezervoare din Figura 1 reprezintă un sistem hidraulic de recirculare a apei, alcătuit din 4 rezervoare poziționate într-o configurație cascadă-serie și un rezervor acumulator.

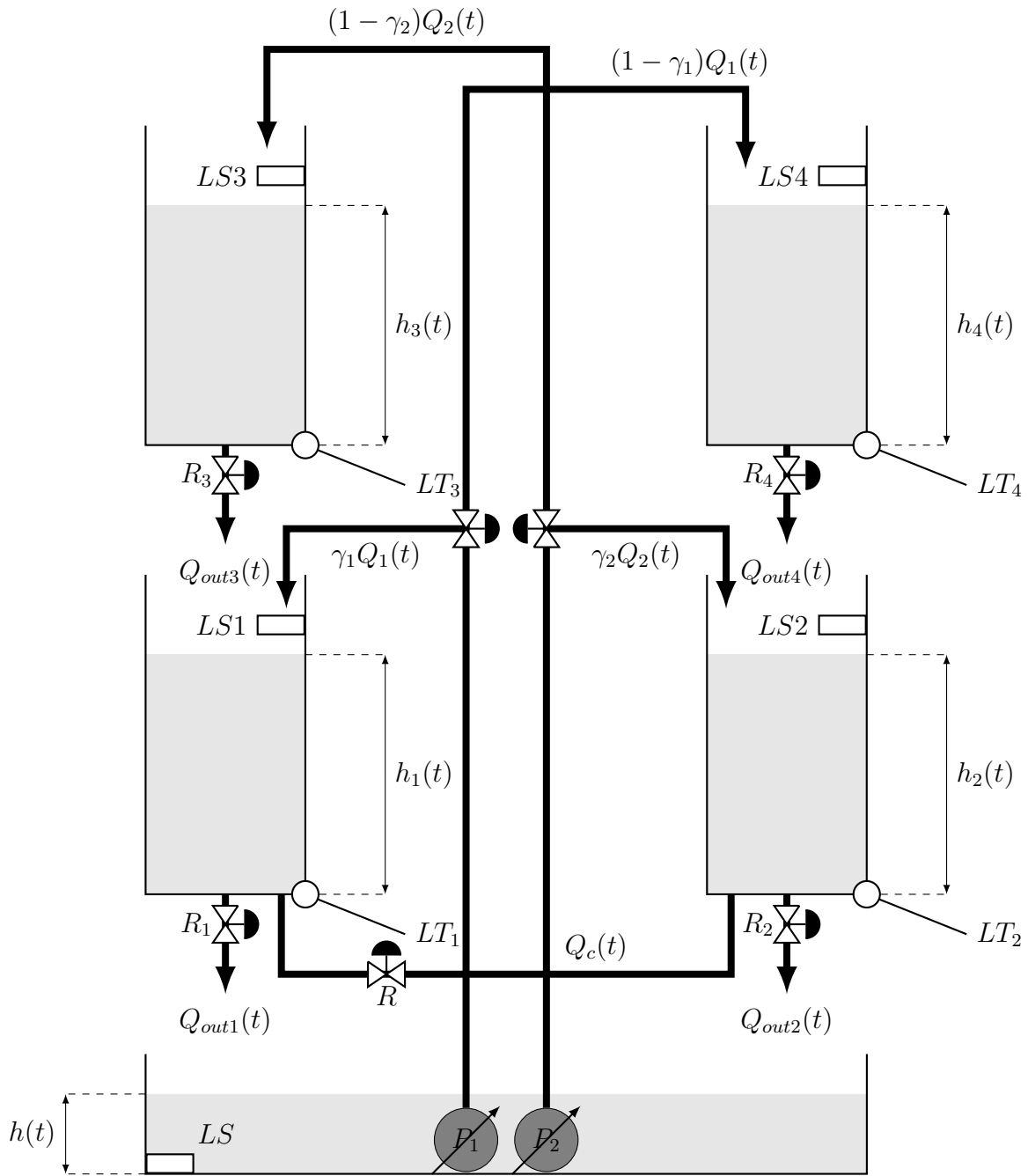


Figura 1: Instalație cu 4 rezervoare

Modelul analitic al procesului este dat de cele cinci ecuații dinamice (pentru fiecare rezervor

în parte):

$$\begin{aligned}
\frac{dV_1(t)}{dt} &= -Q_{out1}(t) - Q_c(t) + Q_{out3}(t) + \gamma_1 Q_1(t) \\
\frac{dV_2(t)}{dt} &= -Q_{out2}(t) + Q_c(t) + Q_{out4}(t) + \gamma_2 Q_2(t) \\
\frac{dV_3(t)}{dt} &= -Q_{out3}(t) + (1 - \gamma_2)Q_2(t) \\
\frac{dV_4(t)}{dt} &= -Q_{out4}(t) + (1 - \gamma_1)Q_1(t) \\
\frac{dV(t)}{dt} &= Q_{out1}(t) + Q_{out2}(t) - Q_1(t) - Q_2(t)
\end{aligned} \tag{1}$$

unde

- debitul pompelor de alimentare este dat de:

$$Q_1(t) = k_p \cdot u_1(t), \quad Q_2(t) = k_p \cdot u_2(t) \tag{2}$$

- debitele de evacuare ale rezervoarelor sunt date de:

$$Q_{out1} = a_1 \sqrt{2gh_1}, \quad Q_{out2} = a_2 \sqrt{2gh_2}, \quad Q_{out3} = a_3 \sqrt{2gh_3}, \quad Q_{out4} = a_4 \sqrt{2gh_4} \tag{3}$$

- debitul de comunicație este dat de:

$$Q_c = a_c \operatorname{sign}(\rho gh_1 - \rho gh_2) \sqrt{2g|h_1 - h_2|} \tag{4}$$

- volumele rezervoarelor sunt:

$$V_1 = A_1 h_1, \quad V_2 = A_2 h_2, \quad V_3 = A_3 h_3, \quad V_4 = A_4 h_4, \quad V = A_T h. \tag{5}$$

Se consideră ca intrare vectorul $\begin{bmatrix} u_1 & u_2 \end{bmatrix}^\top$. Parametrii (γ_1, γ_2) se consideră fixați (luați o combinație de valori din setul $\{\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}\}$). Ieșirea se consideră unul din vectorii $\begin{bmatrix} h_1(t) & h_4(t) \end{bmatrix}^\top$, $\begin{bmatrix} h_2(t) & h_3(t) \end{bmatrix}^\top$, $\begin{bmatrix} h_1(t) & h_3(t) \end{bmatrix}^\top$, $\begin{bmatrix} h_2(t) & h_4(t) \end{bmatrix}^\top$.

Cuplând ecuațiile anterioare se obține modelul analitic neliniar al procesului.

Modelul corespunzător este:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{1}{A_1} \cdot \left[-a_1 \sqrt{2gh_1(t)} - a_c \operatorname{sign}(\rho gh_1(t) - \rho gh_2(t)) \sqrt{2g|h_1(t) - h_2(t)|} + a_3 \sqrt{2gh_3(t)} + \gamma_1 Q_1(t) \right] \\ \frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{1}{A_2} \cdot \left[-a_2 \sqrt{2gh_2(t)} + a_c \operatorname{sign}(\rho gh_1(t) - \rho gh_2(t)) \sqrt{2g|h_1(t) - h_2(t)|} + a_4 \sqrt{2gh_4(t)} + \gamma_2 Q_2(t) \right] \\ \frac{dh_3(t)}{dt} = \frac{1}{A_3} \cdot \left[-a_3 \sqrt{2gh_3(t)} + (1 - \gamma_2) Q_2(t) \right] \\ \frac{dh_4(t)}{dt} = \frac{1}{A_4} \cdot \left[-a_4 \sqrt{2gh_4(t)} + (1 - \gamma_1) Q_1(t) \right] \\ \frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A_T} \cdot \left[a_1 \sqrt{2gh_1(t)} + a_2 \sqrt{2gh_2(t)} - Q_1(t) - Q_2(t) \right] \end{array} \right. \quad (6)$$

2 Parametri model

Simbol pa- rametru	Denumire	Valoare
ρ	Densitatea apei	1000kg/m ³
g	Accelerația gravitațională	9.8 m/s ²
A_1	Arie rezervor 1	0.06m ²
A_2	Arie rezervor 2	0.06m ²
A_3	Arie rezervor 3	0.06m ²
A_4	Arie rezervor 4	0.06m ²
A_T	Arie rezervor acumulator	0.1273 m ²
a_1	Coeficient de curgere din rezervorul 1	$1.31 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
a_2	Coeficient de curgere din rezervorul 2	$1.51 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$
a_2	Coeficient de curgere din rezervorul 3	$9.27 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$
a_2	Coeficient de curgere din rezervorul 4	$8.82 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$
a_c	Coeficient de curgere pe conducta de comunicare	$4.307 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
\bar{Q}_1	Debit maxim de alimentare de la pompa principală 1	3.26 m ³ /s
\bar{Q}_2	Debit maxim de alimentare de la pompa principală 2	4 m ³ /s
k_p	Coeficient de conversie tensiune-debit pompe principale	$\frac{1}{2} \text{ L}/(\text{min} \cdot \text{V}) = \frac{0.5 \cdot 10^{-3}}{60}$ $\text{m}^3/(\text{s} \cdot \text{V}) = 0.5 \cdot 10^{-4}$ $\text{m}^3/(\text{s} \cdot \text{V})$

Tabela 1: Parametri instalație cu 4 rezervoare