Capitolul 1

Bazele Prelucrării Semnalelor

1.1. Semnale discrete

A. Obiective

Însuşirea modului de lucru cu semnale în MATLAB. Studiul operațiilor cu semnale şi al proprietăților semnalelor deterministe şi aleatoare.

B. Semnale utilizate

Majoritatea semnalelor vor fi generate în MATLAB, după cum se explică mai jos. Semnale vocale sau audio pot fi găsite în [CD-1.1]. Acestea sunt descrise în Tabelul 1.1.

Tabelul 1.1. *Fişierele utilizate în cadul secțiunii 1.1.*

Nume fişier	Conținut	Frecvența de eşantionare
`sunet_a`	semnal vocal, sunet /a/	8 kHz
`sunet_i`	semnal vocal, sunet /i/	8 kHz
`sunet_s`	semnal vocal, sunet /s/	8 kHz
`xilo`	semnal audio, xilofon	44,1 kHz

C. Suport teoretic

Definiția 1.1. Un *semnal continual (analogic)* f este o funcție definită pe mulțimea numerelor reale, cu valori reale sau complexe, $f:\mathbb{R}\to\mathbb{C}$.

Definiția 1.2. Un *semnal discret (digital)* x este o funcție definită pe mulțimea numerelor întregi, cu valori reale sau complexe, $x:\mathbb{Z}\to\mathbb{C}$.

Definiția 1.3. *Eşantionare.* Fie $x_a:\mathbb{R}\to\mathbb{C}$ un semnal continual (analogic). *Prin eşantionare (uniformă) cu perioada* T_s*, se obține semnalul discret (digital):*

$$x[n]=x_a\left(nT_s\right),\quad \forall n\in\mathbb{Z}. \tag{1.1}$$

Observați maniera de specificare a argumentului temporal: între paranteze rotunde pentru semnalele continuale (timp continuu) şi între paranteze drepte pentru semnalele discrete (timp discret sau *normalizat*). Această convenție va fi adoptată în toate capitolele cărții.

Definiția 1.4. Un semnal discret x este *periodic de perioadă* M (sau M *-periodic*), dacă $x[n]=x[n+kM]$, pentru orice $n,k\in\mathbb{Z}$. Semnalele periodice se mai notează generic prin $\tilde{x}$ (tilda fiind asociată aici cu un mic semnal sinusoidal, ca prototip al semnalelor periodice). În general, numim *perioadă a semnalului* $\tilde{x}$ cel mai mic întreg pozitiv M cu proprietatea de mai sus.

Definiția 1.5. *Suportul unui semnal.* Spunem că semnalul discret x are suportul $\mathcal{T}\subseteq\mathbb{Z}$ dacă $x[n]=0$, $\forall n\in\mathbb{Z}\setminus\mathcal{T}$. Cu alte cuvinte, semnalul este nul în afara mulțimii suport.

În mediul de programare MATLAB, se pot utiliza semnale cu suport finit, cel mai frecvent de forma $\mathcal{T}=\overline{0,N-1}$, unde N este un întreg pozitiv. Aceste semnale se memorează în variabile de tip vector. În acest capitol, adoptăm convenția ca vectorii respectivi să fie de tip linie. În celelalte capitole, vectorii sunt de tip coloană (pentru concordanța cu anumite operații matriciale în care sunt implicate semnale discrete).

Semnale deterministe

Prezentăm în continuare cîteva semnale discrete extrem de utilizate.

- *Impulsul unitar (centrat în origine) sau simbolul lui Kronecker:*

$$\delta_0[n]=\begin{cases}1 & , n=0\\ 0 & , n\in\mathbb{Z}^*\end{cases}. \tag{1.2}$$

- *Treapta unitate (în origine):*

$$u_0[n]=\begin{cases}1 & , n=\mathbb{N}\\ 0 & , n\in\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}\end{cases}. \tag{1.3}$$

  Ea constituie prototipul semnalelor *cauzale* (adică avînd suportul inclus sau egal cu $\mathbb{N}$).

- *Semnalul exponențial cauzal:*

$$x[n]=\alpha^n\cdot u_0[n],\quad \forall n\in\mathbb{Z}, \tag{1.4}$$

  unde $\alpha\in\mathbb{C}$. Semnalul este şi *stabil* (adică absolut sumabil) dacă şi numai dacă $|\alpha|<1$.

- *Semnalul sinusoidal real:*

$$x[n]=A\cdot\sin(\omega n+\varphi),\quad \forall n\in\mathbb{Z}, \tag{1.5}$$

  unde $A>0$ este amplitudinea, $\omega\in\mathbb{R}$ este pulsația (numită adesea şi *frecvență*, printr-un abuz de limbaj asumat), iar $\varphi\in(-\pi,+\pi]$ este defazajul.

➢ *Semnalul sinusoidal complex:*

$$x[n] = A \cdot \exp\big(\mathrm{j}(\omega n + \varphi)\big) = \\ = A\big[\cos(\omega n + \varphi) + \mathrm{j} \cdot \sin(\omega n + \varphi)\big], \ \forall n \in \mathbb{Z}, \qquad (1.6)$$

cu aceiaşi parametri definitorii ca ai semnalului sinusoidal real.

Cele două semnale sinusoidale sunt periodice numai dacă pulsația caracteristică este un multiplu rațional al lui π. În caz contrar, semnalele sunt aperiodice. O exprimare uzuală a pulsațiilor semnalelor (1.5) sau (1.6) este următoarea:

$$\omega = \frac{2k\pi}{N}, \qquad (1.7)$$

unde $k \in \mathbb{Z}$, iar $N \in \mathbb{N}^*$. În acest caz, semnalul sinusoidal discret (real sau complex) este periodic. În general, perioada unui semnal, dacă există, se determină prin găsirea celui mai mic întreg pozitiv M care verifică ecuația:

$$x[n] = x[n+M], \quad \forall n \in \mathbb{Z}. \qquad (1.8)$$

O proprietate esențială a semnalelor sinusoidale discrete este cea din rezultatul care urmează.

Propoziția 1.1. Două sinusoide de forma (1.5) sau (1.6), avînd frecvențele ω şi $\omega + 2k\pi$ (unde $k \in \mathbb{Z}$ este arbitrar) sunt identice.

Această propoziție nu se referă doar la semnalele periodice, ci şi la cele aperiodice. (În cazul semnalelor continuale, nu există un astfel de rezultat.) Aşadar, doar semnalele sinusoidale cu pulsații din banda $(-\pi, +\pi]$ sunt distincte.

Operații cu semnale discrete

Fie x şi y două semnale discrete. Avînd în vedere că un semnal este o funcție, produsul unui semnal cu un scalar, i.e. $\alpha \cdot x$ (cu $\alpha \in \mathbb{C}$) sau suma a două semnale, i.e. $x + y$, au definiții evidente. Alte operații de interes în *Prelucrarea Semnalelor* (PS) [OpSc85], [PrMa96] sunt următoarele.

Definiția 1.6. *Convoluția.* Operația „$*$" definită prin:

$$(x * y)[n] = \sum_{k \in \mathbb{Z}} x[k] y[n-k], \quad \forall n \in \mathbb{Z}, \qquad (1.9)$$

se numeşte *convoluție*. Dacă suma (1.9) este absolut convergentă pentru orice moment normalizat $n \in \mathbb{Z}$, ea defineşte un nou semnal discret, numit *de convoluție*. Nu toate semnalele discrete pot conduce la semnale de convoluție bine definite. Cu toate acestea, semnalele de durată finită şi/sau cele stabile şi/sau cele cauzale permit construcția semnalelor de convoluție.

Definiția 1.7. *Modulația în timp.* Operația „$\cdot$" definită prin:

$$(x \cdot y)[n] = x[n]y[n], \quad \forall n \in \mathbb{Z}, \tag{1.10}$$

se numeşte *modulație în timp*. Ea nu exprimă decît *produsul punct cu punct* al semnalelor (adică al valorilor acestora situate la acelaşi moment de timp normalizat).

Semnale aleatoare (stocastice)

O *variabilă aleatoare* reală ξ este caracterizată de *funcția de densitate de probabilitate* $\mathbf{p}:\mathbb{R} \to [0,1]$, cu proprietatea:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{p}(\xi)d\xi = 1. \tag{1.11}$$

Probabilitatea ca valoarea variabilei aleatoare să se afle într-un interval precizat $\left[\xi_1, \xi_2\right]$ este:

$$\mathfrak{P}\left\{\xi_1 \le \xi \le \xi_2\right\} = \int_{\xi_1}^{\xi_2} \mathbf{p}(\xi)d\xi. \tag{1.12}$$

Speranța matematică (valoarea cea mai aşteptată sau *expectația*, printr-un abuz asumat de limbaj*)*. Fie ξ şi η două variabile aleatoare legate prin relația $\eta = f(\xi)$, unde f este o funcție precizată. Atunci *speranța matematică* a variabilei η este definită prin:

$$\mathrm{E}\{\eta\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\xi)\mathbf{p}(\xi)d\xi. \tag{1.13}$$

Aceasta are semnificația de *medie statistică* a valorilor variabilei η peste toate valorile posibile ale variabilei ξ, luînd în considerare probabilitățile asociate acestor valori. Operatorul E se mai numeşte şi *(operator) de mediere* (notația provenind de la termenul de *expected operator* din limba engleză).

Media (statistică) μ a variabilei aleatoare ξ se obține punînd $\eta = \xi$ în definiția (1.13). Astfel, ea este definită prin:

$$\mu = \mathrm{E}\{\xi\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi \mathbf{p}(\xi) d\xi . \tag{1.13}$$

Varianța σ^2 a variabilei aleatoare ξ este definită prin:

$$\sigma^2 = \mathrm{E}\left\{(\xi-\mu)^2\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi-\mu)^2 \mathbf{p}(\xi) d\xi . \tag{1.14}$$

Dacă în definiția (1.14) se elimină media statistică, se obține *dispersia* variabilei aleatoare:

$$\lambda^2 = \mathrm{E}\left\{\xi^2\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi^2 \mathbf{p}(\xi) d\xi . \tag{1.15}$$

În fine, radicalul varianței, σ, se numeşte *deviație standard*.

Definiția 1.8. *O variabilă aleatoare cu distribuție uniformă în intervalul* $[0,1]$ are densitatea de probabilitate:

$$\mathbf{p}(\xi) = \begin{cases} 1 & , \ \xi \in [0,1] \\ 0 & , \ \xi \in \mathbb{R} \setminus [0,1] \end{cases} . \tag{1.16}$$

Definiția 1.9. *O variabilă aleatoare cu distribuție gaussiană (sau normală) de medie* μ *şi varianță* σ^2 are densitatea de probabilitate:

$$\mathbf{p}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\xi-\mu)^2}{2\sigma^2} \right] . \tag{1.17}$$

De obicei, clasa acestor distribuții este notată prin $\mathcal{N}\left(\mu,\sigma^2\right)$.

Graficele densităților de probabilitate ale variabilelor uniformă şi gaussiană sunt prezentate în Figura 1.1.

Definiția 1.10. *Un proces aleator discret* este un şir de variabile aleatoare, de exemplu $\left\{x_p\right\}_{p\in\mathbb{Z}}$. *Un semnal aleator (stocastic) discret,* notat prin x, este o realizare a procesului aleator, în sensul că, la fiecare moment de timp normalizat n, se consideră o singură valoare a unei singure variabilei aleatoare din procesul aleator:

$$x[n] = x_{p_n}[n], \quad \forall n \in \mathbb{Z} . \tag{1.18}$$

Definiția 1.11. Un proces aleator *este staționar (în sens larg)* dacă:

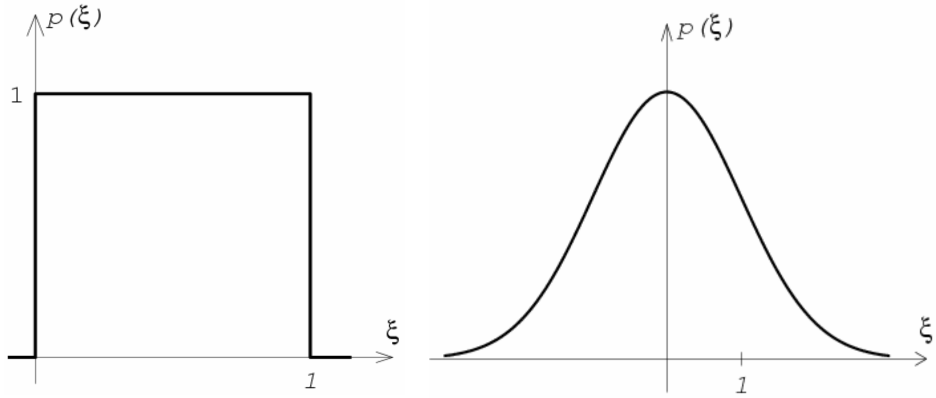

Figura 1.1. *Densități de probabilitate uniformă (stînga) şi gaussiană (dreapta).*

a. orice realizare are medie constantă:

$$\mathrm{E}\{x[n]\} = \mu, \quad \forall n \in \mathbb{Z}; \tag{1.19}$$

b. auto-covarianța oricărei realizări este de forma:

$$\mathrm{E}\{x[n-p]x[n-q]\} = r_x[q-p], \quad \forall n,p,q \in \mathbb{Z}, \tag{1.20}$$

adică depinde doar de diferența pivoților p *şi* q.

Se poate arăta că, în condițiile proprietății (1.20), auto-covarianța procesului aleator este simetrică:

$$\mathrm{E}\{x[n]x[n\pm k]\} = r_x[k] = r_x[-k], \quad \forall n,k \in \mathbb{Z}. \tag{1.21}$$

În plus:

$$|r_x[k]| \le r_x[0] = \lambda^2, \quad \forall k \in \mathbb{Z}. \tag{1.22}$$

Dacă se normează auto-covarianța, se obține *auto-corelația*:

$$\rho_x[k] = \frac{\mathrm{E}\{x[n]x[n\pm k]\}}{r_x[0]} = \frac{\mathrm{E}\{x[n]x[n\pm k]\}}{\lambda^2}, \quad \forall n,k \in \mathbb{Z}. \tag{1.23}$$

În unele publicații, auto-corelația este definită ca în (1.20), iar auto-covarianța este auto-corelația procesului aleator *staționarizat* (centrat pe medie):

$$\rho_x[k] = \mathrm{E}\{(x[n]-\mu)(x[n\pm k]-\mu)\}, \quad \forall n,k \in \mathbb{Z}. \tag{1.24}$$

În acest caz, ea coincide cu auto-corelația pentru procesele staționare de medie nulă. Aceste ultime definiții au fost adoptate şi în mediul de programare MATLAB, astfel că le vom utiliza şi noi în continuare.

Definiția 1.12. *Un zgomot alb de medie nulă şi dispersie* λ^2 este un proces aleator e, pentru care:

$$\mathrm{E}\{e[n]\} = 0, \quad \forall n \in \mathbb{Z} \quad \text{şi} \tag{1.25}$$

$$\mathrm{E}\{e[n]e[n-k]\} = \lambda^2\delta_0[k], \quad \forall k \in \mathbb{Z}. \tag{1.26}$$

În aplicațiile practice, dispunem de o realizare finită a unui proces aleator, adică de un semnal aleator x cu suport finit $\mathrm{Supp}(x) = \overline{0, N-1}$. Se ridică problema estimării mediei şi auto-corelației acestui proces.

Potrivit Ipotezei ergodice din Fizică, media statistică (1.13) se estimează cu ajutorul mediei temporale:

$$\mathrm{E}\{x[n]\} \cong \hat{\mu} = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]. \tag{1.27}$$

Aceeaşi ipoteză permite şi estimarea auto-corelației unui proces staționar, în două variante. Se poate astfel determina fie o estimație nedeviată:

$$r_x[k] \cong \hat{r}_x[k] = \frac{1}{N-k}\sum_{n=k}^{N-1} x[n]x[n-k], \quad \forall k \in \mathbb{N}, \tag{1.28}$$

fie o estimație deviată:

$$r_x[k] \cong \hat{r}_x[k] = \frac{1}{N}\sum_{n=k}^{N-1} x[n]x[n-k], \quad \forall k \in \mathbb{N}. \tag{1.29}$$

În oricare dintre relațiile (1.27), (1.28) sau (1.29), creşterea preciziei de estimare se realizează pe seama creşterii numărului de date (N). În cazul auto-corelației, se va ține cont de proprietatea de simetrie (1.21), pentru a estima valorile corespunzătoare pivoților negativi.

D. Ghid MATLAB

Semnale deterministe

Pentru exemplificare, vom considera suportul:

```
>> n = 0:N-1 ;
```

de lungime N. Semnalele definite mai sus, cum ar fi impulsul unitar (1.2), treapta unitate (1.3), exponențiala (1.4) sau sinusoidele (1.5) şi (1.6), se generează simplu astfel:

```
>> imp_unit = eye(1,N) ;      % impuls unitate
>> tr_unit  = ones(1,N) ;     % treapta unitate
```

```
>> e = alfa.^n ;             % semnal exponential
>> sin_real = sin(w*n + phi) ;% sinusoida reala
>> j = sqrt(-1) ;
>> sin_compl = exp(j*(w*n + phi)) ;
                             % sinusoida complexa
```

Desigur, înainte de executarea instrucțiunilor de mai sus, variabilele **w**, **phi** şi **alfa** trebuie să primească valori numerice adecvate. Graficul unui semnal real se poate trasa cu funcția **plot**. Tipică pentru semnale discrete este însă funcția **stem**, apelată de exemplu astfel:

```
>> stem(n,sin_real) ;
```

Pentru a ilustra operațiile cu semnale, considerăm că **x1** şi **x2** conțin două semnale cu acelaşi suport. Atunci, suma lor se calculează astfel:

```
>> xs = x1 + x2 ;
```

(Observați că, spre deosebire de Limbajul C, nu trebuie apelat la un ciclu **for**.) Similar, modulația în timp (produsul la nivel de element) este:

```
>> xm = x1 .* x2 ;
```

(se remarcă punctul ce precede operatorul multiplicativ, el indicînd operarea la nivel de element şi nu la nivel matricial), iar convoluția lor este:

```
>> xc = conv(x1,x2) ;
```

Atenție, semnalul **xc** obținut prin convoluție are alt suport decît **x1** şi **x2**. De exemplu, dacă **x1** şi **x2** au suportul $\overline{0,N-1}$, atunci **xc** are suportul mai larg, $\overline{0,2N-2}$.

Semnale aleatoare (stocastice)

MATLAB posedă generatoare de numere *pseudo-aleatoare* (adică *aproximativ aleatoare*). Un semnal aleator cu distribuție uniformă în intervalul $[0,1]$, de lungime N, se poate genera cu instrucțiunea:

```
>> x = rand(1,N) ;
```

Un semnal aleator cu distribuție gaussiană de medie nulă şi dispersie unitară se poate genera după cum urmează:

```
>> x = randn(1,N) ;
```

Media (1.27) a unui semnal aleator se calculează cu:

```
>> mean(x) ;
```

Auto-corelația nedeviată (1.28) se calculează cu:

```
>> r = xcorr(x,'unbiased') ;
```

iar cea deviată (1.29) – cu:

```
>> rx = xcorr(x,'biased') ;
```

În ambele cazuri, vectorul de auto-corelație **rx** are lungimea **2*N-1**. Dacă nu este specificat tipul de estimație (nedeviat sau deviat), funcția evaluează valorile sumei fără a mai efectua împărțirea la **N-k**, respectiv **N**. Secvența de numere astfel calculate se numeşte *auto-corelație brută*.

Auto-covarianțele (1.24) se estimează similar, dar cu funcția **xcov**. Atenție, în această funcție nu se foloseşte media exactă a procesului (care este necunoscută), ci estimația ei (1.27). Atît funcția **xcorr**, cît şi funcția **xcov**, permit normalizarea valorilor ca în (1.23), prin specificarea opțiunii **'coeff'**.

Sunete (semnale audio)

Pentru a asculta un sunet, acesta trebuie salvat cu funcția **auwrite**. De exemplu, semnalul **xilo**, aflat în variabila **yx**, se salvează cu

```
>> auwrite(yx,44100,16,'linear','numefisier.au');
```

Frecvența de eşantionare este o informație esențială. Modificarea ei produce alterarea semnalului audio. Citirea unui fişier de tip **.au** (audio) într-o variabilă MATLAB se realizează cu funcția **auread**.

Fişierele în format **.wav** se pot manipula cu funcțiile **wavwrite** şi **wavread**.

E. Aplicații practice

Tema 1 (Acomodare)

Executați comenzile MATLAB descrise în secțiunea „Ghid MATLAB" şi trasați graficele semnalelor prezentate în partea teoretică a lucrării.

Tema 2 (Eşantionare)

a. Încărcați fişierele audio utilizate pentru test (din Tabelul 1.1), cu ajutorul comenzii **load**. Care este durata reală a fiecărui semnal? (Țineți cont de frecvența de eşantionare cu care au fost obținute semnalele.)

b. Scrieți o funcție MATLAB care calculează semnalul obținut prin eşantionarea cu relația (1.1) a sinusoidei continue $x_a(t) = \sin(\Omega t)$. Argumentele de intrare sunt pulsația Ω a sinusoidei continue (frecvența fiind $\frac{\Omega}{2\pi}$), perioada de eşantionare T_s (sau frecvența de eşantionare $F_s = 1/T_s$) şi lungimea M a suportului semnalului discretizat. Argumentul de ieşire este un vector x de lungime M conținînd eşantioanele sinusoidei discrete pe suportul $\overline{0, M-1}$.

c. Scrieți o funcție MATLAB care trasează pe acelaşi grafic sinusoidele continuă $x_a(t) = \sin(\Omega t)$ şi discretizată $x[n] = \sin(n\Omega T_s)$, pentru un suport precizat (de exemplu $\overline{0, M-1}$). Un exemplu de grafic este prezentat în Figura 1.2, unde $\Omega = \pi/3$, $T_s = 1$, iar suportul este $\overline{0,12}$.

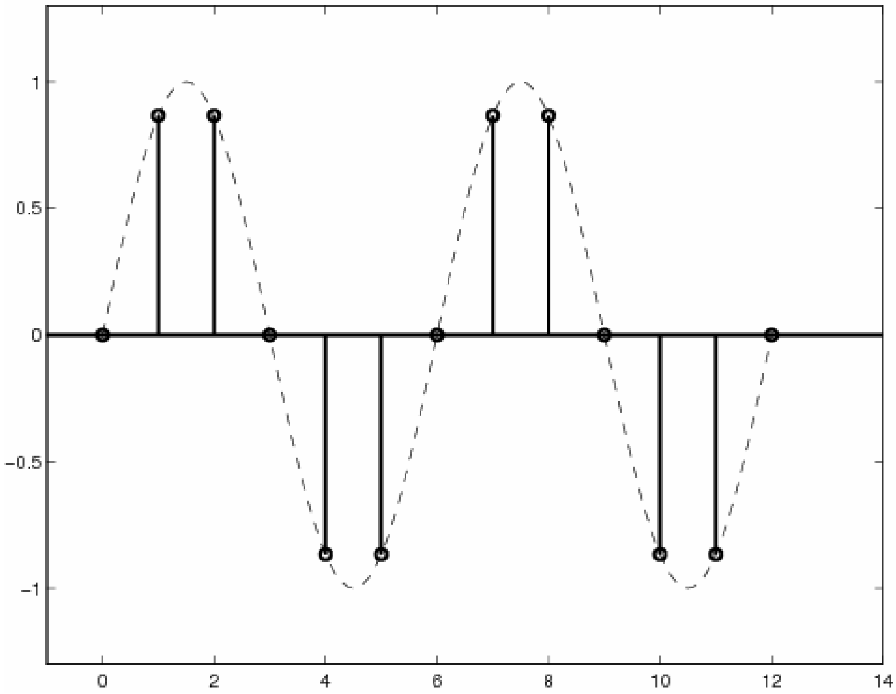

Figura 1.2. *Semnalul discret* $\sin(n\pi/3)$ *(de perioadă 6)*
şi sinusoida continuă $\sin(\pi t/3)$.

Tema 3 (Sinusoide discrete)

Folosind funcțiile realizate, trasați graficele sinusoidelor discrete precizate mai jos, împreună cu sinusoidele continue din care sunt obținute. Alegeți $T_s = 1$ pentru comoditate, caz în care Ω se poate renota prin ω.

a. Sinusoida discretă periodică avînd frecvența $\omega = \pi/15$. Care este perioada acesteia? Observați că, în (1.7), avem $k = 1$.

b. Sinusoida discretă periodică cu frecvența $\omega = 3\pi/15$. Care este perioada acesteia? Observați că, în (1.7), avem $k = 3$. Deduceți că numărul k reprezintă numărul de perioade ale semnalului sinusoidal continuu $x(t) = \sin(\omega t)$ care corespund unei perioade a semnalului discret $x[n] = \sin(\omega n)$. Alegeți frecvențe ω astfel încît să obțineți și alte valori ale lui k.

c. O sinusoidă discretă aperiodică, de exemplu alegînd $\omega = 1$.

d. Două sinusoide discrete identice, dar cu frecvențe diferite (care provin din eşantionarea unor sinusoide continue diferite). Alegeți, de exemplu, $\omega_1 = \pi/3$ și $\omega_2 = 2\pi + \pi/3$. Observați diferența dintre sinusoidele continue.

Tema 4 (Ce relevă auto-corelațiile)

a. Verificați că generatorul de numere aleatoare **`randn`** produce un semnal apropiat de zgomotul alb cu media nulă și dispersia unitară. Pentru aceasta, generați cu **`randn`** un semnal pseudo-aleator x de lungime N. Cu ajutorul funcției **`mean`**, calculați media semnalului. Cu ajutorul funcției **`xcorr`**, estimați primele $L < N$ valori ale auto-corelației r_x. Apelul:

```
>> rx = xcorr(x,L,'biased') ;
```

produce secvența $\{\hat{r}_x[k]\}_{k\in\overline{-L,L}}$. Aşadar, $\hat{r}_x[0]$ se găseşte la poziția $L+1$ în vectorul **`rx`**. Trasați graficul secvenței de auto-corelație și interpretați rezultatul. Păstrînd numărul L fix, măriți numărul N și constatați că mai multe eşantioane ale unui semnal aleator conduc la o imagine mai bună a caracteristicilor procesului aleator care generează semnalul.

b. Generați un semnal sinusoidal cu suportul $\overline{0, N-1}$, astfel încît acesta să conțină cel puțin 5 perioade ale sinusoidei. Estimați auto-corelația r_x a acestui semnal. Observați care sunt valorile k pentru care $\hat{r}_x[k]$ este un maxim sau un minim local. Care este legătura cu perioada sinusoidei? Oferiți toate explicațiile necesare.

c. Semnalul **xilo** este aproape periodic în partea lui finală. Extrageți eşantioanele de la 8.000 la 10.000 şi estimați auto-corelațiile acestui fragment de semnal. Observați din nou legătura dintre (pseudo-)perioada semnalului şi maximele secvenței de auto-corelație.

d. Reluați punctul anterior pentru semnalele vocale **sunet_a**, **sunet_i** şi **sunet_s**. Observați forma cvasi-periodică a vocalelor şi cea de zgomot alb aparent a sunetului /s/. Credeți totuşi că semnalul asociat sunetului /s/ are caracteristici apropiate de cele ale unui zgomot alb? Oferiți o explicație riguroasă, cu referire la definiția (1.25)-(1.26) a zgomotului alb.

Tema 5 (Produce randn un semnal gaussian?)

Considerînd că valorile furnizate de funcția **randn** sunt realizări ale unei variabile aleatoare cu distribuție gaussiană, se pune problema dacă distribuția „experimentală" (numită ad hoc *histograma*) asociată coincide într-adevăr cu (1.17). Pentru aceasta, generați un vector suficient de lung cu **randn** şi trasați histograma sa cu **hist**. Suprapuneți peste histogramă graficul densității de probabilitate (1.17). (Atenție, aceasta va trebui înmulțită cu numărul de valori din vectorul generat, pentru a avea aceeaşi scară.) Repetați experimentul pentru secvențe pseudo-aleatoare de lungimi din ce în ce mai mari şi observați cum se îmbunătățeşte apropierea dintre cele două grafice.

1.2. Transformata Fourier (TF)

A. Objective

Utilizarea *Transformatei Fourier* (TF) a semnalelor discrete. Studiul spectrelor unor semnale generate artificial sau naturale şi extragerea unor informații referitoare la proprietățile semnalelor respective.

B. Semnale utilizate

În afară de semnalele utilizate în secțiunea 1.1, vor fi utilizate şi semnale din [CD-1.2], enumerate în Tabelul 1.2.