



Міністерство освіти і науки України  
НТУУ «Київський політехнічний інститут»  
Фізико-технічний інститут

## **КРИПТОГРАФІЯ**

### **КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ №4**

**Вивчення криптосистеми RSA та алгоритму електронного підпису;  
ознайомлення з методами генерації параметрів для асиметричних  
криптосистем**

**Виконали:**

Студенти III курсу

ФТІ групи ФБ-84

Григорян Володимир

Білецький Владислав

**Перевірили:**

Завадська Л.О.

Савчук М.М.

Чоний О.М.

## Мета та основні завдання роботи

Ознайомлення з тестами перевірки чисел на простоту і методами генерації ключів для асиметричної криптосистеми типу RSA; практичне ознайомлення з системою захисту інформації на основі криптосхеми RSA, організація з використанням цієї системи засекреченого зв'язку й електронного підпису, вивчення протоколу розсилання ключів.

## Порядок і рекомендації щодо виконання роботи

1. Написати функцію пошуку випадкового простого числа з заданого інтервалу або заданої довжини, використовуючи датчик випадкових чисел та тести перевірки на простоту. В якості датчика випадкових чисел використовуйте вбудований генератор псевдовипадкових чисел вашої мови програмування. В якості тесту перевірки на простоту рекомендовано використовувати тест Міллера-Рабіна із попередніми пробними діленнями. Тести необхідно реалізовувати власноруч, використання готових реалізацій тестів не дозволяється.

2. За допомогою цієї функції згенерувати дві пари простих чисел  $p, q$  і  $p_1, q_1$  довжини щонайменше 256 біт. При цьому пари чисел беруться так, щоб  $pq \leq p_1q_1$ ;  $p$  і  $q$  – прості числа для побудови ключів абонента  $A$ ,  $p_1$  і  $q_1$  – абонента  $B$ .

3. Написати функцію генерації ключових пар для RSA. Після генерування функція повинна повертати та/або зберігати секретний ключ  $(d, p, q)$  та відкритий ключ  $(n, e)$ . За

допомогою цієї функції побудувати схеми RSA для абонентів  $A$  і  $B$  – тобто, створити та зберегти для подальшого використання відкриті ключі  $(e, n)$ ,  $(e_1, n_1)$  та секретні  $d$  і  $d_1$ .

4. Написати програму шифрування, розшифрування і створення повідомлення з цифровим підписом для абонентів  $A$  і  $B$ . Кожна з операцій (шифрування, розшифрування, створення цифрового підпису, перевірка цифрового підпису) повинна бути реалізована окремою процедурою, на вхід до якої повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для її виконання.

За допомогою датчика випадкових чисел вибрати відкрите повідомлення  $M$  і знайти криптограму для абонентів  $A$  і  $B$ , перевірити правильність розшифрування. Скласти для  $A$  і  $B$  повідомлення з цифровим підписом і перевірити його.

5. За допомогою раніше написаних на попередніх етапах програм організувати роботу протоколу конфіденційного розсилання ключів з підтвердженням справжності по відкритому каналу за допомогою алгоритму RSA. Протоколи роботи кожного учасника (відправника та приймаючого) повинні бути реалізовані у вигляді окремих процедур, на вхід до яких повинні подаватись лише ті ключові дані, які необхідні для виконання. Перевірити роботу програм для випадково обраного ключа  $0 < k < n$ .

## Опис кроків протоколу:

1. Програма генерує 2 пари простих чисел. Для абонента А  $p, q$  та для В  $p_1, q_1$  довжиною 256 біт

2. Програма генерує ключові пари RSA для А і В, де  $(n, e)$ -Public,  $(d, p, q)$ -Private.

3. Абонент А формує повідомлення, використовуючи функцію SendKey(), де ще використовуються функції Encrypt(), Sign().

$k_1 = 1998031c378805936b19623728d6a15451d7f7cc1a55ea471b8aca363e7be18fe0cf0b04504fb95f49d265c247f3457cd4910f89c3550864fcc9e87c11f96d7$

$S = 29fb3aa431ae1d6fa7570b1380dba135c3ac23e069896cbdd771fba2123058dc7827170d19cb6b18a7b1c2654fb8cf14c24f75aa151cda565d6864cf4f0175c$

$S_1 = cd75a5a308a7e8d0444b68b1bdc3c3eb6afac63531507a8539fc44efe1d90ca50ec8cc37132c7a233fdca1127011c30fe027f93f1c23f27600b853c4047c835$

4. Абонент В приймає повідомлення і за допомогою свого таємного ключа перевіряє підпис А.

$k = 3403a3983c8c559547597a9e07f06ca882c899f5fa46a860481af6df4cdc9644806d8cb36dc9351f94f4511d5074f59654dc29b1033492423dcc6b9485ca2d4$

$S = 29fb3aa431ae1d6fa7570b1380dba135c3ac23e069896cbdd771fba2123058dc7827170d19cb6b18a7b1c2654fb8cf14c24f75aa151cda565d6864cf4f0175c$

$S^e \bmod(n) = k$ , отриманий підпис правильний.

$A(p, q) = 0xc61b64ef43b4c7d58de5f7638ef5eccb80db9d7345ff730369603c99d494b7d, 0x5a7f43976a265455786929f2507b4f77cf42c050bc5b2af4457388abb4300b83$

$B(p_1, q_1) = 0x4ee4655cf2264c6a180013b13fb2271a01202fc485f8921614f0e7588d6a198b, 0xc8a175b4354f160f1e9b7fe3e91ddf74e3edad85ac0a1fe1c6a80bd4152b67b1$

$A(n, e, d)$ :

$n = 46081d6188384de8a5b52767f54e4b78ae2f9d64526be0b25990d2ccc1b057232183c824713f22551f883956e99483ea481164ef101c8737389753eae2ffff7$  – Open Key

$e = 2231e5534de2779168e42b0e6370df4846cd6114bb098ca238676907419478536607322e3ba7fe8ac600d9f75534ff795e0b8929be056726a08cebd9aeaba1d$  – Open Key

$d = 4283173ecca3caffafbe1381b98acf432dfb937bd5e93b84bda9c62bf33e1c0695350c2c8f5453fe6601eb9bd583d402f84558b06f868a67365189f0fae83bd$  – Secret Key

$B(n_1, e_1, d_1)$ :

$n_1 = 3dd4311a47fa9e1284aaa3789a1c4963c5d20a5daf1f3e6e6a3f0b3ea9a62c8061fa47a21ca7f31ac6186063c0b2ef97a0920d3384c4b418774c2a2627fb961b$  – Open Key

e1=40f4858e3a70b6d24262bacd1db104e3eadcc0d8370c3c9bb57ee67ddddb23a2b51c0bde7ce4de91de7e2e8304ba3be3449e3bdd85c72f4a6c1a0901ceab5f – **Open Key**

d1=16d40dd1076fc47b4a21e99bc190441e94c1d8d8fc3ae21bc41725d8a7ec5ad206067f36b618713cdd9c0b0b87242ca77c20c0e033ab0744a4bf5a7bdedb1a9f – **Open Key**

**Open Text =**  
3403a3983c8c559547597a9e07f06ca882c899f5fa46a860481af6df4cdc9644806d8cb36dc9351f94f4511d5074f59654dc29b1033492423dcc6b9485ca2d4

**Encrypted Text =**  
1998031c378805936b19623728d6a15451d7f7cc1a55ea471b8aca363e7be18fe0cf0b04504fb95f49d265c247f3457cd4910f89c3550864fcc9e87c11f96d7

## Цифровий підпис для А і В

**A =**  
29fb3aa431ae1d6fa7570b1380dba135c3ac23e069896cbdd771fba2123058dc7827170d19cb6b18a7b1c2654fb8cf14c24f75aa151cda565d6864cf4f0175c

**B =**  
cd75a5a308a7e8d0444b68b1bdc3c3eb6afac63531507a8539fc44efe1d90ca50ec8cc37132c7a233fdc  
a1127011c30fe027f93f1c23f27600b853c4047c835

## Обмін ключами з сайтом

### Verify

Clear

Message

2A0DA85794D580CB77C052CF412D35ABBF23331BF6FA19AFD0070E93007C35

Bytes

Signature

eac1e7b328d2b0c0e1d17c58c52f484f9499ea3f593a56b4cfda1f1db949c5040b1dd7b3c4711545f54faf9210be7550

Modulus

139217648ed626d24b8cd99bb4b600a40ec539c71df7b4fcd35f91ff0ad13959d2817380c02bf3e7bf0f8455a9dd33b8

Public exponent

9169117d20f5cbb741004a78b255bf14f9b313c08a9839c212e5defbcfc3dcb85c4d30d59137239afb360ff7ddd91a45

Verify

Verification

true

## **Висновки:**

Під час виконання лабораторної роботи №4 ми ознайомились з асиметричною криптосистемою RSA, генерацією ключів для цієї криптосистеми, а також з тестами перевірки чисел на простоту. У ході роботи реалізували функції шифрування, розшифрування, підпису, перевірки підпису для RSA. RSA-алгоритм з відкритим ключем, що часто використовується в криптографічних застосунках. Складність задачі цього алгоритму полягає у великих цілих простих числах.