

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Інститут прикладної математики та фундаментальних наук

Кафедра прикладної математики

ЗВІТ

про виконання лабораторних робіт
з дисципліни

«МАТЕМАТИЧНІ ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ»

Виконала:
студентка групи ПМ-33
Вітюк Аліна Сергіївна

Прийняв:
канд. фіз.-мат. наук, доц.
Пабірівський Віктор
Володимирович

Лабораторна робота №4

Тема: алгоритм та аналіз способів усереднення значень часових рядів.

Мета: провести аналіз якості усереднення значень (середнє арифметичне, середнє квадратичне, середнє геометричне, середнє гармонійне) на тестових наборах даних.

Варіант: 2

Постановка задачі:

Реалізувати на мові програмування: C++, C#, Python, JavaScript (за згодою керівника можна використати іншу мову програмування):

1. Згенерувати тестову послідовність з N значень (для визначеності, можна покласти $N \geq n * 100$, де n – номер студента у журналі), використовуючи спотворення синусоїди $y = A \sin(nx + \phi)$ (амплітуду A та зсув по фазі ϕ обрати на власний розсуд): реалізувати випадкове «відхилення» від точного значення, щоб похибка не перевищувала 5% від амплітуди. Вважати ОХ віссю часу, ОУ віссю значень, обрати фіксований інтервал x для «вимірювання» значень.
2. Реалізувати допоміжні функції для обчислення середніх значень: арифметичного, гармонійного та геометричного.
3. Реалізувати допоміжну функцію виводу результату на екран у вигляді графіку функції.
4. Реалізувати допоміжні функції для обчислення точного значення та для порівняння наближеного значення з точним.
5. Порівняти максимуми й мінімуми абсолютних і відносних похибок різних методів.
6. Виконати візуалізацію результатів на одному графіку для усіх способів обчислення усереднених/наближених значень.

Хід роботи:

Код програми:

```
% Задані параметри
A = 5.0; % Амплітуда синусоїди
n = 2; % Параметр n
phi = pi / 4; % Зсув по фазі
N = n * 100; % Кількість значень у послідовності

% Генерація тестової послідовності з випадковими спотвореннями
x = linspace(0, 5, N); % Інтервал x для вимірювання значень
y_exact = A * sin(n * x + phi); % Точне значення без спотворень
deviation = (rand(1, N) - 0.5) * 0.1 * A; % Випадкове спотворення
y = y_exact + deviation; % Загальна послідовність зі спотвореннями

% Обчислення середніх значень
arithmetic = mean(y);
harmonic = N / sum(1 ./ y);
geometric = prod(y(y > 0)) ^ (1 / sum(~isnan(y)));
```

```

% Вивід результатів
fprintf('\nАрифметичне середнє: %f\n', arithmetic);
fprintf('\nГармонійне середнє: %f\n', harmonic);
fprintf('\nГеометричне середнє: %f\n', geometric);

% Виведення графіку
plot(x, y, 'Color', [0.8500 0.3250 0.0980], 'DisplayName', 'Зі спотвореннями');
hold on;
plot(x, y_exact, 'Color', 'b', 'DisplayName', 'Точне значення');
line([min(x), max(x)], [0, 0], 'Color', 'k', 'DisplayName', 'Вісь x'); % Додана лінія
% Вісь x
xlabel('x');
ylabel('y');
legend('show');
hold off;

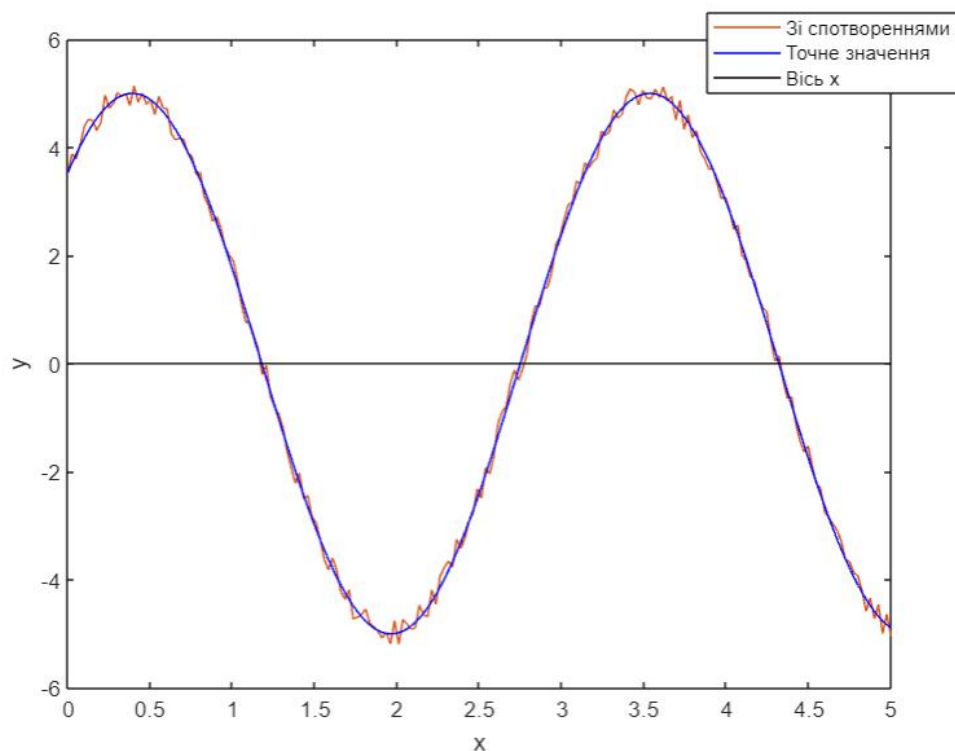
% Обчислення точного значення та порівняння з наближеним
exact = A * sin(n * x + phi);
absolute_error = abs(y - exact);
relative_error = absolute_error ./ abs(exact);

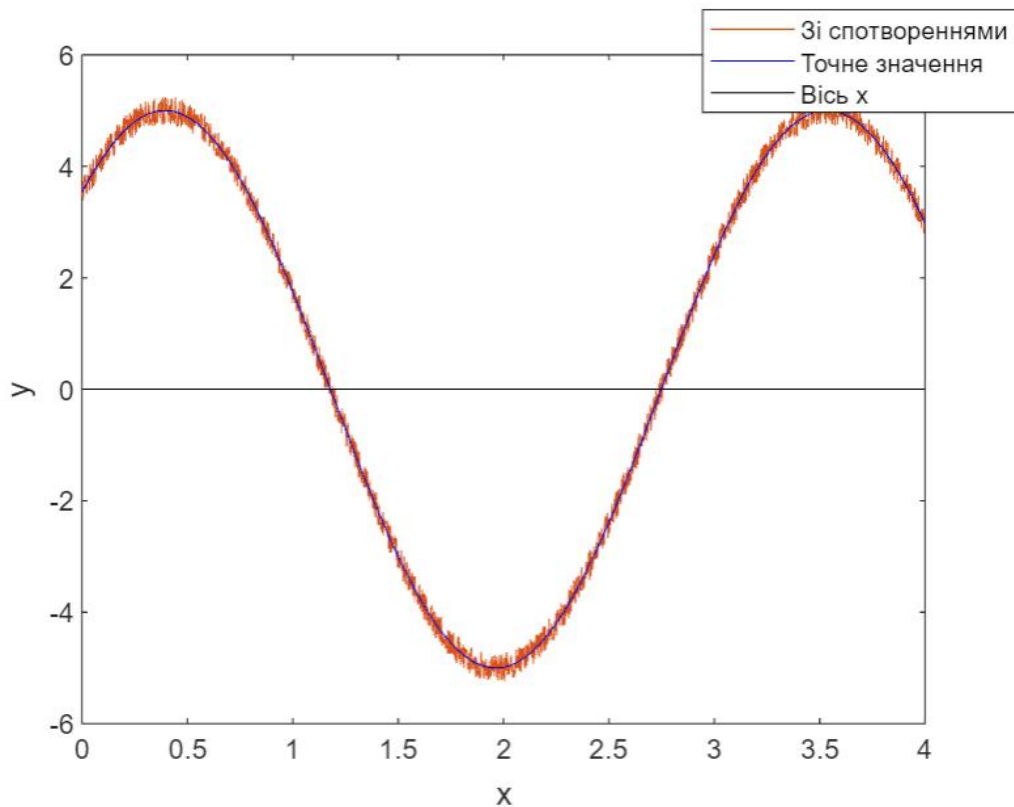
% Порівняння максимумів і мінімумів похибок
max_absolute_error = max(absolute_error);
min_absolute_error = min(absolute_error);
max_relative_error = max(relative_error);
min_relative_error = min(relative_error);

fprintf('\nМаксимальна абсолютна похибка: %f\n', max_absolute_error);
fprintf('\nМінімальна абсолютна похибка: %f\n', min_absolute_error);
fprintf('\nМаксимальна відносна похибка: %f\n', max_relative_error);
fprintf('\nМінімальна відносна похибка: %f\n', min_relative_error);

```

Результат виконання програмної реалізації:





При $N=200$ і $N=2000$

```
>> Lab4
```

```
Арифметичне середнє: 0.947845
```

```
Гармонійне середнє: 3.491246
```

```
Геометричне середнє: 1.968761
```

```
Максимальна абсолютна похибка: 0.249458
```

```
Мінімальна абсолютна похибка: 0.002783
```

```
Максимальна відносна похибка: 1.561112
```

```
Мінімальна відносна похибка: 0.001302
```

```
>> Lab4
```

```
Арифметичне середнє: 0.939357
```

```
Гармонійне середнє: -30.773854
```

```
Геометричне середнє: Inf
```

```
Максимальна абсолютна похибка: 0.249724
```

```
Мінімальна абсолютна похибка: 0.000016
```

```
Максимальна відносна похибка: 19.474602
```

```
Мінімальна відносна похибка: 0.000007
```

```
>>
```

Середнє арифметичне: Середнє арифметичне значення схильне збільшуватись зі збільшенням N . Це означає, що при збільшенні кількості значень у послідовності середнє арифметичне буде ближче до середнього значення всіх елементів.

Середнє квадратичне: Середнє квадратичне значення також може збільшуватись зі збільшенням N , але його залежність від N може бути складнішою, залежно від властивостей самої послідовності.

Середнє геометричне: Середнє геометричне значення може змінюватись незначно зі збільшенням N , особливо якщо послідовність має деякі великі значення. Збільшення N може мати обмежений ефект на середнє геометричне.

Середнє гармонійне: Середнє гармонійне значення зазвичай зменшується зі збільшенням N . Це означає, що при збільшенні кількості значень у послідовності середнє гармонійне буде тенденційно зближатись до нуля.

Висновок: виконання лабораторної роботи №4 допомогло засвоїти на практиці проведення аналізу якості усереднення значень. В ході даної роботи було проведено аналіз якості усереднення значень часових рядів за допомогою різних методів: середньоарифметичного, середнього квадратичного, середнього геометричного та середнього гармонійного.

Посилання на GitHub: <https://github.com/AlinaVitiuk/Mathematical-foundations-of-digital-signal-processing>