Ivang Alingga TI 19B

No

Date

19051204056

1. a. $v = \begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$ $T(v) = \begin{pmatrix}-1 & -2\\ -1 & +2(2)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$

b. $v = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ $T(v) = \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

c. $w = \begin{pmatrix}-1\\11\end{pmatrix}$ $T(v) = \begin{pmatrix}-1\\11\end{pmatrix}$ # $\begin{pmatrix}v_1 - v_2\\ v_1 + 2v_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\11\end{pmatrix}$

$-3v_2 = -12$

$v_2 = \underline{\underline{4}}$ $v_1 = \underline{\underline{3}}$

2. $T\begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}v_1 - v_2\\ v_1 + 2v_2\end{pmatrix}$ misal $u = \begin{pmatrix}u_1\\u_2\end{pmatrix}$ dan $v = \begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix}$

$T(u+v) = T(u) + T(v)$

$T\begin{pmatrix}u_1 + v_1\\ u_2 + v_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}(u_1+v_1) - (u_2+v_2)\\ u_1+v_1 + 2(u_2+v_2)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}u_1 - u_2\\ u_1 + 2u_2\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}v_1 - v_2\\ v_1 + 2v_2\end{pmatrix}$

$= T(u) + T(v)$ Terbukti

$T(cu) = cT(u)$

$T\begin{pmatrix}ku_1\\ku_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}ku_1 - ku_2\\ ku_1 + 2ku_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k(u_1 - u_2)\\ k(u_1 + 2u_2)\end{pmatrix}$

$= k\begin{pmatrix}u_1 - u_2\\ u_1 + 2u_2\end{pmatrix} = kT(u)$

3. $f(x) = x + 1$

asumsikan x dan y adalah vektor R'

$f(x+y) = x + y + 1$ (bukan tf linear karena tidak sama dengan $f(x) + f(y)$)

4. a. Zero transformation adalah transformasi yang memetakan $T: V \to W$ dan $T(v = 0$ untuk setiap v di dalam V linear.

Contoh: Jika terdapat pemetaan $T: V \to W$ dengan $T(v) = Av$ dan $T(v_1, v_2) = (v_1 - v_1, v_2 - v_2)$, maka

$T(u+v) = \begin{pmatrix}(u_1+v_1) - (u_1+v_1)\\ (u_2+v_2) - (v_2+u_2)\end{pmatrix} = 0$

JOYKO 36 Lines, 6 mm

No
Date

b. Identity operator adalah pemetaan $I: V \to V$, dimana $I(v) = v$

Contoh : Jika terdapat pemetaan $T: V \to W$ dengan $T(v_1, v_2) = (v_1, v_2)$, maka $T(u+v) = \begin{pmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \end{pmatrix} = u + v$

5. $v_1 = (1,0,0)$, $v_2 = (0,1,0)$, $v_3 = (0,0,1)$

$T(v_1) = (2,-1,4)$; $T(v_2) = (1,5,-2)$; $T(v_3) = (0,3,1)$

asumsikan

$u = c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3$

$(u_1, u_2, u_3) = u_1(1,0,0) + u_2(0,1,0) + u_3(0,0,1)$

$= u_1 v_1 + u_2 v_2 + u_3 v_3$

$T(u_1, u_2, u_3) = u_1(2,-1,4) + u_2(1,5,-2) + u_3(0,3,1)$

$$= \begin{pmatrix} 2u_1 + u_2 + 0 \\ -u_1 + 5u_2 + 3u_3 \\ 4u_1 - 2u_2 + u_3 \end{pmatrix}$$

$$T(2,3,-2) = \begin{pmatrix} 2(2) + 3 \\ -2 + 5(3) + 3(-2) \\ 4(2) - 2(3) + (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

6. $T(v) = Av = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$

a. $v = (2,-1)$

$$T(v) = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3v_1 \\ 2v_1 + v_2 \\ -v_1 - 2v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3(2) \\ 2(2) + (-1) \\ -(2) - 2(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b. $T\ R^2 \to R^3$

$$T(v) = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3v_1 \\ 2v_1 + v_2 \\ -v_1 - 2v_2 \end{pmatrix}$$

$R^2 \to R^3$

7. a. $A_{3\times 3}$: untuk $T: R^n \to R^m$ $n = 3$ dan $m = 2$

b. $A_{3\times 2}$ = untuk $T: R^n \to R^m$ $n = 2$ dan $m = 3$

c. $A_{2\times 4}$ = untuk $T: R^n \to R^m$ $n = 4$ dan $m = 2$

No
Date

8. $F(x, y) = (x+y,\ x-y,\ 2xy)$

$F(u+v) = (u_1 + v_1 + u_2 + v_2,\ u_1 + v_1 - (u_2 + v_2),\ 2(u_1 + v_1)(u_2 + v_2))$

$= ((u_1 + u_2) + (v_1 + v_2),\ (u_1 - u_2) + (v_1 - v_2),\ 2(u_1 u_2 + u_1 v_2 + v_1 u_2 + v_1 v_2))$ (bukan linear)

9. $F(x, y, z) = (2x + y,\ 5y + z)$

$F(u+v) = (2(u_1 + v_1) + (u_2 + v_2),\ 5(u_2 + v_2) + (u_3 + v_3))$

$= ((2u_1 + u_2) + (2v_1 + v_2),\ (5u_2 + u_3) + (5v_2 + v_3))$

$= ((2u_1 + u_2),\ (5u_2 + u_3)) + ((2v_1 + v_2),\ (5v_2 + v_3))$

$\Longrightarrow$ (linear)

$F(ku) = (2ku_1 + ku_2,\ 5ku_2 + ku_3)$

$= (k(2u_1 + u_2),\ k(5u_2 + u_3))$

$= kF(u)$ (linear)

10. ◦ Jika $T: V \to W$ adalah transformasi linear, maka himpunan vektor di V yang dipetakan ke 0, dinamakan dengan kernel (ruang nol) dari T, dan dinyatakan oleh $\ker(T)$

◦ Himpunan semua vektor di W yang merupakan bayangan di bawah T dari paling sedikit satu vektor di V dinamakan jangkauan dari T, dinyatakan oleh $R(T)$