

# **Отчёт по лабораторной работе**

**Модель хищник-жертва**

Назарьева Алена Игоревна НФИбд-03-18

# Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическая справка	7
4	Выполнение лабораторной работы	9
5	Выводы	12

## Список таблиц

## Список иллюстраций

4.1	код . . . . .	9
4.2	фазовый портрет . . . . .	10
4.3	численность хищников . . . . .	10
4.4	численность жертв . . . . .	11
4.5	стационарное состояние . . . . .	11

# 1 Цель работы

Изучить и реализовать Модель хищник-жертва

## 2 Задание

Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0 = 13$ ,  $y_0 = 27$ . Найти стационарное состояние системы.

### 3 Теоретическая справка

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях: 1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствие взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников  $dx/dt = ax(t) - bx(t)y(t)$   $dy/dt = -cy(t) + dx(t)y(t)$  (1) В этой модели  $x$  – число жертв,  $y$  – число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников,  $c$  – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $-bxu$  и  $dxu$  в правой части уравнения). Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние, всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в состояние. Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не

зависящее от времени решение) будет в точке:  $x_0 = c/d$ ,  $y_0 = a/b$ . Если начальные значения задать в стационарном состоянии  $x(0) = x_0$ ,  $y(0) = y_0$ , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей  $x(0)$ ,  $y(0)$ . Колебания совершаются в противофазе.



## 4 Выполнение лабораторной работы

### 1. Код в python для Модели хищник-жертва (рис. 4.1)

```
: import numpy as np
import math
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
a= 0.25
b= 0.6
c= 0.05
d= 0.061
t0 = 0
tmax = 400
dt = 0.1
def dy(s,t):
    dy1 = -a*s[0] + c*s[0]*s[1]
    dy2 = b*s[1] - d*s[0]*s[1]
    return [dy1, dy2]
t = np.arange(t0,tmax,dt)
v0=[13,27]
s = odeint(dy,v0,t)

plt.plot(s[:,0],s[:,1], 'r--', linewidth=2.0,label="фазовый портрет")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()

plt.plot(t, s[:,0], 'r--', linewidth=2.0,label="изменения числа популяции хищников ")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()

plt.plot(t, s[:,1], 'r--', linewidth=2.0,label="изменения числа популяции жертв ")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

Рис. 4.1: код

### 2. График зависимости численности хищников от численности жертв (рис. 4.2)

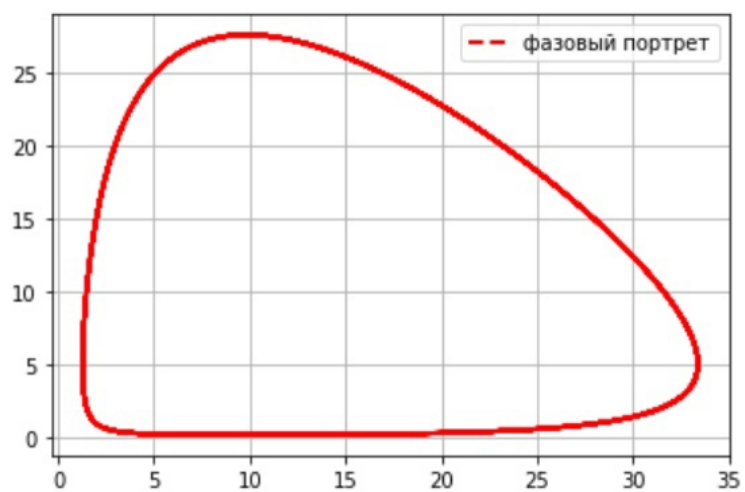


Рис. 4.2: фазовый портрет

3. График изменения численности хищников (рис. 4.3)

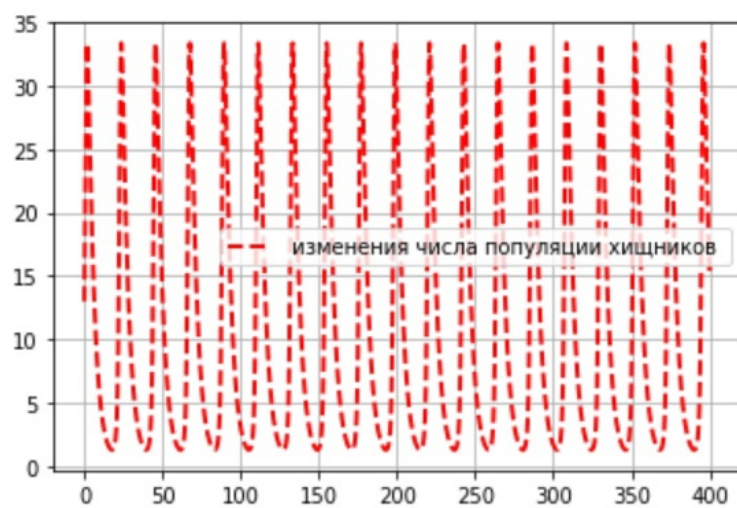


Рис. 4.3: численность хищников

4. График изменения численности жертв (рис. 4.4)

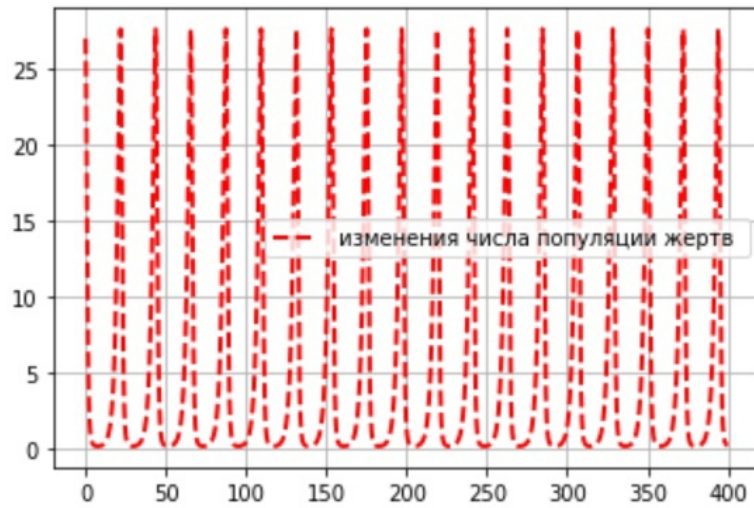


Рис. 4.4: численность жертв

5. Стационарное состояние системы достигается при начальных условиях  $[9.836065573770492, 5.0]$

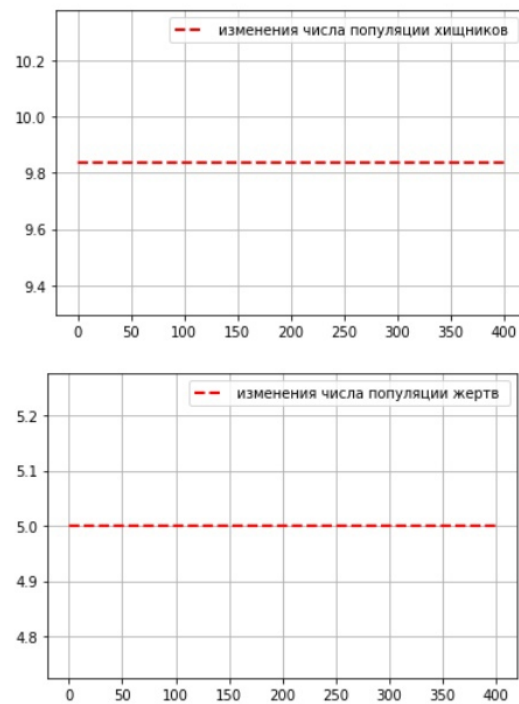


Рис. 4.5: стационарное состояние

## **5 Выводы**

В результате проделанной работы я изучила и реализовала Модель хищник-жертва