

Отчёт по лабораторной работе

Задача об эпидемии

Назарьева Алена Игоревна НФИбд-03-18

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Теоретическая справка	7
4	Выполнение лабораторной работы	9
5	Выводы	13

Список таблиц

Список иллюстраций

4.1	код для первого случая	9
4.2	график для первого случая	10
4.3	код для второго случая	11
4.4	график для второго случая	12

1 Цель работы

Изучить и реализовать Задачу об эпидемии

2 Задание

На одном небольшом острове вспыхнула эпидемия свинки. Известно, что из всех проживающих на острове ($N=6730$) в момент начала эпидемии ($t=0$) число заболевших свинкой людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0)=46$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0)=8$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0)=N-I(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: а) если $I(0) \leq I$
б) если $I(0) > I$

3 Теоретическая справка

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначаемая через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей. Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону: $dS/dt = -aSI$, если $I(t) > I$ 0, если $I(t) \leq I$ (1) Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.: $dI/dt = aSI - bI$, если $I(t) > I$ $-bI$, если $I(t) \leq I$ (2) А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни) $dR/dt = bI$ (3) Постоянные пропорциональности a, b - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа

картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$

4 Выполнение лабораторной работы

1. Код в python для $I(0) \leq I^*$ (рис. 4.1)

```
import numpy as np
import math
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
a= 0.01
b= 0.02
N=6730
I0=46
R0=8
S0=N-I0-R0
t0 = 0
tmax = 200
dt = 0.01
def dy(s,t):
    dy1 = 0
    dy2 = -b*s[1]
    dy3 = b*s[1]
    return [dy1, dy2, dy3]
t = np.arange(t0,tmax,dt)
v0=[S0, I0, R0]
s = odeint(dy,v0,t)

plt.plot(t,s[:,0], 'r', linewidth=2.0,label="S(t)")
plt.plot(t,s[:,1], 'b', linewidth=2.0,label="I(t)")
plt.plot(t,s[:,2], 'g', linewidth=2.0,label="R(t)")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

Рис. 4.1: код для первого случая

2. Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) \leq I^*$ (рис. 4.2)

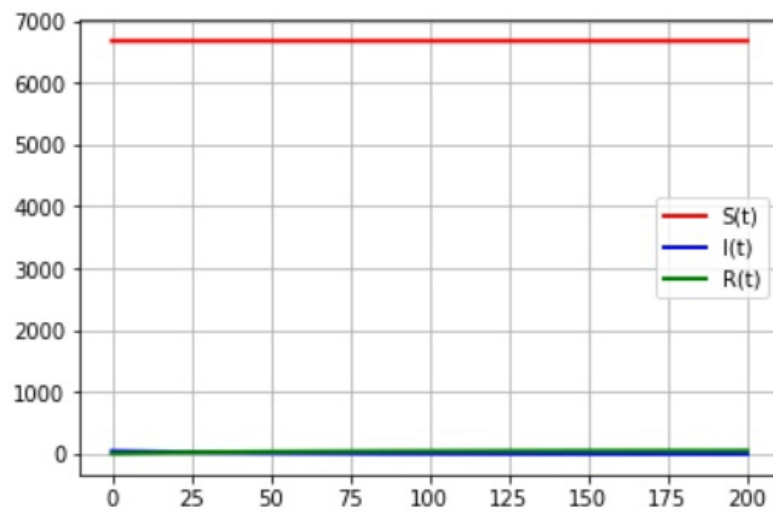


Рис. 4.2: график для первого случая

3. Код в python для $I(0) > I^*$ (рис. 4.3)

```

import numpy as np
import math
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt
a= 0.01
b= 0.02
N=6730
I0=46
R0=8
S0=N-I0-R0
t0 = 0
tmax = 200
dt = 0.01
def dy(s,t):
    dy1 = -a*s[0]
    dy2 = a*s[0]-b*s[1]
    dy3 = b*s[1]
    return [dy1, dy2, dy3]
t = np.arange(t0,tmax,dt)
v0=[S0, I0, R0]
s = odeint(dy,v0,t)

plt.plot(t,s[:,0], 'r', linewidth=2.0, label="S(t)")
plt.plot(t,s[:,1], 'b', linewidth=2.0, label="I(t)")
plt.plot(t,s[:,2], 'g', linewidth=2.0, label="R(t)")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()

```

Рис. 4.3: код для второго случая

4. Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) > I^*$ (рис. 4.4)

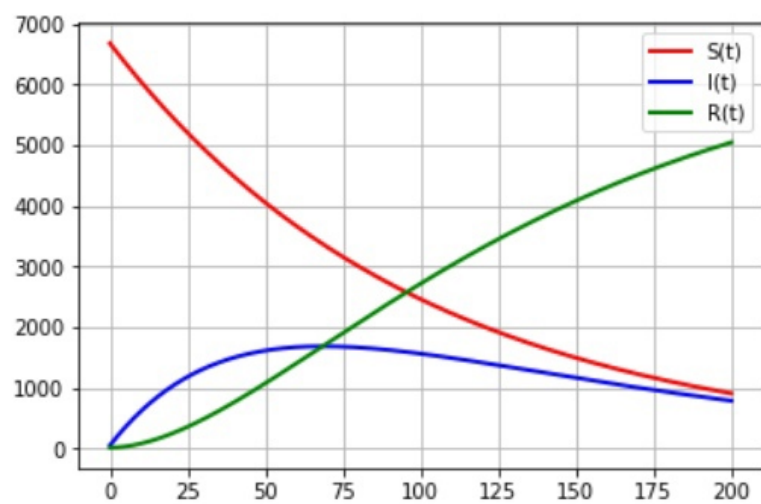


Рис. 4.4: график для второго случая

5 Выводы

В результате проделанной работы я изучила и реализовала Задачу об эпидемии