

# Formulario di Fisica

## Tecnica ITPS

# CONTENTS

<b>1 Trasformazioni .....</b>	<b>4</b>
1.1 Trasformazione Politropica .....	4
1.2 Casi Particolari .....	4
1.3 Lavoro durante una Trasformazione Politropica .....	4
<b>2 Macchine .....</b>	<b>6</b>
2.1 Rendimenti .....	6
2.1.1 Turbina adiabatica .....	6
2.1.2 Pompa .....	6
<b>3 Cicli Termodinamici .....</b>	<b>7</b>
3.1 Cicli Simmetrici .....	7
3.2 Rendimenti .....	7
3.2.1 Carnot (Gas) .....	7
3.2.2 Ciclo frigorifero Carnot (Gas) (Indiretto) .....	8
3.2.3 Pompa di Calore (Gas) (Indiretto) .....	8
3.2.4 Brayton Joule (Gas) .....	8
3.2.5 Brayton Joule con rigenerazione (Gas) .....	9
3.2.5.1 Come calcolare $T_x$ e $T_y$ .....	9
3.2.5.2 Efficienza .....	10
3.2.6 Rankine (Vapore) .....	10
<b>4 Aria Umida (miscela bicomponente) .....</b>	<b>11</b>
4.1 Umidità Assoluta .....	11
4.2 Umidità Relativa .....	11
4.3 Entalpia .....	12
<b>5 Conduzione del calore: Regime non Stazionario ....</b>	<b>13</b>
5.1 Numero di Biot .....	13
5.2 Lunghezza Caratteristica .....	13
5.3 Tempo di Raffreddamento .....	13
5.4 Temperatura finale al tempo $t$ .....	14
<b>6 Scambiatori di Calore .....</b>	<b>15</b>
6.1 Temperatura Media Logaritmica .....	15

6.2	Potenza termica scambiata dal fluido freddo .....	15
6.3	Coefficiente globale di scambio .....	16

# **1 TRASFORMAZIONI**

## **1.1 Trasformazione Politropica**

$$p \cdot V^n = \text{costante}$$

Dove:

- $p$ : la pressione
- $V$ : il volume
- $n$ : l'indice politropico

## **1.2 Casi Particolari**

- Per  $n = 0 \rightarrow$  **Isobara**:  $p = \text{costante}$
- Per  $n = \pm\infty \rightarrow$  **Isocora**:  $V = \text{costante}$
- Per  $n = 1 \rightarrow$  **Isoterma**:  $T = \text{costante}$
- Per  $n = k \rightarrow$  **Adiabatica**:  $k = \frac{C_p}{C_v}$

## **1.3 Lavoro durante una Trasformazione Politropica**

**Caso Generale** ( $n \neq 1$ ):

$$L_v = \frac{p_1 \cdot V_1}{n - 1} \left( \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right)$$

**Caso Isotermico** ( $n = 1$ ):

$$L_v = -p_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

## **2 MACCHINE**

### **2.1 Rendimenti**

\*rendimenti isoentropici

#### **2.1.1 Turbina adiabatica**

$$\eta = \frac{\text{Lavoro}_{\text{Reale}}}{\text{Lavoro}_{\text{Isoentropico}}} = \frac{h_2 - h_1}{h_2^{\text{iso}} - h_1}$$

#### **2.1.2 Pompa**

$$\eta = \frac{\text{Lavoro}_{\text{tecnico isoentropico}}}{\text{Lavoro}_{\text{tecnico reale}}} = \frac{h_2^{\text{iso}} - h_1}{h_2 - h_1}$$

## 3\_ CICLI TERMODINAMICI

### 3.1 Cicli Simmetrici

Per i cicli simmetrici valgono le seguenti equazioni:

$$v_1 v_3 = v_2 v_4$$

$$p_1 p_3 = p_2 p_4$$

$$T_1 T_3 = T_2 T_4$$

Seguono lo schema: *indici dispari = indici pari*

### 3.2 Rendimenti

Formula generale (cicli diretti):

$$\eta = \frac{|w_{\text{utile}}|}{q_H}$$

#### 3.2.1 Carnot (Gas)

- 2 isoterme + 2 adiabatiche isoentropiche

$$\eta = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$$

Si ricorda che  $4 \rightarrow 1$  e  $2 \rightarrow 3$  sono trasformazioni isoterme.

### 3.2.2 Ciclo frigorifero Carnot (Gas) (Indiretto)

Coefficient Of Performance (COP):

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{\Delta s_{12} \cdot T_{\min}}{\Delta s_{34} \cdot T_{\max} - \Delta s_{12} \cdot T_{\min}}$$

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}}$$

N.B.  $\Delta s_{12} = \Delta s_{34}$

### 3.2.3 Pompa di Calore (Gas) (Indiretto)

Si ottiene invertendo il cicli di Carnot diretto.

Coefficient Of Performance (COP):

$$COP_{\text{pompa calore}} = \frac{\Delta s_{34} \cdot T_{\max}}{\Delta s_{12} \cdot T_{\min} - \Delta s_{34=12} \cdot T_{\max}}$$

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{T_{\max}}{T_{\max} - T_{\min}}$$

N.B.  $\Delta s_{12} = -\Delta s_{34}$

### 3.2.4 Brayton Joule (Gas)

2 adiab. isoentropiche:

(pompa  $1 \rightarrow 2$  + turbina  $3 \rightarrow 4$ )

+ 2 isobare:

$q_h: 2 \rightarrow 3$

$q_c: 4 \rightarrow 1$



$$\eta = 1 - \frac{c_p \cdot (T_4 - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

### 3.2.5 Brayton Joule con rigenerazione (Gas)

La rigenerazione la si può sfruttare se  $T_4 > T_2$ , sostanzialmente il gas uscente dalla turbina è più caldo di quello uscente dal compressore.

**Dall'uscita della turbina** senza rigenerazione si deve portare il gas da  $T_4$  a  $T_1$ , la rigenerazione permette di raffreddare da  $T_4$  a  $T_y$  (con  $T_1 < T_y < T_4$ ) quindi il calore da cedere sarà solo quello per portare il gas da  $T_y$  a  $T_1$ .

**Dall'uscita del compressore** senza rigenerazione si deve portare il gas da  $T_2$  a  $T_3$ , la rigenerazione permette di riscaldare da  $T_2$  a  $T_x$  (con  $T_2 < T_x < T_3$ ) quindi si riesce a recuperare del calore che altrimenti verrebbe disperso nell'ambiente per alimentare la trasformazione  $T_2 \rightarrow T_3$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{Q_{\text{prodotto}} - Q_{\text{ceduto}}}{Q_{\text{prodotto}}} \\ &= 1 - \frac{c_p \cdot (T_y - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_x)} \end{aligned}$$

- $T_y$ : temperatura di uscita dallo scambiatore lato turbina. (parte raffreddata)
- $T_x$ : temperatura di uscita dallo scambiatore lato compressore (parte riscaldata)

#### 3.2.5.1 Come calcolare $T_x$ e $T_y$

Nello scambiatore verrà scambiata una **quantità di calore che dipende in primo luogo dal  $\Delta$  di temperatura** tra uscente dalla turbina e uscente dal compressore, ammesso che abbiano stessa portata massica e dovrebbe visto che il circuito è chiuso e la massa si conserva, la velocità dovrebbe varia solo la sezione dei due condotti.

In secondo luogo **dipende dall'efficienza dello scambiatore  $\varepsilon$  (epsilon).**

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{scambiato effettivamente}}}{Q_{\text{potenzialmente scambiabile se efficienza} = 100\%}}$$

**Massimo calore scambiabile:**

$$Q_{\max} = c_p (T_4 - T_2)$$

**Calore scambiato effettivamente:**

$$Q_{\text{rigenerato}} = c_p |T_x - T_2| = c_p |T_1 - T_y|$$

Il  $\Delta T$  causato dallo scambiatore è uguale da ambe due le parti. Perciò:

$$\begin{aligned} T_x &= T_2 + \Delta T_{\text{scambiatore}} \\ T_y &= T_4 - \Delta T_{\text{scambiatore}} \end{aligned}$$

Dove  $\Delta T_{\text{scambiatore}}$  è calcolabile come:

$$\Delta T_{\text{scamb.}} = \varepsilon \cdot (T_4 - T_2)$$

### 3.2.5.2 Efficienza

$$\eta_{\text{rig.}} = 1 - \frac{|T_1 - T_y|}{T_3 - T_x}$$

Oppure:

$$\eta_{\text{rig.}} = 1 - \frac{|T_1 - (T_4 - \Delta T_{\text{scamb.}})|}{T_3 - (T_2 + \Delta T_{\text{scamb.}})}$$

### 3.2.6 Rankine (Vapore)

$$\eta = \frac{|w|}{q_H} = 1 - \frac{|h_1 - h_4|}{h_3 - h_2}$$

## 4 ARIA UMIDA (MISCELA BICOMPONENTE)

### 4.1 Umidità Assoluta

$$U_A = 0.622 \cdot \frac{p_{vapore\%}}{p_{totale} - p_{vapore\%}} = 0.622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_S}{p_{totale} - \varphi \cdot p_S}$$

- $U_A$ : Umidità assoluta
- $\varphi$ : Umidità relativa
- $p_S$ : Pressione di saturazione del vapore alla data T
- $p_{totale}$ : Pressione totale

Formule correlate :

$$U_A = \frac{m_{H_2O}}{m_{Aria\ Secca}}$$

$$0.622 = \frac{R}{M m_{H_2O}} \cdot \frac{M m_{Aria\ Secca}}{R}$$

### 4.2 Umidità Relativa

$$\varphi = \frac{P_v}{P_{sat}}$$

- $\varphi$ : Umidità relativa
- $P_v$ : Pressione parziale vapore
- $P_{sat}$ : Pressione di saturazione del vapore

## 4.3 Entalpia

Se  $U_a < U_{sat}$

$$h = c_{p_{AS}} \cdot T + U_a \cdot (c_{p_v} T + h_{0,v})$$

Dove:

- $c_{p_{AS}} = 1.007 \frac{kJ}{kg}$  : calore specifico aria secca
- $c_{p_v} = 1.86 \frac{kJ}{kg}$  : calore specifico vapore
- $h_{0,v} = 2506.1 \frac{kJ}{kg}$  : entalpia vapore a 0 C°
- $T$  : temperatura in Celsius
- $U_a$  : umidità assoluta

## **5. CONDUZIONE DEL CALORE: REGIME NON STAZIONARIO**

### **5.1 Numero di Biot**

$$Bi = \frac{R_k}{R_h} = \frac{hL_{caratteristica}}{k}$$

- $h \frac{W}{m^2K}$  : coeff. di scambio termico convettivo (fluidi)
- $k \frac{W}{mK}$  : coeff. di scambio termico conduttivo (solidi)
- L: lunghezza caratteristica
- $R_k$  : Resistenza alla conduzione
- $R_h$  : Resistenza alla convezione

### **5.2 Lunghezza Caratteristica**

$$L_{car.} = \frac{V}{S}$$

- V : Volume dell'oggetto
- S: Superficie dell'oggetto  
a contatto con il fluido termovettore

### **5.3 Tempo di Raffreddamento**

N.B.

Valida solamente se

il numero di Biot  $\leq 0.1$

$$t = \tau \ln \frac{T_i - T_\infty}{T_f - T_\infty}$$

$T_i$ : iniziale

$T_f$ : finale

$T_\infty$ : temperatura riferita al fluido in cui è immerso il corpo.

Con

$$\tau = \frac{\rho c}{h} L_{\text{caratteristica}}$$

$$\tau = \frac{M \cdot c}{h \cdot S}$$

## 5.4 Temperatura finale al tempo t

Dato l'istante t, data  $T_\infty$  (temperatura fluido convettivo) e  $\tau$ . La temperatura finale è pari a:

$$T_f = (T_i - T_\infty) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + T_\infty$$

## 6 SCAMBIATORI DI CALORE

### 6.1 Temperatura Media Logaritmica

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_i - \Delta T_u}{\ln \frac{\Delta T_i}{\Delta T_u}}$$

$$\Delta T_i = T_{max\_ingresso} - T_{min\_ingresso}$$

$$\Delta T_u = T_{max\_uscita} - T_{min\_uscita}$$

*i*: ingresso

*u*: uscita

### 6.2 Potenza termica scambiata dal fluido freddo

fluido freddo:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_{pf} \cdot (T_{fu} - T_{fi})$$

*fu*: fluido Freddo-Uscita

*fi*: fluido Freddo-Ingresso

fluido caldo:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_{pc} \cdot (T_{cu} - T_{ci})$$

*cu*: fluido Caldo-Uscita

*ci*: fluido Caldo-Ingresso

## 6.3 Coefficiente globale di scambio

$$U_{tot} = \frac{\Delta T_{ml}}{\dot{Q}} \quad \left[ \frac{K}{W} \right]$$