

# Formulario di Fisica

## Tecnica ITPS

# CONTENTS

<b>1 Trasformazioni .....</b>	<b>4</b>
1.1 Trasformazione Politropica .....	4
1.1.1 Equazione di stato .....	5
1.2 Casi Particolari .....	5
1.3 Lavoro massico durante una Trasformazione Politropica ....	5
1.4 Calore massico scambiato .....	6
1.5 Calori specifici gas perfetti .....	7
1.5.1 A volume costante .....	7
1.5.2 A pressione costante .....	8
1.6 Trasformazione Isoentropica .....	8
 <b>2 Macchine .....</b>	 <b>9</b>
2.1 Rendimenti .....	9
2.1.1 Turbina adiabatica .....	9
2.1.2 Pompa .....	9
 <b>3 Cicli Termodinamici .....</b>	 <b>10</b>
3.1 Diretti e indiretti .....	10
3.2 Utilizzi dei cicli .....	10
3.3 Cicli Simmetrici .....	10
3.4 Rendimenti .....	11
3.4.1 Formula generale .....	11
3.4.2 Carnot: Diretto (Gas) .....	11
3.4.3 Carnot: Ciclo frigorifero (Gas) (Indiretto) .....	11
3.4.4 Carnot: Pompa di Calore (Gas) (Indiretto) .....	11
3.4.5 Brayton Joule (Gas) .....	12
3.4.6 Brayton Joule con rigenerazione (Gas) .....	12
3.4.6.1 Come calcolare $T_x$ e $T_y$ .....	13
3.4.6.2 Efficienza .....	14
3.4.7 Rankine (Vapore) .....	14
 <b>4 Aria Umida (miscela bicomponente) .....</b>	 <b>15</b>
4.1 Umidità Assoluta .....	15
4.2 Umidità Relativa .....	15
4.3 Entalpia .....	16
4.4 Temperatura di Rugiada .....	16
4.4.1 Metodo Analitico .....	16
4.4.2 TODO: Metodo grafico (diagramma psicrometrico) .....	18

## **5 Conduzione del calore: Regime non Stazionario 19**

5.1 Numero di Biot .....	19
5.2 Lunghezza Caratteristica .....	19
5.3 Tempo di Raffreddamento .....	19
5.4 Temperatura finale al tempo $t$ .....	20

## **6 Scambiatori di Calore ..... 21**

6.1 Temperatura Media Logaritmica .....	21
6.2 Potenza termica scambiata dal fluido freddo .....	21
6.3 Coefficiente globale di scambio .....	22

**Document made with typst [Link to typst documentation](#)**

# 1 TRASFORMAZIONI

## 1.1 Trasformazione Politropica

$$p = p_1 \left( \frac{v_1}{v} \right)^n$$

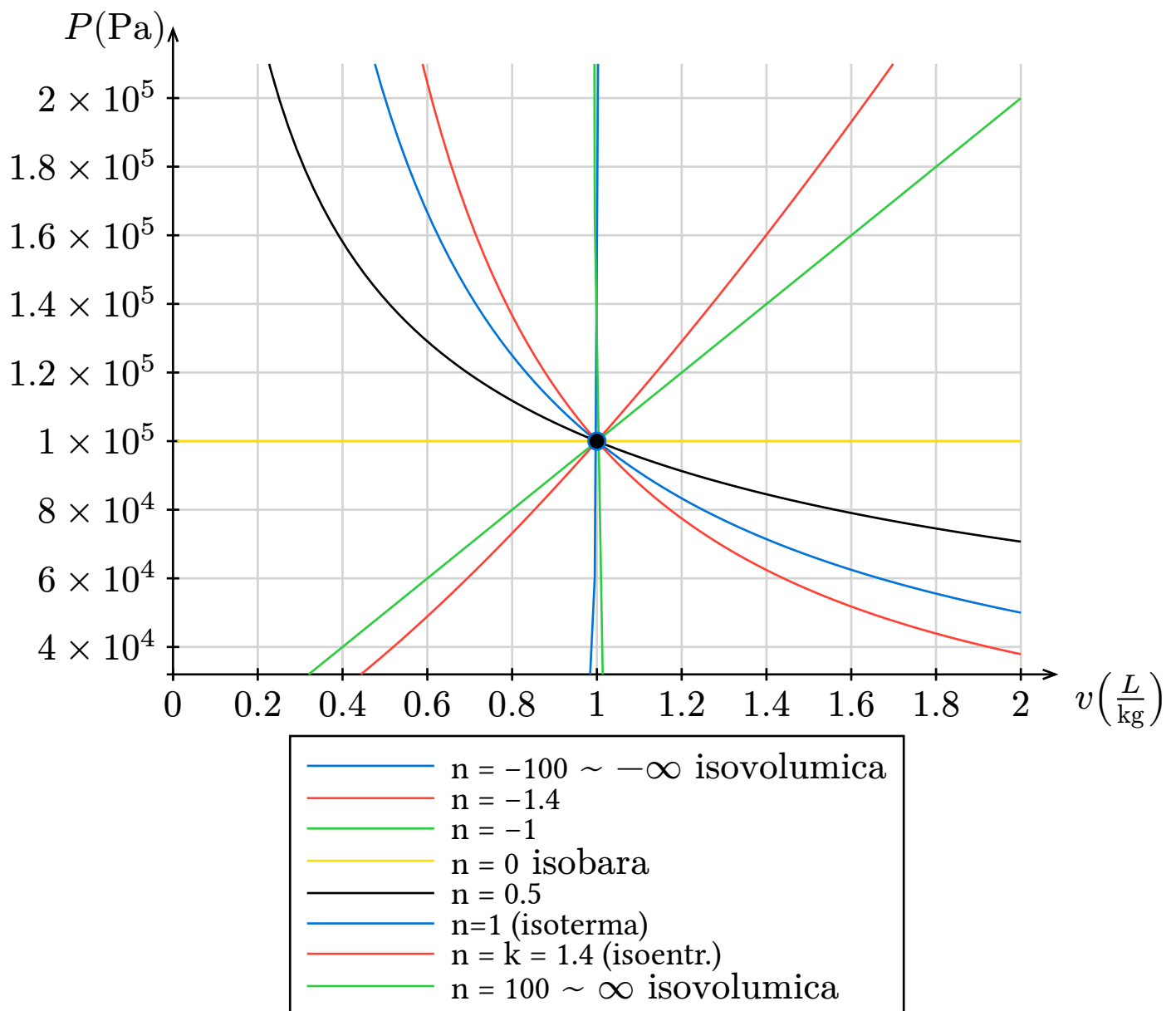


Figure 1: Differenti curve al variare dell'indice  $n$  della politropica  
(Plot made with cetz)

Con una trasf. politropica si può descrivere una qualsiasi trasformazione termodinamica.

### 1.1.1 Equazione di stato

$$p \cdot V^n = \text{costante}$$

Dove:

- $p$ : la pressione
- $V$ : il volume
- $n$ : l'indice politropico, **pari a  $k$  se** trasf. adiabatica e quasistatica(cioè isoen tropica)

## 1.2 Casi Particolari

- Per  $n = 0 \rightarrow$  **Isobara**:  $p = \text{costante}$
- Per  $n = \pm\infty \rightarrow$  **Isocora**:  $V = \text{costante}$
- Per  $n = 1 \rightarrow$  **Isoterma**:  $T = \text{costante}$
- Per  $n = k \rightarrow$  **Adiabatica**:  $k = \frac{C_p}{C_v}$

## 1.3 Lavoro massico durante una Trasformazione Politropica

Calcolando:

$$w = \int_{v_1}^{v_2} p \, dv = p_1 v_1^n \int_{v_1}^{v_2} v^{-n} \, dv$$

Si distinguono due casi:

- **Caso Generale** ( $n \neq 1$ ):

$$L_v = \frac{p_1 \cdot V_1}{n - 1} \left( \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right)$$

- **Caso Isotermico** ( $n = 1$ ):

$$L_v = -p_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

## 1.4 Calore massico scambiato

Il lavoro per un'espansione è da considerare come un contributo negativo all'energia interna ma se è un'espansione allora  $\Delta v = v_2 - v_1 > 0$  e si avrebbe un termine positivo di lavoro quindi si aggiusta mettendo un meno.

$$\Delta u = q - w$$

$$\Rightarrow$$

$$q = \Delta u + w$$

$$\Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$w = \int_{v_1}^{v_2} p \, dv$$

$$\Rightarrow$$

$$q = c_v \cdot (T_2 - T_1) + \int_{v_1}^{v_2} p \, dv$$

**Due casi per il lavoro:**

- $n \neq 1$ :

$$q = c_v \cdot (T_2 - T_1) + \frac{p_1 \cdot V_1}{n - 1} \left( \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right)$$

- $n = 1$ :

$$q = c_v \cdot (T_2 - T_1) - p_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

## 1.5 Calori specifici gas perfetti

**N.B.**

**NO vapore**

**SÌ** aria umida ma solo per la parte di **aria secca**.

$$R^* = \frac{R}{M_m}$$

- $R$  : Costante dei gas perfetti =  $8314 \frac{J}{\text{kmol } K}$
- $M_m$  : Massa Molare del gas  $\left[ \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right]$  pari alla somma delle masse atomiche degli atomi che compongono la singola molecola.  
Esempio:  $N_2 = N + N = 14 + 14 = 28 \text{ kg/kmol}$

Calcolare calori specifici con l'indice **n** della politropica.

### 1.5.1 A volume costante

$$c_v = \frac{1}{n - 1} \cdot R^*$$

### 1.5.2 A pressione costante

$$c_p = \frac{n}{n-1} \cdot R^*$$

## 1.6 Trasformazione Isoentropica

**Se** la trasformazione è **adiabatica** e anche **quasistatica** (deve essere specificato nella traccia dell'exe) **Allora  $n=k$** .

Dove:

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

La quasistaticità è necessaria perchè se la trasformazione non è reversibile (presenza di forze non conservative che dissipano calore) si genera entropia.

**Forze non conservative -> dissipazione calore**  
**-> generazione entropia.**



## **2 MACCHINE**

### **2.1 Rendimenti**

\*rendimenti isoentropici

#### **2.1.1 Turbina adiabatica**

$$\eta = \frac{\text{Lavoro}_{\text{Estratto}}}{\text{Lavoro}_{\text{Isoentropico}}} = \frac{h_2 - h_1}{h_2^{\text{iso}} - h_1}$$

L'energia utile qui è il lavoro estratto dalla turbina, a spese del ciclo durante la trasformazione di espansione isoentropica.

#### **2.1.2 Pompa**

$$\eta = \frac{\text{Lavoro}_{\text{tecnico isoentropico}}}{\text{Lavoro}_{\text{tecnico reale}}} = \frac{h_2^{\text{iso}} - h_1}{h_2 - h_1}$$

Qui isoentropico sta a numeratore perchè la spesa è data dal lavoro che diamo alla macchina (compressore) per ottenere una compressione, la compressione che otteniamo corrisponde al  $\Delta h_{\text{isoentropico}}$  che sarà sempre inferiore al lavoro che forniamo per il II° principio.

## 3. CICLI TERMODINAMICI

### 3.1 Diretti e indiretti

**Ciclo Diretto:** sfrutta “direttamente” il calore per produrre lavoro/calore utile.

**esempio:** motore endotermico, utilizza calore di combustione per espandere il gas combusto e compiere lavoro.

**Ciclo Indiretto:** si utilizza lavoro per ottenere lavoro/calore utile.

**esempio:** pompa di calore, pompa fornisce lavoro al fluido per far scambiare calore, tramite espansione e compressione.

### 3.2 Utilizzi dei cicli

- **Carnot** è il ciclo ideale teorico per gas perfetti e vapore.
  - Senso Orario: ciclo diretto, utilizza calore per produrre lavoro.
  - Senso Anti-orario: ciclo indiretto, utilizza lavoro per spostare calore.
- **Brayton-Joule** utilizzato nelle turbine a gas

### 3.3 Cicli Simmetrici

Per i cicli simmetrici valgono le seguenti equazioni:

$$v_1 v_3 = v_2 v_4$$

$$p_1 p_3 = p_2 p_4$$

$$T_1 T_3 = T_2 T_4$$

Seguono lo schema: *indici dispari = indici pari*

## 3.4 Rendimenti

### 3.4.1 Formula generale

$$\eta = \frac{|w_{\text{utile}}|}{q_H}$$

### 3.4.2 Carnot: Diretto (Gas)

- 2 isoterme + 2 adiabatiche isoentropiche

$$\eta = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$$

Si ricorda che  $4 \rightarrow 1$  e  $2 \rightarrow 3$  sono trasformazioni isoterme.

### 3.4.3 Carnot: Ciclo frigorifero (Gas) (Indiretto)

Coefficient Of Performance (COP):

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{\Delta s_{12} \cdot T_{\min}}{\Delta s_{34} \cdot T_{\max} - \Delta s_{12} \cdot T_{\min}}$$

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}}$$

N.B.  $\Delta s_{12} = \Delta s_{34}$

### 3.4.4 Carnot: Pompa di Calore (Gas) (Indiretto)

Si ottiene invertendo in senso anti-orario il ciclo di Carnot.

Coefficient Of Performance (COP):

$$COP_{\text{pompa calore}} = \frac{\Delta s_{34} \cdot T_{\max}}{\Delta s_{12} \cdot T_{\min} - \Delta s_{34=12} \cdot T_{\max}}$$

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{T_{\max}}{T_{\max} - T_{\min}}$$

N.B.  $\Delta s_{12} = -\Delta s_{34}$

### 3.4.5 Brayton Joule (Gas)

2 adiab. isoentropiche:

(pompa 1→2 + turbina 3→4)

+ 2 isobare:

$q_h$ : 2→3

$q_c$ : 4→1

$$\eta = 1 - \frac{c_p \cdot (T_4 - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

### 3.4.6 Brayton Joule con rigenerazione (Gas)

La rigenerazione la si può sfruttare se  $T_4 > T_2$ , sostanzialmente il gas uscente dalla turbina è più caldo di quello uscente dal compressore.

**Dall'uscita della turbina** senza rigenerazione si deve portare il gas da  $T_4$  a  $T_1$ , la rigenerazione permette di raffreddare da  $T_4$  a  $T_y$  (con  $T_1 < T_y < T_4$ ) quindi il calore da cedere sarà solo quello per portare il gas da  $T_y$  a  $T_1$ .

**Dall'uscita del compressore** senza rigenerazione si deve portare il gas da  $T_2$  a  $T_3$ , la rigenerazione permette di riscaldare da  $T_2$  a  $T_x$  (con  $T_2 < T_x < T_3$ ) quindi si riesce a recuperare del calore che altrimenti verrebbe disperso nell'ambiente per alimentare la trasformazione  $T_2 \rightarrow T_3$ .

$$\eta = \frac{Q_{\text{prodotto}} - Q_{\text{ceduto}}}{Q_{\text{prodotto}}} \\ = 1 - \frac{c_p \cdot (T_y - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_x)}$$

- Ty: temperatura di uscita dallo scambiatore lato turbina. (parte raffreddata)
- Tx: temperatura di uscita dallo scambiatore lato compressore (parte riscaldata)

### 3.4.6.1 Come calcolare Tx e Ty

Nello scambiatore verrà scambiata una **quantità di calore che dipende dal  $\Delta$  di temperatura** tra uscente dalla turbina e uscente dal compressore, ammesso che abbiano stessa portata massica e dovrebbe visto che il circuito è chiuso e la massa si conserva, la velocità dovrebbe variare solo la sezione dei due condotti.

Inoltre **dipende dall'efficienza dello scambiatore  $\varepsilon$ (epsilon).**

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{scambiato effettivamente}}}{Q_{\text{potenzialmente scambiabile se efficienza} = 100\%}}$$

**Massimo calore scambiabile:**

$$Q_{\text{max}} = c_p (T_4 - T_2)$$

**Calore scambiato effettivamente:**

$$Q_{\text{rigenerato}} = c_p |T_x - T_2| = c_p |T_1 - T_y|$$

Il  $\Delta T$  causato dallo scambiatore è uguale da ambe due le parti. Perciò:

$$T_x = T_2 + \Delta T_{\text{scambiatore}} \\ T_y = T_4 - \Delta T_{\text{scambiatore}}$$

Dove  $\Delta T_{\text{scambiatore}}$  è calcolabile come:

$$\Delta T_{\text{scamb.}} = \varepsilon \cdot (T_4 - T_2)$$

### 3.4.6.2 Efficienza

$$\eta_{\text{rig.}} = 1 - \frac{|T_1 - T_y|}{T_3 - T_x}$$

Oppure:

$$\eta_{\text{rig.}} = 1 - \frac{|T_1 - (T_4 - \Delta T_{\text{scamb.}})|}{T_3 - (T_2 + \Delta T_{\text{scamb.}})}$$

### 3.4.7 Rankine (Vapore)

$$\eta = \frac{|w|}{q_H} = 1 - \frac{|h_1 - h_4|}{h_3 - h_2}$$

## **4 ARIA UMIDA (MISCELA BICOMPONENTE)**

### **4.1 Umidità Assoluta**

$$U_A = 0.622 \cdot \frac{p_{vapore\%}}{p_{totale} - p_{vapore\%}} = 0.622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_S}{p_{totale} - \varphi \cdot p_S}$$

- $U_A$ : Umidità assoluta
- $\varphi$ : Umidità relativa
- $p_S$ : Pressione di saturazione del vapore alla data T
- $p_{totale}$ : Pressione totale

Formule correlate :

$$U_A = \frac{m_{H_2O}}{m_{Aria\ Secca}}$$

$$0.622 = \frac{R}{M m_{H_2O}} \cdot \frac{M m_{Aria\ Secca}}{R}$$

### **4.2 Umidità Relativa**

$$\varphi = \frac{P_v}{P_{sat}}$$

- $\varphi$ : Umidità relativa
- $P_v$ : Pressione parziale vapore
- $P_{sat}$ : Pressione di saturazione del vapore

## 4.3 Entalpia

Se  $U_a < U_{sat}$

$$h = c_{p_{AS}} \cdot T + U_a \cdot (c_{p_v} T + h_{0,v})$$

Dove:

- $c_{p_{AS}} = 1.007 \frac{kJ}{kg}$  : calore specifico aria secca
- $c_{p_v} = 1.86 \frac{kJ}{kg}$  : calore specifico vapore
- $h_{0,v} = 2506.1 \frac{kJ}{kg}$  : entalpia vapore a 0 C°
- $T$  : temperatura in Celsius
- $U_a$  : umidità assoluta

## 4.4 Temperatura di Rugiada

### 4.4.1 Metodo Analitico

È la temperatura alla quale il vapore contenuto nell'aria inizia condensarsi.

Esempio:

- Umidità relativa = 60%
- Pressione totale = 1 bar =  $10^5$  Pa = 100 kPa

Da questi dati si può ricavare qual è la **pressione parziale di vapore**. Cioè quella parte della pressione totale data dalla presenza di vapore, secondo la legge delle pressioni parziali, la pressione totale di un volume contenente gas/vapore è dato dalla somma delle pressioni parziali. Quindi:

$$P_{tot} = P_v + P_{as}$$

- $P_v$  : pressione parziale del vapore
- $P_{as}$  : pressione parziale dell'Aria Secca



Per calcolare la pressione parziale di vapore si può usare la definizione di umidità relativa:

$$\varphi = \frac{P_v}{P_{\text{sat}}(T=20C^\circ)}$$
$$\Rightarrow$$
$$P_v = \varphi \cdot P_{\text{sat}}(T=20C^\circ)$$

Quindi la  $P_v$  sarà il 60% della **attuale pressione di saturazione** cioè quella a  $20C^\circ$ , la  $P_{\text{sat}}$  **dipende solamente dalla temperatura**.

- Come si ricava la  $P_{\text{sat}}$ ?

Ad ogni valore di pressione di saturazione del vapore corrisponde una temperatura di saturazione.

Quindi basta vedere la pressione associata alla temperatura attuale, in questo caso  $20C^\circ$  sulla tabella di vapore-acqua satura. Da cui  $20C^\circ \Rightarrow 2.337 \text{ kPa}$ .

$$P_v = 0.6 \cdot 2.337 \text{ kPa} = 1.4022 \text{ kPa}$$

Se ora ci mettiamo nel caso in cui la  $P$  di saturazione del vapore è proprio  $1.4022 \text{ kPa}$  possiamo andare a vedere a che temperatura corrisponde questa condizione. Dalla tabella non c'è il valore esatto corrispondente a  $1.4022 \text{ kPa}$  ma ci sono valori in cui è compreso  $1.227 \text{ kPa}$  ( $10C^\circ$ ) e  $1.7039 \text{ kPa}$  ( $15C^\circ$ ), si procede con l'interpolazione lineare:

$$T_r = \frac{T_2 - T_1}{P_2 - P_1}(P_x - P_1) + T_1 = 11.8368 \text{ } C^\circ$$

Si potevano usare anche i valori della tabella con i valori di pressione tra  $1$  e  $1.5 \text{ kPa}$ , il risultato esce leggermente diverso. Essendo un'interpolazione sono entrambe approssimazioni, con l'assunzione che tra due valori vicini si può approssimare l'andamento lineare (come una retta).

**L'umidità relativa** *dipende* dalla **temperatura** (che varia la  $P_{\text{sat}}$ ) e dalla **quantità di vapore nell'aria** (rappresentata dalla pressione parziale di vapore).

È la relazione che c'è tra temperatura e pressione parziale di vapore.

#### **4.4.2 TODO: Metodo grafico (diagramma psicrometrico)**

## 5. CONDUZIONE DEL CALORE: REGIME NON STAZIONARIO

### 5.1 Numero di Biot

$$Bi = \frac{R_k}{R_h} = \frac{hL_{caratteristica}}{k}$$

- $h \frac{W}{m^2K}$  : coeff. di scambio termico convettivo (fluidi)
- $k \frac{W}{mK}$  : coeff. di scambio termico conduttivo (solidi)
- L: lunghezza caratteristica
- $R_k$  : Resistenza alla conduzione
- $R_h$  : Resistenza alla convezione

### 5.2 Lunghezza Caratteristica

$$L_{car.} = \frac{V}{S}$$

- V : Volume dell'oggetto
- S: Superficie dell'oggetto  
a contatto con il fluido termovettore

### 5.3 Tempo di Raffreddamento

N.B.

Valida solamente se

il numero di Biot  $\leq 0.1$

$$t = \tau \ln \frac{T_i - T_\infty}{T_f - T_\infty}$$

$T_i$ : iniziale

$T_f$ : finale

$T_\infty$ : temperatura riferita al fluido in cui è immerso il corpo.

Con

$$\tau = \frac{\rho c}{h} L_{\text{caratteristica}}$$

$$\tau = \frac{M \cdot c}{h \cdot S}$$

## 5.4 Temperatura finale al tempo t

Dato l'istante t, data  $T_\infty$  (temperatura fluido convettivo) e  $\tau$ . La temperatura finale è pari a:

$$T_f = (T_i - T_\infty) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + T_\infty$$

## 6 SCAMBIATORI DI CALORE

### 6.1 Temperatura Media Logaritmica

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_i - \Delta T_u}{\ln \frac{\Delta T_i}{\Delta T_u}}$$

$$\Delta T_i = T_{max\_ingresso} - T_{min\_ingresso}$$

$$\Delta T_u = T_{max\_uscita} - T_{min\_uscita}$$

*i*: ingresso

*u*: uscita

### 6.2 Potenza termica scambiata dal fluido freddo

fluido freddo:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_{pf} \cdot (T_{fu} - T_{fi})$$

*fu*: fluido Freddo-Uscita

*fi*: fluido Freddo-Ingresso

fluido caldo:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_{pc} \cdot (T_{cu} - T_{ci})$$

*cu*: fluido Caldo-Uscita

*ci*: fluido Caldo-Ingresso

## 6.3 Coefficiente globale di scambio

$$U_{tot} = \frac{\Delta T_{ml}}{\dot{Q}} \quad \left[ \frac{K}{W} \right]$$