

# Formulario di Fisica

## Tecnica ITPS

# CONTENTS

<b>1 Trasformazioni .....</b>	<b>4</b>
1.1 Trasformazione Politropica .....	4
1.1.1 Equazione di stato .....	5
1.2 Casi Particolari .....	5
1.3 Lavoro massico durante una Trasformazione Politropica ....	5
1.4 Calore massico scambiato .....	6
1.5 Calori specifici gas perfetti .....	7
1.5.1 A volume costante .....	7
1.5.2 A pressione costante .....	7
1.6 Trasformazione Isoentropica .....	8
 <b>2 Macchine .....</b>	 <b>9</b>
2.1 Rendimenti .....	9
2.1.1 Turbina adiabatica .....	9
2.1.2 Pompa .....	9
 <b>3 Cicli Termodinamici .....</b>	 <b>10</b>
3.1 Cicli Simmetrici .....	10
3.2 Rendimenti .....	10
3.2.1 Carnot (Gas) .....	10
3.2.2 Ciclo frigorifero Carnot (Gas) (Indiretto) .....	11
3.2.3 Pompa di Calore (Gas) (Indiretto) .....	11
3.2.4 Brayton Joule (Gas) .....	11
3.2.5 Brayton Joule con rigenerazione (Gas) .....	12
3.2.5.1 Come calcolare $T_x$ e $T_y$ .....	12
3.2.5.2 Efficienza .....	13
3.2.6 Rankine (Vapore) .....	13
 <b>4 Aria Umida (miscela bicomponente) .....</b>	 <b>14</b>
4.1 Umidità Assoluta .....	14
4.2 Umidità Relativa .....	14
4.3 Entalpia .....	15
 <b>5 Conduzione del calore: Regime non Stazionario ....</b>	 <b>16</b>
5.1 Numero di Biot .....	16
5.2 Lunghezza Caratteristica .....	16

5.3	Tempo di Raffreddamento .....	16
5.4	Temperatura finale al tempo $t$ .....	17

## **6 Scambiatori di Calore ..... 18**

6.1	Temperatura Media Logaritmica .....	18
6.2	Potenza termica scambiata dal fluido freddo .....	18
6.3	Coefficiente globale di scambio .....	19

**Document made with typst [Link to typst documentation](#)**

# 1 TRASFORMAZIONI

## 1.1 Trasformazione Politropica

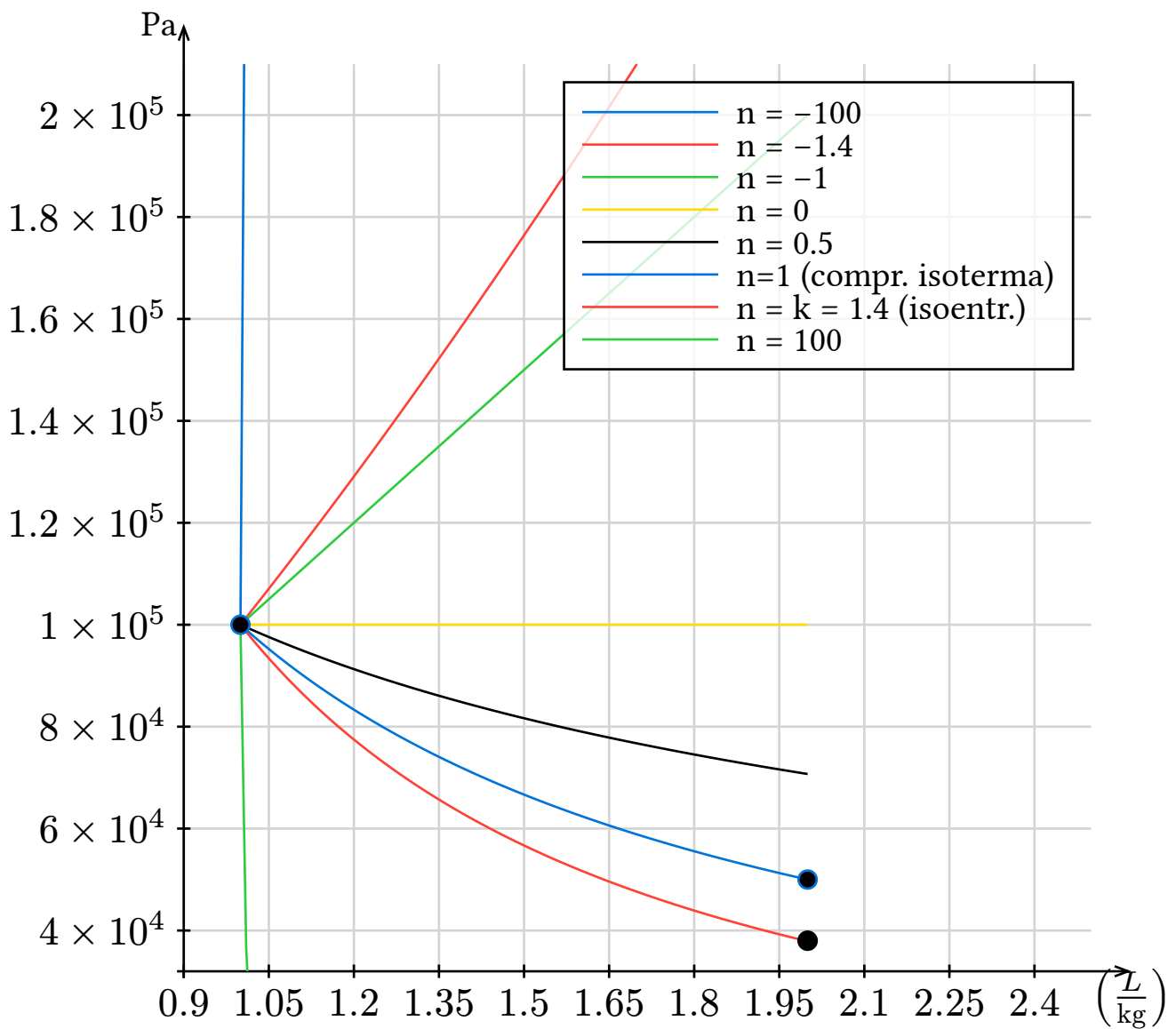


Figure 1: Plot made with cetz

Con essa si indica una qualsiasi trasformazione termodinamica.

### 1.1.1 Equazione di stato

$$p \cdot V^n = \text{costante}$$

Dove:

- $p$ : la pressione
- $V$ : il volume
- $n$ : l'indice politropico, **pari a  $k$  se** trasf. adiabatica e quasistatica(cioè isoen tropica)

## 1.2 Casi Particolari

- Per  $n = 0 \rightarrow$  **Isobara**:  $p = \text{costante}$
- Per  $n = \pm\infty \rightarrow$  **Isocora**:  $V = \text{costante}$
- Per  $n = 1 \rightarrow$  **Isoterma**:  $T = \text{costante}$
- Per  $n = k \rightarrow$  **Adiabatica**:  $k = \frac{C_p}{C_v}$

## 1.3 Lavoro massico durante una Trasformazione Politropica

Calcolando:

$$w = \int_{v_1}^{v_2} p \, dv = p_1 v_1^n \int_{v_1}^{v_2} v^{-n} \, dv$$

Si distinguono due casi:

1. **Caso Generale** ( $n \neq 1$ ):

$$L_v = \frac{p_1 \cdot V_1}{n-1} \left( \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right)$$

1. **Caso Isotermico** ( $n = 1$ ):

$$L_v = -p_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

## 1.4 Calore massico scambiato

$$\Delta u = q + w \quad \Rightarrow \quad q = \Delta u - w$$

$$\Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$w = \int_{v_1}^{v_2} p \, dv$$

$$\Rightarrow$$

$$q = c_v \cdot (T_2 - T_1) - \int_{v_1}^{v_2} p \, dv$$

Due casi per il lavoro:

- $n < 1$ :

$$q = c_v \cdot (T_2 - T_1) - \frac{p_1 \cdot V_1}{n-1} \left( \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right)$$

## 1.5 Calori specifici gas perfetti

**N.B.**

No vapore

$$R^* = \frac{R}{M_m}$$

- $R$  : Costante dei gas perfetti =  $8314 \frac{J}{\text{kmol } K}$
- $M_m$  : Massa Molare del gas  $\left[ \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right]$  pari alla somma delle masse atomiche degli atomi che compongono la singola molecola.

Esempio:

$$\text{N}_2 = \text{N} + \text{N} = 14 + 14 = 28 \text{ kg/kmol}$$

Calcolare calori specifici con l'indice  $n$  della politropica.

### 1.5.1 A volume costante

$$c_v = \frac{1}{n - 1} \cdot R^*$$

### 1.5.2 A pressione costante

$$c_p = \frac{n}{n - 1} \cdot R^*$$

## 1.6 Trasformazione Isoentropica

**Se** la trasformazione è **adiabatica e** anche **quasistatica** (deve essere specificato nella traccia) **allora  $n=k$** .

Dove:

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

La quasistaticità è necessaria perchè se la trasformazione non è reversibile (presenza di forze non conservative che dissipano calore) si genera entropia. **Forze non conservative -> dissipazione calore -> generazione entropia.**



## **2 MACCHINE**

### **2.1 Rendimenti**

\*rendimenti isoentropici

#### **2.1.1 Turbina adiabatica**

$$\eta = \frac{\text{Lavoro}_{\text{Reale}}}{\text{Lavoro}_{\text{Isoentropico}}} = \frac{h_2 - h_1}{h_2^{\text{iso}} - h_1}$$

#### **2.1.2 Pompa**

$$\eta = \frac{\text{Lavoro}_{\text{tecnico isoentropico}}}{\text{Lavoro}_{\text{tecnico reale}}} = \frac{h_2^{\text{iso}} - h_1}{h_2 - h_1}$$

## 3\_ CICLI TERMODINAMICI

### 3.1 Cicli Simmetrici

Per i cicli simmetrici valgono le seguenti equazioni:

$$v_1 v_3 = v_2 v_4$$

$$p_1 p_3 = p_2 p_4$$

$$T_1 T_3 = T_2 T_4$$

Seguono lo schema: *indici dispari = indici pari*

### 3.2 Rendimenti

Formula generale (cicli diretti):

$$\eta = \frac{|w_{\text{utile}}|}{q_H}$$

#### 3.2.1 Carnot (Gas)

- 2 isoterme + 2 adiabatiche isoentropiche

$$\eta = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$$

Si ricorda che  $4 \rightarrow 1$  e  $2 \rightarrow 3$  sono trasformazioni isoterme.

### 3.2.2 Ciclo frigorifero Carnot (Gas) (Indiretto)

Coefficient Of Performance (COP):

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{\Delta s_{12} \cdot T_{\min}}{\Delta s_{34} \cdot T_{\max} - \Delta s_{12} \cdot T_{\min}}$$

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}}$$

N.B.  $\Delta s_{12} = \Delta s_{34}$

### 3.2.3 Pompa di Calore (Gas) (Indiretto)

Si ottiene invertendo il cicli di Carnot diretto.

Coefficient Of Performance (COP):

$$COP_{\text{pompa calore}} = \frac{\Delta s_{34} \cdot T_{\max}}{\Delta s_{12} \cdot T_{\min} - \Delta s_{34=12} \cdot T_{\max}}$$

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{T_{\max}}{T_{\max} - T_{\min}}$$

N.B.  $\Delta s_{12} = -\Delta s_{34}$

### 3.2.4 Brayton Joule (Gas)

2 adiab. isoentropiche:

(pompa  $1 \rightarrow 2$  + turbina  $3 \rightarrow 4$ )

+ 2 isobare:

$q_h: 2 \rightarrow 3$

$q_c: 4 \rightarrow 1$

$$\eta = 1 - \frac{c_p \cdot (T_4 - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

### 3.2.5 Brayton Joule con rigenerazione (Gas)

La rigenerazione la si può sfruttare se  $T_4 > T_2$ , sostanzialmente il gas uscente dalla turbina è più caldo di quello uscente dal compressore.

**Dall'uscita della turbina** senza rigenerazione si deve portare il gas da  $T_4$  a  $T_1$ , la rigenerazione permette di raffreddare da  $T_4$  a  $T_y$  (con  $T_1 < T_y < T_4$ ) quindi il calore da cedere sarà solo quello per portare il gas da  $T_y$  a  $T_1$ .

**Dall'uscita del compressore** senza rigenerazione si deve portare il gas da  $T_2$  a  $T_3$ , la rigenerazione permette di riscaldare da  $T_2$  a  $T_x$  (con  $T_2 < T_x < T_3$ ) quindi si riesce a recuperare del calore che altrimenti verrebbe disperso nell'ambiente per alimentare la trasformazione  $T_2 \rightarrow T_3$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{Q_{\text{prodotto}} - Q_{\text{ceduto}}}{Q_{\text{prodotto}}} \\ &= 1 - \frac{c_p \cdot (T_y - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_x)} \end{aligned}$$

- $T_y$ : temperatura di uscita dallo scambiatore lato turbina. (parte raffreddata)
- $T_x$ : temperatura di uscita dallo scambiatore lato compressore (parte riscaldata)

#### 3.2.5.1 Come calcolare $T_x$ e $T_y$

Nello scambiatore verrà scambiata una **quantità di calore che dipende in primo luogo dal  $\Delta$  di temperatura** tra uscente dalla turbina e uscente dal compressore, ammesso che abbiano stessa portata massica e dovrebbe visto che il circuito è chiuso e la massa si conserva, la velocità dovrebbe varia solo la sezione dei due condotti.

In secondo luogo **dipende dall'efficienza dello scambiatore  $\varepsilon$  (epsilon).**

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{scambiato effettivamente}}}{Q_{\text{potenzialmente scambiabile se efficienza} = 100\%}}$$

**Massimo calore scambiabile:**

$$Q_{\max} = c_p (T_4 - T_2)$$

**Calore scambiato effettivamente:**

$$Q_{\text{rigenerato}} = c_p |T_x - T_2| = c_p |T_1 - T_y|$$

Il  $\Delta T$  causato dallo scambiatore è uguale da ambe due le parti. Perciò:

$$\begin{aligned} T_x &= T_2 + \Delta T_{\text{scambiatore}} \\ T_y &= T_4 - \Delta T_{\text{scambiatore}} \end{aligned}$$

Dove  $\Delta T_{\text{scambiatore}}$  è calcolabile come:

$$\Delta T_{\text{scamb.}} = \varepsilon \cdot (T_4 - T_2)$$

### 3.2.5.2 Efficienza

$$\eta_{\text{rig.}} = 1 - \frac{|T_1 - T_y|}{T_3 - T_x}$$

Oppure:

$$\eta_{\text{rig.}} = 1 - \frac{|T_1 - (T_4 - \Delta T_{\text{scamb.}})|}{T_3 - (T_2 + \Delta T_{\text{scamb.}})}$$

### 3.2.6 Rankine (Vapore)

$$\eta = \frac{|w|}{q_H} = 1 - \frac{|h_1 - h_4|}{h_3 - h_2}$$

## 4 ARIA UMIDA (MISCELA BICOMPONENTE)

### 4.1 Umidità Assoluta

$$U_A = 0.622 \cdot \frac{p_{vapore\%}}{p_{totale} - p_{vapore\%}} = 0.622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_S}{p_{totale} - \varphi \cdot p_S}$$

- $U_A$ : Umidità assoluta
- $\varphi$ : Umidità relativa
- $p_S$ : Pressione di saturazione del vapore alla data T
- $p_{totale}$ : Pressione totale

Formule correlate :

$$U_A = \frac{m_{H_2O}}{m_{Aria\ Secca}}$$

$$0.622 = \frac{R}{M m_{H_2O}} \cdot \frac{M m_{Aria\ Secca}}{R}$$

### 4.2 Umidità Relativa

$$\varphi = \frac{P_v}{P_{sat}}$$

- $\varphi$ : Umidità relativa
- $P_v$ : Pressione parziale vapore
- $P_{sat}$ : Pressione di saturazione del vapore

## 4.3 Entalpia

Se  $U_a < U_{sat}$

$$h = c_{p_{AS}} \cdot T + U_a \cdot (c_{p_v} T + h_{0,v})$$

Dove:

- $c_{p_{AS}} = 1.007 \frac{kJ}{kg}$  : calore specifico aria secca
- $c_{p_v} = 1.86 \frac{kJ}{kg}$  : calore specifico vapore
- $h_{0,v} = 2506.1 \frac{kJ}{kg}$  : entalpia vapore a 0 C°
- $T$  : temperatura in Celsius
- $U_a$  : umidità assoluta

## **5. CONDUZIONE DEL CALORE: REGIME NON STAZIONARIO**

### **5.1 Numero di Biot**

$$Bi = \frac{R_k}{R_h} = \frac{hL_{caratteristica}}{k}$$

- $h \frac{W}{m^2K}$  : coeff. di scambio termico convettivo (fluidi)
- $k \frac{W}{mK}$  : coeff. di scambio termico conduttivo (solidi)
- L: lunghezza caratteristica
- $R_k$  : Resistenza alla conduzione
- $R_h$  : Resistenza alla convezione

### **5.2 Lunghezza Caratteristica**

$$L_{car.} = \frac{V}{S}$$

- V : Volume dell'oggetto
- S: Superficie dell'oggetto  
a contatto con il fluido termovettore

### **5.3 Tempo di Raffreddamento**

N.B.

Valida solamente se

il numero di Biot  $\leq 0.1$



$$t = \tau \ln \frac{T_i - T_\infty}{T_f - T_\infty}$$

$T_i$ : iniziale

$T_f$ : finale

$T_\infty$ : temperatura riferita al fluido in cui è immerso il corpo.

Con

$$\tau = \frac{\rho c}{h} L_{\text{caratteristica}}$$

$$\tau = \frac{M \cdot c}{h \cdot S}$$

## 5.4 Temperatura finale al tempo t

Dato l'istante t, data  $T_\infty$  (temperatura fluido convettivo) e  $\tau$ . La temperatura finale è pari a:

$$T_f = (T_i - T_\infty) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + T_\infty$$

## 6 SCAMBIATORI DI CALORE

### 6.1 Temperatura Media Logaritmica

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_i - \Delta T_u}{\ln \frac{\Delta T_i}{\Delta T_u}}$$

$$\Delta T_i = T_{max\_ingresso} - T_{min\_ingresso}$$

$$\Delta T_u = T_{max\_uscita} - T_{min\_uscita}$$

*i*: ingresso

*u*: uscita

### 6.2 Potenza termica scambiata dal fluido freddo

fluido freddo:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_{pf} \cdot (T_{fu} - T_{fi})$$

*fu*: fluido Freddo-Uscita

*fi*: fluido Freddo-Ingresso

fluido caldo:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_{pc} \cdot (T_{cu} - T_{ci})$$

*cu*: fluido Caldo-Uscita

*ci*: fluido Caldo-Ingresso

## 6.3 Coefficiente globale di scambio

$$U_{tot} = \frac{\Delta T_{ml}}{\dot{Q}} \quad \left[ \frac{K}{W} \right]$$