

Fluidodinamica e Biofluidodinamica

CONTENTS

1 Idrostatica 3

1.1 Pressione idrostatica 3

1.2 Forza complessiva su parete piana 3

1.3 Calcolo del centro di Pressione 3

1.3.1 Momento d’inerzia 4

2 Meccanica dei fluidi 5

2.1 Velocità angolare 5

2.2 Derivata totale o materiale 5

Document made with typst: [Link to typst documentation](#)

1 IDROSTATICA

1.1 Pressione idrostatica

1.
$$p = \rho g h$$

- h : profondità $\rightarrow m$
- ρ : densità $\rightarrow \frac{kg}{m^3}$

1.2 Forza complessiva su parete piana

2.
$$\begin{aligned} F &= \int_A p(y) \cdot dA = \\ &= \int_A \rho g y \sin(\alpha) dA = \\ &= \rho g \sin(\alpha) \cdot \int_A y dA \\ &= \rho g \sin(\alpha) \cdot y_G A \\ &\quad \text{oppure} \\ &= \rho g h_G A \end{aligned}$$

- $p_g = \rho g h_g$
- $h_g = y_G \cdot \sin(\alpha)$
- $h_g = y_G \cdot \sin(\alpha)$
- $h_g \rightarrow$ Profondità del centro di massa.
- $h_g \rightarrow$ Profondità del centro di massa.

1.3 Calcolo del centro di Pressione

Calcolo del centro di pressione di una superficie:

3.
 - L : Lunghezza
 - b : Estensione
 - A : Area = $L \cdot b$
 - α : Inclinazione del piano

La formula di partenza è il bilancio dei momenti agenti sulla superficie immersa:

4.
$$F \cdot c_p = \int_A p(y) \cdot y dA$$

Per F vale la **equazione 2**:

5.
$$\begin{aligned} F &= \rho g h_G A = \\ &= \rho g y_G \sin(\alpha) L b \end{aligned}$$

y_G : Profondità nella direzione dell'inclinazione

Mentre per la parte di destra della **equazione 4**:

$$\int_A p(y) \cdot y \, dA = \rho g \sin(\alpha) \int_A y^2 \, dA$$

6.

$$\text{Poichè: } I_x = \int_A y^2 \, dA \\ \Rightarrow \rho g \sin(\alpha) I_x$$

Sostituendo:

7.

$$\cancel{\rho g \sin(\alpha)} y_G A \cdot c_p = \cancel{\rho g \sin(\alpha)} I_x \\ y_G A \cdot c_p = I_x$$

Applicando il teorema degli assi paralleli:

8.

$$I_x = I_{x,G} + y_G A$$

Possiamo scrivere:

9.

$$y_G \cdot A \cdot c_p = I_{x,G} + y_G^2 A \\ c_p = \frac{I_{x,G}}{y_G \cdot A} + \frac{y_G^2 A}{y_G \cdot A}$$

10.

$$\Rightarrow c_p = \frac{I_{x,G}}{y_G \cdot A} + y_G$$

1.3.1 Momento d'inerzia

Di seguito le formule per i momenti di inerzia $I_{G,x}$ per diverse forme:

11.

$$\text{Rettangolo:} \\ I_{G,x} = \frac{bL^3}{12}$$

Nota.

La lunghezza L è perpendicolare all'asse neutro, per capirci la linea che si manifesta nel piegare esageratamente la superficie con i momenti agenti.

12.

$$\text{Cerchio} \\ I_{G,x} = \frac{\pi R^4}{64}$$

2.1 Velocità angolare

eq. 13

$$\omega = \frac{1}{2} \left(\frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\beta}{dt} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)$$

2.2 Derivata totale o materiale

Per una grandezza generica b nella direzione generica x:

eq. 14

$$\frac{d}{dt} b_x(t, x(t), y(t), z(t)) = \frac{\partial b_x}{\partial t} \frac{dt}{dt} + \frac{\partial b_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial b_x}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial b_x}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

Che diventa:

eq. 15

$$\frac{d}{dt} b_x(t, x(t), y(t), z(t)) = \frac{\partial b_x}{\partial t} + \frac{\partial b_x}{\partial x} u_x + \frac{\partial b_x}{\partial y} u_y + \frac{\partial b_x}{\partial z} u_z$$

Forma compatta per la grandezza \vec{b} vettoriale:

eq. 16

$$\frac{d\vec{b}}{dt} =$$