

Formulario di Fisica

Tecnica ITPS

CONTENTS

1 Trasformazione Politropica	4
1.0.1 Equazione di stato	5
1.1 Casi Particolari	5
1.2 Lavoro massico durante una Trasformazione Politropica	5
1.3 Calore massico scambiato	6
1.4 Calori specifici gas perfetti	7
1.4.1 A volume costante	7
1.4.2 A pressione costante	7
1.5 Trasformazione Isoentropica	8
 2 Macchine	 9
2.1 Rendimenti	9
2.1.1 Turbina adiabatica	9
2.1.2 Pompa	9
 3 Cicli Termodinamici	 10
3.1 Diretti e indiretti	10
3.2 Utilizzi dei cicli	10
3.3 Cicli Simmetrici	10
3.4 Rendimenti	11
3.4.1 Formula generale	11
3.4.2 Carnot: Diretto (Gas)	11
3.4.3 Carnot: Ciclo frigorifero (Gas) (Indiretto)	11
3.4.4 Carnot: Pompa di Calore (Gas) (Indiretto)	11
3.4.5 Brayton Joule (Gas)	12
3.4.6 Brayton Joule con rigenerazione (Gas)	12
3.4.6.1 Come calcolare T_x e T_y	13
3.4.6.2 Efficienza	14
3.4.7 Rankine (Vapore)	14
 4 Aria Umida (miscela bicomponente)	 15
4.1 Umidità Assoluta	15
4.2 Umidità Relativa	15
4.3 Entalpia	16
4.4 Temperatura di Rugiada	17
4.4.1 Metodo Analitico	17
4.4.2 TODO: Metodo grafico (diagramma psicrometrico)	18

5	Trasmissione del calore: Regime Stazionario	19
5.1	Coefficiente di conduzione (k)	19
5.2	Coefficiente di convezione (h)	19
5.3	Coefficiente di scambio termico globale (U)	19
5.4	Conduttanza termica	20
5.5	Caso: Parete Piana	20
5.5.1	Resistenza termica	20
5.5.1.1	Di Conduzione	20
5.5.1.2	Di Convezione	20
5.5.2	Potenza Termica	21
5.6	Caso: Parete Cilindrica	21
5.6.1	Potenza Termica	21
5.7	Calcolo resistenze	22
5.7.1	Serie	22
5.7.2	Parallelo	22
5.7.3	Complessiva	22
6	Trasmissione del calore: Regime non Stazionario	23
6.1	Numero di Biot	23
6.2	Lunghezza Caratteristica	23
6.3	Tempo di Raffreddamento	23
6.4	Temperatura finale al tempo t	24
7	Scambiatori di Calore	25
7.1	Temperatura Media Logaritmica	25
7.2	Potenza termica scambiata dal fluido freddo	25
7.3	Coefficiente globale di scambio	26

Document made with typst: [Link to typst documentation](#)

1 TRASFORMAZIONE POLITROPICA

Con una trasf. politropica si può descrivere una qualsiasi trasformazione termodinamica.

$$p = p_1 \left(\frac{v_1}{v} \right)^n$$

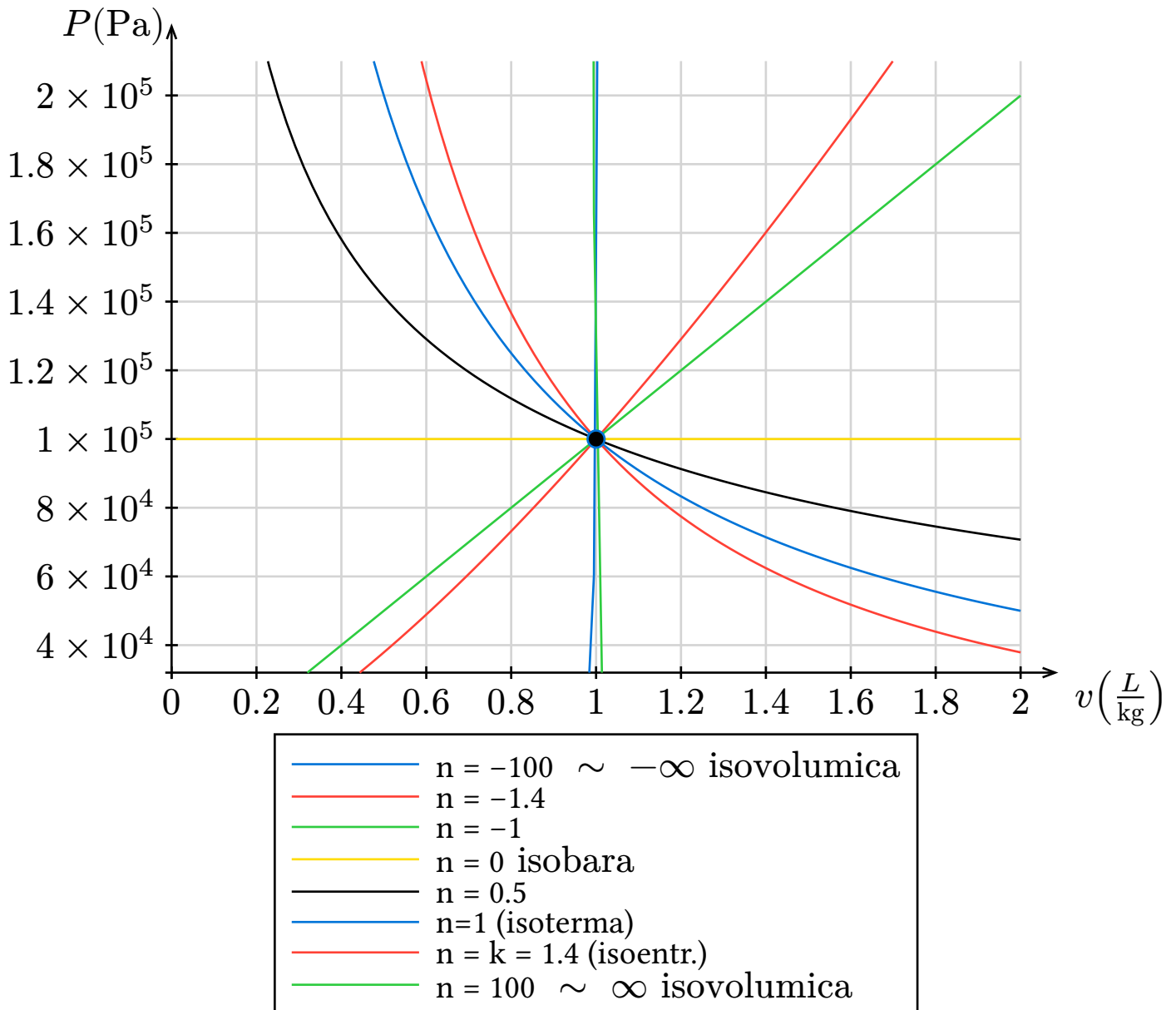


Figure 1: Differenti curve al variare dell'indice n della politropica
(Plot made with cetz)

1.0.1 Equazione di stato

$$p \cdot V^n = \text{costante}$$

Dove:

- p : la pressione
- V : il volume
- n : l'indice politropico, **pari a k se** trasf. adiabatica e quasistatica(cioè isoen tropica)

1.1 Casi Particolari

- Per $n = 0 \rightarrow$ **Isobara**: $p = \text{costante}$
- Per $n = \pm\infty \rightarrow$ **Isocora**: $V = \text{costante}$
- Per $n = 1 \rightarrow$ **Isoterma**: $T = \text{costante}$
- Per $n = k \rightarrow$ **Adiabatica**: $k = \frac{C_p}{C_v}$

1.2 Lavoro massico durante una Trasformazione Politropica

Calcolando:

$$w = \int_{v_1}^{v_2} p \, dv = p_1 v_1^n \int_{v_1}^{v_2} v^{-n} \, dv$$

Si distinguono due casi:

- **Caso Generale** ($n \neq 1$):

$$L_v = \frac{p_1 \cdot V_1}{n-1} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right)$$

- **Caso Isotermico** ($n = 1$):

$$L_v = -p_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

1.3 Calore massico scambiato

Il lavoro per un'espansione è da considerare come un contributo negativo all'energia interna ma se è un'espansione allora $\Delta v = v_2 - v_1 > 0$ e si avrebbe un termine positivo di lavoro quindi si aggiusta mettendo un meno.

$$\Delta u = q - w$$

$$\Rightarrow$$

$$q = \Delta u + w$$

$$\Delta u = c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$w = \int_{v_1}^{v_2} p \, dv$$

$$\Rightarrow$$

$$q = c_v \cdot (T_2 - T_1) + \int_{v_1}^{v_2} p \, dv$$

Due casi per il lavoro:

- $n \neq 1$:

$$q = c_v \cdot (T_2 - T_1) + \frac{p_1 \cdot V_1}{n-1} \left(\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} - 1 \right)$$

- $n = 1$:

$$q = c_v \cdot (T_2 - T_1) - p_1 \cdot V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

1.4 Calori specifici gas perfetti

N.B.

NO vapore

SÌ aria umida ma solo per la parte di **aria secca**.

$$R^* = \frac{R}{M_m}$$

- R : Costante dei gas perfetti = $8314 \frac{J}{\text{kmol } K}$
- M_m : Massa Molare del gas $\left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right]$ pari alla somma delle masse atomiche degli atomi che compongono la singola molecola.
Esempio: $N_2 = N + N = 14 + 14 = 28 \text{ kg/kmol}$

Calcolare calori specifici con l'indice **n** della politropica.

1.4.1 A volume costante

$$c_v = \frac{1}{n - 1} \cdot R^*$$

1.4.2 A pressione costante

$$c_p = \frac{n}{n - 1} \cdot R^*$$

1.5 Trasformazione Isoentropica

Se la trasformazione è **adiabatica e** anche **quasistatica** (deve essere specificato nella traccia dell'exe) **Allora $n=k$.**

Dove:

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$

La quasistaticità è necessaria perchè se la trasformazione non è reversibile (presenza di forze non conservative che dissipano calore) si genera entropia. **Forze non conservative -> dissipazione calore**
-> generazione entropia.

2 MACCHINE

2.1 Rendimenti

*rendimenti isoentropici

2.1.1 Turbina adiabatica

$$\eta = \frac{\text{Lavoro}_{\text{Estratto}}}{\text{Lavoro}_{\text{Isoentropico}}} = \frac{h_2 - h_1}{h_2^{\text{iso}} - h_1}$$

L'energia utile qui è il lavoro estratto dalla turbina, a spese del ciclo durante la trasformazione di espansione isoentropica.

2.1.2 Pompa

$$\eta = \frac{\text{Lavoro}_{\text{tecnico isoentropico}}}{\text{Lavoro}_{\text{tecnico reale}}} = \frac{h_2^{\text{iso}} - h_1}{h_2 - h_1}$$

Qui isoentropico sta a numeratore perchè la spesa è data dal lavoro che diamo alla macchina(compressore) per ottenere una compressione, la compressione che otteniamo corrisponde al $\Delta h_{\text{isoentropico}}$ che sarà sempre inferiore al lavoro che forniamo per il II° principio.

3_ CICLI TERMODINAMICI

3.1 Diretti e indiretti

Ciclo Diretto: sfrutta “direttamente” il calore per produrre lavoro/calore utile.

esempio: motore endotermico, utilizza calore di combustione per espandere il gas combusto e compiere lavoro.

Ciclo Indiretto: si utilizza lavoro per ottenere lavoro/calore utile.

esempio: pompa di calore, pompa fornisce lavoro al fluido per far scambiare calore, tramite espansione e compressione.

3.2 Utilizzi dei cicli

- **Carnot** è il ciclo ideale teorico per gas perfetti e vapore.
 - Senso Orario: ciclo diretto, utilizza calore per produrre lavoro.
 - Senso Anti-orario: ciclo indiretto, utilizza lavoro per spostare calore.
- **Brayton-Joule** utilizzato nelle turbine a gas

3.3 Cicli Simmetrici

Per i cicli simmetrici valgono le seguenti equazioni:

$$v_1 v_3 = v_2 v_4$$

$$p_1 p_3 = p_2 p_4$$

$$T_1 T_3 = T_2 T_4$$

Seguono lo schema: *indici dispari = indici pari*

3.4 Rendimenti

3.4.1 Formula generale

$$\eta = \frac{|w_{\text{utile}}|}{q_H}$$

3.4.2 Carnot: Diretto (Gas)

- 2 isoterme + 2 adiabatiche isoentropiche

$$\eta = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$$

Si ricorda che $4 \rightarrow 1$ e $2 \rightarrow 3$ sono trasformazioni isoterme.

3.4.3 Carnot: Ciclo frigorifero (Gas) (Indiretto)

Coefficient Of Performance (COP):

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{\Delta s_{12} \cdot T_{\min}}{\Delta s_{34} \cdot T_{\max} - \Delta s_{12} \cdot T_{\min}}$$

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}}$$

N.B. $\Delta s_{12} = \Delta s_{34}$

3.4.4 Carnot: Pompa di Calore (Gas) (Indiretto)

Si ottiene invertendo in senso anti-orario il ciclo di Carnot.

Coefficient Of Performance (COP):

$$COP_{\text{pompa calore}} = \frac{\Delta s_{34} \cdot T_{\max}}{\Delta s_{12} \cdot T_{\min} - \Delta s_{34=12} \cdot T_{\max}}$$

$$COP_{\text{frigo}} = \frac{T_{\max}}{T_{\max} - T_{\min}}$$

N.B. $\Delta s_{12} = -\Delta s_{34}$

3.4.5 Brayton Joule (Gas)

2 adiab. isoentropiche:

(pompa 1→2 + turbina 3→4)

+ 2 isobare:

q_h : 2→3

q_c : 4→1

$$\eta = 1 - \frac{c_p \cdot (T_4 - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

3.4.6 Brayton Joule con rigenerazione (Gas)

La rigenerazione la si può sfruttare se $T_4 > T_2$, sostanzialmente il gas uscente dalla turbina è più caldo di quello uscente dal compressore.

Dall'uscita della turbina senza rigenerazione si deve portare il gas da T_4 a T_1 , la rigenerazione permette di raffreddare da T_4 a T_y (con $T_1 < T_y < T_4$) quindi il calore da cedere sarà solo quello per portare il gas da T_y a T_1 .

Dall'uscita del compressore senza rigenerazione si deve portare il gas da T_2 a T_3 , la rigenerazione permette di riscaldare da T_2 a T_x (con $T_2 < T_x < T_3$) quindi si riesce a recuperare del calore che altrimenti verrebbe disperso nell'ambiente per alimentare la trasformazione $T_2 \rightarrow T_3$.

$$\eta = \frac{Q_{\text{prodotto}} - Q_{\text{ceduto}}}{Q_{\text{prodotto}}} \\ = 1 - \frac{c_p \cdot (T_y - T_1)}{c_p \cdot (T_3 - T_x)}$$

- Ty: temperatura di uscita dallo scambiatore lato turbina. (parte raffreddata)
- Tx: temperatura di uscita dallo scambiatore lato compressore (parte riscaldata)

3.4.6.1 Come calcolare Tx e Ty

Nello scambiatore verrà scambiata una **quantità di calore che dipende dal Δ di temperatura** tra uscente dalla turbina e uscente dal compressore, ammesso che abbiano stessa portata massica e dovrebbe visto che il circuito è chiuso e la massa si conserva, la velocità dovrebbe variare solo la sezione dei due condotti.

Inoltre **dipende dall'efficienza dello scambiatore ε (epsilon).**

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{scambiato effettivamente}}}{Q_{\text{potenzialmente scambiabile se efficienza} = 100\%}}$$

Massimo calore scambiabile:

$$Q_{\text{max}} = c_p (T_4 - T_2)$$

Calore scambiato effettivamente:

$$Q_{\text{rigenerato}} = c_p |T_x - T_2| = c_p |T_1 - T_y|$$

Il ΔT causato dallo scambiatore è uguale da ambe due le parti. Perciò:

$$T_x = T_2 + \Delta T_{\text{scambiatore}} \\ T_y = T_4 - \Delta T_{\text{scambiatore}}$$

Dove $\Delta T_{\text{scambiatore}}$ è calcolabile come:

$$\Delta T_{\text{scamb.}} = \varepsilon \cdot (T_4 - T_2)$$

3.4.6.2 Efficienza

$$\eta_{\text{rig.}} = 1 - \frac{|T_1 - T_y|}{T_3 - T_x}$$

Oppure:

$$\eta_{\text{rig.}} = 1 - \frac{|T_1 - (T_4 - \Delta T_{\text{scamb.}})|}{T_3 - (T_2 + \Delta T_{\text{scamb.}})}$$

3.4.7 Rankine (Vapore)

$$\eta = \frac{|w|}{q_H} = 1 - \frac{|h_1 - h_4|}{h_3 - h_2}$$

4 ARIA UMIDA (MISCELA BICOMPONENTE)

4.1 Umidità Assoluta

$$U_A = 0.622 \cdot \frac{p_{vapore\%}}{p_{totale} - p_{vapore\%}} = 0.622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_S}{p_{totale} - \varphi \cdot p_S}$$

- U_A : Umidità assoluta
- φ : Umidità relativa
- p_S : Pressione di saturazione del vapore alla data T
- p_{totale} : Pressione totale

Formule correlate :

$$U_A = \frac{m_{H_2O}}{m_{Aria\ Secca}}$$

$$0.622 = \frac{R}{M m_{H_2O}} \cdot \frac{M m_{Aria\ Secca}}{R}$$

4.2 Umidità Relativa

$$\varphi = \frac{P_v(T = T_x)}{P_{sat}(T = T_x)}$$

- T_x : Temperatura fissata
- φ : Umidità relativa
- P_V : Pressione parziale vapore

- P_{sat} : Pressione di saturazione del vapore

4.3 Entalpia

Formula concettuale:

$h = \text{aria secca} + \text{vapore } 0^\circ\text{C} + \text{vapore da } 0^\circ\text{C a } T_x + \text{acqua condensata}$

- Il contributo del vapore è formato da **entalpia di formazione del vapore** + **vapore a** $T \geq T_{\text{condensazione}}$
- L'acqua condensata è data dalla quantità di umidità ecceduta rispetto all'umidità di saturazione.

Ci sono due casi:

- **Senza condensa** – quando l'umidità assoluta finale che si ottiene in seguito ad una climatizzazione è **minore o uguale** della umidità di saturazione

Se $U_a \leq U_{\text{sat}}$

$$h = c_{p_{AS}} \cdot T_x + U_a \cdot (c_{p_v} T_x + \Delta h_{0,v})$$

- **Con condensa** – quando l'umidità finale è maggiore di quella di saturazione

Se $U_a > U_{\text{sat}}$

$$h = c_{p_{AS}} \cdot T_x + U_a \cdot (c_{p_v} T_x + \Delta h_{0,v}) + (U_a - U_{\text{sat}})$$

Dove:

- $c_{p_{AS}} = 1.007 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$: calore specifico aria secca
- $c_{p_v} = 1.86 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$: calore specifico vapore
- $h_{0,v} = 2506.1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$: entalpia vapore a 0°C

- T : temperatura in Celsius
- U_a : umidità assoluta

4.4 Temperatura di Rugiada

È la temperatura alla quale il vapore contenuto nell'aria inizia condensarsi.

4.4.1 Metodo Analitico

Esempio:

- Umidità relativa = 60%
- Temperatura = 20 C°

Da questi dati si può ricavare qual è la **pressione parziale di vapore**. Cioè quella parte della pressione totale data dalla presenza di vapore, secondo la legge delle pressioni parziali, la pressione totale di un volume contenente gas/vapore è dato dalla somma delle pressioni parziali. Quindi:

$$P_{\text{tot}} = P_v + P_{\text{as}}$$

- P_v : pressione parziale del vapore
- P_{as} : pressione parziale dell'Aria Secca

Per calcolare la pressione parziale di vapore si può usare la definizione di umidità relativa:

$$\varphi = \frac{P_v}{P_{\text{sat}}(T=20C^\circ)}$$

$$\Rightarrow$$

$$P_v = \varphi \cdot P_{\text{sat}}(T=20C^\circ)$$

Quindi la P_v sarà il 60% della **attuale pressione di saturazione** cioè quella a 20C°, la P_{sat} **dipende solamente dalla temperatura**.

- Come si ricava la P_{sat} ?

Ad ogni valore di pressione di saturazione del vapore corrisponde una temperatura di saturazione.

Quindi basta vedere la pressione associata alla temperatura attuale, in questo caso 20°C sulla tabella di vapore-acqua satura. Da cui $20^\circ\text{C} \Rightarrow 2.337 \text{ kPa}$.

$$P_v = 0.6 \cdot 2.337 \text{ kPa} = 1.4022 \text{ kPa}$$

Se ora ci mettiamo nel caso in cui la P di saturazione del vapore è proprio 1.4022 kPa possiamo andare a vedere a che temperatura corrisponde questa condizione. Dalla tabella non c'è il valore esatto corrispondente a 1.4022 kPa ma ci sono valori in cui è compreso 1.227 kPa (10°C) e 1.7039 kPa (15°C), si procede con l'interpolazione lineare:

$$T_r = \frac{T_2 - T_1}{P_2 - P_1}(P_x - P_1) + T_1 = 11.8368 \text{ }^\circ\text{C}$$

Si potevano usare anche i valori della tabella con i valori di pressione tra 1 e 1.5 kPa , il risultato esce leggermente diverso. Essendo un'interpolazione sono entrambe approssimazioni, con l'assunzione che tra due valori vicini si può approssimare l'andamento lineare (come una retta).

L'umidità relativa *dipende* dalla **temperatura** (che varia la P_{sat}) e dalla **quantità di vapore nell'aria** (rappresentata dalla pressione parziale di vapore).

È la relazione che c'è tra temperatura e pressione parziale di vapore.

4.4.2 TODO: Metodo grafico (diagramma psicrometrico)

5_ TRASMISSIONE DEL CALORE: **REGIME STAZIONARIO**

5.1 Coefficiente di conduzione (k)

- Si indica con k
- Si misura in $\frac{W}{mK}$
- Si usa per i vari strati della parete
- Differente per ogni materiale, gas, solido, liquido.

5.2 Coefficiente di convezione (h)

- Si indica con h
- Si misura in $\frac{W}{m^2 K}$
- Si usa per i fluidi convettivi
 - prima della parete
 - dopo la parete

5.3 Coefficiente di scambio termico globale (U)

- È un coefficiente equivalente che tiene conto dei vari coefficienti di convezione e conduzione.
- Si indica con U
- Si misura in $\frac{W}{m^2 K}$

5.4 Conduttanza termica

- Si misura in $\frac{W}{K}$
- È l'inverso della resistenza termica

5.5 Caso: Parete Piana

5.5.1 Resistenza termica

5.5.1.1 Di Conduzione

- Si indica con R_k
- Si misura in $\frac{K}{W}$

$$R_k = \frac{L}{S \cdot k}$$

- $L [m]$: spessore dello strato
- $k \left[\frac{W}{mK} \right]$: coeff. di conduzione
- $S [m^2]$: superficie di scambio dello strato

5.5.1.2 Di Convezione

- Si indica con R_h
- Si misura in $\frac{K}{W}$

$$R_k = \frac{1}{S \cdot h}$$

- $h \left[\frac{W}{mK} \right]$: coeff. di conduzione
- $S [m^2]$: superficie di scambio dello strato

5.5.2 Potenza Termica

$$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{\text{tot}}}$$

$$\dot{Q} = U \cdot S \cdot \Delta T$$

Dove S è una superficie rettangolare:

$$S = a \cdot b$$

5.6 Caso: Parete Cilindrica

5.6.1 Potenza Termica

$$\dot{Q} = - \frac{2\pi Lk \cdot (T_e - T_i)}{\ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right)}$$

* è positivo se $T_i > T_e$ cioè uscente rispetto all'interno del cilindro

- **SEGNO :** Per il II° principio della term. il calore va da un corpo più caldo a uno più freddo. Una volta che si sa quale delle temperature tra esterne ed interna si capisce qual è il verso. In alternativa si assume un verso a scelta e se esce negativo il verso effettivo è l'opposto rispetto a quello scelto.

5.7 Calcolo resistenze

5.7.1 Serie

5.7.2 Parallelo

5.7.3 Complessiva

- Si misura in $\frac{K}{W}$

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{S \cdot U}$$

- S: superficie di scambio
- U: coeff. globale di scambio

$$R_{\text{tot}} = \frac{\Delta T}{\dot{Q}}$$

- \dot{Q} : potenza termica scambiata
- ΔT : differenza di temperatura tra interno ed esterno

6 TRASMISSIONE DEL CALORE: **REGIME NON STAZIONARIO**

6.1 Numero di Biot

$$Bi = \frac{R_k}{R_h} = \frac{hL_{caratteristica}}{k}$$

- $h \frac{W}{m^2K}$: coeff. di scambio termico convettivo (fluidi)
- $k \frac{W}{mK}$: coeff. di scambio termico conduttivo (solidi)
- L: lunghezza caratteristica
- R_k : Resistenza alla conduzione
- R_h : Resistenza alla convezione

6.2 Lunghezza Caratteristica

$$L_{car.} = \frac{V}{S}$$

- V : Volume dell'oggetto
- S: Superficie dell'oggetto
a contatto con il fluido termovettore

6.3 Tempo di Raffreddamento

N.B.

Valida solamente se

il numero di Biot ≤ 0.1

$$t = \tau \ln \frac{T_i - T_\infty}{T_f - T_\infty}$$

T_i : iniziale

T_f : finale

T_∞ : temperatura riferita al fluido in cui è immerso il corpo.

Con

$$\tau = \frac{\rho c}{h} L_{\text{caratteristica}}$$

$$\tau = \frac{M \cdot c}{h \cdot S}$$

6.4 Temperatura finale al tempo t

Dato l'istante t, data T_∞ (temperatura fluido convettivo) e τ . La temperatura finale è pari a:

$$T_f = (T_i - T_\infty) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + T_\infty$$

7_ SCAMBIATORI DI CALORE

7.1 Temperatura Media Logaritmica

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_i - \Delta T_u}{\ln \frac{\Delta T_i}{\Delta T_u}}$$

$$\Delta T_i = T_{max_ingresso} - T_{min_ingresso}$$

$$\Delta T_u = T_{max_uscita} - T_{min_uscita}$$

i: ingresso

u: uscita

7.2 Potenza termica scambiata dal fluido freddo

fluido freddo:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_{pf} \cdot (T_{fu} - T_{fi})$$

fu: fluido Freddo-Uscita

fi: fluido Freddo-Ingresso

fluido caldo:

$$\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_{pc} \cdot (T_{cu} - T_{ci})$$

cu: fluido Caldo-Uscita

ci: fluido Caldo-Ingresso

7.3 Coefficiente globale di scambio

$$U_{tot} = \frac{\Delta T_{ml}}{\dot{Q}} \left[\frac{K}{W} \right]$$

((... => ...,)