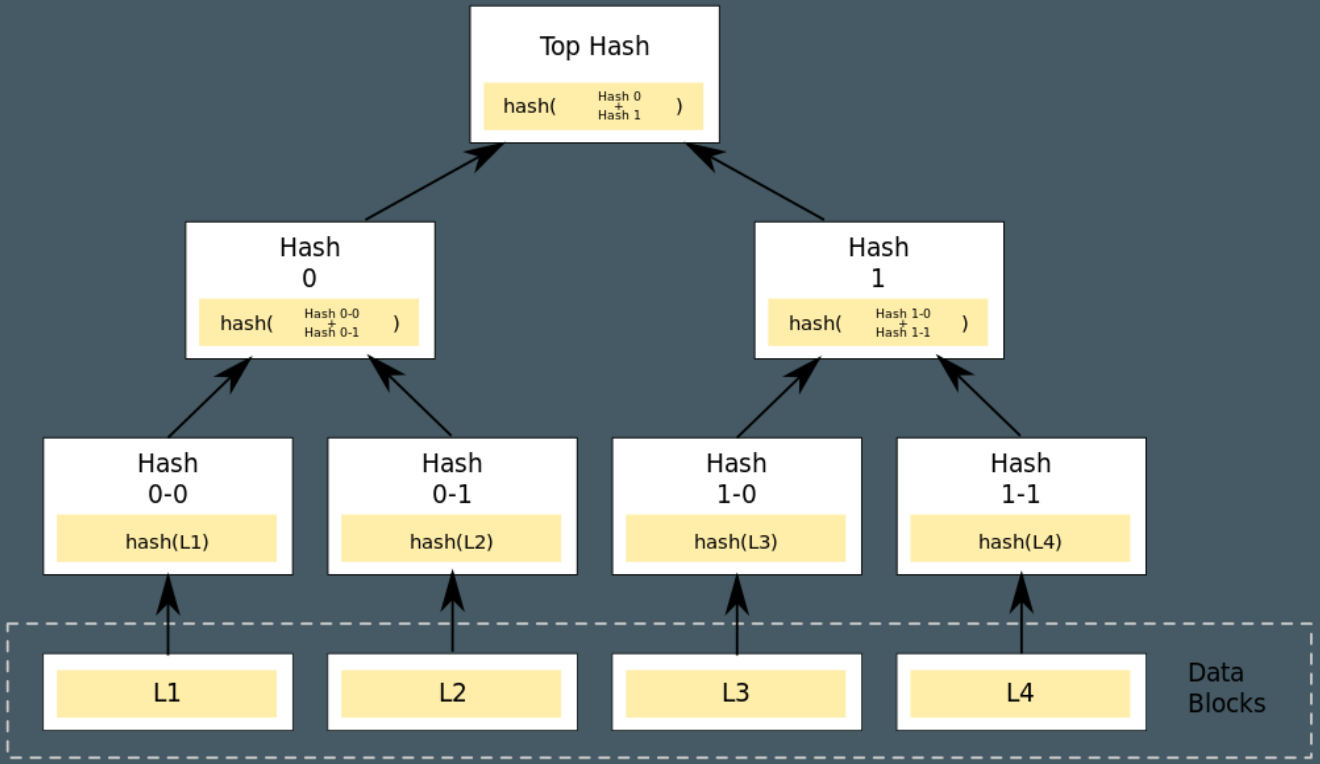
Merkle树介绍

孙炜

- 背景知识
- Merkle树介绍
- Bitcoin中Merkle的应用

定义： Merkle树是一种*<u>二插树</u>*，它是一种用作快速归纳和校验大规模数据完整性的数据结构。



背景知识

- Secure hash Function
  - Preimage resistant
  - Second preimage resistance
  - Collision resistant
- Lamport One-Time Signature
- Winternitz One-Time Signature

Secure hash Function

- Preimage resistant （单向性）

  对于一个哈希函数，很难找到数m使对给定的h（任意给出），满足h=H(m)

- Second preimage resistance（弱抗碰撞性）

  对于一个哈希函数，很难找到给定的m_2对给定的m_1，满足$H(m_1) = H(m_2)$

- Collision resistant(强抗碰撞性）

  对于一个哈希函数，很难找到数m_1和m_2，满足$H(m_1) = H(m_2)$

Secure hash Function

首先定义H$\{0,1\}^* \rightarrow \{0,1\}^s$

- 突破preimage和 second preimage的复杂度

随机选择m，直到h=H(m)，则H(m)可能有2^s种可能，对于每一次尝试的结果出现的概率都是相同的且等于$1/2^s$，则平均上来讲需要$2^s/2$尝试才可能找到m,则突破preimage和second preimage的复杂度为$O(2^s/2)=O(2^s)$

- 突破Collision resistant

这个比突破preimage和second preimage复杂度上要简单，这个问题符合生日悖论，时间复杂度

为$O(\sqrt{2^s})$，由生日悖论得知复杂度大于O（2^{80}）时，才算保证抗强碰撞性，因此s=160，即最后哈希

函数的比特数要大于160

Secure hash Function

second preimage resistance和 collision resistant

有一种疑惑是collision resistant包含second preimage resistance这里进行证明：

我们只要找到一个哈希函数，这个哈希函数满足second preimage resistance但是不满足collision resistant即可。我们现在定义一个哈希函数H(X)满足collision resistant，同时我们定义另外一个哈希函数为：

$$H'(X) = \begin{cases} 0^l \text{ if } X=0^l \text{ or } X=1^l \\ H(X) \text{ 其他情况} \end{cases}$$

很明显上述的函数定义不满足collision resistant的定义。现在我们只要证明H'(X)满足第二原像就可以了。在抗第二原像中，对于任意一组数据(X^*，$H'(X^*)$)，由于其选择是随机的，一致的因此我们可以得到$P[X^*=0^l \vee X^*=1^l] \le negl(n)$; 如果$X^*$ 没有落在这两个特殊的值上面，则根据H'的定义得出很难找到一个X'使得$H'(X^*)=H'(X')$，则

$$P[H'(X^*)=H'(X') \wedge (X' \ne X^*) \wedge (X^* \ne 0^l \wedge X^* \ne 1^l)] \le P[H(X^*)=H(X') \wedge (X' \ne X^*)]$$

Secure hash Function

$$P[H'(X^{*})=H'(X') \wedge (X' != X^{*}) \wedge (X^{*} \neq 0^{l} \wedge X^{*} \neq 1^{l})] <= P[H(X^{*})=H(X') \wedge (X' != X^{*})] <= negl(n)$$

$$P[H'(X^{*})=H'(X') \wedge (X' != X^{*})] <= P[H'(X^{*})=H'(X') \wedge (X' != X^{*}) \wedge (X^{*} \neq 0^{l} \wedge X^{*} \neq 1^{l})] + P[X^{*}=0^{l} \vee 0\ X^{*}=1^{l}] = negl(n) + negl(n)$$

则函数H’为这样一个函数，它满足second preimage resistance，但是不满足collision resistant

Lamport One-Time Signature

- 计算key

消息M:{0,1}^{k} 选择2*k个随机数，X_{ij}，其中1≤i≤k，j=0或者1。现在对每一个ij的组合计算
Y_{ij} $H(X_{ij})=Y_{ij}$ 则最后2*k个Y_{ij}为公钥，而X_{ij}为私钥

- 签名消息

对于给定消息M=m_1，m_2，m_3........m_k。mi∈{0,1}，如果m_i=0则$sig_i=X_{i0}$，否则$sig_i=X_{i1}$
则sig={sig1||sig2||sig3.....sigk}为签名

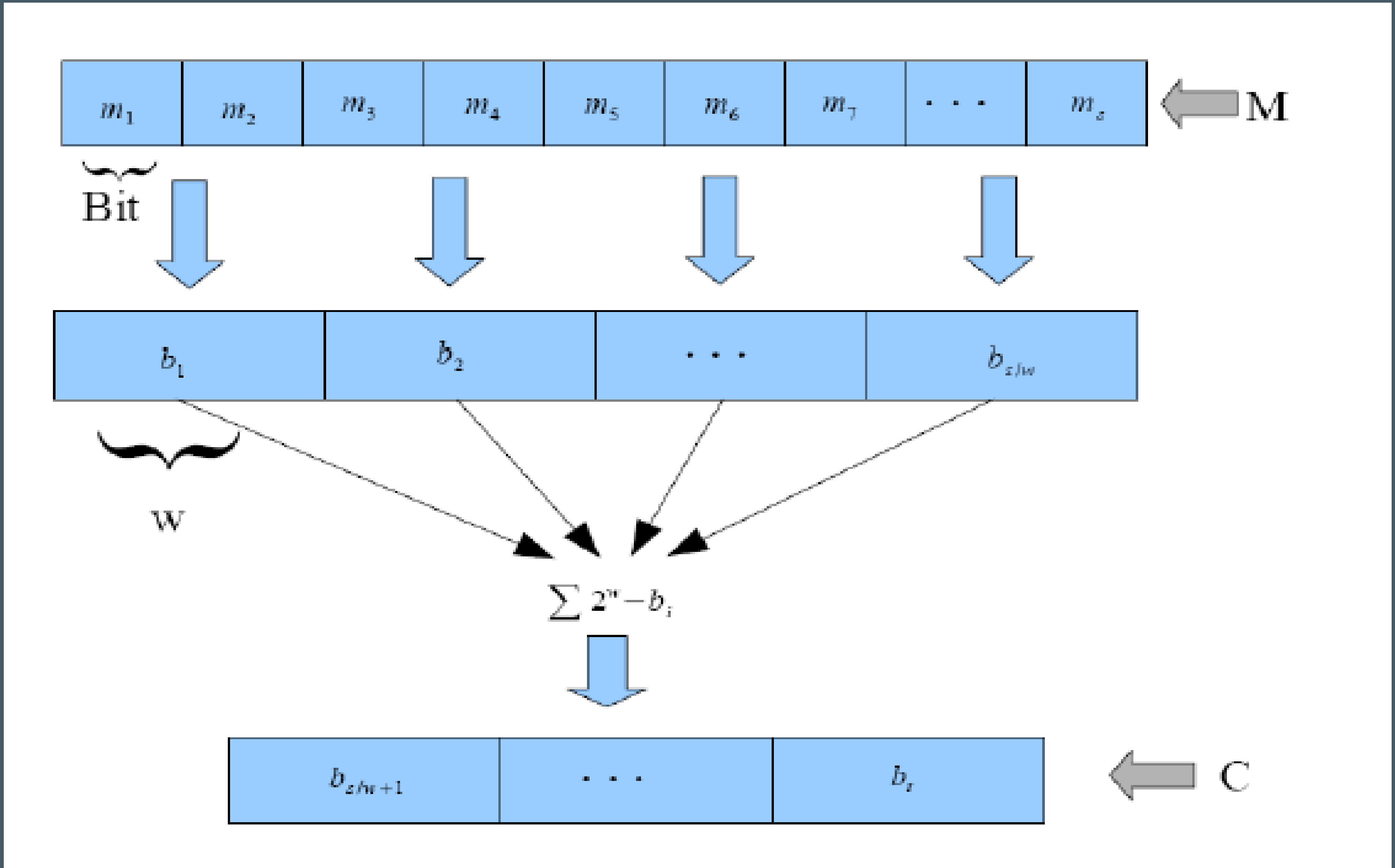
签名验证
计算$H(sig_i)$，如果m_i=0，则$H(sig_i)$一定等于Y_{i0}否则$H(sig_i)$等于Y_{i1}

Lamport One-Time Signature

缺陷是公钥和私钥的空间存储空间太大，因为为了满足collision resistant ,则复杂度需要满足O(80)，哈希函数bits为160bits，则公钥和私钥一共需要k*160*2=320bits，一般一个消息在计算哈希之前会被编码，所以一般k也为160，则最后的空间占用为160*160*2=6400bytes。

Winterniz One-Time Signature减少了存储上的开销。

Winternitz One-Time Signature



Winternitz One-Time Signature

- **计算key**

选择一个数w作为参数，计算$t=\lceil s/w \rceil + \lceil \lfloor (\log 2 \lfloor s/w \rfloor + 1 + w)/w \rceil$，其中一个比较大的w会降低存储的空间，但是会增加计算的时间。选t个随机数X_1，X_2....X_t 则（$X_1||X_2||X_3$……X_t）作为私钥。公钥$Y_i=H^{2^w-1}(X_i)$

- **签名消息**

对于给定消息$M=m_1$，m_2，m_3........m_k $m_i \in \{0,1\}$,将M分成$\lceil s/w \rceil$块分别记为b_1，b_2，b_3……$b_{\lceil s/w \rceil}$。现在把b_i看成是整形数编码，并计算它checksum C，$C=\sum_{i=1}^{\lceil s/w \rceil} 2^w - b_i$ 然后将算出来的C在进行分成$\lceil \lfloor (\log 2 \lfloor s/w \rfloor + 1 + w)/w \rceil$块，记为$b_{\lceil s/w \rceil + 1}$，……$b_t$,我们将bi看成整数，则$sig_i=H^{bi}(X_i)$，则$sig=(sig_1||sig_2....sig_t)$为消息M的签名。

- **签名验证**

根据消息算出b1……bt，计算出$sig_i' = H^{2^w-bi}$（sig_i）最后如果H（sig_1' ||....sig_t'）等于$H(Y_1||.....Y_t)$

Winternitz One-Time Signature

w在这里起到的作用

- **计算key**

对于$Y_i=H^{2^w-1}$(Xi)，其计算时间的等于(2^w-1)*$hash_{time}$+$random_{time}$ 由于t≈s/w，则总的花费时间约为s/w * ((2^w-1)*$hash_{time}$+$random_{time}$)，其复杂度为O(2^w)*$hash_{time}$+O(1/w)*$random_{time}$，所以从上面可以看出计算key的时间依赖于w的大小

- **签名消息**

一个sig_i的计算$sig_i=H^{b_i}$(X_i) (b_i <=2^w-1)，平均哈希计算的数学期望为$\sum_{j=1}^{w-1} 2^j$ *p(j)，由于把b_i作为整数对待，它的第j位值为1的分布式离散的，且概率相同，均为1/w

则平均的哈希计算的数学期望为$\sum_{j=1}^{w-1} 2^j$ *p(j)=$\sum_{j=1}^{w-1} 2^j$ /w=$\frac{2^w-2}{w}$

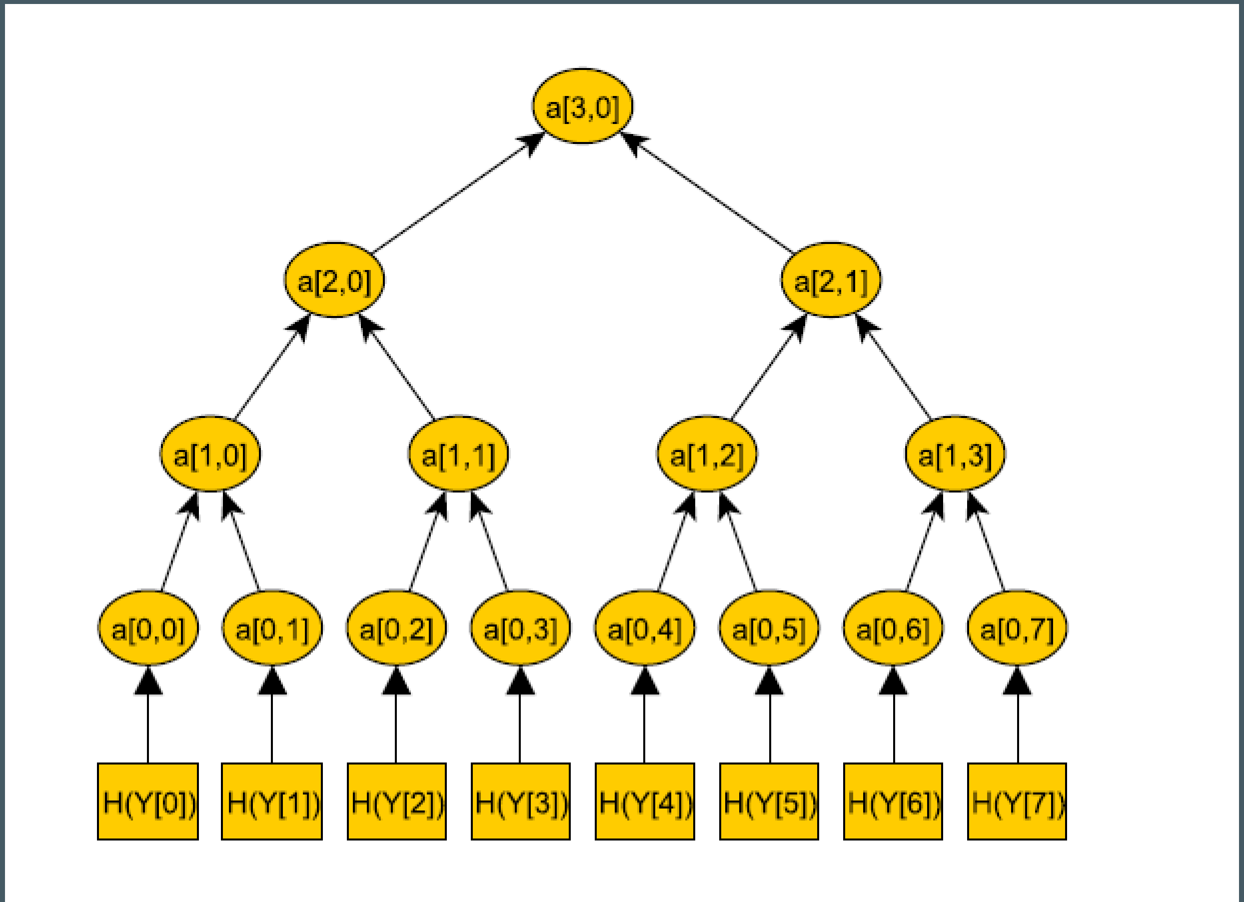
则签名时间s/w*(2^W-2)/w*$hash_{time}$ =O(2^w)

- **签名验证**

同上，因为最后算的b_i的宽度基本一致

Merkle树

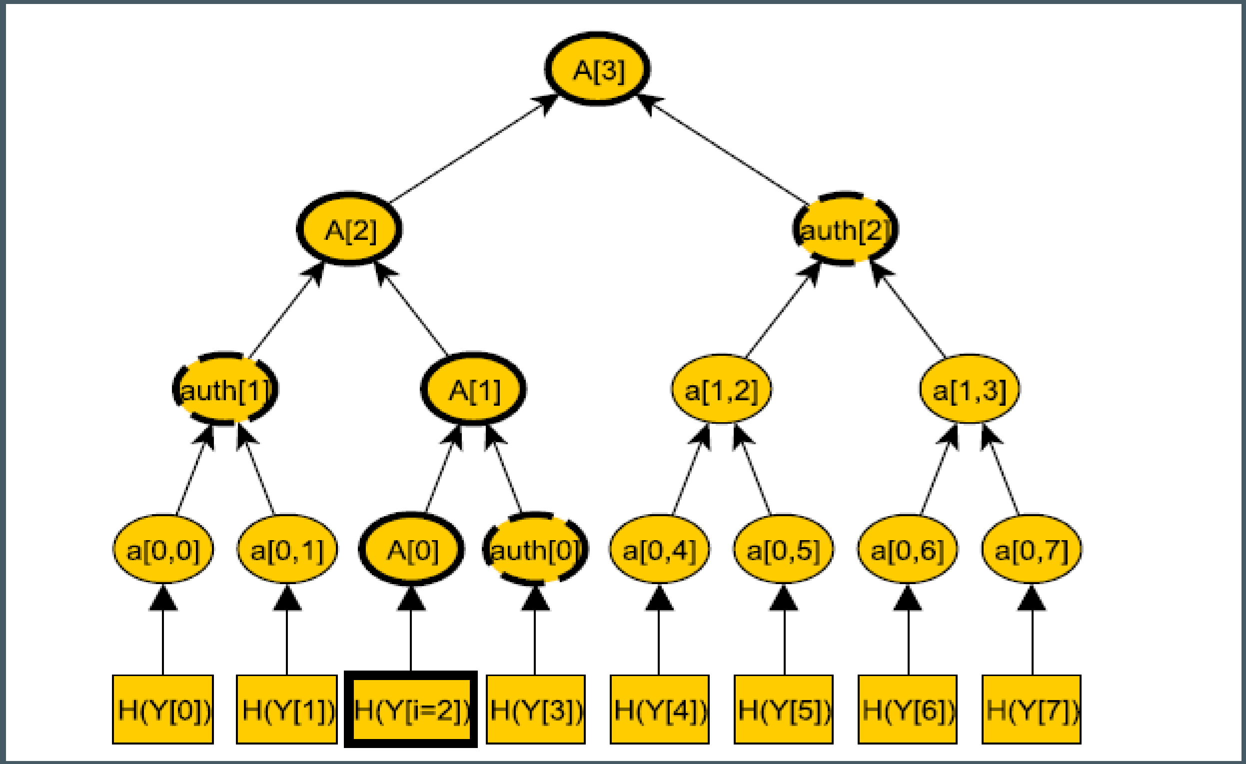
上述的两种one-time signature的问题在于公钥的管理，公钥多（一条消息一个），占用空间大，而Merkle树则提供了一种更加实用的管理方法，它用一个公钥签名多条消息。



Merkle树

签名过程

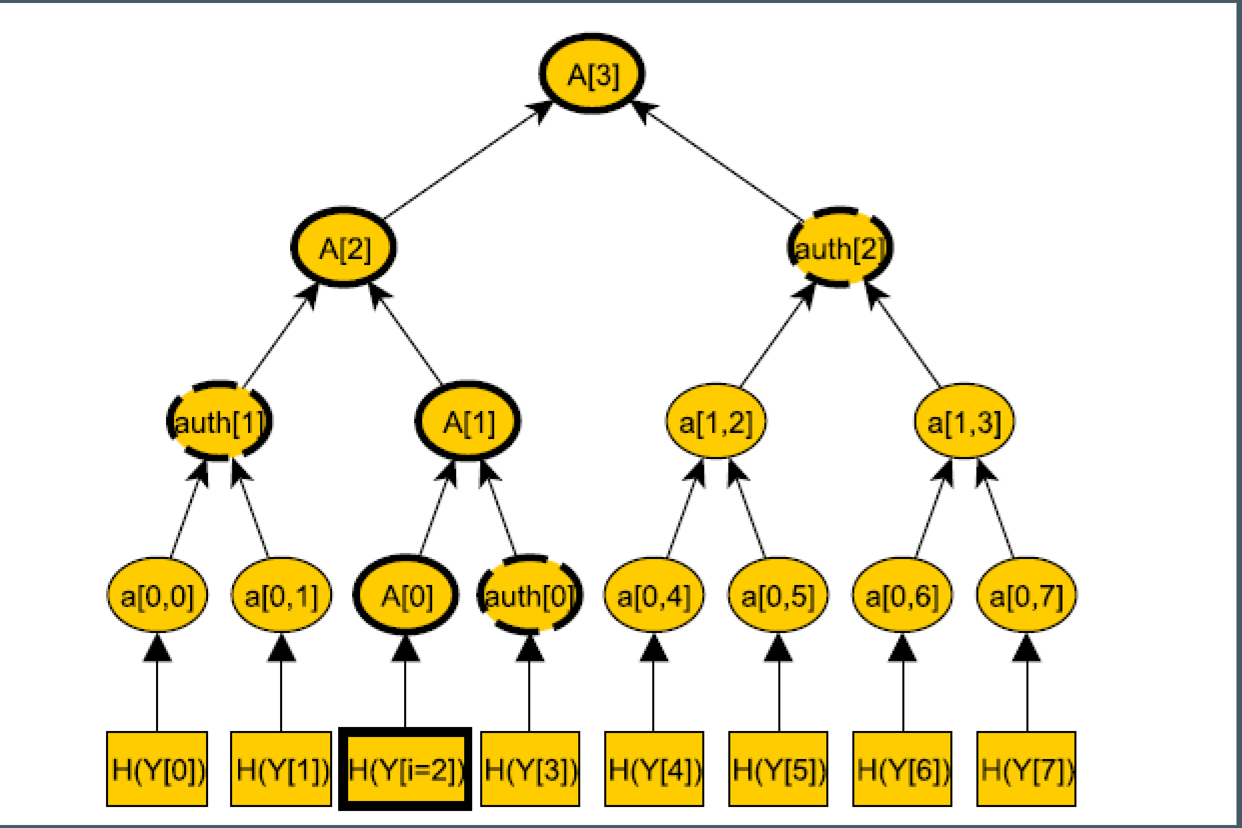
对消息M进行Merkle树签名，首先需要用其他one-time signature方法对M进行签名，得到sig’ 为了计算出从节点A_i到根节点的路径，需要知道它的兄弟节点，称之为$auth_i$，则对于消息M，其Merkle的签名一条签名路径为(sig’||$auth_1$||$auth_2$....$auth_{n-1}$)



Merkle树

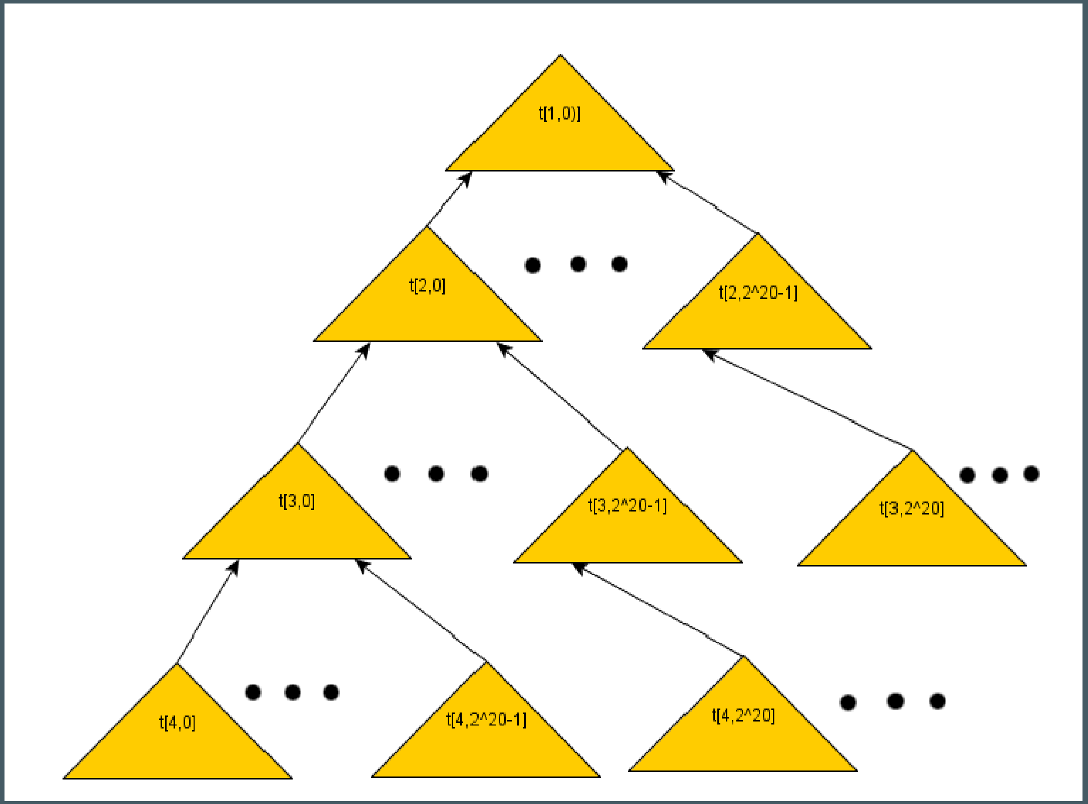
验证过程

首先对M进行验证，然后A0=H(Yi0)，然后再逐层的去计算树上的节点，最后得到的根节点进行比较，如果160bits哈希函数应用在这里，则签名的大小为sig’ +n*160。



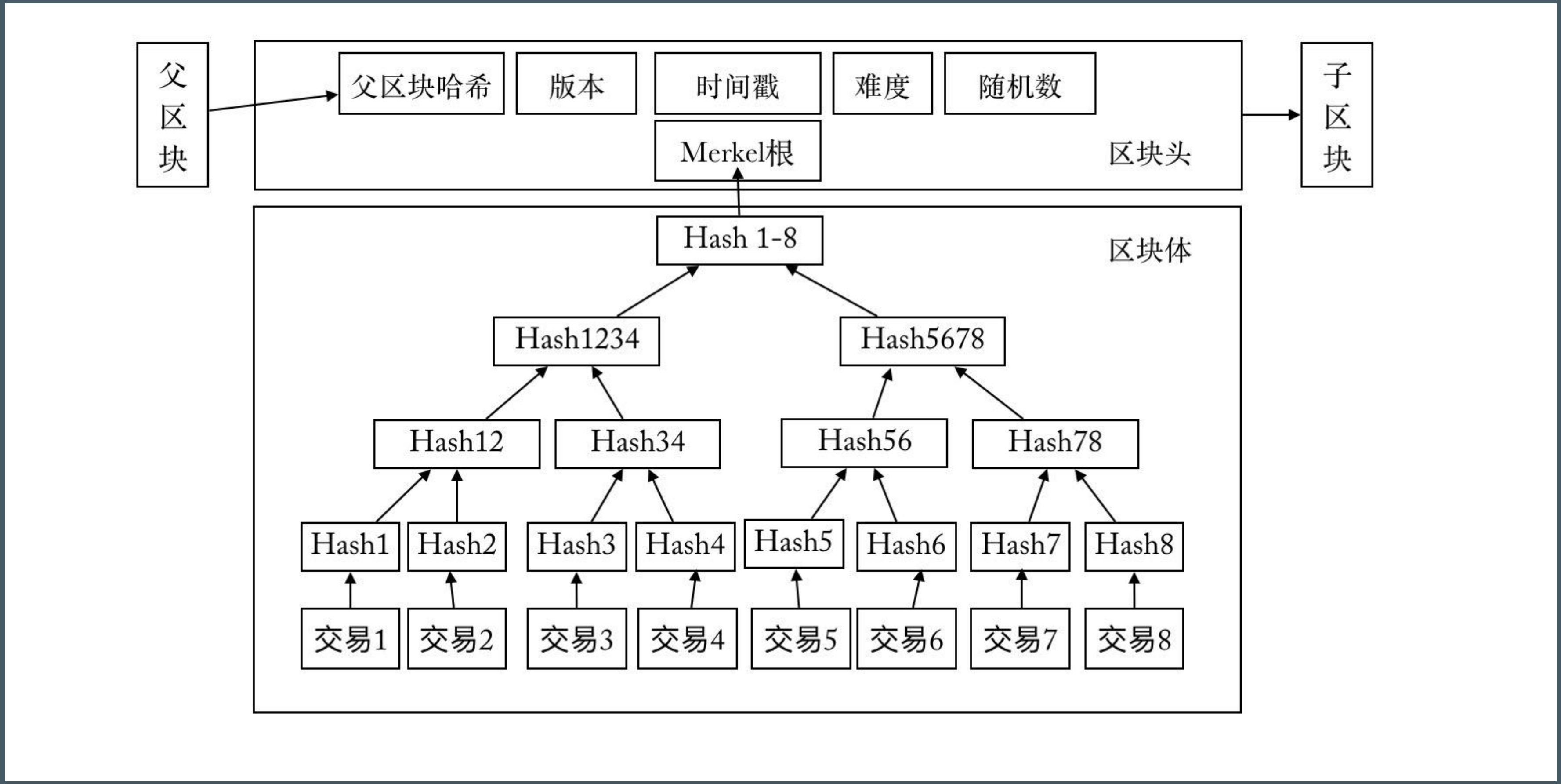
Merkle树

Merkle树仍然是一种受限的签名树，例如如果签名2^{80} 个叶子节点几乎是不可能完成的，这里可以构建子树的形式来解决。这样减少每个树的规模，最后如图我们构建4棵2^{20}的Merkle树



Bitcoin 中的Merkle树应用

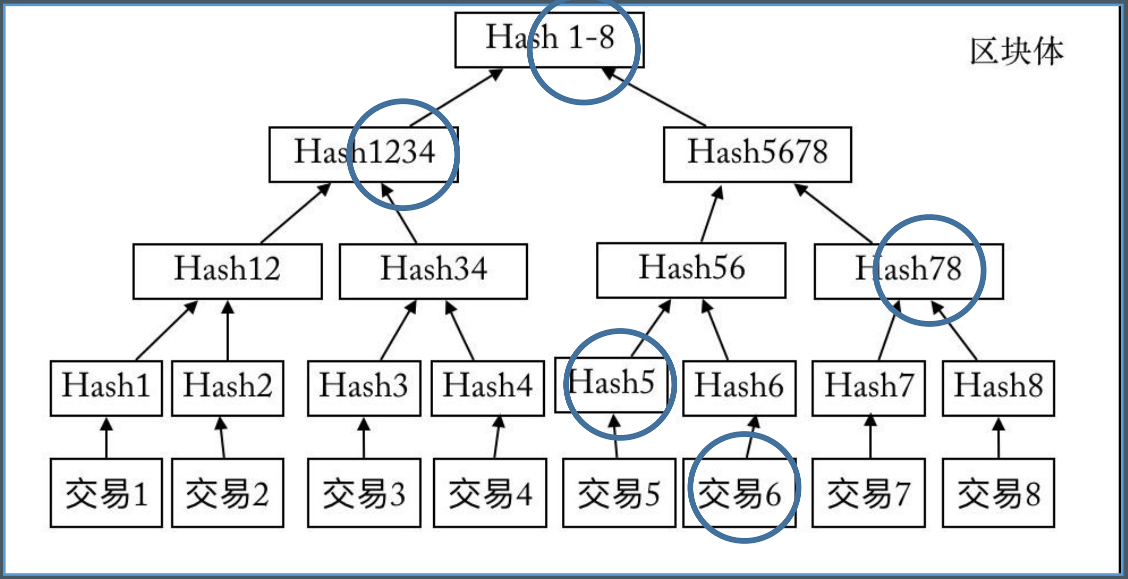
Merkle树在bitcoin中对交易进行验证，其被包含在区块头中，如下图所示



Bitcoin 中的Merkle树应用

验证

以验证文件为例说明，
- 获得根哈希
- 获得每块的哈希列表
- 通过根哈希来验证哈希列表的有效性
- 下载通过哈希列表来验证每个下载的数据是否有效



Bitcoin中spv节点交易验证（过程类似）
- spv节点向邻节点索要（Merkleblock消息）,哈希值

到根节点的哈希序列（5,78,1234,1-8）来验证交易的存在和正确性

Bitcoin 中的Merkle树应用

代码主要在**merkle.h merkle.cpp merkleblock.h**和**merkleblock.cpp**中

核心函数

static void MerkleComputation(const std::vector<uint256>& leaves, uint256* proot, bool* pmutated, uint32_t branchpos, std::vector<uint256>* pbranch)

```
while (count < leaves.size()) {
    uint256 h = leaves[count];
    bool matchh = count == branchpos;
    count++;
    int level;
    // For each of the lower bits in count that are 0, do 1 step. Each
    // corresponds to an inner value that existed before processing the
    // current leaf, and each needs a hash to combine it.
    for (level = 0; !(count & (((uint32_t)1) << level)); level++) {
        if (pbranch) {
            if (matchh) {
                pbranch->push_back(inner[level]);
            } else if (matchlevel == level) {
                pbranch->push_back(h);
                matchh = true;
            }
        }
        mutated |= (inner[level] == h);
        CHash256().Write(inner[level].begin(), 32).Write(h.begin(), 32).Finalize(h.begin());
    }
    // Store the resulting hash at inner position level.
    inner[level] = h;
    if (matchh) {
        matchlevel = level;
    }
}
```

Bitcoin 中的Merkle树应用

```
// Check that the header is valid (particularly PoW).  This is mostly
// redundant with the call in AcceptBlockHeader.
if (!CheckBlockHeader(block, state, consensusParams, fCheckPOW))
    return false;

// Check the merkle root.
if (fCheckMerkleRoot) {
    bool mutated;
    uint256 hashMerkleRoot2 = BlockMerkleRoot(block, &mutated);
    if (block.hashMerkleRoot != hashMerkleRoot2)
        return state.DoS(100, false, REJECT_INVALID, "bad-txnmrklroot", true, "hashMerkleRoot mismatch");
```

Q&A