

به نام خدا

ایمان علیپور

۹۸۱۰۲۰۲۴

تمرین عملی ۵

سیگنال و سیستم

استاد: دکتر حسین صامتی

بخش اول، تبدیل لاپلاس:

سوال (۱)

بخش a:

ans =

$$\exp(-s)/s + \exp(-s)/s^2$$

بخش b:

ans =

$$1/((s + 4)^2 + 1)$$

بخش c:

ans =

$$(4*s^2)/(s^2 + 9)^2 - 2/(s^2 + 9)$$

سوال (۲)

بخش a:

ans =

$$-\text{heaviside}(t - 3) * (\exp(3 - t) - 1)$$

بخش b:

ans =

$$1 - \cos(2*t)$$

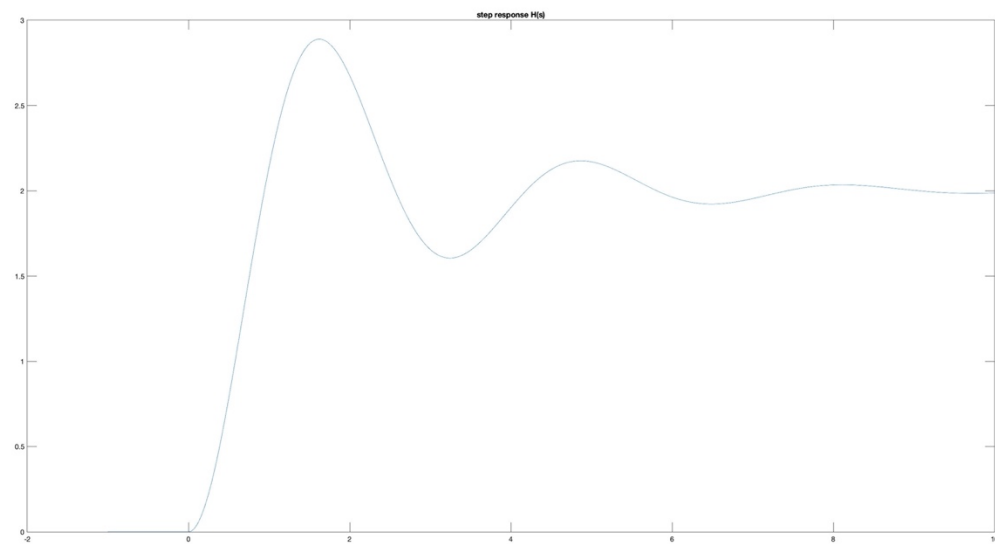
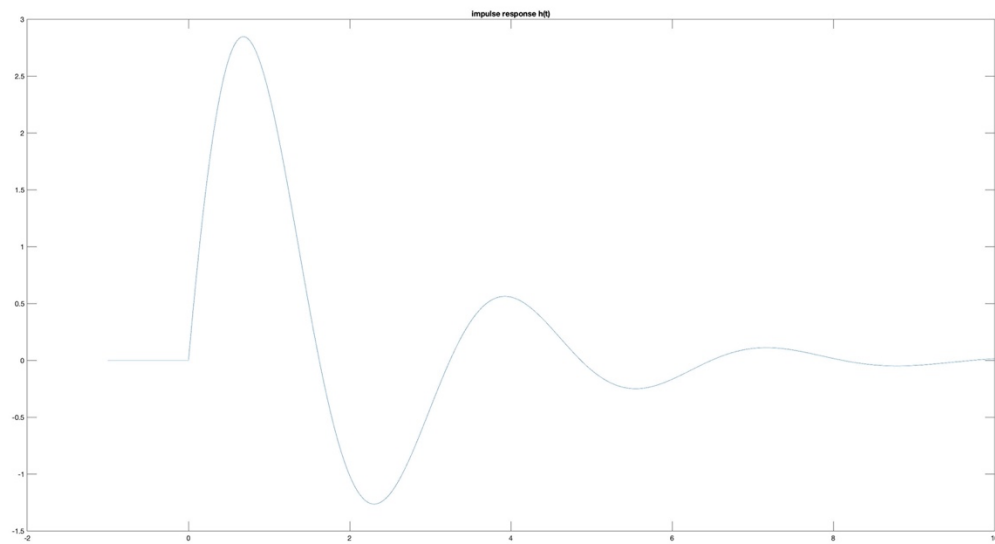
بخش c:

ans =

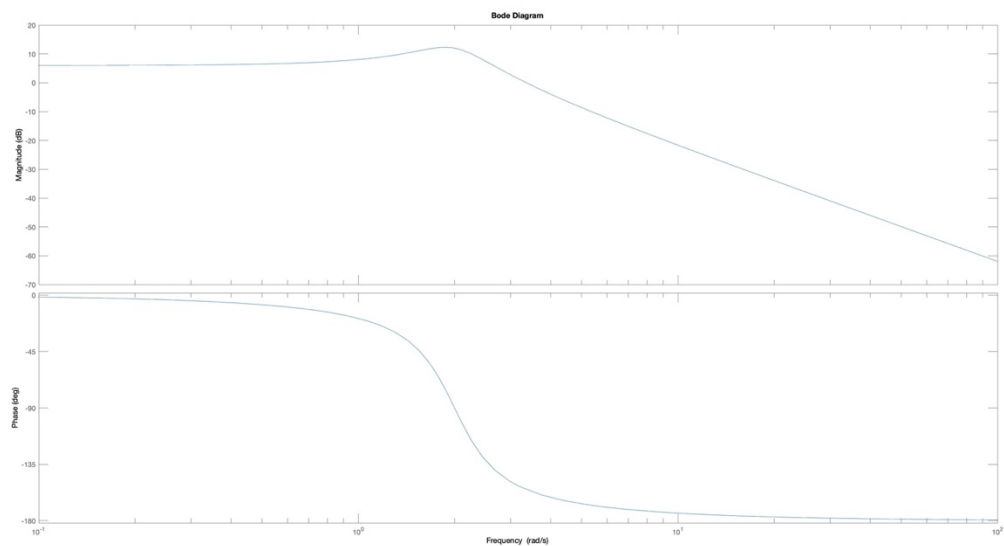
$$(2*5^{(1/2)}*\exp(-(3*t)/2)*\sinh((5^{(1/2)}*t)/2))/5$$

سوال ۳)

بخش الف:

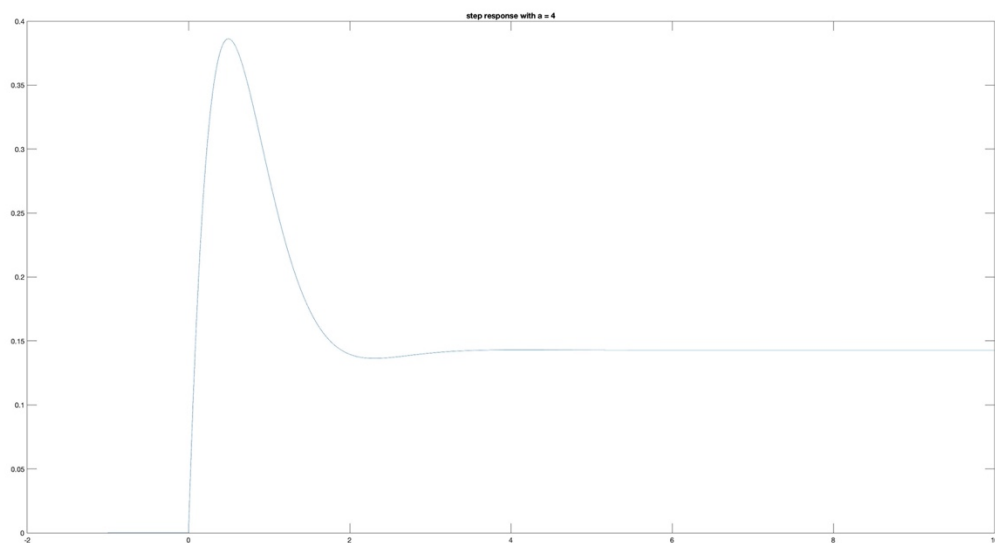


بخش ب:



سوال ۴)

برای ۴:



G_s =

$$(2s + 1)/(s^2 + 4s + 7)$$

step_response =

$$1/7 - (\exp(-2t) * (\cos(3^{1/2}t) - 4 * 3^{1/2} \sin(3^{1/2}t))) / 7$$

step_response =

$$1/7 - (\exp(-2 \text{time}) * (\cos(3^{1/2} \text{time}) - 4 * 3^{1/2} \sin(3^{1/2} \text{time}))) / 7$$

Limit at infinity =

ans =

$$1/7$$

Maximum is at =

$$0.4950$$

Maximum value is :

$$0.3862$$

سوال ۴)
برای ۶:

G_s =

$$(2s + 1)/(s^2 + 6s + 7)$$

step_response =

$$1/7 - (\exp(-3t) * (\cosh(2^{1/2}t) - (11 * 2^{1/2} * \sinh(2^{1/2}t))/2))/7$$

step_response =

$$1/7 - (\exp(-3t) * (\cosh(2^{1/2}t) - (11 * 2^{1/2} * \sinh(2^{1/2}t))/2))/7$$

Limit at infinity =

ans =

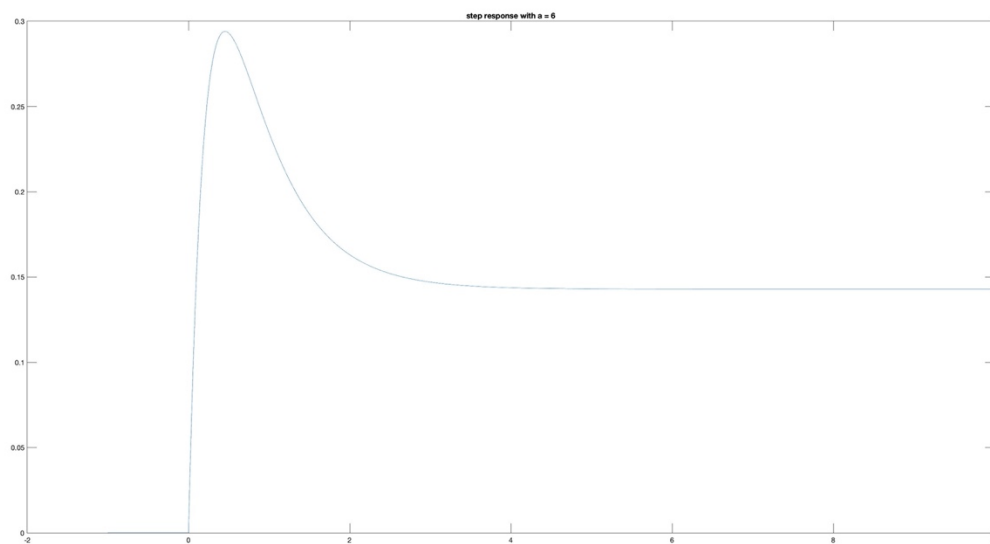
$$1/7 - (\exp(-3t) * (\cosh(2^{1/2}t) - (11 * 2^{1/2} * \sinh(2^{1/2}t))/2))/7$$

Maximum is at =

0.4530

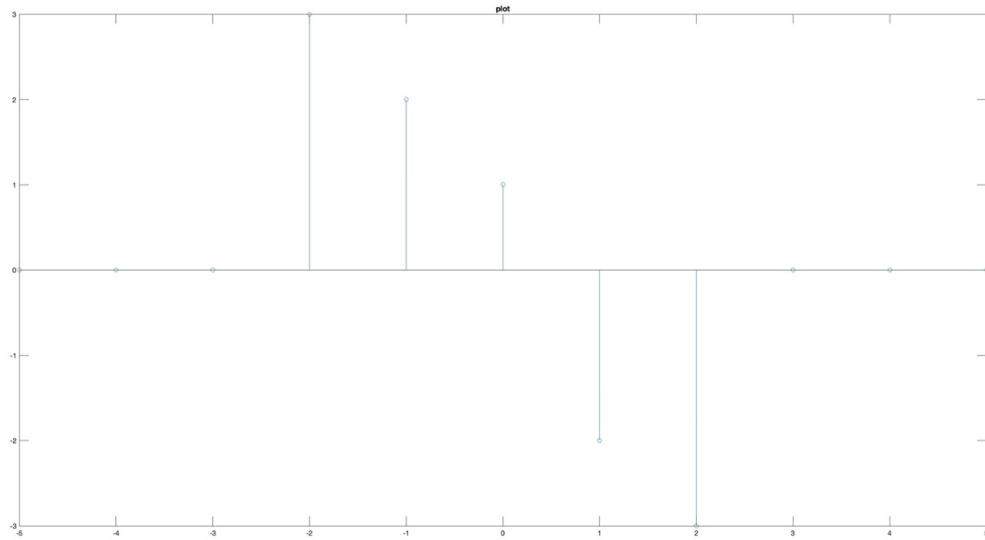
Maximum value is :

0.2940



بخش دوم، تبدیل Z :

سوال (۱)
بخش ۱:
سیگنال:



ناحیه همگرایی یا ROC :

$x1 =$

$(\text{heaviside}(n - 3) - \text{heaviside}(n)) * (n - 3) - (\text{heaviside}(n - 3) - \text{heaviside}(n - 5)) * (n - 1)$

$H =$

$2/z - (z/(z - 1)^2 - 3/(z - 1) + (2*(1/(z - 1) + 1))/z^3 + (1/(z - 1) + 1)/z^5 - (5*z - 4)/(z^4*(z - 1)^2) - 3)/z^2 + 3$

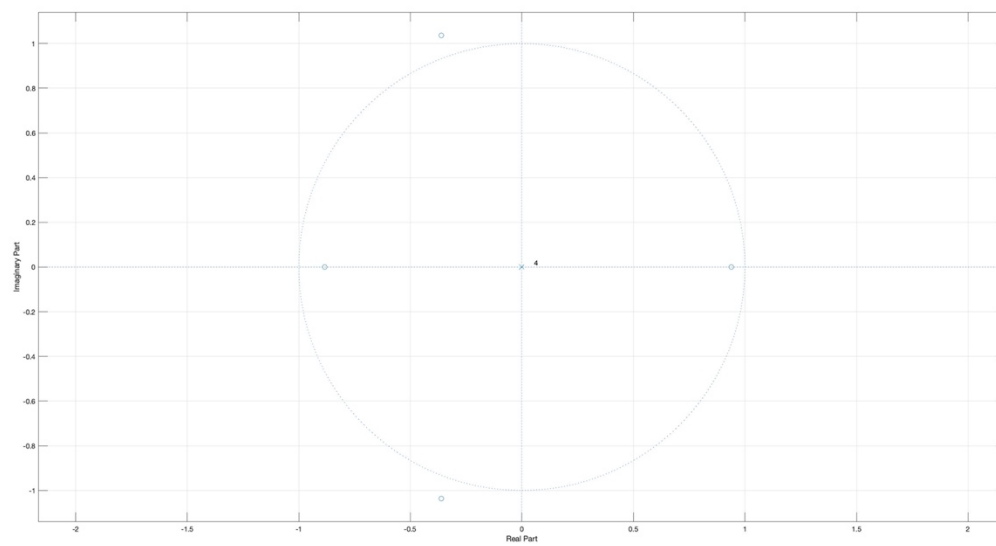
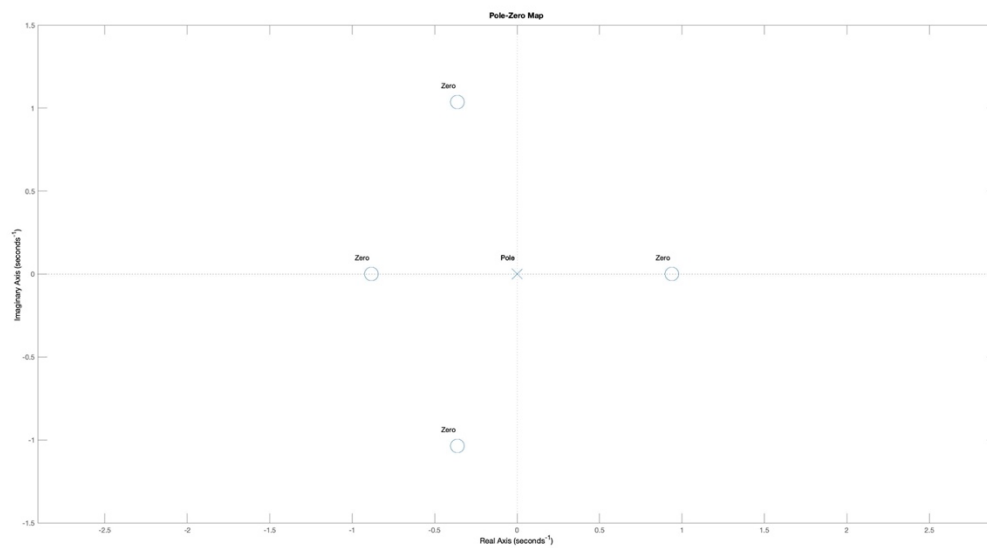
$H =$

$(2*z - 2/z - 3/z^2 + 3*z^2 + 1)/z^2$

همانطور که مشاهده میشود،

$|z| > 0$

در ناحیه همگرایی قرار دارد. حال نمودار قطب-صفر را رسم میکنیم:



بخش ۲:

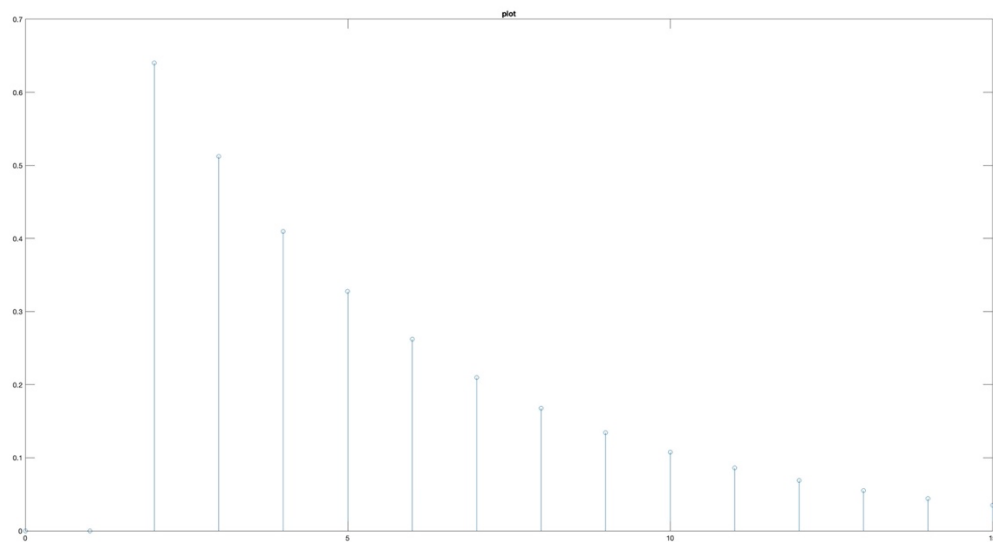
x2 =

$$(4/5)^n * \text{heaviside}(n - 2)$$

H =

$$(16 * (1 / ((5 * z) / 4 - 1) + 1)) / (25 * z^2)$$

نمودار سیگنال:

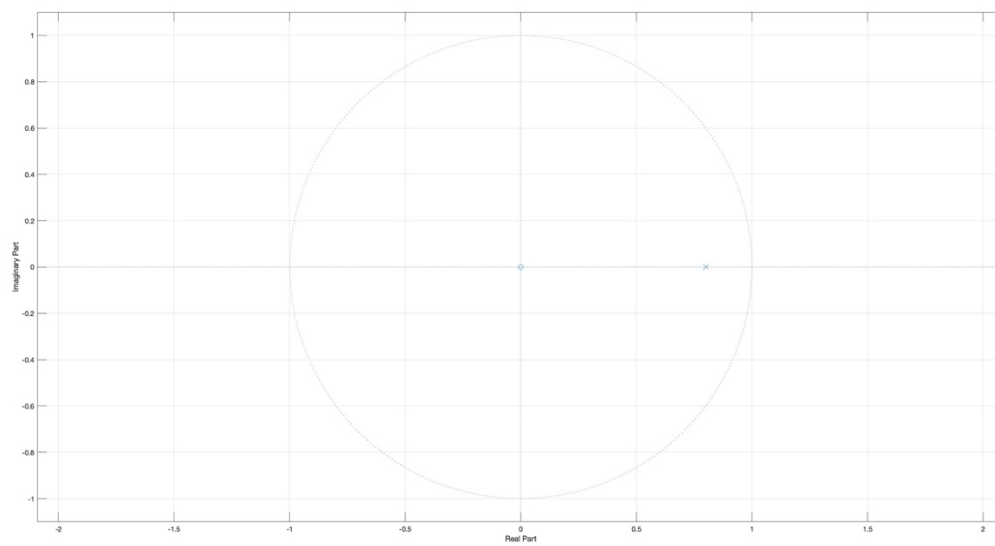
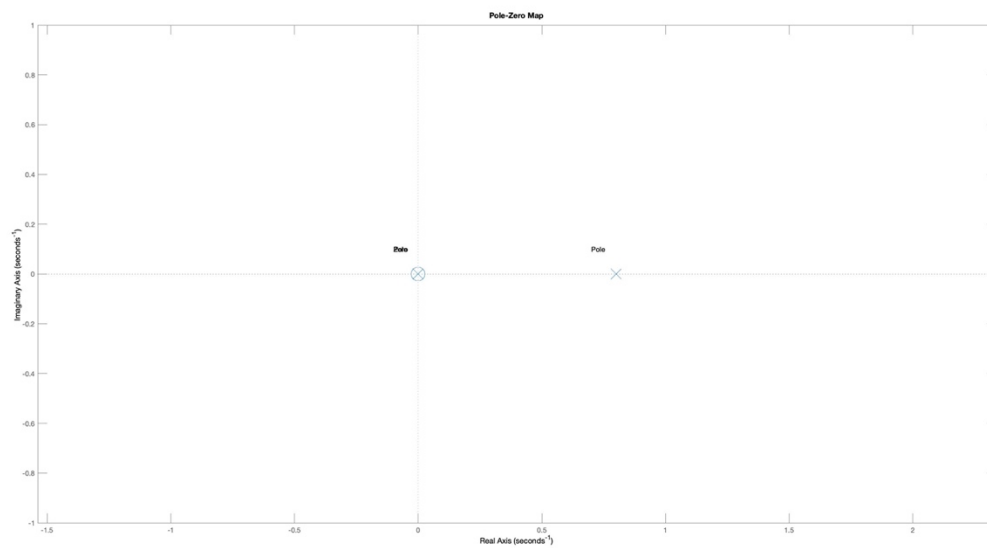


از رابطه تبدیل زد، باید قطب‌ها را بدست بیاوریم، قطب‌های این رابطه در 0.8 و -0.8 هستند پس ناحیه همگرایی از آنجایی که سیگنال

Right sided
است اینگونه خواهد بود:

$$|z| > 0.8$$

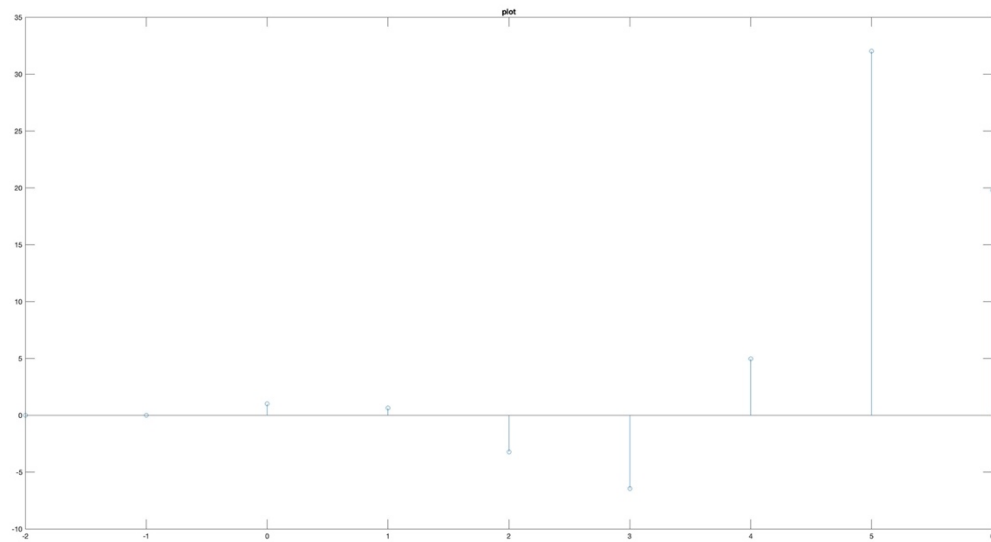
حال نمودار قطب-صفر را رسم میکنیم:



همانطور که مشاهده میشود، جواب من درست بود.

بخش ۳ :

ابتدا سیگنال را رسم میکنیم:



حال تبدیل زد را محاسبه میکنیم:

x3 =

$$2^n \cos((2\pi n)/5) \text{heaviside}(n)$$

H =

$$(2z^{\text{trans}}(\cos((2\pi(n+1))/5), n, z/2))/z + 1$$

H =

$$(z - 347922205179541/562949953421312)/(z^2 - (347922205179541*z)/281474976710656 + 4)$$

r =

$$\begin{matrix} 0.5000 \\ 0.5000 \end{matrix}$$

p =

$$\begin{matrix} 0.6180 + 1.9021i \\ 0.6180 - 1.9021i \end{matrix}$$

k =

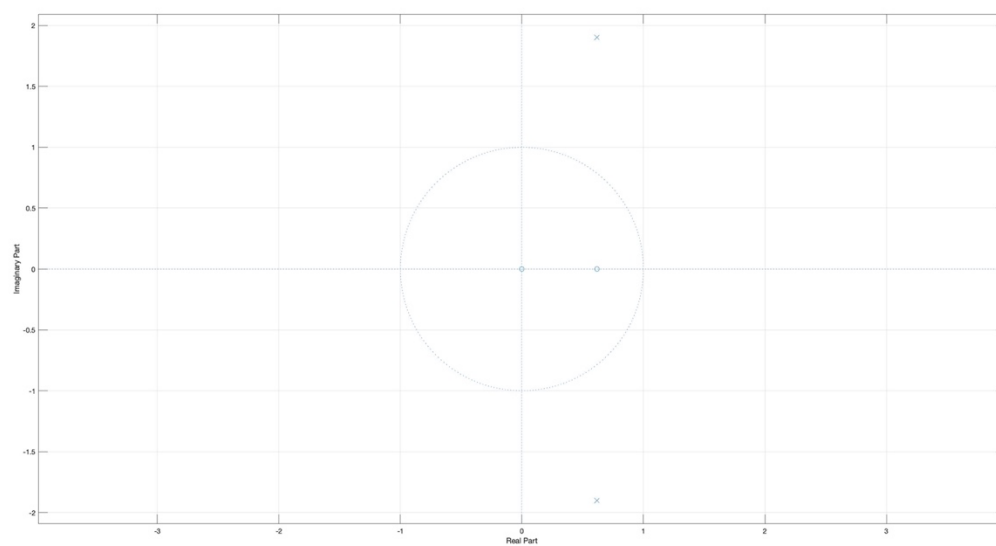
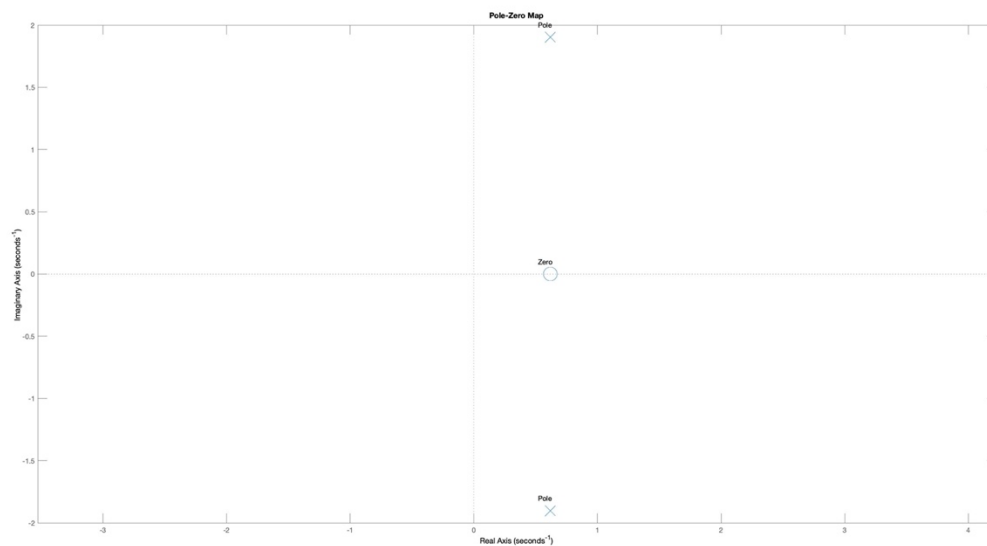
$$[]$$

همچنین چون محاسبه قطب و صفر ها سخت بود با متلب این کار را کردم (سیگنال راست رونده است)، از این نتایج ناحیه همگرایی برابر است با اندازه زد های بزرگتر از ۲ یا:

$$|z| > 2$$

توجه کنید اندازه قطب ها تقریبا برابر با ۲ میشد.

حال نمودار قطب-صفر را رسم میکنیم:



که با نتایج ما تطابق دارد.

سوال ۲)

بخش الف:

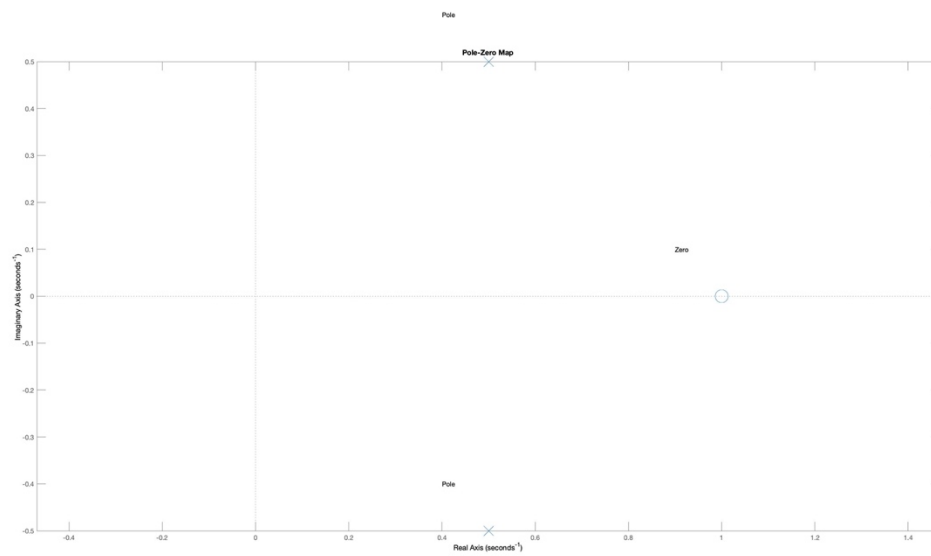
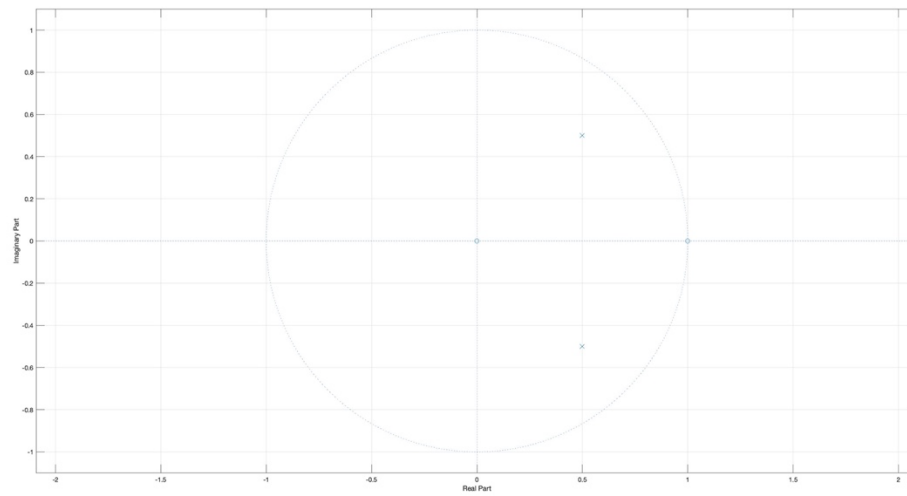
H1 =

$$(z - 1)/(z^2 - z + 1/2)$$

H2 =

$$z/(z^2 - 3^{(1/2)}*z + 1/2)$$

اولین تبدیل:



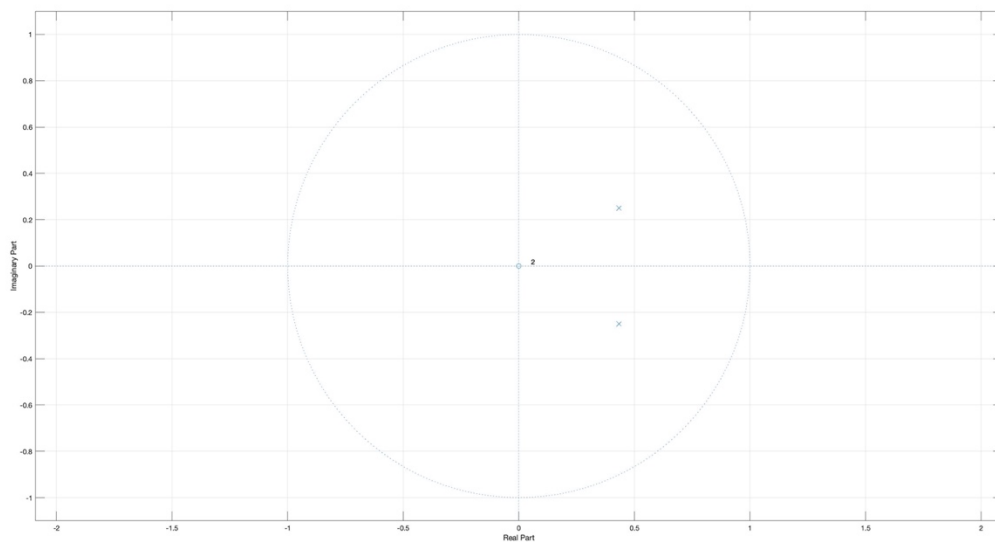
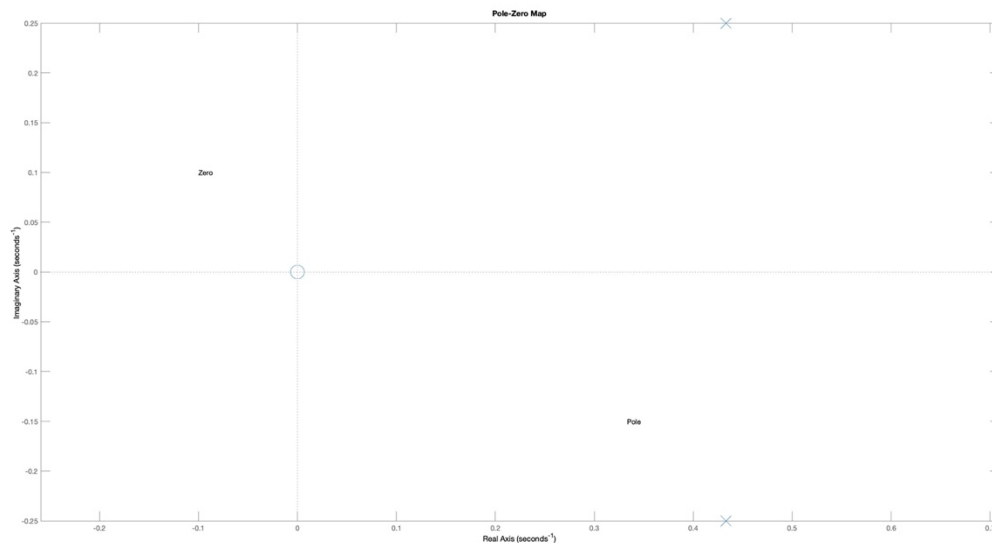
برای این تبدیل، ناحیه همگرایی به خاطر علی بودن خارج تر از بیرونی ترین قطب است، داریم:

$$|z| > \sqrt{2}/2$$

Since pole 1 = $0.5+0.5j$ and pole2 = $0.5-0.5j$

از آنجا که ناحیه همگرایی شامل دایره واحد میشود، این سیستم پایدار است.

دومین تبدیل:



برای ناحیه همگرایی این تبدیل مانند قبلی داریم:

pole 1 = $0.433+0.25j$ and pole2 = $0.433-0.25j$

then $|z| > \frac{1}{2}$ win induction same as previous one.

مجددا چون ناحیه همگرایی شامل دایره واحد میشود، این سیستم هم پایدار است.

بخش ۲:

ابتدا با تابع گفته شده تفکیک به کسر های جزئی را انجام میدهم و سپس تبدیل وارون زد را انجام میدهم:

r1 =

$$\begin{matrix} 0.5000 + 0.5000i \\ 0.5000 - 0.5000i \end{matrix}$$

p1 =

$$\begin{matrix} 0.5000 + 0.5000i \\ 0.5000 - 0.5000i \end{matrix}$$

k1 =

[]

r2 =

$$\begin{matrix} 0.2500 - 0.4330i \\ 0.2500 + 0.4330i \end{matrix}$$

p2 =

$$\begin{matrix} 0.4330 + 0.2500i \\ 0.4330 - 0.2500i \end{matrix}$$

k2 =

[]

$$H_1(z) = r_1*(1/1-p_1 z^{-1}) + r_{12}*(1/1-p_1 z^{-1}) \text{ and } ROC = |z| > \max(p_1, p_2)$$

Then:

$$\begin{aligned} x_1[n] &= r_1(p_1^n u[n]) + r_2(p_2^n u[n]) = \dots \\ &= \frac{1}{2}^n ((1-i)^n + (1+i)^n) u[n] \end{aligned}$$

$$H_2(z) = r_1*(1/1-p_1 z^{-1}) + r_2*(1/1-p_2 z^{-1}) \text{ and } ROC = |z| > \max(p_1, p_2)$$

$$\begin{aligned} x_2[n] &= r_1(p_1^n u[n]) + r_2(p_2^n u[n]) = \dots \\ &= \frac{1}{2}^n ((1+\sqrt{3})^n - (\sqrt{3} - 1)^n) u[n] \end{aligned}$$

بخش ۳:

همانطور که مشاهده میشود، محاسبات قسمت قبل من برای بخش دوم درست بوده‌اند و احتمال می‌دهم دلیل تفاوت قسمت اول این باشد که متلب، برای تابع پله بخش‌های مرزی را بجای خود ۱، مقدار $\frac{1}{2}$ در نظر می‌گیرد و این ممکن است که تفاوت را ایجاد کرده باشد، من محاسباتم را هم دوباره انجام دادم و چک کردم و همچنان متفاوت بود!

h1 =

$$(2*(-1)^n * \cos((3\pi n)/4)) / 2^{(n/2)} - 2 * \text{kronckerDelta}(n, 0)$$

h2 =

$$((-1)^n * 2^{(1-n)} * 3^{(1/2)} * (1 - 3^{(1/2)})^{(n-1)}) / 3 - ((-1)^n * 2^{(1-n)} * 3^{(1/2)} * (-3^{(1/2)} - 1)^{(n-1)}) / 3 + (2 * (-1)^n * 3^{(1/2)} * \cos(n * (\pi - \arccos((2^{(1/2)} * 3^{(1/2)}) / 2)))) / (3 * 2^{(n/2)})$$