

سوال ۱.

(الف) نادرست.

کلاس NP مسائلی را شامل می شود که هیچ الگوریتم دترمینیستی آن ها را حل نمی کند. اما این شامل مسائل ساده و چکرزده دستی جواب در زمان چند جمله ای به صورت non deterministic می باشند.

(ب) درست

توسط الگوریتم DFS که با لای مجاورت نمایش داده می شود. پس پیچیدگی الگوریتم $O(V+E)$ است که چند جمله ای است. پس مسئله NP است.

(ج) درست.

عنصر وسط یک آرایه مرتب شده همان میانه آن آرایه است.

(د) درست

مسئله یافتن کوتاه ترین مسیر از هر یک از رئوس تا یک منبع را به ازای هر یک از رئوس گراف حل می کنیم به این شکل مسئله کوتاه ترین مسیر بین هر دو راس پیدا می شود. بلکه فرد.

(ه) درست

طبق قضیه کونینگ، max independent set در یک گراف در بخشی از زمان چند جمله ای پیدا می شود (König's theorem)

گفته شد که هر کدام را به هر کدام کاهش دهیم درست است :
 با فرض NP-Complete بودن مسئله Set Cover، ثابت می کنیم
 مسئله Vertex Cover نیز NP-Complete است.

گراف $G = (V, E)$ $(V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}, E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\})$
 را به عنوان ورودی مسئله Vertex Cover در نظر می گیریم.
 مجموعه های V, K_1, K_2, \dots, K_m را به شکل زیر
 تعریف می کنیم.

$$V = \{1, 2, \dots, n\}, \quad (|V| = |E|)$$

$$K = \{K_1, K_2, \dots, K_m\}$$

مجموعه K_i یال هایی که یکی از دو سر آن ها v_i است.

$$\bigcup_{i=1}^m K_i = V \longrightarrow \text{بدین چگون هیچ یال بدون رأس وجود ندارد.}$$

مجموعه V و K را به عنوان ورودی مسئله Set Cover
 می دهیم و می بینیم تعداد اعضای K که اجتماعشان برابر V می شود
 را به ما بر می گرداند (الگوریتم Set Cover مسئله را حل می کند). حال
 K_i ها را برگردانده شه نظر به v_i های گراف G هستند و هر
 یال ها را پوشش می دهند. پس مسئله Vertex Cover را به مسئله
 Set Cover کاهش دادیم. در نتیجه مسئله Vertex Cover نیز NP-Complete
 است.

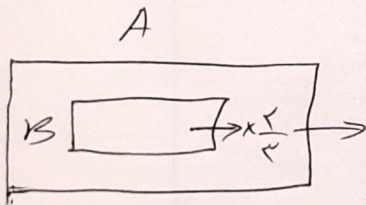
$A =$ مجموعه اعداد طبیعی زوج

$B =$ مجموعه اعداد طبیعی بخش پذیر بر ۳

$$\left. \begin{array}{l} \forall x \in B : \frac{2}{3}x \in A \\ \forall y \in A : \frac{3}{2}y \in B \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \frac{2}{3}x \mid \forall x \in B \right\} = A$$

$$A \leqslant_P B$$

با داشتن اعضای مجموعه B می توان اعضای مجموعه A را بدست آورد. به این صورت که اعضای B را در $\frac{2}{3}$ ضرب می کنیم و مجموعه جدید را بر می گردانیم.



در نتیجه A را به B کاهش دادیم.