



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

عنوان: تکلیف دوم درس هوش مصنوعی (بخش تئوری)

نام و نام خانوادگی: علیرضا ابره فروش

شماره دانشجویی: ۹۸۱۶۶۰۳

نیم سال تحصیلی: بهار ۱۴۰۱/۱۴۰۰

مدرس: دکتر حسین فلسفین

دستیاران آموزشی: مجید فرهادی - علی ملاحسینی - آرش وشاق

۱ نوید زندانی

۱.۱ قیده‌های binary و unary

$$\forall i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad Y_i = \begin{cases} 0 & X_i = \text{زندانی} \\ 1 & X_i = \text{خروج} \\ 2 & X_i = \text{چاه} \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{aligned} C_1 &= \langle (X_1, X_2), \max \{Y_1, Y_2\} = 1 \rangle \\ C_2 &= \langle (X_2, X_3), \max \{Y_2, Y_3\} = 1 \rangle \\ C_3 &= \langle (X_3, X_4), \max \{Y_3, Y_4\} = 2 \rangle \\ C_4 &= \langle (X_4, X_5), \max \{Y_4, Y_5\} = 2 \rangle \\ C_5 &= \langle (X_5, X_6), \max \{Y_5, Y_6\} = 2 \rangle \\ C_6 &= \langle (X_6, X_1), \max \{Y_6, Y_1\} = 2 \rangle \end{aligned} \quad (۲)$$

$$\begin{aligned} C_7 &= \langle (X_1, X_2), Y_1 \times Y_2 \neq 1 \rangle \\ C_8 &= \langle (X_2, X_3), Y_2 \times Y_3 \neq 1 \rangle \\ C_9 &= \langle (X_3, X_4), Y_3 \times Y_4 \neq 1 \rangle \\ C_{10} &= \langle (X_4, X_5), Y_4 \times Y_5 \neq 1 \rangle \\ C_{11} &= \langle (X_5, X_6), Y_5 \times Y_6 \neq 1 \rangle \\ C_{12} &= \langle (X_6, X_1), Y_6 \times Y_1 \neq 1 \rangle \end{aligned} \quad (۳)$$

$$\begin{aligned} C_{13} &= \langle (X_1), Y_1 \neq 2 \rangle \\ C_{14} &= \langle (X_2), Y_2 \neq 2 \rangle \\ C_{15} &= \langle (X_3), Y_3 \neq 2 \rangle \end{aligned} \quad (۴)$$

۲.۱

۳.۱

با توجه به اینکه دامنه‌های متغیرهای X_4 و X_6 تک عضوی است و سایر متغیرها دامنه‌های بیش از یک عضوی دارند، طبق MRV متغیرهای X_4 و X_6 پیش از بقیه مقداردهی می‌شوند.

۴.۱

در این صورت داریم:

$$X_5 = \text{زندانی} \Rightarrow Y_5 = 0 \quad (۵)$$

برای اینکه قیدهای C_4 و C_5 ارضا شوند، دامنه‌های X_4 و X_6 برابر $\{\}$ می‌شود. با انتخاب مقدار چاه برای دو متغیر، و برای ارضای قیود C_1 و C_2 و C_7 و C_8 ، دو راه حل ممکن زیر برای این مسئله وجود دارد:

$$X = (\text{چاه, زندان, چاه, زندان, خروج, زندان}) \quad (۶)$$

$$X = (\text{چاه, زندان, چاه, خروج, زندان, خروج})$$

۵.۱

۶.۱

۲ مسئله سه رنگ

از آنجایی که هیچ راسی وجود ندارد که با مقداردهی آن دامنه‌ی راسی دیگر تهی شود پس arc-consistency برقرار است. همچنین از آنجایی که هیچ دو راسی وجود ندارد که با مقداردهی آن‌ها، دامنه‌ی راسی دیگر تهی شود path-consistency نیز در این مسئله برقرار است. اما چون اگر سه راس را با سه رنگ متفاوت رنگ کنیم، برای راس چهارم رنگی باقی نمی‌ماند پس 4-consistency برقرار نمی‌باشد. از آنجایی که نمی‌توان گراف کامل با چهار راس را با سه رنگ رنگ کرد، و مسئله دارای ۴ متغیر است و برقراری k-consistency در یک CSP k متغیره معادل حل شدن آن است، پس نمی‌توان 4-consistency را برقرار کرد.

۳ consistency

۱.۳

خیر. الزامی وجود ندارد. در واقع می‌توان با مقداردهی مناسب، درجات بالای سازگاری را محقق کنیم، درحالی که درجات پایین سازگاری برقرار نباشند. برای مثال در CSP P arc-consistency برقرار می‌باشد، اما node-consistency نداریم.

$$P = (X, D, C)$$

$$X = \{X_1, X_2\}$$

$$D = \{D_1, D_2\}$$

$$C = \{C_1, C_2\}$$

(۷)

$$D_1 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D_2 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$C = \{C_1, C_2\}$$

$$C_1 = \langle (X_1), X_1 \leq 3 \rangle$$

$$C_2 = \langle (X_1, X_2), X_1 = X_2 \rangle$$

۲.۳

$$A \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$B \in \{1, 4\}$$

$$C \in \{5, 6, 7\}$$

$$D \in \{6, 7, 8, 9\}$$

(۸)

$$A \leq B$$

$$A + C \leq 8$$

$$C = D$$

#	Agenda	Arc
1	$A \leq B$	$A \leq B$
2	$B \geq A$	$B \geq A$
3	$A \leq 8 - C$	$A \leq 8 - C$
4	$C \leq 8 - A$	$C \leq 8 - A$
5	$C = D$	$C = D$
6	$D = C$	$D = C$
7	$B \geq A$	
8	$A \leq 8 - C$	
9	$C = D$	
10	$B \geq A$	
11	$C \leq 8 - A$	

اعداد ۵ و ۶ در مرحله ی ۱ از دامنه ی A حذف می شود.

عدد ۵ در مرحله ی ۵ از دامنه ی C حذف می شود.

اعداد ۸ و ۹ در مرحله ی ۶ از دامنه ی D حذف می شود.

عدد ۳ در مرحله ی ۸ از دامنه ی A حذف می شود.

۴ مدل سازی

۱.۴

جمعیت شهر i را با X_i نمایش می دهیم. CSP به شکل زیر مدل می شود.

$$P = (X, D, C)$$

$$X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$$

$$D = \{D_1, D_2, \dots, D_n\}$$

$$C = \{C_1, C_2, \dots, C_{m+1}\} \quad (9)$$

$$\forall i : D_i = \mathbb{W}$$

$$\forall 1 \leq i \leq j \leq n \mid \text{همسایه } i, \exists k : C_k = \langle (X_i, X_j), |X_i - X_j| \geq 2000 \rangle$$

$$C_{m+1} = \left\langle (X_{\arg \max_i \{X_i\}}, X_{\arg \min_j \{X_j\}}), \max_i \{X_i\} \leq 3 \min_j \{X_j\} \right\rangle$$

۲.۴

فرض می کنیم که نقشه ی مورد نظر نقشه ی استرالیا باشد. رنگ راس ها را با WA, NT, Q, NSW, SA, V و T نشان می دهیم. CSP به شکل زیر مدل می شود.

Y_w = تعداد رئوس با رنگ سفید

Y_r = تعداد رئوس با رنگ قرمز

Y_g = تعداد رئوس با رنگ سبز

Y_b = تعداد رئوس با رنگ آبی

$$P = (X, D, C)$$

$$X = \{WA, NT, Q, NSW, SA, V, T\}$$

$$D = \{D_{WA}, D_{NT}, D_Q, D_{NSW}, D_{SA}, D_V, D_T\}$$

$$C = \{C_1, C_2, \dots, C_9\}$$

$$D_{WA} = D_{NT} = D_Q = D_{NSW} = D_{SA} = D_V = D_T = \{w, r, g, b\}$$

$$C_1 = \langle (SA, WA), SA \neq WA \rangle$$

$$C_2 = \langle (SA, NT), SA \neq NT \rangle$$

$$C_3 = \langle (SA, Q), SA \neq Q \rangle$$

$$C_4 = \langle (SA, NSW), SA \neq NSW \rangle$$

$$C_5 = \langle (SA, V), SA \neq V \rangle$$

$$C_6 = \langle (NT, WA), NT \neq WA \rangle$$

$$C_7 = \langle (Q, NT), Q \neq NT \rangle$$

$$C_8 = \langle (NSW, Q), NSW \neq Q \rangle$$

$$C_9 = \langle (V, NSW), V \neq NSW \rangle$$

$$C_{10} = \langle (WA, NT, Q, NSW, SA, V, T), Y_w \leq Y_r \leq Y_g \leq Y_b \rangle$$

$$C_{11} = \langle (WA, NT, Q, NSW, SA, V, T), Y_b \leq 2Y_w \rangle$$

۵ برنامه‌ریزی کلاس‌ها

۱.۵

مسئله را به شکل CSP زیر مدل می‌کنیم:

$$X_1 = \text{استاد کلاس ۱}$$

$$X_2 = \text{استاد کلاس ۲}$$

$$X_3 = \text{استاد کلاس ۳}$$

$$X_4 = \text{استاد کلاس ۴}$$

$$X_5 = \text{استاد کلاس ۵}$$

$$D_1 = \{پ\}$$

$$D_2 = \{پ, ب\}$$

$$D_3 = \{پ, ب, الف\}$$

$$D_4 = \{پ, ب, الف\}$$

$$D_5 = \{پ, ب\}$$

$$C_1 = \langle (X_1, X_2), X_1 \neq X_2 \rangle$$

$$C_2 = \langle (X_2, X_3), X_2 \neq X_3 \rangle$$

$$C_3 = \langle (X_3, X_4), X_3 \neq X_4 \rangle$$

$$C_4 = \langle (X_4, X_2), X_4 \neq X_2 \rangle$$

$$C_5 = \langle (X_4, X_5), X_4 \neq X_5 \rangle$$

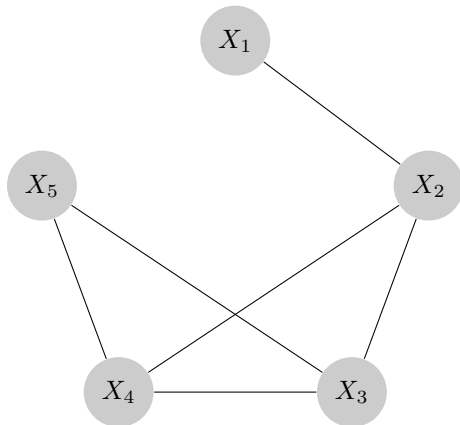
$$C_6 = \langle (X_5, X_3), X_5 \neq X_3 \rangle$$

$$X = \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5\}$$

$$D = \{D_1, D_2, D_3, D_4, D_5\}$$

$$C = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6\}$$

۲.۵



۳.۵

ثابت می‌شود که هر CSP ای که ساختار درخت‌گونه داشته باشد را می‌توان در زمان چندجمله‌ای حل کرد. پس ترجیح می‌دهیم مسائل CSP با ساختار درخت را حل کنیم.

۶ Puzzle Cryptarithmic

در ابتدا اندازه‌ی همه دامنه‌ها با یکدیگر برابراند (ارقام صفر تا ۹). طبق فرض دامنه‌ی M و S صفر ندارند. همچنین از آنجایی که جمع دو عدد ۴ رقمی ماکسیمم ۱۹۹۹۸ است، پس بیشترین مقداری که M می‌تواند بگیرد مقدار ۱ است. در نتیجه دامنه‌ی M به مجموعه‌ی تک‌عضوی ۱ اصلاح می‌شود. طبق MRV متغیر M را مقداردهی می‌کنیم. تنها مقدار دامنه‌ی M یعنی ۱ را انتخاب می‌کنیم. با توجه به قید AllDiff، عضو ۱ از دامنه‌ی سایر متغیرها حذف می‌شود.

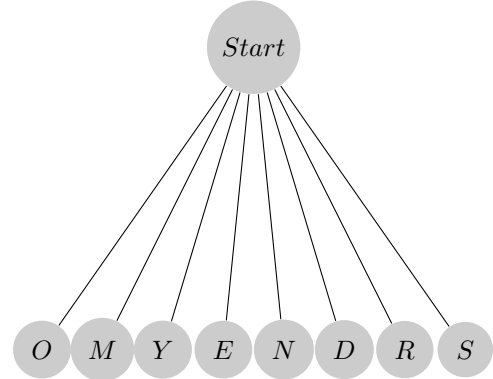
در جمع ارقام هزارگان (ارقام S و M)، چون Carry یک داریم، پس $S + 1 \geq 9$. دامنه‌ی متغیر S مجموعه‌ی شامل ۸ و ۹ است. طبق MRV متغیر S را مقداردهی می‌کنیم. برای اینکه Carry یک داشته باشیم، S تنها در صورتی می‌تواند مقدار ۸ را بگیرد که Carry یک از قبل داشته باشد. پس طبق LCV مقداری را انتخاب می‌کنیم که کمترین محدودیت را در دامنه‌های بقیه‌ی متغیرها ایجاد کند. پس به S مقدار ۹ را می‌دهیم. عضو ۹ از دامنه‌ی سایر متغیرها حذف می‌شود. توجه شود که اگر در این شاخه به جواب نرسیم باید بازگشت به عقب داشته باشیم و به S مقدار ۸ بدهیم.

با توجه به اینکه $O = S + M - 10$ ، دامنه‌ی O به مجموعه‌ی تک‌عضوی ۰ اصلاح می‌شود. طبق MRV متغیر O را مقداردهی می‌کنیم. تنها مقدار دامنه‌ی O یعنی ۰ را انتخاب می‌کنیم. عضو ۰ از دامنه‌ی سایر متغیرها حذف می‌شود.

با توجه به قید AllDiff $N = E + 1$ و چون Carry یک داریم، $E + 10 = N + R + Carry$. پس $R + Carry = 9$. چون دامنه‌ی R مقدار ۹ ندارد، پس Carry برابر ۱ و دامنه‌ی R به مجموعه‌ی تک‌عضوی ۸ اصلاح می‌شود. طبق MRV متغیر R را مقداردهی می‌کنیم. تنها مقدار دامنه‌ی R یعنی ۸ را انتخاب می‌کنیم. عضو ۸ از دامنه‌ی سایر متغیرها حذف می‌شود.

چون $N = E + 1$ و مقادیر ۰، ۱، ۸ و ۹ از دامنه‌ها حذف شده‌اند، دامنه‌های E و N به ترتیب مجموعه‌ی شامل ارقام ۲ تا ۶ و ارقام ۳ تا ۷ است. طبق MRV یکی از دو متغیر E و N را باید مقداردهی کنیم. حال طبق Degree متغیری که درجه‌ی کمتری در گراف محدودیت دارد را انتخاب می‌کنیم. پس متغیر N انتخاب می‌شود. از آنجایی که از یکان به دهگان Carry داریم، $D + E \geq 10$ برقرار است و چون $N = E + 1$ هر چه N بزرگ‌تر انتخاب شود، E هم بزرگ‌تر خواهد بود و در نتیجه برای D مقادیر بیشتری از دامنه‌اش را باقی می‌گذارد. پس N را بزرگ‌ترین مقدار دامنه‌اش یعنی ۷ مقداردهی می‌کنیم. با فرض اینکه این شاخه به یک جواب

منتهی نمی‌شود، بازگشت به عقب رخ می‌دهد و مقدار ۶ را به N می‌دهیم. عضو ۶ از دامنه‌ی سایر متغیرها حذف می‌شود. حال چون $E N = E + 1$ را با ۵ مقداردهی می‌کنیم. عضو ۵ از دامنه‌ی سایر متغیرها حذف می‌شود. چون از یکان به دهگان Carry داشتیم، پس $D + 5 \geq 10$ پس $D \geq 5$ چون از بین ارقام ۵ تا ۹ تنها ۷ در دامنه‌ی D باقی‌مانده است، آن را با ۷ مقداردهی می‌کنیم. در نهایت برای متغیر Y مقدار ۲ به دست می‌آید. درخت در شروع به شکل زیر است.



منابع