



دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

عنوان: تکلیف دوم درس مبانی بینایی کامپیوتر

نام و نام خانوادگی: علیرضا ابره فروش

شماره دانشجویی: ۹۸۱۶۶۰۳

نیم سال تحصیلی: بهار ۱۴۰۱/۱۴۰۰

مدرس: دکتر نادر کریمی

دستیاران آموزشی: بهنام ساعدی - محمدرضا مزروعی

۱

ابتدا متغیرهای زیر را تعریف می‌کنیم.

H و W : ابعاد تصویر

I : تصویر اصلی

J : تصویر مورد بررسی

MAX_I : بزرگ‌ترین سطح روشنایی محتمل در تصویر (مقدار پیش‌فرض ۲۵۵)

MIN_I : کوچک‌ترین سطح روشنایی محتمل در تصویر (مقدار پیش‌فرض ۰)

۱.۱ MAE

۱.۱.۱ حداکثر

حالتی را تصور می‌کنیم که اختلاف سطح روشنایی هر دو پیکسل متناظر در تصویر حداکثر باشد (تصویر تمام سیاه و تمام سفید). بنابراین به ازای هر i و j دامنه، $I(i, j)$ برابر MAX_I و $J(i, j)$ برابر MIN_I یا بالعکس. پس داریم:

$$\max(\frac{1}{H.W} \sum_{i=1}^H \sum_{j=1}^W |I(i, j) - J(i, j)|) = \frac{1}{H.W} \times H.W \times |MAX_I - MIN_I| = |MAX_I - MIN_I|$$

که در حالت پیش‌فرض این مقدار برابر ۲۵۵ است.

۲.۱.۱ حداقل

حالتی را تصور می‌کنیم که اختلاف سطح روشنایی هر دو پیکسل متناظر در تصویر حداقل باشد (تصاویر برابر باشند). بنابراین به ازای هر i و j دامنه، $I(i, j)$ برابر $J(i, j)$ است. پس داریم:

$$\min(\frac{1}{H.W} \sum_{i=1}^H \sum_{j=1}^W |I(i, j) - J(i, j)|) = \frac{1}{H.W} \times H.W \times |I(i, j) - I(i, j)| = 0$$

۲.۱ MSE

۱.۲.۱ حداکثر

مشابه قسمت قبل، حالتی را تصور می‌کنیم که اختلاف سطح روشنایی هر دو پیکسل متناظر در تصویر حداکثر باشد (تصویر تمام سیاه و تمام سفید). بنابراین به ازای هر i و j دامنه، $I(i, j)$ برابر MAX_I و $J(i, j)$ برابر MIN_I یا بالعکس. پس داریم:

$$\max(\frac{1}{H.W} \sum_{i=1}^H \sum_{j=1}^W (I(i, j) - J(i, j))^2) = \frac{1}{H.W} \times H.W \times (MAX_I - MIN_I)^2 = (MAX_I - MIN_I)^2$$

که در حالت پیش‌فرض این مقدار برابر ۶۵۰۲۵ است.

۲.۲.۱ حداقل

مشابه قسمت قبل، حالتی را تصور می‌کنیم که اختلاف سطح روشنایی هر دو پیکسل متناظر در تصویر حداقل باشد (تصاویر برابر باشند). بنابراین به ازای هر i و j دامنه، $I(i, j)$ برابر $J(i, j)$ است. پس داریم:

$$\min(\frac{1}{H.W} \sum_{i=1}^H \sum_{j=1}^W (I(i, j) - J(i, j))^2) = \frac{1}{H.W} \times H.W \times (I(i, j) - I(i, j))^2 = 0$$

۳.۱ PSNR

برای بیشینه (کمینه) کردن تابع $10 \log_{10}(\frac{MAX_I^2}{MSE})$ کافیت تابع $\frac{MAX_I^2}{MSE}$ بیشینه (کمینه) کنیم.

۱.۳.۱ حداکثر

با فرض ناصفر بودن مقدار MAX_I داریم:

$$\max(10 \log_{10}(\frac{MAX_I^2}{MSE})) = \lim_{MSE \rightarrow 0}(10 \log_{10}(\frac{MAX_I^2}{MSE})) = \infty$$

پس به ازای دو تصویر با MSE نزدیک به صفر (دو تصویر تقریباً برابر)، مقدار PSNR به بی‌نهایت میل می‌کند.

۲.۳.۱ حداقل

داریم:

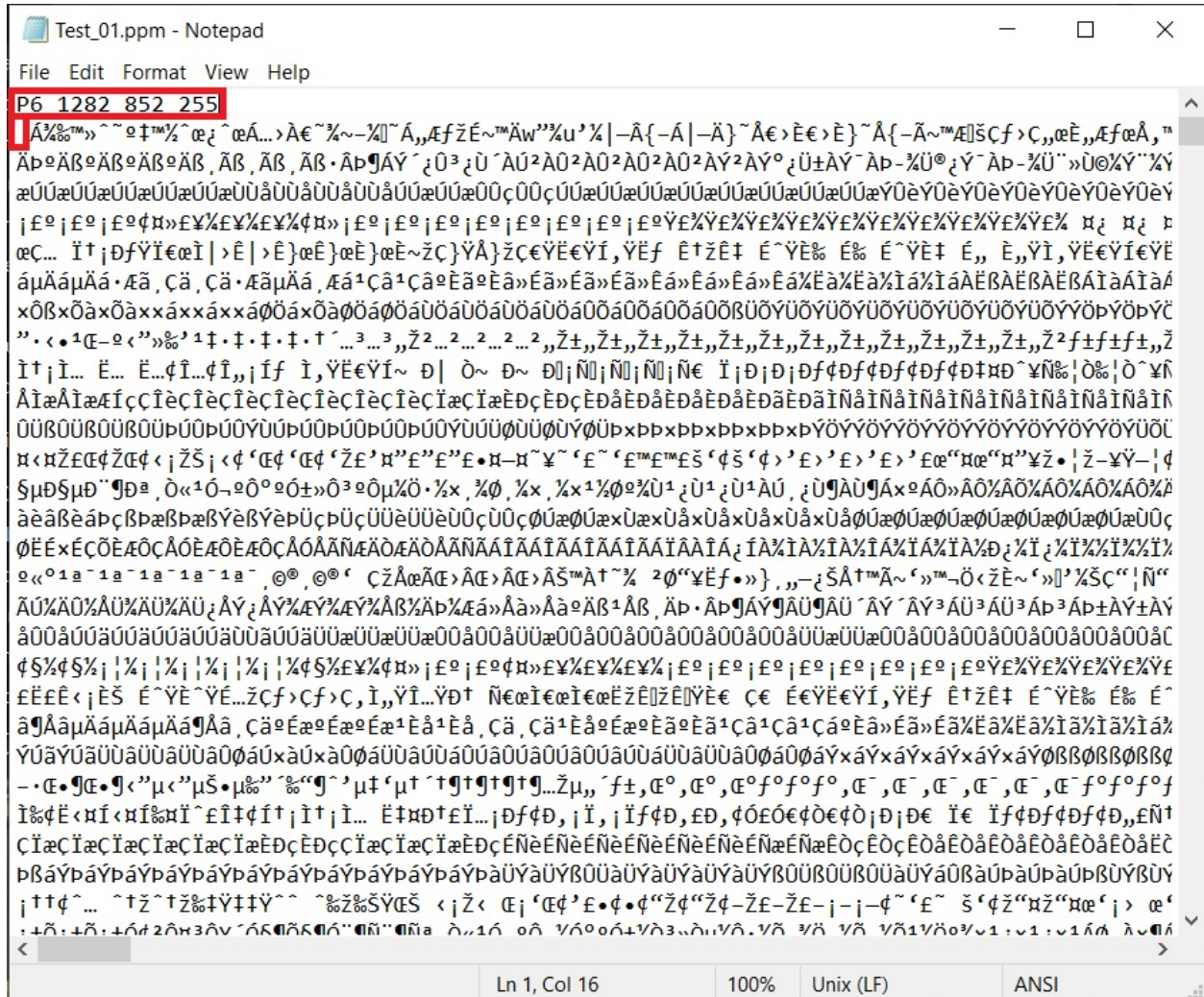
$$\min(10 \log_{10}(\frac{MAX_I^2}{MSE})) = 10 \log_{10}(\frac{MAX_I^2}{(MAX_I - MIN_I)^2})$$

که در حالت پیش‌فرض برابر است با:

$$10 \log_{10}(\frac{255^2}{65025}) = 0$$

۲

سطح روشنایی هر پیکسل در تصویر خاکستری‌گونه از MIN_I (پیش‌فرض ۰) تا MAX_I (پیش‌فرض ۲۵۵) متغیر است. بدترین MSE که در واقع بزرگ‌ترین MSE است زمانی رخ می‌دهد که اختلاف سطح روشنایی هر دو پیکسل متناظر در تصاویر ماکسیمم باشد. در نتیجه برای ساخت چنین تصویری فاصله‌ی سطح روشنایی هر پیکسل در تصویر اولیه را از مقادیر MIN_I و MAX_I به دست می‌آوریم (قدر مطلق تفاضل). در صورتی که سطح روشنایی به MIN_I (سیاه) نزدیک‌تر بود، مقدار MAX_I (سفید) و در صورتی که به MAX_I (سفید) نزدیک‌تر بود، مقدار MIN_I (سیاه) را در پیکسل متناظر قرار می‌دهیم. در این حالت چون قدر مطلق تفاضل‌ها به ازای همه پیکسل‌های تصویر ماکسیمم هستند پس تضمین می‌شود که ماکسیمم MSE (بدترین MSE) را نسبت به تصویر ورودی داریم.



شکل ۱: تصویر

```

1 %clearing command window and workspace and closing all open figures
2 clc
3 clear
4 close all
5 imtool close all
6 %opening image file and reading its content
7 f = fopen("images/Test_01.ppm");
8 file_content = fread(f, "uint8");

```

```

9  %removing ppm header from file_content
10 image_data = file_content(17:end);
11 %defining row and column
12 row = 852;
13 column = 1282;
14 %extracting rgb from image_data
15 R1D = image_data(1:3:end);
16 G1D = image_data(2:3:end);
17 B1D = image_data(3:3:end);
18 %converting 1D rgb to 2D rgb
19 R2D = uint8(zeros(row, column));
20 G2D = uint8(zeros(row, column));
21 B2D = uint8(zeros(row, column));
22 k = 1;
23 for i = 1: row
24     for j = 1: column
25         R2D(i, j) = R1D(k);
26         G2D(i, j) = G1D(k);
27         B2D(i, j) = B1D(k);
28         k = k + 1;
29     end
30 end
31 %concatenating rgb to create the original image
32 I = cat(3, R2D, G2D, B2D);
33 J = imread("images\Test_01.ppm");
34 subplot(1, 2, 1);
35 imshow(I, []);
36 title("not using imread");
37 subplot(1, 2, 2);
38 imshow(J, []);
39 title("using imread");
40 fclose(f);

```

منابع