



طراحی الگوریتم - تکلیف پنجم

موعد تحویل ۱۴ خرداد ۱۴۰۰

پیش از حل سوالات به موارد زیر دقت کنید:

- پاسخ تکلیف را به صورت یک فایل PDF آماده کنید و با نام HW5_NAME_STDNUM.pdf در سامانه آپلود کنید. (به جای NAME، فقط نام خانوادگی و به جای STDNUM، شماره دانشجویی قرار بگیرد و حتما رعایت شود!)
- سوالات عملی تکلیف پنجم در کلاس کوثرای درس قابل دسترسی خواهند بود.
- در تحویل تکالیف به زمان مجاز تعیین شده دقت نمایید. موعد تکالیف قابل تمدید نمی باشند.
- در صورتی که مجموع تاخیر کل تکالیف شما کمتر از ۲۴ ساعت باشد نمره‌ای از شما کسر نمی‌گردد. در غیر این صورت به ازای هر روز تاخیر درصدی از نمره تکلیف شما کسر می‌گردد.
- پاسخ تکالیف را حتما در سامانه آپلود کنید و از ارسال تکالیف به ایمیل یا تلگرام اکیدا خودداری نمایید.
- در صورت وجود شباهت واضح، نمره‌ای به سوال تعلق نمی‌گیرد.
- در صورت وجود هرگونه ابهام می‌توانید در گروه تلگرام یا گروه اسکایپ سوالات خود را مطرح کنید.
- از طریق ایمیل‌های زیر می‌توانید با TAهای مربوط به این تکلیف در ارتباط باشید.

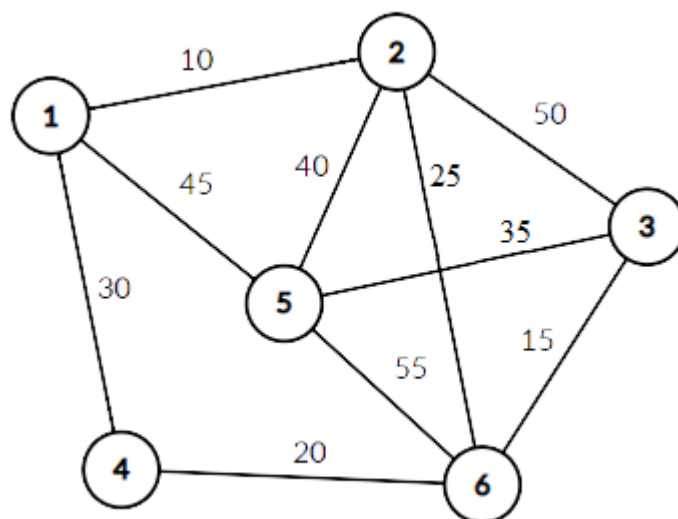
– nazerimahdi2001@gmail.com

– kazemimaryam1998@gmail.com

سوال ۱. (۱۰ نمره) دزد مساله کوله‌پشتی، این بار همراه خود یک اره نیز برده است. در نتیجه او می‌تواند اجناس قیمتی را برش دهد و هر کسر دلخواهی از هر کدام از آنها را بدزدد. الگوریتمی از اردر $O(n)$ برای یافتن حداکثر سود دزد طراحی کنید.

سوال ۲. (۱۰ نمره) متنی شامل ۷۰۰۰ حرف از حروف آ، ب، پ، ت، ث و ج، به ترتیب با دفعات تکرار ۱۰۰۰، ۱۲۰۰، ۸۰۰، ۱۵۰۰، ۱۸۰۰ و ۷۰۰ در اختیار داریم. با استفاده از درخت هافمن حداقل تعداد بیت لازم برای انتقال یا ذخیره این متن را بیابید.

سوال ۳. (۲۰ نمره) با شروع از راس اول، الگوریتم‌های پریم و کراسکال را بر روی گراف زیر اجرا کنید و درخت هر مرحله را رسم کنید.



سوال ۴. (۲۰ نمره) "ریکی" قصد دارد به نزد "مورتی" که در یک کهکشان دیگر زندگی می کند برود. برای این منظور او می تواند هر بار تنها به یکی از کهکشان های همسایه سفر کند. بین برخی از کهکشان های همسایه کرم چاله وجود دارد و ریکی این مسافت ها را در کسری از ثانیه طی میکند! اما در باقی موارد او باید به وسیله سفینه خود سفر کند. فرض کنید که زمان سفر بین هر دو کهکشان مجاور، تقریباً یکسان است. الگوریتم بهینه ای طراحی کنید تا ریکی سریع ترین مسیر را پیدا کند.

سوال ۵. (۲۰ نمره) یک گراف ساده وزن دار داریم که وزن هر یال نامنفی است. درخت پوشای کمینه این گراف و همچنین کوتاه ترین مسیر به هر راس از یک راس خاص را بدست آورده ایم. حال اگر به وزن تمامی رئوس یک واحد اضافه کنیم:

الف) آیا درخت پوشای کمینه تغییر می کند؟ یک مثال ارائه کنید که تغییر می کند یا اثبات کنید که تغییر نمی کند.

ب) آیا کوتاه ترین مسیرها تغییر می کند؟ یک مثال ارائه کنید که تغییر می کند یا اثبات کنید که تغییر نمی کند.

سوال ۶. (۲۰ نمره) هر یک از گزاره های زیر را اثبات کنید یا برای آنها مثال نقض بیاورید.

الف) اگر در یک گراف ساده همبند که شامل حداقل یک دور است، سنگین ترین یال یکتا وجود داشته باشد، آنگاه آن یال حتماً داخل درخت پوشای کمینه نخواهد بود.

ب) اگر در یک گراف ساده همبند، یک دور شامل سنگین ترین یال یکتا وجود داشته باشد، آنگاه آن یال حتماً داخل درخت پوشای کمینه نخواهد بود.

ج) یالی با کمترین وزن در یک گراف ساده، حتماً داخل درخت پوشای کمینه خواهد بود.

د) اگر در یک گراف ساده همبند بین دو راس خاص یک $r - path$ وجود داشته باشد، آنگاه در تمامی درخت های پوشای کمینه، مسیر بین این دو راس نیز $r - path$ خواهد بود. (به مسیری که وزن تمامی یال های آن حداکثر r باشد $r - path$ می گوئیم)

همیشه شاد باشید.