

به نام خدا



دانشکده مهندسی صنایع

## تحقیق در عملیات

نام استاد :

کوروش عشقی

علیرضا نشاطی ۴۰۰۱۰۳۷۰۸

پاییز ۱۴۰۲

## متغیرهای تصمیم‌گیری

متغیرهای تصمیم‌گیری مورد نیاز برای مدل‌سازی مساله مورد نظر به صورت زیر تعریف شده‌اند :

$X_{ji}$  = تعداد بلیط‌های Team pass سکوی  $i$  در بازی  $j$  ام

$C_j$  = پیشبینی بازی  $j$  ام

$A_j$  = میزان کمتر یا بیشتر بودن تعداد نفرات از ظرفیت ورزشگاه در بازی  $j$  ام

$(j=1,2,\dots,15) \quad (i=1,2)$

به طور مثال منظور از  $X_{1,1}$  سکوی اول (تیم بالایی) در بازی اول یعنی تیم **Michigan state** است.

## تابع هدف

تابع هدف، بیشینه‌سازی سود بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود که بیانگر تفاضل درآمد حاصل از فروش بلیط

در هر بازی و جریمه ناشی از عدم وجود ظرفیت کافی در ورزشگاه می‌باشد : ( لازم به ذکر است که  $A_j^+$  بیانگر

ظرفیت خالی در هر بازی و  $A_j^-$  بیانگر تعداد افرادی است که با وجود تهیه بلیط قادر به حضور در ورزشگاه

نیستند.)

$$\begin{aligned}
\text{MAX } Z = & \varepsilon \cdot X_{1,1} + 2 \cdot X_{1,2} + 2 \cdot X_{2,1} + \varepsilon \cdot X_{2,2} + 6 \cdot X_{3,1} + 5 \cdot X_{3,2} + 8 \cdot X_{\varepsilon,1} + 2 \cdot X_{\varepsilon,2} + 5 \cdot X_{\delta,1} \\
& + 3 \cdot X_{\delta,2} + \varepsilon \cdot X_{\gamma,1} + 3 \cdot X_{\gamma,2} + 7 \cdot X_{\nu,1} + 2 \cdot X_{\nu,2} + 6 \cdot X_{\lambda,1} + 2 \cdot X_{\lambda,2} + 1 \cdot (A^+_{\gamma} + A^+_{\nu} + A^+_{\lambda} + \\
& A^+_{\varepsilon} + A^+_{\delta} + A^+_{\gamma} + A^+_{\nu} + A^+_{\lambda}) + 2 \cdot (A^+_{\eta} + A^+_{\gamma} + A^+_{\nu} + A^+_{\lambda}) + 3 \cdot (A^+_{\gamma} + A^+_{\lambda}) + \varepsilon \cdot A^+_{\delta} \\
& - 2 \cdot (A^-_{\gamma} + A^-_{\nu} + A^-_{\lambda} + A^-_{\varepsilon} + A^-_{\delta} + A^-_{\gamma} + A^-_{\nu} + A^-_{\lambda}) - \varepsilon \cdot (A^-_{\eta} + A^-_{\gamma} + A^-_{\nu} + A^-_{\lambda}) - 6 \cdot (A^-_{\gamma} \\
& + A^-_{\lambda}) - 8 \cdot A^-_{\delta}
\end{aligned}$$

## محدودیت‌ها

برای تکمیل مدل‌سازی مساله نیازمند ۴ نوع محدودیت هستیم که عبارتند از :

۱. محدودیت فروش بلیط Team pass : برای هر تیم در هر بازی (بازی‌های ۱ تا ۸) نهایتاً ۱۰۰۰۰ بلیط فروخته شود.

۲. محدودیت مربوط به تعداد بازی‌های پیشبینی شده توسط کارشناس : حداکثر ۳ بازی توسط کارشناس پیشبینی می‌شود.

۳. محدودیت مربوط به برابری افراد حاضر و ظرفیت ورزشگاه : این محدودیت تعداد بلیط‌های individual فروخته شده و یا تعداد افرادی که باید به آنها جریمه پرداخت شود را مشخص می‌نماید.

۴. محدودیت مشخص کننده برنده هر بازی : این محدودیت‌ها با در نظر گرفتن اینکه یک بازی توسط کارشناس پیشبینی شده است یا خیر تعداد هوادارانی که از مرحله قبل وارد مرحله فعلی شده‌اند را مشخص می‌کند.

حال محدودیت‌های مساله را به ترتیب ذکر شده در توضیحات بالا به صورت زیر می‌نویسیم :

**S.t.**

نوع ۱

$$X_{1,1} \leq 10000$$

$$X_{1,2} \leq 10000$$

$$X_{2,1} \leq 10000$$

$$X_{2,2} \leq 10000$$

$$X_{3,1} \leq 10000$$

$$X_{3,2} \leq 10000$$

$$X_{\varepsilon,1} \leq 10000$$

$$X_{\varepsilon,2} \leq 10000$$

$$X_{0,1} \leq 10000$$

$$X_{0,2} \leq 10000$$

$$X_{\tau,1} \leq 10000$$

$$X_{\tau,2} \leq 10000$$

$$X_{V,1} \leq 1, \dots$$

$$X_{V,2} \leq 1, \dots$$

$$X_{\wedge,1} \leq 1, \dots$$

$$X_{\wedge,2} \leq 1, \dots$$

نوع ۲

$$C_1 + C_2 + C_3 + C_\xi + C_\phi + C_4 + C_V + C_\wedge + C_q + C_{1\cdot} + C_{11} + C_{12} + C_{13} + C_{1\varepsilon} \\ + C_{1\phi} = 3$$

نوع ۳

$$A^+_1-A^-_1=1, \dots -X_{1,1}-X_{1,2}$$

$$A^+_2-A^-_2=1, \dots -X_{2,1}-X_{2,2}$$

$$A^+_3-A^-_3=1, \dots -X_{3,1}-X_{3,2}$$

$$A^+_\xi-A^-_\xi=1, \dots -X_{\phi,1}-X_{\phi,2}$$

$$A^+_\phi-A^-_\phi=1, \dots -X_{\phi,1}-X_{\phi,2}$$

$$A^+_4-A^-_4=1, \dots -X_{4,1}-X_{4,2}$$

$$A^+_{\vee}-A^-_{\vee}=\mathfrak{v}\dots\dots-X_{\vee,\mathfrak{v}}-X_{\vee,\mathfrak{r}}$$

$$A^+_{\wedge}-A^-_{\wedge}=\mathfrak{v}\dots\dots-X_{\wedge,\mathfrak{v}}-X_{\wedge,\mathfrak{r}}$$

$$A^+_{\mathfrak{q}}-A^-_{\mathfrak{q}}=\mathfrak{v}\dots\dots-X_{\mathfrak{q},\mathfrak{v}}-X_{\mathfrak{q},\mathfrak{r}}$$

$$A^+_{\mathfrak{v},\cdot}-A^-_{\mathfrak{v},\cdot}=\mathfrak{v}\dots\dots-X_{\mathfrak{v},\cdot,\mathfrak{v}}-X_{\mathfrak{v},\cdot,\mathfrak{r}}$$

$$A^+_{\mathfrak{v},\mathfrak{v}}-A^-_{\mathfrak{v},\mathfrak{v}}=\mathfrak{v}\dots\dots-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{v},\mathfrak{v}}-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{v},\mathfrak{r}}$$

$$A^+_{\mathfrak{v},\mathfrak{r}}-A^-_{\mathfrak{v},\mathfrak{r}}=\mathfrak{v}\dots\dots-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{r},\mathfrak{v}}-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{r},\mathfrak{r}}$$

$$A^+_{\mathfrak{v},\mathfrak{r}}-A^-_{\mathfrak{v},\mathfrak{r}}=\mathfrak{v}\dots\dots-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{r},\mathfrak{v}}-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{r},\mathfrak{r}}$$

$$A^+_{\mathfrak{v},\mathfrak{e}}-A^-_{\mathfrak{v},\mathfrak{e}}=\mathfrak{v}\dots\dots-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{e},\mathfrak{v}}-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{e},\mathfrak{r}}$$

$$A^+_{\mathfrak{v},\mathfrak{o}}-A^-_{\mathfrak{v},\mathfrak{o}}=\mathfrak{v}\dots\dots-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{o},\mathfrak{v}}-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{o},\mathfrak{r}}$$

نوع ٤

(سکوی ١ بازی ٩)

$$\frac{1}{2}(X_{\mathfrak{v},\mathfrak{v}}+X_{\mathfrak{v},\mathfrak{r}})-X_{\mathfrak{q},\mathfrak{v}}+MC_{\mathfrak{v}}\geq\cdot$$

$$\frac{1}{2}(X_{\mathfrak{v},\mathfrak{v}}-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{r}})-X_{\mathfrak{q},\mathfrak{v}}\leq MC_{\mathfrak{v}}$$

$$X_{\mathfrak{q},\mathfrak{v}}-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{v}}+M(1-C_{\mathfrak{v}})\geq\cdot$$

$$X_{\mathfrak{q},\mathfrak{v}}-X_{\mathfrak{v},\mathfrak{v}}\leq M(1-C_{\mathfrak{v}})$$

(سکوی ۲ بازی ۹)

$$\frac{1}{2} (X_{2,1} + X_{2,2}) - X_{9,2} + MC_r \geq 0$$

$$\frac{1}{2} (X_{r,1} + X_{r,2}) - X_{q,2} \leq MC_r$$

$$X_{q,2} - X_{r,1} + M(1 - C_r) \geq 0$$

$$X_{q,2} - X_{r,1} \leq M(1 - C_r)$$

(سکوی ۱ بازی ۱۰)

$$\frac{1}{2} (X_{r,1} + X_{r,2}) - X_{1,1} + MC_r \geq 0$$

$$\frac{1}{2} (X_{r,2} + X_{r,2}) - X_{1,1} \leq MC_r$$

$$X_{1,1} - X_{r,1} + M(1 - C_r) \geq 0$$

$$X_{1,1} - X_{r,1} \leq M(1 - C_r)$$

(سکوی ۲ بازی ۱۰)

$$\frac{1}{2} (X_{\xi,1} + X_{\xi,2}) - X_{1,2} + MC_{\xi} \geq 0$$

$$\frac{1}{2} (X_{\xi,1} + X_{\xi,2}) - X_{1,2} \leq MC_{\xi}$$

$$X_{1,2} - X_{\xi,1} + M(1 - C_{\xi}) \geq 0$$

$$X_{1,2} - X_{\xi,1} \leq M(1 - C_{\xi})$$

(سکوی ۱ بازی ۱۱)

$$\frac{1}{2} (X_{\phi,1} + X_{\phi,2}) - X_{1,1} + MC_{\phi} \geq 0$$

$$\frac{1}{2} (X_{\phi,1} + X_{\phi,2}) - X_{1,1} \leq MC_{\phi}$$

$$X_{1,1} - X_{\phi,2} + M(1 - C_{\phi}) \geq 0$$

$$X_{1,1} - X_{\phi,2} \leq M(1 - C_{\phi})$$



(سکوی ۲ بازی ۱۱)

$$\frac{1}{2} (X_{\tau,1} + X_{\tau,2}) - X_{11,2} + MC_{\tau} \geq 0$$

$$\frac{1}{2} (X_{\tau,1} + X_{\tau,2}) - X_{11,2} \leq MC_{\tau}$$

$$X_{11,2} - X_{\tau,1} + M(1 - C_{\tau}) \geq 0$$

$$X_{11,2} - X_{6,1} \leq M(1 - C_{\tau})$$

(سکوی ۱ بازی ۱۲)

$$\frac{1}{2} (X_{\nu,1} + X_{\nu,2}) - X_{12,1} + MC_{\nu} \geq 0$$

$$\frac{1}{2} (X_{\nu,1} + X_{\nu,2}) - X_{12,1} \leq MC_{\nu}$$

$$X_{12,1} - X_{\nu,1} + M(1 - C_{\nu}) \geq 0$$

$$X_{12,1} - X_{\nu,1} \leq M(1 - C_{\nu})$$

(سکوی ۲ بازی ۱۲)

$$\frac{1}{2} (X_{\lambda,1} + X_{\lambda,2}) - X_{12,2} + MC_{\lambda} \geq 0$$

$$\frac{1}{2} (X_{\lambda,1} + X_{\lambda,2}) - X_{12,2} \leq MC_{\lambda}$$

$$X_{12,2} - X_{\lambda,1} + M(1 - C_{\lambda}) \geq 0$$

$$X_{12,2} - X_{\lambda,1} \leq M(1 - C_{\lambda})$$

(سکوی ۱ بازی ۱۳)

$$\frac{1}{2} (X_{q,1} + X_{q,2}) - X_{13,1} + MC_q \geq 0$$

$$\frac{1}{2} (X_{q,1} + X_{q,2}) - X_{13,1} \leq MC_q$$

$$X_{13,1} - X_{q,1} + M(1 - C_q) \geq 0$$

$$X_{13,1} - X_{q,1} \leq M(1 - C_q)$$

(سکوی ۲ بازی ۱۳)

$$\frac{1}{2} (X_{1.,1} + X_{1.,2}) - X_{13,2} + MC_{1.} \geq 0$$

$$\frac{1}{2} (X_{1.,1} + X_{1.,2}) - X_{13,2} \leq MC_{1.}$$

$$X_{13,2} - X_{1.,1} + M(1 - C_{1.}) \geq 0$$

$$X_{13,2} - X_{1.,1} \leq M(1 - C_{1.})$$

(سکوی ۱ بازی ۱۴)

$$\frac{1}{2} (X_{11,1} + X_{11,2}) - X_{14,1} + MC_{11} \geq 0$$

$$\frac{1}{2} (X_{11,1} + X_{11,2}) - X_{14,1} \leq MC_{11}$$

$$X_{14,1} - X_{11,1} + M(1 - C_{11}) \geq 0$$

$$X_{14,1} - X_{11,1} \leq M(1 - C_{11})$$

(سکوی ۲ بازی ۱۴)

$$\frac{1}{2}(X_{۱۲,۱} + X_{۱۲,۲}) - X_{۱۴,۲} + MC_{۱,۲} \geq ۰$$

$$\frac{1}{2}(X_{۱۲,۱} + X_{۱۲,۲}) - X_{۱۴,۲} \leq MC_{۱,۲}$$

$$X_{۱۴,۲} - X_{۱۱,۱} + M(۱ - C_{۱۱}) \geq ۰$$

$$X_{۱۴,۲} - X_{۱۱,۱} \leq M(۱ - C_{۱۱})$$

(سکوی ۱ بازی ۱۵)

$$\frac{1}{2}(X_{۱۳,۱} + X_{۱۳,۲}) - X_{۱۵,۱} + MC_{۱۳} \geq ۰$$

$$\frac{1}{2}(X_{۱۳,۱} + X_{۱۳,۲}) - X_{۱۵,۱} \leq MC_{۱۳}$$

$$X_{۱۵,۱} - X_{۱۳,۱} + M(۱ - C_{۱۳}) \geq ۰$$

$$X_{۱۵,۱} - X_{۱۳,۱} \leq M(۱ - C_{۱۳})$$

(سکوی ۲ بازی ۱۵)

$$\frac{1}{2} (X_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle \varepsilon, \scriptscriptstyle 1} + X_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle \varepsilon, \scriptscriptstyle 2}) - X_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle 0, \scriptscriptstyle 2} + MC_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle \varepsilon} \geq \scriptscriptstyle 0.$$

$$\frac{1}{2} (X_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle \varepsilon, \scriptscriptstyle 1} + X_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle \varepsilon, \scriptscriptstyle 2}) - X_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle 0, \scriptscriptstyle 2} \leq MC_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle \varepsilon}$$

$$X_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle 0, \scriptscriptstyle 2} - X_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle \varepsilon, \scriptscriptstyle 1} + M(1 - C_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle \varepsilon}) \geq \scriptscriptstyle 0.$$

$$X_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle 0, \scriptscriptstyle 2} - X_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle \varepsilon, \scriptscriptstyle 1} \leq M(1 - C_{\scriptscriptstyle 1\scriptscriptstyle \varepsilon})$$

$$X_{ij} \geq \scriptscriptstyle 0 \text{ , } A_j = \text{urs} \text{ , } C_j = (\scriptscriptstyle 0, 1)$$