

(1) در هر مورد نقیض گزاره‌ی داده شده را پیدا و آن را ساده کنید.

- I. $\forall x \forall y [(x > y) \wedge (y > z) \rightarrow (x > z)]$
II. $\forall x \forall y [(x \vee y) \wedge \sim (x \wedge y) \rightarrow \sim (x \leftrightarrow y)]$
III. $(\forall x \exists y \in R : y > x) \wedge (\forall x \in R : x^2 > 0)$

IV. شما در بازی برنده میشوید، اگر قوانین را بدانید ولی مغرور نشوید.

(2) بدون رسم جدول ارزش بررسی کنید که گزاره‌های زیر تاتولوژی، تناقض یا محتمل هستند.

$$\begin{aligned} & ((p \vee q) \wedge \sim p) \rightarrow q \\ & (\neg p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg q \\ & \neg((\neg a \rightarrow (\neg b \vee c)) \leftrightarrow (b \rightarrow (a \vee c))) \\ & [(t \rightarrow (r \vee p)) \rightarrow ((\neg r \vee k) \wedge \neg k)] \rightarrow \neg r \end{aligned}$$

(3) گزاره های p_1, p_2, \dots, p_n را سازگار (Consistent) گویند، هرگاه بتوان حالتی یافت که تمام گزاره‌های p_1, p_2, \dots, p_n درست باشند. آیا جملات زیر که مشخصات یک سیستم هستند سازگارند؟ نشان دهید.

- «پیام در بافر ذخیره میشود یا دوباره فرستاده میشود.»
- «پیام در بافر ذخیره نمیشود.»
- «اگر پیام در بافر ذخیره شود، آنگاه دوباره فرستاده میشود.»

(4) کارآگاه شرلوک هلمز برای حل یک معمای قتل مرموزانه فراخوانده شده. سه مظنون اصلی برای قتل وجود دارد: خدمتکار، راننده، شراب‌دار. او پس از موشکافی صحنه قتل و بازجویی از شاهدین، به نتایج زیر رسیده است:

- (a) لرد گری، شخص مقتول، با ضربی جاشمعی در سر کشته شده است.
(b) بانو گری یا خدمتکار هنگام قتل در اتاق غذاخوری بوده اند.
(c) اگر آشپز هنگام قتل در آشپزخانه نبوده باشد، پس خدمتکار نیز هنگام قتل در اتاق غذاخوری نبوده.
(d) اگر آشپز هنگام قتل در آشپزخانه بوده باشد، پس خدمتکار لرد گری را مسموم کرده است.
(e) اگر بانو گری هنگام قتل در اتاق غذاخوری بوده باشد، پس راننده لرد گری را کشته است.
(f) اگر خدمتکار هنگام قتل در اتاق غذاخوری بوده باشد، پس شراب‌دار لرد گری را کشته است.

با استفاده از قوانین استلزام بگویید قاتل کیست؟ (پیدا کردن قاتل به تنهایی شامل نمره نمی‌شود، راه حل کامل ارائه دهید.)
راهنمایی: مسمومیت لرد گری توسط خدمتکار نقیض گزاره‌ی a است، از اینجا شروع کنید.

(5) با قوانین استلزام، برقراری استلزام های زیر را ثابت کنید.

$\begin{array}{l} p \wedge q \\ p \rightarrow (q \rightarrow r) \\ s \vee (p \oplus q) \\ (r \wedge s) \rightarrow \sim t \\ \sim (t \oplus z) \end{array}$	$\begin{array}{l} p \rightarrow (q \rightarrow r) \\ p \vee s \\ t \rightarrow q \\ \sim s \end{array}$	$\begin{array}{l} p \wedge q \\ p \rightarrow (r \wedge q) \\ r \rightarrow (s \vee t) \\ \sim s \end{array}$
$\hline \sim z$	$\hline \sim r \rightarrow \sim t$	$\hline t$

(6) با رسم جدول ارزش بررسی کنید استدلال زیر معتبر است یا نه.

$$\frac{(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow R) \quad (\neg Q) \wedge R}{\therefore P}$$

(7 الف) کدام گزینه، عکس نقیض جمله زیر است؟

«اگر باران آمد اما سیل رخ نداد آنگاه مقدار بارش حداکثر 5 میلی‌متر یا دمای هوا حداقل 20 درجه سانتی‌گراد بوده است.»

1. اگر باران نیاید ولی سیل رخ دهد، آنگاه بارش کمتر از 5 میلی‌متر و دمای هوا بیش از 20 درجه سانتی‌گراد بوده است.
2. اگر مقدار بارش کمتر از 5 میلی‌متر و دمای هوا بیش از 20 درجه سانتی‌گراد باشد آنگاه باران می‌آید اما سیل رخ نمی‌دهد.
3. اگر باران بیاید و سیل رخ دهد، آنگاه مقدار بارش بیش از 5 میلی‌متر یا دمای هوا کمتر از 20 درجه سانتی‌گراد بوده است.
4. اگر مقدار بارش بیش از 5 میلی‌متر و دمای هوا کمتر از 20 درجه سانتی‌گراد باشد آنگاه یا باران نمی‌آید یا سیل رخ خواهد داد.

(ب) در بیابان گرفتار راهزنان شده‌اید. آن‌ها از شما می‌خواهند که فقط يك جمله خبری بیان کنید. اگر راست بگویید، تیرباران خواهی شد و اگر دروغ بگویید به دار آویخته می‌شوید. با گفتن کدام جمله می‌توانید از تیرباران شدن و به دار آویخته شدن رهایی پیدا کنید؟

1. من تیرباران خواهم شد.
2. من را هم تیرباران می‌کنید و هم به دار می‌آویزید.
3. من به دار آویخته خواهم شد.
4. من نه تیرباران می‌شوم و نه به دار آویخته می‌شوم.

(ج) اگر گزاره P فقط تابع x و گزاره Q فقط تابع y باشند، عبارت زیر با کدام عبارت داده شده معادل است؟

$$(\forall x: (P \Rightarrow \exists y: Q)) \Rightarrow ((\forall x: P) \Rightarrow (\exists y: Q))$$

$$1) \text{ True} \quad 2) \forall x \exists y : Q \quad 3) \exists y \forall x : P \quad 4) \forall x \exists y : P \wedge Q$$

(د) کدام گزینه درست است؟ (متغیرها مقید به اعداد حقیقی‌اند.)

$$\begin{array}{ll} \exists x \exists y \forall z (x+z < y) & (1) \quad \exists x \forall z \forall y (x+z < y) \\ \exists x \exists z \forall y (x+z < y) & (2) \quad \exists x \forall z \exists y (x+z < y) \\ \exists x \exists z \forall y (x+z < y) & (3) \quad \exists x \forall z \forall y (x+z < y) \\ \exists x \exists z \forall y (x+z < y) & (4) \end{array}$$

(8) هم‌ارز $p \oplus q$ را تشکیل دهید به قسمی که تنها شامل عملگر \uparrow باشد.

(9) ثابت کنید سور عمومی نسبت به \wedge خاصیت توزیع پذیری دارد.

$$\forall x [p(x) \wedge q(x)] \Leftrightarrow [\forall x p(x) \wedge \forall x q(x)]$$

(10) ثابت کنید سور وجودی نسبت به \vee خاصیت توزیع پذیری دارد.

$$\exists x [p(x) \vee q(x)] \Leftrightarrow [\exists x p(x) \vee \exists x q(x)]$$

11) عکس، و عکس نقیض عبارت زیر را بنویسید:

1. اگر دانشجویان تمارین را درست حل کنند و مشارکت نکنند، نمره‌ی کامل به آنها تعلق خواهد گرفت.
 2. اگر در نوشتن برنامه اشتباه کنید، برنامه‌ی شما دچار خطای سینتکس خواهد شد، یا دچار خطای زمان اجرا خواهد شد، یا دچار خطای منطقی خواهد شد.
-

توجه: نام فایل پاسخ‌های خود را با فرمت زیر بنویسید و آن را در کوئرا ارسال کنید:

DM_HW01_StudentNumber_FirstName_LastName.pdf

موفق باشید!