

1) از بین 70 دانشجوی کامپیوتر، 26 نفر درس ساختمان داده، 35 نفر ریاضیات گسسته، و 22 نفر برنامه سازی پیشرفته را قبول شده اند. 6 نفر هیچکدام از این سه درس را قبول نشده اند. 7 نفر ساختمان داده و ریاضی گسسته، 8 نفر ریاضی گسسته و برنامه سازی پیشرفته، 9 نفر ساختمان داده و برنامه سازی پیشرفته را قبول شده اند.

الف. چند نفر هر سه درس را قبول شده اند؟

ب. چند نفر فقط ریاضیات گسسته را قبول نشدند و بقیه را قبول شدند؟

پ. چند نفر فقط ریاضیات گسسته و ساختمان داده را قبول شدند؟

ت. چند نفر فقط یکی از دروس برنامه سازی پیشرفته و ساختمان داده را قبول شدند؟

2) برای مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ تعداد روابط متقارن روی A که شامل دقیقاً 6 زوج مرتب میباشند را بیابید.

به عنوان تمرین اضافه، پاسخ این مسئله را برای شرایط زیر تعمیم دهید: (نمره اضافی نگیرد).

تعداد روابط متقارن روی هر مجموعه n عضوی که شامل دقیقاً k زوج مرتب باشد. k عددی زوج، و مقدارش از 2 تا n است.

3) روی یک مجموعه n عضوی چند رابطه میتوان تعریف کرد که نه بازتابی باشد و نه پادتقارنی؟

4) اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ رابطه R را به صورت مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها و به گونه‌ای ارائه دهید که:

الف. بازتابی و متقارن باشد، اما متعدی نباشد.

ب. بازتابی و متعدی باشد، اما متقارن نباشد.

پ. متقارن و متعدی باشد، اما بازتابی نباشد.

ت. نه بازتابی باشد و نه متقارن.

5) اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ رابطه R را با حداقل تعداد اعضا، به صورت مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها و به گونه‌ای ارائه دهید که:

الف. فقط بازتابی باشد.

ب. فقط متقارن باشد.

پ. فقط پادتقارنی باشد.

ت. فقط تعدی باشد.

6) با اثبات وجود یا عدم وجود خواص بازتابی، تقارنی، پادتقارنی، تعدی، هم ارزی، ترتیب جزئی را در هر یک از روابط زیر نشان دهید.

a) $\forall x, y, z, u, v, q \in Z : (x, y, z) R (u, v, w) \leftrightarrow [x.y.z = 0 \oplus u.v.w = 0] \wedge x.y+z \neq u.v+w$

b) $\forall a, b \in Z^+ : aRb \leftrightarrow (a, b) = 1$

c) $(a, b) R (c, d) \leftrightarrow 11 \mid \overline{ab5cd}$

(7) با اثبات وجود یا عدم وجود خواص بازتابی، تقارنی، پادتقارنی، تعدی، هم ارزی، ترتیب جزیی را در هر یک از روابط زیر نشان دهید.

$$a) \forall x, y, z, u \in \mathbb{Z} : (x, y) R (z, u) \leftrightarrow x \cdot y + z \cdot u = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}$$

(b) A و B مجموعه هایی از زیر مجموعه U ، رابطه R را داریم:

$$A R B \leftrightarrow A \cap B = \emptyset$$

(c) روی مجموعه A متشکل از همه خطوط R^2 ، رابطه R را برای دو خط L_1 و L_2 داریم:

$$L_1 R L_2 \leftrightarrow L_1 \perp L_2$$

(8) رابطه R را در نظر بگیرید به گونه ای که:

$\forall x, y, z \in X$, if xRy and yRz , then zRx (به این خاصیت دایره ای میگویند)

اگر R بازتابی هم باشد، نشان دهید R یک رابطه هم ارزی است.

(9)

1. در مجموعه اعداد صحیح چند دنباله اکیداً افزایشی میتواند یافت که با عدد 5 شروع و به عدد 35 ختم شود؟
2. در مجموعه اعداد طبیعی چند دنباله اکیداً نزولی میتواند یافت که با عدد 7 شروع شود و دارای 4 عضو باشد؟
3. در مجموعه اعداد حسابی چند دنباله اکیداً صعودی میتواند یافت که بزرگترین عضو آن کوچکتر از 10 و دو برابر کوچکترین عضو باشد؟
4. در مجموعه اعداد حسابی چند دنباله اکیداً نزولی با شمارنده های عدد 48510 میتواند نوشت؟

توجه: لطفا پاسخ های خود را در تمام بخش های سوالات با راه حل کامل توضیح دهید. به پاسخ بدون راه حل و توضیح، نمره ای تعلق نخواهد گرفت.

نام فایل پاسخ های خود را با فرمت زیر بنویسید و آن را در کوئرا ارسال کنید:

DM_HW03_StudentNumber_FirstName_LastName.pdf

موفق باشید!

ملکی، یوسفزاده