



دانشگاه شاهرود

ریاضیات گسسته تمرین سری سوم - مجموعه‌ها و رابطه‌ها

دکتر سید محمدحسین شکران

1 فرض کنید $A = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ چندتا از زیرمجموعه‌های B از مجموعه‌ی A در هریک از شرط‌های زیر صدق می‌کند؟

I. $|B| = 7$

II. $|B| = 5$ و کوچکترین عنصر B برابر با 10 و بزرگترین آن برابر با 45 است.

III. $|B| = 5$ و کوچکترین عنصر B بین 11 و 7 است ($11 < \text{کوچکترین عنصر} < 7$).

2 هریک از موارد زیر را ثابت یا رد کنید:

I. به ازای مجموعه‌های $A, B, C \subseteq U$

$$A \cap C = B \cap C \Rightarrow A = B$$

II. به ازای مجموعه‌های $A, B, C \subseteq U$

$$A \cup C = B \cup C \Rightarrow A = B$$

III. به ازای مجموعه‌های $A, B, C \subseteq U$

$$[(A \cap C = B \cap C) \wedge (A \cup C = B \cup C)] \Rightarrow A = B$$

IV. به ازای مجموعه های $A, B, C \subseteq U$
 $A \Delta C = B \Delta C \Rightarrow A = B$

3) فرض کنید از بین 1000 دانشجوی کامپیوتر، 35 نفر درس گسسته، 30 نفر درس مدار منطقی، 30 نفر درس زبان های برنامه نویسی، 9 نفر گسسته و مدار منطقی، 11 نفر گسسته و برنامه نویسی، 10 نفر مدار منطقی و برنامه نویسی و 5 نفر هر سه درس را قبول شده اند. چند نفر در هیچ یک از این سه درس قبول نشده اند؟

4) روی مجموعه ی $A = \{1, 2, 3\}$ روابطی با کمترین تعداد زوج بنویسید که فقط یکی از خواص بازتاب، تقارن، پادتقارن یا تعدی را دارا باشد.

I. فقط بازتابی

II. فقط تقارنی

III. فقط پادتقارنی

IV. فقط تعدی

5) برای مجموعه ی $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، تعداد روابط متقارن روی A که شامل دقیقاً 4 زوج مرتب می باشند را بیابید.

6) با دلیل مشخص کنید روابط زیر هم ارزی ست یا خیر.

I. $\forall a, b \in \mathbb{Z}: aRb \leftrightarrow a - b = 2k, k \in \mathbb{Z}$

II. $\forall x, y \in \mathbb{Z}: xRy \leftrightarrow 3 \mid x^2 - y^2$

III. $\forall a, b \in \mathbb{Z}: aRb \leftrightarrow |a - b| < 5$

IV. $L_1RL_2 \leftrightarrow L_1$ با L_2 متقاطع است

V. $\forall a, b \in \mathbb{Z}: aRb \leftrightarrow a - b \text{ is even}$

7) مشابه جزوه، اتحادی برای $\binom{n+3}{r}$ بیابید.

توجه: لطفاً پاسخ‌های خود را در تمام بخش‌های سوالات با راه حل کامل توضیح دهید. به پاسخ نهایی به تنهایی بدون راه حل و توضیح، نمره‌ای تعلق نخواهد گرفت.

توجه: لطفاً نام فایل پاسخ‌های خود را با فرمت زیر بنویسید و آن را در کوئرا ارسال کنید:

DM_HW03_StudentNumber_FirstName_LastName.pdf

موفق باشید!

گیتا شجاعی