

۱) در شهر ویندن یک پسر بچه به نام میکِل ناپدید میشود. یک گروه جست و جوی ۱۲ نفره از بین یک گروه متشکل از ۱۷ زن و ۱۴ مرد انتخاب میشود. این گروه به چند طریق قابل تشکیل است اگر

الف) گروه جست و جو باید متشکل از ۶ زن و ۶ مرد باشد؟

ب) حداقل دو مرد باید در گروه جست و جو باشد؟

پ) تعداد زن ها باید بیشتر از مردها باشد؟

۲) در یک بخت آزمایی، هر شرکت کننده شش عدد از ۱ تا ۴۹ انتخاب میکند، که در آن ترتیب مطرح نیست. هارلی تعدادی عدد انتخاب کرده است. **احتمال** هر حالت را مشخص کنید. اگر هارلی:

الف) ۴ عدد درست انتخاب کرده باشد

ب) ۵ عدد درست انتخاب کرده باشد

پ) ۶ عدد درست انتخاب کرده باشد (برنده جایزه بزرگ شده باشد)

۳) تعداد جواب های صحیح نامنفی روابط زیر را مشخص کنید.

a. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 < 9$

b. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 29; x_1 \geq 1, x_2 \geq 2, x_3 \geq 3, x_4 \geq 4, x_5 > 5, x_6 \geq 6$

۴) به چند حالت مختلف می توان ۱۰ توپ را در سه جعبه جای داد به طوری که تعداد توپهای جعبه اول زوج باشد و تعداد توپ های جعبه دوم فرد باشد؟

۵) به چند طریق میتوانید چهار عدد بین ۱ تا ۳۰ انتخاب کنید و آنها را به شکل صعودی بچینید، به شرطی که عدد اول بزرگتر یا مساوی ۱ باشد و دومی حداقل ۲ واحد از اولی بزرگتر باشد، و سومی حداقل ۳ واحد از دومی بزرگتر باشد، و چهارمی حداقل ۱ واحد از سومی بزرگتر باشد و عدد چهارم کوچکتر یا مساوی ۳۰ باشد؟

۶) هر چینی از گزاره های اتمی و عملگرهای منطقی را یک تابع منطقی (گزاره مرکب نامعادل) میگویند. چیزی که تابع منطقی را منحصر به فرد میکند، جدول درستی آن است. یعنی اگر جدول درستی دو تابع منطقی یکسان باشند، آن دو تابع متمایز نیستند. چند تابع منطقی چهارمتغیره مثل $F(p, q, r, z)$ میتوانید پیدا کنید که $p \vee F$ همیشه T باشد؟

۷) برای یک گفتمان علمی ۱۲ تن از دانشمندان جمع شده اند. قرار است این ۱۲ نفر به همراه استاد بزرگ دور یک میز گرد ۱۳ نفره بنشینند و استاد بزرگ برای آنها سخنرانی کنند. به محض ورود استاد بزرگ یک صندلی برای او در نظر گرفته می شود. به چند طریق ۱۲ نفر دیگر میتوانند دور میز گرد بنشینند؟

۸) نقیض گزاره‌ی زیر را بنویسید.

$$\exists x([20 < x \rightarrow \forall y:[x > y \vee x^2 < 100]] \wedge [\exists y:x + y < y^2])$$

۹) قضایای زیر را اثبات کنید.

a. $\exists x(p(x) \vee q(x)) \Leftrightarrow \exists x p(x) \vee \exists x q(x)$

b. $\forall x(p(x) \wedge q(x)) \Leftrightarrow \forall x p(x) \wedge \forall x q(x)$

۱۰) به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) ضریب x^4y^{12} را در عبارت $(5x^2 - 2y^3)^6$ به دست آورید.

ب) ضریب v^2w^4xz را در بسط $(3w+2x+y+z+v)^8$ بدست آورید.

پ) از بسط چند جمله‌ای بخش (ب) چند عبارت متمایز بوجود می آید؟

۱۱) با استفاده از قواعد توزیع، در قطعه کد زیر مقدار متغیر count را محاسبه کنید.

```
1  #include <iostream>
2  using namespace std;
3  int main() {
4      int count = 0;
5      for (int i = 1; i <= 15; i++) {
6          for (int j = 1; j <= i; j++) {
7              for (int m = 1; m <= j; m++) {
8                  for (int k = 1; k <= m; k++) {
9                      count++;
10                 }
11             }
12         }
13     }
14 }
```

توجه: لطفا پاسخ‌های خود را در تمام بخش‌های سوالات با راه حل کامل توضیح دهید. به پاسخ بدون راه حل و توضیح، نمره ای تعلق نخواهد گرفت.

نام فایل پاسخ‌های خود را با فرمت زیر بنویسید و آن را در کوئرا ارسال کنید:

DM_HW02_StudentNumber_FirstName_LastName.pdf

موفق باشید!

یوسف‌نیا، رضائی‌فرد