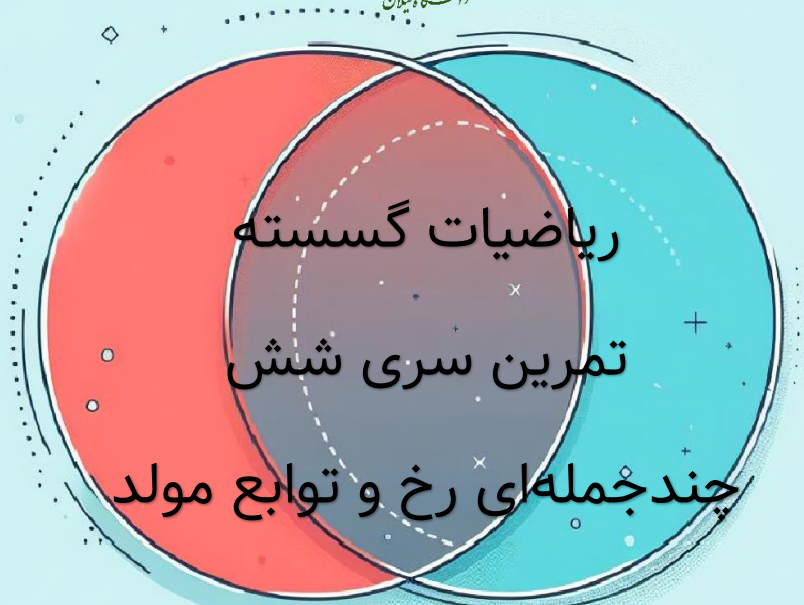




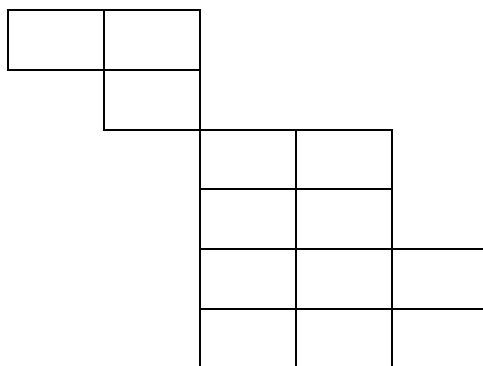
دانشگاه گیلان



دکتر سید محمدحسین شکران

مسائل چند جمله‌ای رخ:

(1) چند جمله‌ای رخ شکل زیر را بنویسید.



(2) تعداد تمام جایگشت‌های کلمه‌ی fruit را به دست آورید، به نحوی که تمام شروط زیر برقرار باشد:

- حرف f در ابتدای کلمه قرار نگیرد.
- حرف t در انتهای کلمه قرار نگیرد.
- حرف u یا در ابتدا، یا در انتها، یا درست در وسط کلمه قرار گیرد.
- r و i در مکانی که قعلاً قرار دارند (حرف دوم از چپ برای r و حرف چهارم از چپ برای i) قرار نگیرند.

(3) فرض کنیم مایلیم از بین 5 تپله با رنگ‌های مختلف، به 4 نفر، نفری یک تپله بدهیم. نفر اول تپله‌ی قرمز و آبی نمی‌خواهد، نفر دوم تپله‌ی زرد و آبی نمی‌خواهد، نفر سوم تپله‌ی زرد و سبز و آبی نمی‌خواهد. نفر چهارم تپله‌ی طلایی نمی‌خواهد. به چند طریق این توزیع ممکن است؟

(4) در سرزمین وستروس، یک جشن در قلعه سیاه قرار است برگزار شود. برای آماده سازی ضیافت لازم است هیزم‌ها شکسته شوند، لباس‌ها شسته شوند، اتاق‌ها جارو شوند، برف‌ها پارو شوند و شام شب آماده شود. استاد ایمون از 5 تا از نگهبانان شب می‌خواهد تا این کارها را انجام دهند. جان و سم از جارو کردن خوششان نمی‌آید، اِدی از لباس شستن و آشپزی کردن متنفر است، جک از هیزم شکستن و لباس شستن بدش می‌آید و پِن از جارو کردن و برف پارو کردن سر باز می‌زند. به چند طریق استاد ایمون می‌تواند افراد را بگونه‌ای به کارها اختصاص دهد تا همه کارها انجام شوند و کسی ناراضی نباشد؟

مسائل توابع مولد:

(5) از بین 5 سیب، 10 گلابی و 20 پرتقال می‌خواهیم 15 میوه برداریم به نحوی که لااقل 4 گلابی داشته باشیم، تعداد پرتقال‌ها زوج باشد و تعداد سیب‌ها بر تعداد پرتقال‌ها بخش‌پذیر باشد (فرض کنید صفر بر هر عددی بخش‌پذیر است). به چند طریق این انتخاب ممکن است؟

(6) دو شطرنج‌باز قصد دارند ۲۰ بار با یکدیگر مسابقه دهند. در چند حالت ممکن است هر يك از دو شطرنج‌باز حداقل پنج بار برنده شود؟ توجه کنید که در هر بازی تساوی هم یک نتیجه‌ی ممکن است.

(7) به چند طریق آلیس در سرزمین عجایب می‌تواند از بین تعداد زیادی سنگ قیمتی با رنگ های آبی، قرمز و زرد، n سنگ را انتخاب کند اگر بخواهیم انتخاب او شامل تعداد زوجی از سنگ های قیمتی با رنگ آبی باشد؟

(8) تاس سالم 10 وجهی در اختیار داریم که روی هر وجه یکی از اعداد 1 تا 6 و حروف A B C D حک شده است. می‌خواهیم تاس را 6 بار پرتاب کنیم و مجموع اعداد بدست آمده را محاسبه کنیم. محاسبه کنید تعداد حالاتی که مجموع اعداد پس از 6 بار پرتاب برابر 22 باشد، برابر با ضریب کدام جمله در چه تابع مولدی می‌باشد. (نیازی به حل تابع و یافتن خود ضریب نیست)

(9) هر یک از مسائل زیر را به مسأله‌ی یافتن ضریب یک جمله در یک چندجمله‌ای تبدیل کنید. در هر مورد، بهترین چندجمله‌ای ممکن را انتخاب کنید و مشخص کنید ضریب کدام جمله مطلوب است؟

a. با فرض این که از شهر A تا شهر B 10 کیلومتر راه است، به چند شکل می‌توان دو ایستگاه پمپ بنزین بین دو شهر ساخت که فاصله‌ی دو ایستگاه بیشتر از 5 کیلومتر نباشد (فرض کنید تمام فواصل مضربی از یک کیلومتر هستند و فاصله‌ی اعشاری ممکن نیست).

b. تعداد حالاتی که می‌توان 20 کلوچه را بین سه کودک تقسیم کرد، به نحوی که کودک اول بیشتر از 6 کلوچه، کودک دوم کمتر از 15 کلوچه و کودک سوم بیش از 5 کلوچه دریافت کند.

c. تعداد حالاتی که می‌توان 20 کلوچه را بین سه کودک تقسیم کرد به طوری که شروط بخش قبل برقرار و ضمناً مجموع کلوچه های دریافتی نفر دوم و سوم زوج باشد.

d. تعداد رشته های 5تایی که می‌توان با ارقام 1 تا 9 و حروف a، b، c و d ساخت، به شرطی که مجموع ارزش های عناصر رشته برابر با 10 باشد. (ارزش هر رقم معادل با ارزش عددی آن و ارزش هر حرف 0 است. مثلاً ارزش $1b29a$ عبارت است از $12=9+2+1$ و ارزش $3cde3$ هست $3+3=6$).

(10) تعداد جواب‌های صحیح معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30$ را به کمک توابع مولد با فرض‌های زیر بیابید.

a. $2 \leq x_1 \leq 4$

b. $3 \leq x_i \leq 8, 2 \leq i \leq 5$

مسائل چند جمله‌ای رخ را فقط با کمک چند جمله‌ای رخ و مسائل تابع مولد را فقط با کمک تابع مولد حل کنید. به راه حل‌ها غیر نمره‌ای تعلق نخواهد گرفت.

پیدا کردن جواب شرط کافی برای دریافت نمره سوال نیست و نوشتن راه حل نیز لازمی دریافت نمره کامل است.

نام فایل پاسخ خود را با فرمت زیر در کوئرا ارسال کنید.

DM_HW06_StudentNumber_FirstName_LastName.pdf

موفق باشید.