

1) تابع مولد هر سوال را بنویسید و مشخص کنید ضریب چه جمله ای جواب مسئله است. (تا مرحله انقباض توابع مولد حل شود، نیازی به حل تابع مولد و یافتن ضریب نیست.)

الف) تاسی را 20 بار پرتاب میکنیم تعداد حالاتی که مجموع شماره های ظاهر شده در آن برابر 36 باشد چند است؟  
ب) به چند طریق می توان 20 جفت جوراب را بین 5 نفر تقسیم کرد به گونه ای که به هر فرد حداقل سه جفت و حداکثر هفت جفت برسد؟

پ) می خواهیم 100 سنت هزینه پست را با استفاده از تمبر های 3 سنتی و 4 سنتی و 20 سنتی پرداخت کنیم اگر ترتیب تمبرها مهم نباشد تعداد حالات برابر چند است؟

ج) می خواهیم 100 سنت هزینه پست را با استفاده از تمبر های 3 سنتی و 4 سنتی و 20 سنتی پرداخت کنیم اگر ترتیب تمبرها مهم باشد تعداد حالات برابر چند است؟

2) به چند طریق می توان از 6 تیلۀ قرمز 12 تیلۀ آبی 18 تیلۀ زرد و 24 تیلۀ سبز و 30 تیلۀ نیلی، 6 تیلۀ را بین 6 نفر تقسیم کرد به طوریکه تعداد تیلۀ های استفاده شده قرمز فرد و آبی زوج و نیلی حداقل یکی باشد؟  
(به هر فرد یک تیلۀ داده میشود و عدد صفر را زوج فرض کنید!)

3) تعداد جواب های صحیح نا منفی معادله زیر را حساب کنید.

a)  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 24$

$$3 \leq x_1 < 7, 0 \leq x_2 \leq 36, 0 \leq x_3 \leq 4, 15 < x_4 \leq 24$$

b)  $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15$

$$2 \leq x_1 \leq 5, 2 \leq x_2 < 25, 0 < x_3 \leq 15$$

4) به چند طریق میتوان یک رمز 20 کارکتری با اعداد 1 تا 9 و 26 حرف انگلیسی ساخت به شرطی که اعداد زوج، دقیقاً زوج بار و اعداد فرد، دقیقاً فرد بار ظاهر شوند؟  
(فرض کنید صفر عددی زوج باشد.)

5) رابطه بازگشتی  $a_n$  را برای موارد الف و ب بیابید:

الف) می خواهیم آرایه ای  $n$  عنصری را با رنگ های قرمز، سفید، سبز و آبی رنگ آمیزی کنیم به طوری که هیچ دو خانه مجاور آبی نباشند.  $a_n$  تعداد حالات انجام این عمل باشد.

ب) می خواهیم یک مستطیل  $n \times 2$  را با مستطیل های  $1 \times 1$  یا  $1 \times 2$  بپوشانیم به طوری که هیچ یک از این مستطیل های کوچک با هم همپوشانی نداشته باشند.  $a_n$  تعداد حالات انجام این عمل باشد.

6) با استخراج رابطه بازگشتی مناسب و حل آن تعداد دنباله های  $n$  رقمی مرکب از ارقام 5 تایی (0, 1, 2, 3, 4) که هیچ 4 ای در سمت راست هیچ صفری نباشد را تعیین کنید.

(7) برای  $a_n$  فرمولی بر حسب  $n$  بیابید.

$$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}, \quad a_0 = 1, a_1 = 2$$
$$2a_n - 7a_{n-1} + 7a_{n-2} - 2a_{n-3} = 0, \quad a_0 = 1, a_1 = 1, a_2 = 2$$

(8) برای  $a_n$  فرمولی بر حسب  $n$  بیابید.

$$a_{n+2} - a_{n+1} - 6a_n = 3, \quad a_0 = 1, a_1 = -1$$
$$a_{n+2} + 3a_{n+1} + 2a_n = 3^n, \quad a_0 = 0, a_1 = 1$$

(9) برای  $a_n$  فرمولی بر حسب  $n$  بیابید، نیاز نیست ضرایب اولیه را پیدا کنید. **امتیازی!**

$$a_n = 3na_{n-1} - 2n(n-1)a_{n-2}$$
$$a_n = 4a_{\frac{n}{2}} - 4a_{\frac{n}{4}} + n \cdot \log^2 n$$

**توجه:** لطفا پاسخ‌های خود را در تمام بخش‌های سوالات با راه حل کامل توضیح دهید. به پاسخ بدون راه حل و توضیح، نمره ای تعلق نخواهد گرفت.

نام فایل پاسخ‌های خود را با فرمت زیر بنویسید و آن را در کوئرا ارسال کنید:

DM\_HW05\_StudentNumber\_FirstName\_LastName.pdf

موفق باشید!

ملکی، یوسف‌زاده