

سوال 10 تمرین 2) به چند طریق می‌توانید چهار عدد بین 1 تا 30 انتخاب کنید و آنها را به شکل صعودی بچینید، به شرطی که عدد اول بزرگتر یا مساوی 1 باشد و دومی حداقل 2 واحد از اولی بزرگتر باشد، و سومی حداقل 3 واحد از دومی بزرگتر باشد، و چهارمی حداقل 1 واحد از سومی بزرگتر باشد و عدد چهارم کوچکتر یا مساوی 30 باشد؟

توجه: این سوال به دلیل اشتباه تایپی از تمرین قبل حذف شده است. در صورتی که پاسخی برای این سوال ارسال نکنید، پاسخی که قبلاً ارسال کرده‌اید برای تمرین 2 تصحیح می‌شود.

1) منطق فازی (Fuzzy Logic) در هوش مصنوعی استفاده می‌شود. در منطق فازی، یک گزاره دارای ارزشی در بازه $[0,1]$ است. گزاره‌ای با ارزش 0 نادرست است و گزاره‌ای با ارزش 1 درست است و ارزش‌های بین 0 و 1 درجات متفاوتی از درستی را نشان می‌دهند.

فرض کنید جمله‌ی «علی خوشحال است» دارای ارزش درستی 0.7 باشد. (یعنی علی اکثر وقت‌ها خوشحال است.)
و فرض کنید جمله‌ی «رضا خوشحال است» دارای ارزش درستی 0.4 باشد. (یعنی رضا کمتر از نیمی از اوقات خوشحال است.)
با استفاده از قوانین مجموعه‌ها ارزش درستی جملات زیر را در منطق فازی (عددی در بازه $[0,1]$) بیان کنید.

- a) علی خوشحال نیست.
- b) علی خوشحال است و رضا خوشحال است.
- c) علی خوشحال است یا رضا خوشحال است. (یا هردو)
- d) فقط علی خوشحال است، یا فقط رضا خوشحال است.
- e) اگر علی خوشحال باشد، رضا نیز خوشحال است.

2) فرض کنید از بین 80 دانشجوی کامپیوتر، 40 نفر درس برنامه‌سازی پیشرفته، 30 نفر درس ریاضیات گسسته، و 30 نفر درس ساختمان داده را قبول شده‌اند. 9 نفر درس برنامه‌سازی پیشرفته و گسسته، 15 نفر برنامه‌سازی پیشرفته و ساختمان داده، و 10 نفر گسسته و ساختمان داده را قبول شده‌اند. و 4 نفر هر سه درس را قبول شده‌اند.

الف) چند نفر درس گسسته را قبول شده‌اند، اما ساختمان داده و برنامه‌سازی پیشرفته را قبول نشده‌اند؟
ب) چند نفر ساختمان داده و برنامه‌سازی پیشرفته را قبول شده‌اند، اما گسسته را قبول نشده‌اند؟

3) روی مجموعه $\{a, b, c, d\}$ چند رابطه می‌توان تعریف کرد که نه بازتابی باشد و نه پادتقارنی؟

4) با دلایل مشخص نشان دهید کدام یک از بازتابی، تقارنی، پادتقارنی، تعدی، هم‌ارزی و ترتیب جزئی در آن صادق است و کدام صادق نیست.

a) $\forall a, b \in \mathbb{Z}: aRb \leftrightarrow a + b = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}$

b) $\forall a, b \in \mathbb{Z}^+: aRb \leftrightarrow (a, b) = 1$

c) $(x, y)R(z, w) \leftrightarrow x^2 + y = z^2 - w$

5) با دلایل مشخص نشان دهید کدام یک از بازتابی، تقارنی، پادتقارنی، تعدی، هم‌ارزی و ترتیب جزئی در آن صادق است و کدام صادق نیست.

d) $(x, y, z)R(u, v, w): x + y + z = u + v + w \wedge x.y.z \neq u.v.w$

e) $(x, y)R(w, z) \leftrightarrow |w - z| \leq |x - y|$

f) روی مجموعه A متشکل از همه خطوط R^2 ، رابطه R را برای دو خط l_1 و l_2 به وسیله $l_1 R l_2$ تعریف می‌کنیم اگر l_1 ، l_2 را قطع کند.

(6) مشابه جزوه، اتحادی برای $C(n+3, r)$ بیابید.

(7) مجموعه $X = \{1, 2, \dots, 10\}$ و رابطه R را روی مجموعه $X \times X$ را در نظر بگیرید به گونه‌ای که:

$$(a, b) R (c, d) \text{ if } a+d = b+c$$

الف) نشان دهید R روی $X \times X$ هم‌ارزی است.

ب) یک عضو از هر کدام از کلاس‌های هم‌ارزی $X \times X$ را بنویسید.

(8) رابطه R را در نظر بگیرید به گونه‌ای که:

$\forall x, y, z \in X$, if xRy and yRz , then zRx (به این خاصیت دایره‌ای می‌گویند.)

اگر R بازتابی هم باشد، نشان دهید R یک رابطه هم‌ارزی است.

(9) خواص بازتابی، تقارنی، پادتقارنی، تعدی، هم‌ارزی و ترتیب جزئی را درباره روابط زیر بررسی کنید.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

توجه: نام فایل پاسخ‌های خود را با فرمت زیر بنویسید و آن را در کوئرا ارسال کنید:

DM_HW03_StudentNumber_FirstName_LastName.pdf

موفق باشید!