

## تمرین کتبی دوم

### طراحی الگوریتم

۱. هزارتویی با ماتریس مدل شده است. در این مدلسازی، هر جا مانع وجود داشت با عدد ۱ نشان داده شده و هر جا مسیر است با ۰ نشان داده شده است. فرض کنید شخصی از بالا سمت چپ هزارتو شروع به حرکت می کند و می خواهد به خانه ی پایین سمت راست برسد. این شخص فقط می تواند به راست و پایین خود حرکت کند. تعداد مسیرهای منحصر به فرد را برای رسیدن شخص موردنظر به مقصد پیدا کنید. (برنامه نویسی پویا)

۲. در ۲ رشته داده شده، بزرگترین زیر رشته ای را پیدا کنید که در هر دو رشته وجود داشته باشد. (برنامه نویسی پویا)  
مثال:

a: 2 3 1 6 5 4 6

b: 1 3 5 6

answer: 3 5 6

a: 1 2 0 2 1

b: 1 0 1

answer: 0 1

۳. الگوریتمی بنویسی که بیشترین اختلاف بین دو عضو آرایه با  $n$  عضو را پیدا کند. مرتبه زمانی الگوریتم باید  $O(n)$  باشد. (تقسیم و غلبه)  
مثال:

A = [4.5,10,-2, $\pi$ ,-7.115]

Answer = 17.115

۴. با فرارسیدن تابستان و لزوم صرفه جویی در برق، سیستم سرمایشی خوابگاه باید به گونه ای طراحی شود که کمترین استفاده از وسایل برقی سرمایشی را داشته باشد. فرض کنید می خواهید تمام اتاق های یک خوابگاه سرد شوند. برای هر وسیله سرمایشی، یک محدوده در نظر گرفته شده که اگر اتاق موردنظر در آن محدوده باشد، سرد می شود. اگر مکان اتاق ها و وسیله های سرمایشی به شما داده شود، کمترین محدوده مناسب برای وسیله سرمایشی موردنظر را بدست آورید به طوریکه تمامی اتاق ها خنک شوند.  
مثال:

Rooms = [1,2,3]

Coolers = [2]

radius = 1

تنها وسیله سرمایشی موجود باید در موقعیت مکانی ۲ قرار بگیرد تا با محدوده ۱ بتواند تمامی اتاق ها را خنک کند.

با توجه به این مثال، الگوریتمی برای حل ورودی زیر بنویسید که پاسخ درست بدهد. (تقسیم و غلبه)

Rooms = [1,2,3,4]

Coolers = [1,4]

Radius = 1

۵. یک ماتریس  $n \times n$  داریم که تمامی اعداد داخل آن در هر سطر و ستون از کوچک به بزرگ مرتب شده اند. اگر در این جدول دنبال عدد خاصی بگردیم، الگوریتمی بنویسید که مکان عدد موردنظر را در ماتریس پیدا کند. (تقسیم و غلبه)

۶. محمد به نگهداری ببر خیلی علاقه دارد. محمد در محل زندگی اش که باغ بسیار بزرگی ست،  $n$  ببر و  $n^2$  قفس دارد. هر ببر  $i$  دو مشخصه سن  $a_i$  و اندازه  $s_i$  دارد. (هیچ دو ببری سن و سبزی یکسان ندارند). هر قفس  $j$  نیز دارای دو مشخصه ظرفیت  $c_j$  و فاصله از اتاق خواب محمد  $d_j$  دارد. (هیچ دو قفسی سبزی و فاصله یکسان ندارند).

محمد می خواهد هر کدام از ببرها را در قفس خودشان قرار دهد. اما برای این کار قوانینی دارد:  
- او دوست دارد ببرهایی که پیرتر هستند نزدیک تر به او قرار بگیرند. برای مثال اگر دو ببر  $x$  و  $y$  وجود داشته باشند که  $a_x < a_y$  باید به ترتیب در قفس های  $x$  و  $y$  قرار بگیرند که  $d_y < d_x$ .

- همچنین درجه ناراحتی ببر  $i$  که در قفس با مشخصه  $C_j$  قرار گرفته است، از رابطه  $S_i - C_j$  بدست می آید. اگر  $S_i > C_j$  درجه ناراحتی مثبت است. بنابراین برای اینکه ببر هیچ احساس ناراحتی نداشته باشد باید  $S_i \leq C_j$  باشد.

الگوریتمی با مرتبه  $O(n^3)$  معرفی کنید که با رعایت شرط های بالا، ببرها را در قفس های مربوطه جاگذاری کند و درجه ناراحتی کمینه باشد. (برنامه نویسی پویا)