



دانشگاه گیلان

# ریاضیات گسسته

## تمرین سبزی دوم - استلزام منطقی و سور ها

دکتر سید محمدحسین شکران

1) کدام یک از علامت های  $\Rightarrow$  ،  $\Leftrightarrow$  یا  $\Leftarrow$  را باید در جای خالی گذاشت، اثبات کنید.

a.  $\exists x(p(x) \oplus q(x)) \dots \exists xp(x) \oplus \exists xq(x)$

b.  $\exists x(p(x) \Rightarrow q(x)) \dots \exists xp(x) \Rightarrow \exists xq(x)$

2) عبارت زیر را در نظر بگیرید.

$$\exists x \forall y (x \in A \wedge y \in A \wedge x \neq y) \equiv \text{مجموعه } A \text{ حداقل دو عضو دارد}$$

همانند عبارت بالا جملات زیر را با فقط با کمک سور وجودی و سور عمومی بازنویسی کنید.

a. مجموعه  $A$  حداکثر یک عضو دارد.

b. مجموعه  $A$  دقیقاً یک عضو دارد.

c.  $A$  دارای بزرگترین عضو است.

d.  $A$  دارای بزرگترین عضو نیست.

(3) با قوانین استلزام، برقراری استلزام های زیر را ثابت کنید.

$$\begin{array}{l} p \wedge q \\ p \rightarrow (q \rightarrow r) \\ s \vee (p \oplus q) \\ (r \wedge s) \rightarrow \sim t \\ \sim (t \oplus z) \\ \hline \sim z \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p \wedge q \\ p \rightarrow (r \wedge q) \\ r \rightarrow (s \vee t) \\ \sim s \\ \hline t \end{array}$$

(4) با قوانین استلزام، برقراری استلزام های زیر را ثابت کنید.

$$\begin{array}{l} q \rightarrow \sim p \vee \sim r \\ s \rightarrow q \wedge p \\ \hline s \rightarrow \sim r \end{array}$$

$$\begin{array}{l} p \rightarrow \sim q \\ r \rightarrow \sim s \\ s \wedge p \\ \hline \sim(r \vee q) \end{array}$$

(5) نقیض سورهای زیر را بنویسید. (استفاده از سور وجود ندارد مجاز نیست)

- $\forall x \exists y (y | x \wedge \exists z : z > x \rightarrow z \geq y)$
- $\forall x \forall y [(x > y) \wedge (y > z) \rightarrow (x > z)]$
- $\forall x \forall y [(x \vee y) \wedge \sim (x \wedge y) \rightarrow \sim (x \leftrightarrow y)]$

(6) درستی استلزام های منطقی زیر را بررسی کنید.

- $(\sim p \vee q) \wedge r \rightarrow p \vee \sim q$
- $(p \vee r) \wedge \sim r \wedge (q \oplus r) \rightarrow p \wedge q$

(7) موارد درست را اثبات کنید و برای موارد نادرست مثال نقض بیاورید.

- $[\forall x p(x) \Rightarrow \forall x q(x)] \Rightarrow \forall x [p(x) \Rightarrow q(x)]$
- $\forall x [p(x) \Rightarrow q(x)] \Rightarrow [\forall x p(x) \Rightarrow \forall x q(x)]$

پیدا کردن جواب شرط کافی برای دریافت نمره سوال نیست و نوشتن راه حل نیز لازمه‌ی دریافت نمره کامل است.

نام فایل پاسخ خود را با فرمت زیر در کوئرا ارسال کنید.

DM\_HW02\_StudentNumber\_FirstName\_LastName.pdf

موفق باشید.

بهراز فرشته‌صنّعی - مهدی صادقی‌نژاد - سید ارسلان واثق رحیم‌پرور