

۱ - تعداد دقیق عملیات ها را برای کد زیر محاسبه کنید و سپس پیچیدگی زمانی آن را بدست آورید.
(بهرارز صنیعی)

```
int i, j, min_idx;
for (i = 0; i < n - 1; i++) {
    min_idx = i;
    for (j = i + 1; j < n; j++) {
        if (arr[j] < arr[min_idx])
            min_idx = j;
    }
    if (min_idx != i)
        swap(arr[min_idx], arr[i]);
}
```

۲ - به کمک مثال پیچیدگی زمانی الگوریتم های زیر را در حالت best case و worst case محاسبه کنید. (بهرارز صنیعی)

```
int i, j, min_idx;
for (i = 0; i < n - 1; i++) {
    min_idx = i;
    for (j = i + 1; j < n; j++) {
        if (arr[j] < arr[min_idx])
            min_idx = j;
    }
    if (min_idx != i)
        swap(arr[min_idx], arr[i]);
}
```

```

int i, j;
bool swapped;
for (i = 0; i < n - 1; i++) {
    swapped = false;
    for (j = 0; j < n - i - 1; j++) {
        if (arr[j] > arr[j + 1]) {
            swap(arr[j], arr[j + 1]);
            swapped = true;
        }
    }
    if (!swapped) break;
}

```

۳ - پیچیدگی زمانی دو کد زیر را بدست آورید و آنها را مقایسه کنید. (بهرار صنیعی)

```

int first(int arr[], int l, int r, int x)
{
    if (r >= l) {
        int mid = l + (r - l) / 2;
        if (arr[mid] == x)
            return mid;
        if (arr[mid] > x)
            return first(arr, l, mid - 1, x);
        return first(arr, mid + 1, r, x);
    }
    return -1;
}

```

```

int second(int arr[], int l, int r, int x)
{
    while (l <= r) {
        int m = l + (r - l) / 2;
        if (arr[m] == x)
            return m;
        if (arr[m] < x)
            l = m + 1;
        else
            r = m - 1;
    }
    return -1;
}

```

۴ - در هر مورد توابع را بر حسب درجه رشدشان مرتب کنید. (مرتضی ملایی)

تذکره ۱ : استفاده از حدگیری در بی نهایت صرفاً برای بررسی درستی جواب مجاز خواهد بود.

تذکره ۲ : نوشتن پاسخ درست بدون راه حل ، نمره ای نخواهد داشت.

(الف)

$$n^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^n - (\log n)^2 - \log n!$$

(ب)

$$\log n! - \sqrt{2}^{(\log n)^2} - n^{\log \log n} - (\log n)!$$

(ج)

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^j i - n^{\frac{1}{\log n}} - \sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!} - 2^n$$

(د)

$$\lg \lg n - \lg \lg^2 n - \lg \lg n^2 - \sqrt{\lg n} - \lg^2 \lg n$$

۵ - هر یک از موارد زیر را ثابت کنید. (مرتضی ملایی)

$$f(n) \neq O(g(n)) \Rightarrow f(n) = \Omega(g(n)) \quad (\text{الف})$$

$$f(n) \in O(g(n)) \Rightarrow O(\log_2 f(n)) \in O(\log_2 g(n)) \quad (\text{ب})$$

$$f(n) = O(g(n)), g(n) = O(h(n)) \Rightarrow f(n) = O(h(n)) \quad (\text{ج})$$

$$\log_k n = \theta(\log_2 n) \quad (\text{د})$$

۶ - روابط بازگشتی زیر را حل کنید. (الینا توکلی - فرناز فتاحی)

a) $T(n) = 8T(n/2) + n^2$

b) $T(n) = 2T(n/2) + n$

c) $T(n) = 3T(n/3) + n/\lg n$

d) $T(n) = 4T(\sqrt{n}) + \lg^2 n$

e) $T(n) = T(n-1) + 1/n$

f) $T(n) = 2T(n-1) + n^2$

g) $T(n) = 4T(n/5) + \lg^5 n \sqrt{n}$

h) $T(n) = T(n/4) + T(n/2) + n^2$

موفق باشید