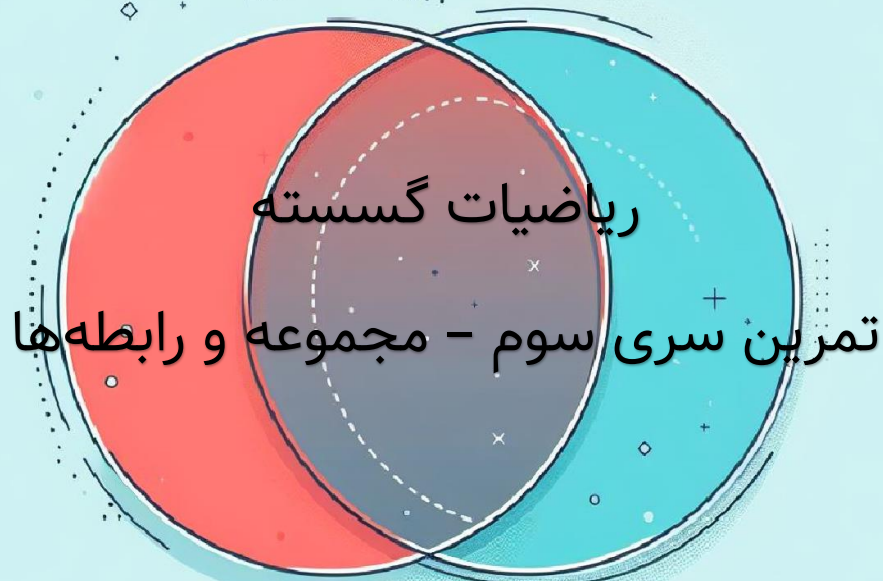




دانشگاه اصفهان



دکتر سید محمدحسین شکران

1. فرض کنید در ترم جاری:

- ۵۵ نفر درس طراحی کامپیوتری را برداشته‌اند.
- ۱۵ نفر فقط درس طراحی سیستم ها را برداشته‌اند.
- ۱۵ نفر هم هوش و هم طراحی کامپیوتری را برداشته‌اند.
- ۱۵ نفر هم طراحی سیستم ها و هم طراحی کامپیوتری را برداشته‌اند.
- ۲۰ نفر فقط درس هوش را برداشته‌اند.
- ۲۵ نفر هم هوش و هم طراحی سیستم ها را برداشته‌اند.

(a) تعداد دانشجویانی که حداقل یکی از این سه درس را برداشته‌اند را بدست آورید یا نشان دهید که قابل محاسبه نیست.

(b) احتمال اینکه دو نفر انتخاب شده حداقل در یک درس همکلاس باشند را محاسبه کنید یا نشان دهید که قابل محاسبه نیست.

2. برای هر عدد صحیح مثبت n و r ثابت کنید:

$$\begin{aligned}\binom{n+r+1}{r} &= \binom{n+r}{r} + \binom{n+r-1}{r-1} + \cdots + \binom{n+2}{2} + \binom{n+1}{1} + \binom{n}{0} \\ &= \binom{n+r}{n} + \binom{n+r-1}{n} + \cdots + \binom{n+2}{n} + \binom{n+1}{n} + \binom{n}{n}\end{aligned}$$

3. برای مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ، تعداد روابط متقارن روی A که شامل دقیقاً 4 زوج مرتب می‌باشند را بیابید.

4. با اثبات وجود یا عدم وجود خواص بازتابی، تقارنی، پادتقارنی، تعدی، هم‌ارزی و ترتیب‌جزیی را در هر یک از روابط زیر نشان دهید.

a) $(x, y, z)R(u, v, w): x + y + z = u + v + w \wedge x.y.z \neq u.v.w$

b) $(x, y)R(w, z) \Leftrightarrow |w - z| \leq |x - y|$

c) روی مجموعه A متشکل از همه خطوط R^2 ، رابطه R را برای دو خط L_1 و L_2 به وسیله $L_1 R L_2$ تعریف می‌کنیم، اگر L_1 ، L_2 را قطع کند.

5. با اثبات وجود یا عدم وجود خواص بازتابی، تقارنی، پادتقارنی، تعدی، هم‌ارزی و ترتیب‌جزیی را در هر یک از روابط زیر نشان دهید.

a) $(A, B) \in R \Leftrightarrow A \subseteq B$

b) $(A, B) \in R \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

c) $(A, B) \in R \Leftrightarrow [A - B] \geq 0$

6. رابطه $R_1 \circ R_2$ را بدست آورید و خواص بازتابی، تقارنی، پادتقارنی، تعدی، هم‌ارزی و ترتیب جزئیش را بررسی کنید.

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

7. به چند طریق می‌توان $\{1, 2, \dots, 40\}$ را به 5 زیرمجموعه افراز نمود، که 1 و 10 و 20 و 30 و 35 کوچکترین عضو این زیرمجموعه‌ها باشند؟

8. اگر A, B, C, D چهار مجموعه باشند، ثابت کنید:
$$(A \times C) \cap (B \times D) = (A \cap B) \times (C \cap D)$$

9. ثابت و یا رد کنید که:

$$[(A \cap C = B \cap C) \wedge (A \cup C = B \cup C)] \Rightarrow A = B$$

پیدا کردن جواب شرط کافی برای دریافت نمره سوال نیست و نوشتن راه حل نیز لازمی دریافت نمره کامل است.

نام فایل پاسخ خود را با فرمت زیر در کوئرا ارسال کنید.

DM_HW03_StudentNumber_FirstName_LastName.pdf

موفق باشید.

مهدی خدابنده - مهدی صادقی نژاد