

درس کنترل مبتنی بر پیش بینی مدل دوره کارشناسی ارشد

رشته مهندسي مكاترونيك

عنوان

پروپوزال پروژه ی درس کنترل مبتنی بر پیش بینی مدل (MPC)

نگارش

عليرضا اميرى

فصل ۱

مقدمه

در این فصل، ابتدا مقدمهای دربارهی ساختارهای موتورهای صفحه ای مبتنی بر شناوری مغناطیسی معرفی شده و با توجه به ویژگیهای منحصربهفرد این فناوری، کاربردهای آن در سایر صنایع نیز مورد بحث قرار می گیرد.

۱.۱ مقدمهای بر موتورهای صفحهای مبتنی بر شناوری مغناطیسی

شناوری مغناطیسی به معنای اعمال نیروهای مغناطیسی به اجسام به گونهای است که این نیروها بتوانند بر نیروی جاذبه غلبه کرده و جسم را بدون تماس فیزیکی و بهصورت پایدار در هوا معلق نگه دارند. این نیرو می تواند به دو شکل جاذبه یا دافعه اعمال شود. در حالت جاذبه، نیروی مغناطیسی از بالا به جسم وارد شده و نیروی گرانش زمین را خنثی می کند، در حالی که در حالت دافعه، نیرو از پایین به جسم وارد شده و آن را به سمت بالا دفع می کند. در صورتی که جسم فقط دارای خاصیت رسانایی باشد، تنها امکان جذب شدن و جود دارد، اما اگر جسم از مواد مغناطیسی مانند آهنر باهای دائمی یا الکتریکی ساخته شود، می تواند هم جذب و هم دفع شود.

کنترل نیروهای مغناطیسی معمولاً با استفاده از آهنرباهای الکتریکی انجام می شود، به طوری که عبور جریان الکتریکی از سیمپیچها میدان مغناطیسی ایجاد کرده و تنظیم این جریانها باعث تغییر در شدت میدان و نیروی وارده به جسم می شود. از این طریق، می توان با کنترل دقیق جریان، جسم را به طور پایدار در حالت معلق نگه داشت.

در کاربردهای صنعتی، بهدلیل نیاز به بازدهی بالاتر در تبدیل انرژی مغناطیسی به نیرو، از آرایههای خاصی از

فصل ۱: مقدمه

آهنرباهای دائمی به نام آرایه هالباخ استفاده می شود. این آرایه ها به گونه ای طراحی شده اند که میدان مغناطیسی را به طور متمرکز در یک سمت تقویت کنند و در نتیجه، نیروی مغناطیسی بیشتری به جسم وارد شود. ساختارهای آرایه هالباخ یک بعدی و دو بعدی در تحقیقات پیشین به طور گسترده بررسی و استفاده شده اند.

برای پیادهسازی موفق یک سیستم شناوری مغناطیسی، عوامل متعددی باید در نظر گرفته شوند که شامل طراحی و بهینهسازی ساختار مکانیکی سیستم، پیادهسازی کنترلرهای دقیق برای تنظیم نیروهای مغناطیسی، و همچنین مدلسازی دینامیکی یا شناسایی رفتار سیستم برای کنترل بهتر آن است. این عوامل بهطور مستقیم بر کارایی و پایداری سیستم تأثیر میگذارند و باید بهدقت مورد بررسی و تنظیم قرار گیرند.

¹Halbach array

فصل ۲

مروری بر مطالعات انجام شده

۱.۲ مقدمه

در این فصل، پژوهشهای پیشین در زمینهی موتورهای صفحهای مبتنی بر شناوری مغناطیسی (MLPM) با تمرکز بر ویژگیهای اساسی آنان که به طور کلی در بخشهای زیر دستهبندی شدهاند، مورد بررسی قرار میگیرند. طراحی کنترل: معرفی روشهای کنترل کلاسیک و مدرن برای این سیستمها و چگونگی بهبود پایداری و دقت حرکت.

در بخشهای بعد، پژوهشهای انجامشده بر اساس این ویژگیها ارزیابی شده و مزایا و معایب هر روش مورد بررسی قرار میگیرد.

۲.۲ معماری دستگاههای MLPM

سیستمهای شناوری مغناطیسی به دلیل ماهیت ناپایدارشان بدون استفاده از حلقههای کنترلی نمی توانند پایداری لازم را فراهم کنند. به همین دلیل، در تمامی ساختارهای پیشنهادی، از سیمپیچهای الکتریکی برای تولید میدان مغناطیسی با شدت کنترل شده استفاده می شود. این سیمپیچها وظیفه دارند تا موقعیت جسم معلق را پایدار کرده و آن را در حالت مطلوب نگه دارند.

در طراحی موتورهای صفحهای، که از دو بخش ثابت او متحرک تشکیل شدهاند، امکان تغییر در طراحی و محل قرارگیری آهنرباهای الکتریکی و دائمی وجود دارد. نیروی مغناطیسی وارد بر بخش متحرک می تواند به به صورت جاذبهای از بالا یا دافعهای از پایین اعمال شود. با این حال، در موتورهای صفحهای به دلیل لزوم کم بودن فاصله میان سیم پیچها و اجسام معلق، اعمال نیروی جاذبهای از بالا امکان پذیر نیست. به همین دلیل، در تمامی طراحیها، نیروی مغناطیسی دافعهای از سمت پایین به بخش متحرک وارد می شود که امکان جابه جایی اجسامی که بر روی آنها قرار می گیرند را فراهم می کند.

با توجه به این موارد، طراحی های متفاوتی برای ساخت دستگاههای MLPM ارائه می شود که در ادامه بررسی یک مورد از آنان خواهیم پرداخت.

۱.۲.۲ آهنر باهای متحرک و سیمپیچهای ثابت

معماری که برای طراحی دستگاههای MLPM ارائه شده است، شامل قرار دادن سیمپیچها در بخش استاتور و استفاده از آهنرباهای دائمی در بخش متحرک میباشد. این ساختار نوین که در بسیاری از پژوهشها مورد استفاده قرار گرفته، مشکلات معماریهای پیشین مانند محدودیت جابهجایی متحرک ناشی از اتصالات فیزیکی و چالشهای خنککاری سیمپیچها را برطرف کرده و منجر به بهبود عملکرد کلی سیستم شده است.

در پژوهش [۵] استاتوری با چینش سیمپیچها مطابق با الگوی شاه ماهی ^۳ طراحی و پیاده سازی شده است. این طراحی امکان اعمال نیروی مغناطیسی به دو آهنربای دیسکی تعبیه شده در بخش متحرک را فراهم کرده است که دقتی در حدود ۱ درجه در زوایای حرکت و ۱ میلی متر در موقعیت متحرک به دست آورده است [۵] . در ادامه این پژوهش، ساختاری جدید برای بخش متحرک ارائه شده که شامل ۶ آهنربای دیسکی با چینش کروی و فواصل ثابت می باشد. این طراحی توانسته است چرخش آزادانه متحرک را حول سه محور ممکن سازد [۶]. همچنین در پژوهش [۷] نیز از این چینش سیمپیچها استفاده شده و مطابق با شبیه سازی های ارائه شده، مزیت آنان در ایجاد میدان مغناطیسی یکنواخت تر در نواحی کناری سیمپیچها نمایش داده شده است.

¹Stator ²Mover ³Herringbone pattern

٣.٢ طراحي كنترلر

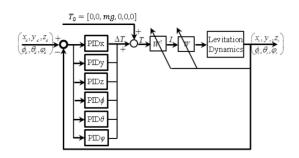
همان طور که پیش تر اشاره شد، سیستم های شناوری مغناطیسی ذاتاً ناپایدار هستند و برای دستیابی به پایداری، به کنترلری با عملکرد دقیق و خطای کم نیاز است. در پژوهشهای مختلف، از کنترلرهای گوناگونی برای این سیستم ها بهره گرفته شده است؛ از جمله کنترلرهای کلاسیک نظیر ، PID کنترلرهای مدرن مانند کنترل مبتنی بر پیش بینی مدل (MPC) و همچنین مدلهای مبتنی بر هوش مصنوعی نظیر شبکههای بازگشتی .GRU در این بخش، به بررسی این کنترلرها و مقایسه عملکرد آنها خواهیم پرداخت.

۱.۳.۲ کنترلر PID

کنترل تناسبی-انتگرالی-مشتقی (PID) به عنوان یکی از پرکاربردترین و موثرترین کنترلرهای کلاسیک در سیستمهای دینامیکی، گزینهای مناسب برای کنترل سیستمهای MLPM محسوب می شود. این کنترلر به دلیل سادگی در پیاده سازی، تنظیم دقیق و توانایی تنظیم خروجی سیستم بر اساس خطاهای ورودی، به طور گسترده در سیستمهای مختلف استفاده شده است. برای کنترل سیستمهای ،MLPM به ازای هر درجه آزادی یک کنترلر PID طراحی و پیاده سازی می شود تا بتواند جریان الکتریکی سیم پیچها را تنظیم کرده و میدان مغناطیسی لازم برای ایجاد و حفظ موقعیت متحرک را تأمین کند.

در پژوهشهای متعددی از کنترلر PID برای سیستمهای MLPM بهره گرفته شده است. به عنوان مثال، در [۶، ۸] از کنترلرهای PID ساده برای کنترل جریان سیمپیچها استفاده شده که وظیفه تنظیم میدان مغناطیسی و در نتیجه، کنترل موقعیت جسم متحرک را بر عهده دارند. علاوه بر این، در پژوهش [۹] ، از دو کنترلر PID در یک ساختار دوگانه استفاده شده است. کنترلر اول برای جابهجاییهای بلند و در مسافتهای طولانی به کار رفته و جریان سیمپیچهای اصلی را تنظیم میکند، در حالی که کنترلر دوم برای حرکات دقیق کوتاهبرد طراحی شده و کنترل جریان سیمپیچهای ثانویه را بر عهده دارد. این روش باعث بهینهسازی کنترل دقیق و بهبود دقت در حرکات کوتاهبرد و جابهجاییهای سریع میشود. همچنین در سیستم ،MagTable برای کنترل دقیق موقعیت متحرک در چندین جهت فراهم شود [۱۰]. این نوع طراحی و استفاده از کنترلرهای PID نشان می دهد که علی رغم محدودیتهای موجود در کنترلرهای کلاسیک، این روش همچنان در بسیاری از سیستمهای مغناطیسی علی رغم محدودیتهای موجود در کنترلرهای کلاسیک، این روش همچنان در بسیاری از سیستمهای مغناطیسی

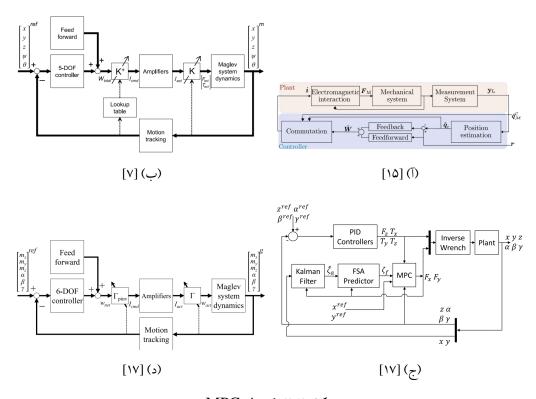
پیچیده مانند MLPM کارایی بالایی دارد.



شكل ۱.۲: كنترلر PID با ۶ درجه آزادي [۱۰]

۲.۳.۲ کنترلر مبتنی بر پیش بینی مدل MPC

برای کنترل سیستمهای MLPM اگر مدل سیستم به روشهای تحلیلی و یا عددی به دست آمده و تخمین زده شده باشد، می توان از این مدلها برای طراحی کنترلهای پیشرفته تر با هدف پیش بینی رفتار سیستم و استفاده از آن به صورت پیش خور در حلقه ی کنترلی استفاده کرد. روشهای تخمین مدل این سیستمها در بخشهای بعد مورد بررسی قرار می گیرد. در این بخش، کنترلهای ارائه شده در پژوهشهای دیگر ارائه می شود. به دست آوردن معادلات دینامیکی سیستم و استفاده از آنها در پیش بینی روشی تحلیلی است که در [۱۵] استفاده شده است مدل کنترلی متشکل از بلوکهای پسخور و پیش خور برای کنترل موقعیت آهنر با طراحی شده است. همچنین در [۷] از یک جدول جستجو برای تعیین رفتار سیستم در نقاط مختلف فضا استفاده شده است که این جدول به عنوان پیش خور به مدل کنترلی داده می شود. در ادامه ی این پژوهش، با استفاده از روشهای شناسایی سیستم، مدلی تقریبی برای رفتار سیستم در نظر گرفته شده است و با استفاده از این مدل برای پیش بینی رفتار سیستم مدل مدلی تقریبی برای رفتار سیستم در نظر گرفته شده است و با استفاده از این مدل برای پیش بینی رفتار سیستم مدل مدلی تقریبی برای رفتار سیستم در نظر گرفته شده است و با سیفاده از این مدل برای پیش بینی رفتار سیستم مدل مدلی همچنین روش پیش بینی حالت بی تاخیر، رفتار آینده یک مدل پیش بین، با استفاده از معادلات دینامیکی سیستم و همچنین روش پیش بینی حالت بی تاخیر، رفتار آینده ی سیستم را محاسبه می کند.

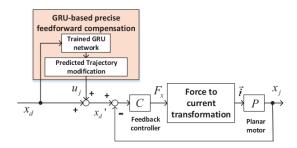


شكل ۲.۲: كنترلر MPC

۳.۳.۲ کنترلر مبتنی بر هوش مصنوعی

یکی از روشهای نوین برای پیشبینی رفتار سیستمهای پیچیده مانند ، MLPM استفاده از مدلهای هوش مصنوعی به ویژه شبکه های عصبی بازگشتی (RNN) است. این مدلها با یادگیری دینامیک سیستم و ارتباط بین ورودی ها و خروجی ها، می توانند به طور مؤثری رفتار سیستم را در شرایط مختلف پیشبینی کنند. در این راستا، پژوهش [۱۷] از یک مدل بازگشتی GRU استفاده کرده است. این مدل بر اساس داده های جمع آوری شده از عملکرد دستگاه MLPM آموزش دیده و توانسته است با دقت بالا تغییرات دینامیکی سیستم و پاسخ آن به ورودی های گوناگون را پیشبینی کند. استفاده از GRU به دلیل توانایی آن در مدل سازی وابستگی های زمانی و در نظر گرفتن اطلاعات قبلی برای پیشبینی های دقیق تر، رویکردی مناسب در این پژوهش بوده است. (شکل ۳.۲

¹Gated Recurrent Unit



شكل ٣.٢: كنترلر پيشخور GRU [١٧]

۴.۲ پروژه پیشنهادی

با بررسی موارد ذکر شده در قسمت های پیشین، در این پژوهش تلاش می شود تا برای سیستم شناوری مغناطیسی ذکر شده در [۱۱] یک کنترلر مبتنی بر پیش بینی مدل طراحی و اجرا شود. مدل این سیستم در بخش بعد ذکر می شود. همچنین، حلقه ی کنترلی مورد استفاده برای این سیستم در ۲.۲.د آورده شده است.

۱.۴.۲ مدل سیستم

سیستم مورد نظر در این پیشنهاد شامل یک محرک بدون اصطکاک و شناور در صفحه $X_g Y_g$ است. در این مدل، مقاومت هوا در تمام جهات نادیده گرفته شده و استراتژی کنترل در جهتهای $X_g Y_g$ پیادهسازی شده است. معادلات حرکت محرک به صورت زیر بیان می شود:

$$F_x = ma_{g_x}, \quad F_y = ma_{g_y}, \tag{1.7}$$

که در آن m جرم محرک، و a_{g_y} و a_{g_x} شتابهای آن در صفحه $X_g Y_g$ هستند. از این معادلات، نمایه محل در آن m حالت گسسته سیستم به شکل زیر استخراج می شود:

$$\zeta(k+1) = A\zeta(k) + Bu(k), \tag{Y.Y}$$

$$\rho(k) = C\zeta(k),\tag{\text{Υ.Y)}}$$

که در آن، بردار حالت برابر است با $\begin{bmatrix} ma_{g_x} & v_{g_x} & ma_{g_y} & v_{g_y} \end{bmatrix}^{\top}$ ورودی نیرو برابر است با ΔT در آن، بردار حالت برابر است با ΔT است با ΔT در اینجا، ΔT در اینجا، ΔT نشان دهنده ی دوره نمونه برداری و ΔT نشان دهنده ی گام زمانی گسسته است. مقادیر ΔT به صورت زیر تعریف می شوند: هستند. ماتریس های نمایه حالت ΔT ورودی ΔT و خروجی ΔT به صورت زیر تعریف می شوند:

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \Delta T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \Delta T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{\Delta T^{\mathsf{T}}}{\mathsf{T}m} & \mathbf{0} \\ \frac{\Delta T}{m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\Delta T^{\mathsf{T}}}{\mathsf{T}m} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^{\mathsf{T}}.$$

نیروی کنترلی و گشتاور در هر دوره ی نمونهبرداری به جریان سیمپیچ تبدیل شده و از هم جدا می شوند. با حرکت محرک در مناطق مختلف، مجموعههای مختلفی از سیمپیچها برای ایجاد نیروی شناوری فعال می شوند. هر سیمپیچی که در داخل مرز مربعی به ابعاد ۱۶ اینچ در ۱۶ اینچ قرار گیرد که مرکز و زاویه آن با محرک همراستا است، فعال می شود، زیرا سیمپیچهای خارج از این منطقه به سختی قادر به تولید نیرو و گشتاور هستند. این مرز با لبهی سیمپیچ که لبهی آرایهی مغناطیسی را لمس می کند، مطابقت دارد. در هر دورهی نمونهبرداری، مختصات سیمپیچها در سیستم مختصات جهانی به مختصات محرک تبدیل می شوند. اگر مرکز سیمپیچ در این مرز قرار گیرد، این سیمپیچ برای فعال سازی انتخاب می شود. یک تصویر نمونه از انتخاب سیمپیچهای این فصل، داده شده است که در آن سیمپیچهای فعال با رنگ سبز مشخص شده اند. برای محرک و سیمپیچهای این فصل، ۱۲۵ تا ۳۶ سیمپیچ به طور همزمان فعال خواهند شد.

پس از شناسایی مجموعه ی سیم پیچهای فعال، روش گشتاور مستقیم برای جداسازی نیروی مطلوب و گشتاور $w_{gn} = [F_{g_x,n}, F_{g_y,n}, F_{g_z,n}, T_{g_x,n}, T_{g_z,n}]^T$ ن کنترل اعمال می شود. نیروی و گشتاور فردی اعمال شده بر روی محرک با ۱ آمپر است. شاخص سیم پیچ n است و محدوده ی n بر نشان داده می شود، زمانی که جریان سیم پیچ برابر با ۱ آمپر است. شاخص سیم پیچهای فعال به صورت پویا تغییر می کند. نیروی خالص و گشتاور مطلوب بر روی محرک با است فعداد سیم پیچهای فعال به صورت پویا تغییر m نشان داده می شود. سپس نیروی مطلوب و گشتاور به مختصات محرک با استفاده از رابطه ی زیر تبدیل می شود:

$$w_{mnet} = R_g^m w_{gnet} (f.7)$$

ارتباط بین نیروی و گشتاور مطلوب محرک و بردار جریان کنترل سیمپیچها به شکل زیر است:

$$w_{mnet} = [w_{m}, w_{m}, \dots, w_{mn}][I_1, I_2, \dots, I_n]^T = \Gamma(\vec{c}_m)I, \qquad (\Delta.Y)$$

که در آن $\Gamma(\vec{c}_m)$ شامل تمام عناصر نیرو و گشتاور از هر سیمپیچ در ورودی جریان ۱ آمپر است. حرکت شش درجه ی آزادی (DOF) همیشه به طور بیش از حد فعال می شود. جریان کنترلی به سیمپیچها با استفاده از وارون مورس-پنروز محاسبه می شود تا مصرف انرژی به حداقل برسد. معادله ی جریان کنترلی به صورت زیر است:

$$I = \Gamma^T (\Gamma \Gamma^T)^{-1} w_{mnet}. \tag{9.7}$$

دامنه ی حرکت محرک به راحتی با افزایش آرایه ی سیم پیچ قابل افزایش است که از طریق استفاده از استراتژی پیشنهادی انتخاب سیم پیچ فعال و روش جداسازی جریان تحقق می یابد. در هنگام ساخت ماتریس نیرو و گشتاور آ، مختصات اندازه گیری شده ی سیم پیچها مورد استفاده قرار می گیرد. خطای موقعیت سیم پیچ از ساختار نصب می تواند در این فرآیند لحاظ شود.

كتابنامه

- [1] Browne, Jim J, Dubois, Didier, Rathmill, Keith, Sethi, Suresh, and Stecke, Kathrin. Classification of flexible manufacturing systems. *The FMS magazine*, 2(2):114–117, 1984.
- [2] Guo, Liang, Zhang, He, Galea, Michael, Li, Jing, Lu, Wenqi, and Gerada, Chris. Analysis and design of a magnetically levitated planar motor with novel multilayer windings. *IEEE Transactions on Magnetics*, 51(8):1–9, 2015.
- [3] Zhang, Shengguo, Zhu, Yu, Mu, Haihua, Yang, Kaiming, and Yin, Wensheng. Decoupling and levitation control of a six-degree-of-freedom magnetically levitated stage with moving coils based on commutation of coil array. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 226(7):875–886, 2012.
- [4] Zhang, Shengguo, Dang, Xiaoping, Wang, Kai, Huang, Jingtao, Yang, Jingxian, and Zhang, Guoheng. An analytical approach to determine coil thickness for magnetically levitated planar motors. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(1):572–580, 2017.
- [5] Berkelman, Peter and Dzadovsky, Michael. Magnetic levitation over large translation and rotation ranges in all directions. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 18(1):44–52, 2013.
- [6] Miyasaka, Muneaki and Berkelman, Peter. Magnetic levitation with unlimited omnidirectional rotation range. *Mechatronics*, 24(3):252–264, 2014.
- [7] Trakarnchaiyo, Chanuphon, Wang, Yang, and Khamesee, Mir Behrad. Design of a compact planar magnetic levitation system with wrench–current decoupling enhancement. *Applied Sciences*, 13(4):2370, 2023.
- [8] Zhu, Haiyue, Pang, Chee Khiang, and Teo, Tat Joo. Analysis and control of a 6 dof maglev positioning system with characteristics of end-effects and eddy current damping. *Mechatronics*, 47:183–194, 2017.

- [9] Zhu, Haiyue, Teo, Tat Joo, and Pang, Chee Khiang. Magnetically levitated parallel actuated dual-stage (maglev-pad) system for six-axis precision positioning. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 24(4):1829–1838, 2019.
- [10] Zhang, Xiaodong, Trakarnchaiyo, Chanuphon, Zhang, Heng, and Khamesee, Mir Behrad. Magtable: A tabletop system for 6-dof large range and completely contactless operation using magnetic levitation. *Mechatronics*, 77, 2021.
- [11] Xu, Zhenchuan, Wang, Yang, Wang, Jie, and Khamesee, Mir Behrad. Predictor-based model predictive control for maglev planar motor with a 2d halbach array mover. *Control Engineering Practice*, 141:105731, 2023.
- [12] Xu, Zhenchuan, Trakarnchaiyo, Chanuphon, Stewart, Curtis, and Khamesee, Mir Behrad. Modular maglev: Design and implementation of a modular magnetic levitation system to levitate a 2d halbach array. *Mechatronics*, 99, 2024.
- [13] Zhu, Haiyue, Teo, Tat Joo, and Pang, Chee Khiang. Design and modeling of a six-degree-of-freedom magnetically levitated positioner using square coils and 1-d halbach arrays. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(1):440–450, 2016.
- [14] Xu, Zhenchuan. *Design*, *Implementation*, and Control of a Magnetic Levitated Planar Motor. Thesis, 2024.
- [15] Proimadis, Ioannis, Custers, Coen HHM, Tóth, Roland, Jansen, JW, Butler, Hans, Lomonova, Elena, and Van den Hof, Paul MJ. Active deformation control for a magnetically levitated planar motor mover. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 58(1):242–249, 2021.
- [16] Rovers, JMM, Jansen, JW, and Lomonova, EA. Design and measurements of the double layer planar motor. in *2013 International Electric Machines and Drives Conference*, pp. 204–211. IEEE.
- [17] Ou, Tiansheng, Hu, Chuxiong, Zhu, Yu, Zhang, Ming, and Zhu, Limin. Intelligent feedforward compensation motion control of maglev planar motor with precise reference modification prediction. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 68(9):7768–7777, 2020.
- [18] Wang, Yang, Chen, Fuxiang, Zheng, Zhiyi, and Zeng, Lizhan. Magnet array of planar motor using permanent magnets with different magnetisation intensity and height. *IET Electric Power Applications*, 14(14):2772–2779, 2020.
- [19] Rui, Huang and Jian, Feng. Magnetic field analysis of permanent magnet array for planar motor based on equivalent magnetic charge method. in *Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation*, pp. 3966–3970. IEEE.