دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده برق- گروه مکاترونیک

تمرین درس رباتیک دوره کارشناسی ارشد

رشته مهندسی مکاترونیک

عنوان

تمرین رباتیک

نگارش

علیرضا امیری

مهر ۱۴۰۳

فصل ۱

پاسخ سوالات سری اول

۱.۱ پاسخ سوال ۱

۱.۱.۱ بخش ۱

۱.۱.۱.۱ قسمت یک

برای حل این مسئله ی بهینه سازی، با استفاده از یک کد متلب ابتدا نابرابری های داده شده در یک نمودار دو بعدی ترسیم شده و ناحیه ی اشتراک حاصل از این خطوط برای پاسخ های ممکن به دست می آید.

```

% Solve pairs of equations symbolically for intersections
syms x1 x2

% Line equations:
eq1 = x1 + 2*x2 == 8;            % From x1 + 2*x2 = 8
eq2 = 3*x1 + 2*x2 == 12;         % From 3*x1 + 2*x2 = 12
eq3 = x1 + x2 == 4;              % From x1 + x2 = 4
```

```

% Solve intersections
% Intersection of eq1 and eq2
sol_1_2 = solve([eq1, eq2], [x1, x2]);

% Intersection of eq1 and eq3
sol_1_3 = solve([eq1, eq3], [x1, x2]);

% Intersection of eq2 and eq3
sol_2_3 = solve([eq2, eq3], [x1, x2]);

% Step 2: Identify intercepts with axes
% x1 intercepts and x2 intercepts
intercept_x1 = solve(eq1, x1);    % x1-intercept of x1 + 2*
   x2 = 8
intercept_x2 = solve(eq2, x1);    % x1-intercept of 3*x1 +
   2*x2 = 12

% Boundary points on axes
boundary_points = [0, 8/2; 4, 0]; % Intersections with axes
   : (0, 8/2), (4, 0)

% Collect all intersection points
points = [
double([sol_1_2.x1, sol_1_2.x2]);  % Intersection of eq1
```

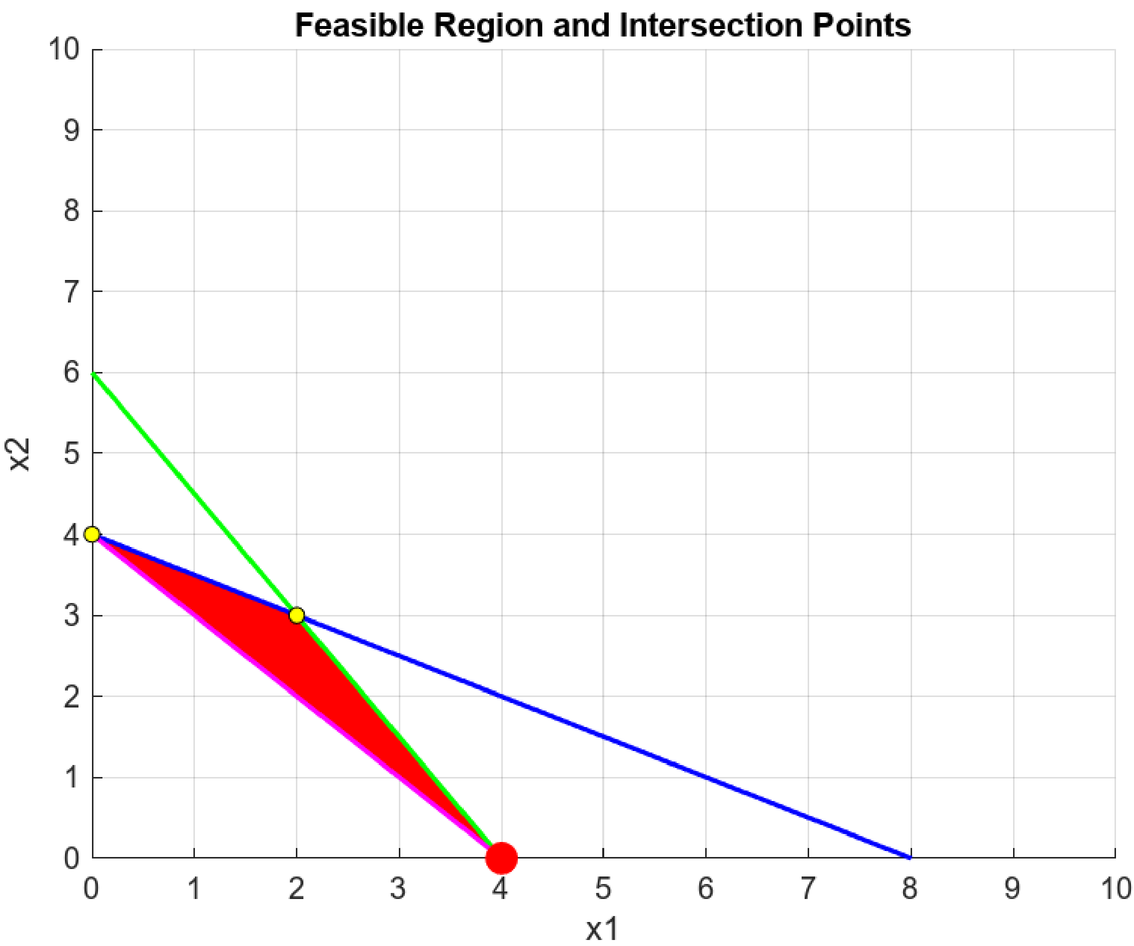
```
    and eq2
double([sol_1_3.x1, sol_1_3.x2]);  % Intersection of eq1
    and eq3
double([sol_2_3.x1, sol_2_3.x2]);  % Intersection of eq2
    and eq3
boundary_points                      % Intersection with
    axes
];

% Step 3: Objective function
f = @(x1, x2) 5*x1 + 6*x2;

% Evaluate the objective function at each point
f_vals = arrayfun(@(i) f(points(i, 1), points(i, 2)), 1:
    size(points, 1));

% Find the minimum value and corresponding point
[min_val, min_idx] = min(f_vals);
optimal_point = points(min_idx, :);

% Display the results
fprintf('Intersection points and corresponding function
    values:\n');
for i = 1:size(points, 1)
fprintf('Point (x1 = %.2f, x2 = %.2f), f(x1, x2) = %.2f\n',
```

```
    points(i, 1), points(i, 2), f_vals(i));
end
fprintf('Optimal point: (x1 = %.2f, x2 = %.2f), Minimum f(x1, x2) = %.2f\n', optimal_point(1), optimal_point(2), min_val);

% Step 4: Plot the feasible region and the intersection points
figure; hold on;

% Plot the feasible region
contourf(X1, X2, feasible_region, [1 1], 'FaceColor', 'r', 'EdgeColor', 'none');

% Plot the lines representing the inequalities
plot(x1_vals, (8 - x1_vals)/2, 'b', 'LineWidth', 1.5); % x1 + 2*x2 = 8
plot(x1_vals, (12 - 3*x1_vals)/2, 'g', 'LineWidth', 1.5); % 3*x1 + 2*x2 = 12
plot(x1_vals, 4 - x1_vals, 'm', 'LineWidth', 1.5); % x1 + x2 = 4

% Plot intersection points
plot(points(:, 1), points(:, 2), 'ko', 'MarkerFaceColor', 'y', 'MarkerSize', 5);
```

```

% Highlight the optimal point
plot(optimal_point(1), optimal_point(2), 'ro', '
    MarkerFaceColor', 'r', 'MarkerSize', 10);

% Add labels and title
xlabel('x1');
ylabel('x2');
title('Feasible Region and Intersection Points');
grid on;
hold off;

xlim([0 ])
ylim([0.0 10])
```

پاسخ بهینه برای معادله ی $f(x_1, x_2) = 5x_1 + 6x_2$ با جایگذاری مقادیر ممکن در معادله به دست می آید.

- $(x_1 = 2.00, x_2 = 3.00)$، $f(x_1, x_2) = 28.00$
- $(x_1 = 0.00, x_2 = 4.00)$، $f(x_1, x_2) = 24.00$
- $(x_1 = 4.00, x_2 = 0.00)$، $f(x_1, x_2) = 20.00$
- $(x_1 = 0.00, x_2 = 4.00)$، $f(x_1, x_2) = 24.00$
- $(x_1 = 4.00, x_2 = 0.00)$، $f(x_1, x_2) = 20.00$


Feasible Region and Intersection Points
x1
x2
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

شکل ۱.۱

جواب بهینه برای این سوال برابر خواهد بود با:

$$(x_1 = ۴/۰۰, x_2 = ۰/۰۰), \quad f(x_1, x_2) = ۲۰/۰۰$$

۲.۱.۱.۱ قسمت دو

در این مرحله، با استفاده از ابزار های Yalmip ، CVX مسئله ی بهینه سازی را حل می کنیم. در بخش اول، با استفاده از کد متلب زیر، محدودیت ها و تابع هزینه تعریف شده و در نهایت با اجرای کد، جواب های مورد نظر به دست می آید.

```

yalmip('clear')
x1 = sdpvar(1,1)
x2 = sdpvar(1,1)

constraints = [x1<=8-2*x2 , 3*x1 + 2*x2<= 12, x1 + x2>=4 ,
   x1>=0 , x2 >=0]

obj = 5*x1 + 6*x2

sol = optimize(constraints , obj)

if sol.problem ==0
val1 = value(x1)
val2 = value(x2)
objvalue = value(obj)
end
```

با استفاده از این کد، در نهایت جواب هایی مطابق با آنچه که به روش تحلیلی به دست آمد، حاصل می شود.

$$(x_۱ = ۴/۰۰, x_۲ = ۰/۰۰), \quad f(x_۱, x_۲) = ۲۰/۰۰$$

در گام بعد، با استفاده از پکیج CVX، بار دیگر این مسئله حل می شود.

```

cvx_begin

variables x1 x2

% Objective function
minimize(5*x1 + 6*x2)

% Subject to the constraints
subject to
x1 + 2*x2 <= 8
3*x1 + 2*x2 <= 12
x1 + x2 >= 4
x1 >= 0
x2 >= 0

cvx_end

% Display the results
x1_value = x1
x2_value = x2
```

$$(x_1 = ۴/۰۰, x_2 = ۰), \quad f(x_1, x_2) = ۲۰/۰۰$$

مشاهده می شود که با استفاده از این روش نیز، پاسخ مشابهی به دست می آید.

۲.۱.۱ بخش ۲

در این بخش، مشابه آنچه که در بخش پیشین انجام شد، ابتدا به روش تحلیلی و با رسم ناحیه ی نقاط امکان پذیری، نقاط بهینه تشخیص داده می شوند. در کد متلب زیر، با تعیین معادلات مربوط به محدودیت ها، و محاسبه ی نقاط تقاطع خطوط، پاسخ بهینه به دست آمده و نمایش داده شده است.

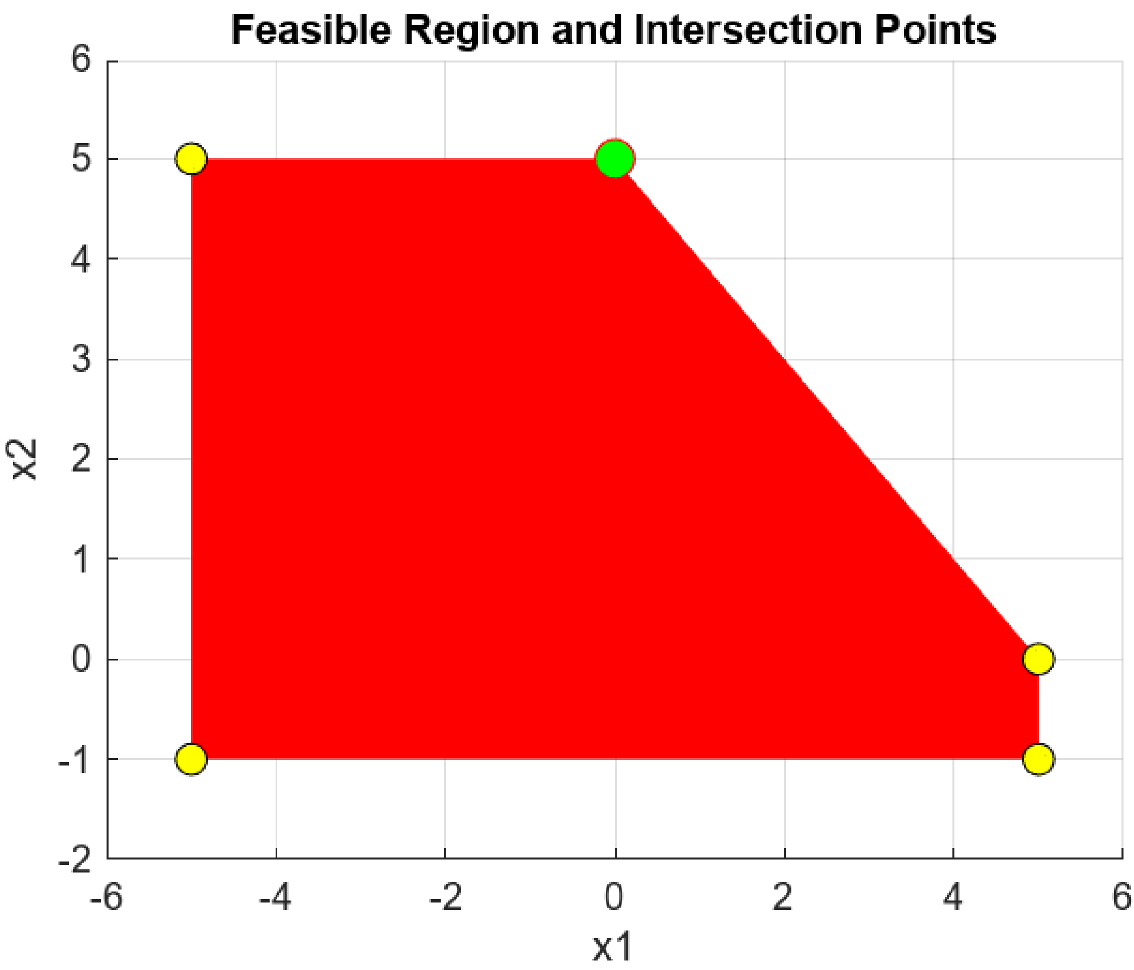
```

% Clear previous variables
clear; clc;

% Step 1: Define symbolic variables
syms x1 x2;

% Step 2: Define the constraints
% Lines based on constraints
eq1 = x1 + x2 == -20;  % From x1 + x2 = -20
eq2 = x1 + x2 == 5;    % From x1 + x2 = 5

% Step 3: Solve intersections
% Intersection of eq1 and eq2
sol_1_2 = solve([eq1, eq2], [x1, x2]);

```

```
% Define boundaries for x1 and x2
boundary_x1 = [-5, 5];  % x1 boundaries
boundary_x2 = [-1, 5];  % x2 boundaries

% Collect boundary points based on the constraints
boundary_points = [
-5, -1;    % Bottom left corner
-5, 5;     % Top left corner
5, -1;     % Bottom right corner
0, 5;      % Top right corner
5,0
];

% Collect all intersection points (if valid)
points = [
double([sol_1_2.x1, sol_1_2.x2]);  % Intersection of eq1
    and eq2
boundary_points                      % Intersections with
    axes
];

% Step 4: Define the objective function
f = @(x1, x2) abs(x1 - 5) + abs(x2 - 5);

% Step 5: Evaluate the objective function at each point
```

```
% Filter valid points based on constraints
valid_points = points((points(:,1) >= boundary_x1(1)) & (
    points(:,1) <= boundary_x1(2)) & ...
(points(:,2) >= boundary_x2(1)) & (points(:,2) <=
    boundary_x2(2)), :);

f_vals = arrayfun(@(i) f(valid_points(i, 1), valid_points(i
    , 2)), 1:size(valid_points, 1));

% Step 6: Find the minimum value and corresponding point
[min_val, min_idx] = min(f_vals);
optimal_point = valid_points(min_idx, :);

% Display the results
fprintf('Valid points and corresponding function values:\n'
    );
for i = 1:size(valid_points, 1)
fprintf('Point (x1 = %.2f, x2 = %.2f), f(x1, x2) = %.2f\n',
     valid_points(i, 1), valid_points(i, 2), f_vals(i));
end
fprintf('Optimal point: (x1 = %.2f, x2 = %.2f), Minimum f(
    x1, x2) = %.2f\n', optimal_point(1), optimal_point(2),
    min_val);

% Step 7: Plot the feasible region and the intersection
```

```
points
figure; hold on;

% Create a grid for plotting feasible region
[x1_vals, x2_vals] = meshgrid(-5:0.1:5, -1:0.1:5);
feasible_region = (x1_vals + x2_vals >= -20) & (x1_vals + x2_vals <= 5 & ...
(-5 <= x1_vals) & (x1_vals <= 5) & (-1 <= x2_vals) & (x2_vals <= 5));

% Plot the feasible region
contourf(x1_vals, x2_vals, feasible_region, [1 1], 'FaceColor', 'r', 'EdgeColor', 'none');

% Plot the constraint lines
plot(x1_vals, -20 - x1_vals, 'k', 'LineWidth', 1.5); % x1 + x2 = -20
plot(x1_vals, 5 - x1_vals, 'k', 'LineWidth', 1.5);   % x1 + x2 = 5

% Plot intersection points
plot(valid_points(:, 1), valid_points(:, 2), 'ko', 'MarkerFaceColor', 'y', 'MarkerSize', 8);

% Highlight the optimal point
```

```
plot(optimal_point(1), optimal_point(2), 'ro', '
   MarkerFaceColor', 'g', 'MarkerSize', 10);

% Add labels and title
xlabel('x1');
ylabel('x2');
title('Feasible Region and Intersection Points');
grid on;
hold off;

% Set axis limits
xlim([-6 6]);
ylim([-2 6]);
```



شکل ۲.۱

پاسخ بهینه برای تابع هزینه، با جایگذاری نقاط در آن و انتخاب مقدار کمینه به دست می آید.

$$(x_۱ = ۰/۰۰, x_۲ = ۵), \quad f(x_۱, x_۲) = ۵$$

۲.۱ پاسخ سوال ۲

yjtjtyjg