دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده برق- گروه مکاترونیک

تمرین درس کنترل مبتنی بر پیش بینی مدل دوره کارشناسی ارشد

رشته مهندسی مکاترونیک

عنوان

تمرین درس کنترل مبتنی بر پیش بینی مدل

نگارش

علیرضا امیری

آبان ۱۴۰۳

فصل ۱

پاسخ سوالات سری دوم

۱.۱ پاسخ سوال ۱

۲.۱ سوال اول

یک سیستم خطی با مدل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$x(k+۱) = Ax(k) + Bu(k),$$

که در آن:

$$A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}.$$

هدف این است که تابع هزینه زیر را کمینه کنیم:

$$J = \|x(N)\|^۲ + ۲\sum_{i=۰}^{N-۱} \|u(i)\|^۲.$$

محدودیت‌های سیستم به صورت زیر است:

$$|x(k)| \leq \begin{bmatrix} ۰/۵ \\ ۰/۵ \end{bmatrix}, \quad |u(k)| \leq ۰/۵.$$

سطح کوانتیزه‌سازی برای حالت و ورودی هر دو برابر با ۵.۰ در نظر گرفته شده است.

مسیر حل

برای حل این مسئله از روش برنامه‌ریزی دینامیک به صورت گسسته استفاده می‌کنیم. در این روش، از مرحله نهایی به مرحله اولیه به صورت معکوس حرکت می‌کنیم و در هر مرحله، ورودی‌های کنترلی بهینه را مشخص می‌کنیم. این روش شامل محاسبه تابع هزینه در هر مرحله و یافتن ورودی کنترلی است که تابع هزینه را کمینه کند. ما از مرحله $k = N - ۱$ تا $k = ۰$ به صورت معکوس حرکت می‌کنیم. تابع هزینه در هر مرحله k به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J_k(x(k)) = \min_{u(k)} \left(J_{k+۱}(x(k+۱)) + ۲\|u(k)\|^۲ \right),$$

که در آن $x(k+۱) = Ax(k) + Bu(k)$.

این فرمول، هزینه آینده $J_{k+۱}(x(k+۱))$ و هزینه کنترلی در لحظه $۲\|u(k)\|^۲$ را ترکیب می‌کند. هدف یافتن ورودی کنترلی $u(k)$ است که این هزینه را در هر مرحله کمینه کند.

مرحله $k = ۱$: محاسبه معکوس

تابع هزینه در مرحله $k = ۱$ به صورت زیر است:

$$J_۱(x(۱)) = \min_{u(۱)} \left(\|x(۲)\|^۲ + ۲\|u(۱)\|^۲ \right),$$

که در آن:

$$x(۲) = Ax(۱) + Bu(۱).$$

مقادیر کوانتیزه ممکن عبارتند از:

- $x(۱) \in \{-۰/۵, ۰, ۰/۵\}$
- $u(۱) \in \{-۰/۵, ۰, ۰/۵\}$

سطح کوانتیزه‌سازی مسئله را ساده‌تر می‌کند و تعداد مقادیر ممکن برای حالت و ورودی را محدود می‌کند. همچنین با کوچک کردن ناحیه جستجو، اجازه می‌دهد تا همه سناریوهای مختلف را بررسی کنیم.

محاسبات مربوط به مرحله $k = ۱$

- برای $x(۱) = ۰/۵$ و $u(۱) = -۰/۵$:

$$x(۲) = A \begin{bmatrix} ۰/۵ \\ ۰/۵ \end{bmatrix} + B(-۰/۵) = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰/۵ \end{bmatrix}, \quad \|x(۲)\|^۲ = ۰/۲۵, \quad ۲\|u(۱)\|^۲ = ۰/۵.$$

هزینه نهایی: $J_۱(۰/۵) = ۰/۷۵$.

- برای $x(۱) = ۰/۵$ و $u(۱) = ۰$:

$$x(۲) = A \begin{bmatrix} ۰/۵ \\ ۰/۵ \end{bmatrix} + B(۰) = \begin{bmatrix} ۰/۵ \\ ۰/۵ \end{bmatrix}, \quad \|x(۲)\|^۲ = (۰/۵)^۲ + (۰/۵)^۲ = ۰/۵.$$

هزینه نهایی: $J_۱(۰/۵) = ۰/۵$.

- برای $x(۱) = ۰$ و $u(۱) = -۰/۵$:

$$x(۲) = A \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} + B(-۰/۵) = \begin{bmatrix} -۰/۵ \\ -۰/۵ \end{bmatrix}, \quad \|x(۲)\|^۲ = (۰/۵)^۲ + (۰/۵)^۲ = ۰/۵,$$

$$۲\|u(۱)\|^۲ = ۰/۵.$$

هزینه نهایی: $J_۱(۰) = ۱$.

- برای $x(۱) = -۰/۵$ و $u(۱) = ۰/۵$:

$$x(۲) = A \begin{bmatrix} -۰/۵ \\ -۰/۵ \end{bmatrix} + B(۰/۵) = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۰/۵ \end{bmatrix}, \quad \|x(۲)\|^۲ = ۰/۲۵, \quad ۲\|u(۱)\|^۲ = ۰/۵.$$

هزینه نهایی: $J_۱(-۰/۵) = ۰/۷۵$.

محاسبات مربوط به مرحله $k = ۱$

- برای $x(۱) = ۰٫۵$ و $u(۱) = -۰٫۵$:

$$x(۲) = A \begin{bmatrix} ۰٫۵ \\ ۰٫۵ \end{bmatrix} + B(-۰٫۵) = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰٫۵ \end{bmatrix}, \quad \|x(۲)\|^۲ = ۰٫۲۵, \quad ۲\|u(۱)\|^۲ = ۲(۰٫۵)^۲ = ۰٫۵.$$

هزینه نهایی: $J_۱(۰٫۵) = ۰٫۷۵$.

- برای $x(۱) = ۰٫۵$ و $u(۱) = ۰$:

$$x(۲) = A \begin{bmatrix} ۰٫۵ \\ ۰٫۵ \end{bmatrix} + B(۰) = \begin{bmatrix} ۰٫۵ \\ ۰٫۵ \end{bmatrix}, \quad \|x(۲)\|^۲ = (۰٫۵)^۲ + (۰٫۵)^۲ = ۰٫۵.$$

هزینه نهایی: $J_۱(۰٫۵) = ۰٫۵$.

- برای $x(۱) = ۰$ و $u(۱) = -۰٫۵$:

$$x(۲) = A \begin{bmatrix} ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} + B(-۰٫۵) = \begin{bmatrix} -۰٫۵ \\ -۰٫۵ \end{bmatrix}, \quad \|x(۲)\|^۲ = (۰٫۵)^۲ + (۰٫۵)^۲ = ۰٫۵,$$

$$۲\|u(۱)\|^۲ = ۰٫۵.$$

هزینه نهایی: $J_۱(۰) = ۱$.

- برای $x(۱) = -۰٫۵$ و $u(۱) = ۰٫۵$:

$$x(۲) = A \begin{bmatrix} -۰٫۵ \\ -۰٫۵ \end{bmatrix} + B(۰٫۵) = \begin{bmatrix} ۰ \\ -۰٫۵ \end{bmatrix}, \quad \|x(۲)\|^۲ = ۰٫۲۵, \quad ۲\|u(۱)\|^۲ = ۰٫۵.$$

هزینه نهایی: $J_۱(-۰٫۵) = ۰٫۷۵$.

جدول محاسبات پویا برای $k = 1$

$x(1)$	$u(1)$	$x(2)$	J $J_{k+1}(x(k+1)) + 2\|u(k)\|^2$	J^*	$u^*(1)$
$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	0.75		
	0	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}$	Infeasible	0.75	-0.5
	0.5	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \end{bmatrix}$	Infeasible		
$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0.5		
	0	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	0.5	0.5	$\{-0.5, 0\}$
	-0.5	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	Infeasible		
$\begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.5 \end{bmatrix}$	0.75		
	0	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$	0.25	0.25	0
	0.5	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	Infeasible		
$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$	0.75		
	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	0.25	0.25	0
	0.5	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}$	Infeasible		

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$	1	0	0
	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0		
	0.5	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	1		
$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.5 \end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix} -0.5 \\ -1 \end{bmatrix}$	Infeasible	0.25	0
	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.5 \end{bmatrix}$	0.25		
	0.5	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$	0.75		
$\begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix} -1 \\ -0.5 \end{bmatrix}$	Infeasible	0.25	0
	0	$\begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$	0.25		
	0.5	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	0.75		
$\begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$	Infeasible	0.25	0
	0	$\begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$	0.25		
	0.5	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	0.75		
	-0.5	$\begin{bmatrix} -1 \\ -1.5 \end{bmatrix}$	Infeasible		

<table>
<tr><td rowspan="2">$\begin{bmatrix}-0.5\\-0.5\end{bmatrix}$</td><td>0</td><td>$\begin{bmatrix}0\\-1\end{bmatrix}$</td><td>Infeasible</td><td rowspan="2">0.75</td><td rowspan="2">0.5</td></tr>
<tr><td>0.5</td><td>$\begin{bmatrix}0\\-0.5\end{bmatrix}$</td><td>0.75</td></tr>
</table>

جدول محاسبات پویا برای $k = ۰$

$x(1)$	$u(1)$	$x(2)$	J $J_{k+1}(x(k+1)) + 2\|u(k)\|^2$	J^*	$u^*(1)$
	-0.5	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	1.25		
$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	0	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}$	Infeasible	1.25	-0.5
	0.5	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1.5 \end{bmatrix}$	Infeasible		
	-0.5	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	1		
$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$	0	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	0.5	0.5	0
	-0.5	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	Infeasible		
	-0.5	$\begin{bmatrix} 0 \\ -0.5 \end{bmatrix}$	1.25		
$\begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$	0	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$	0.25	0.25	0
	0.5	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	Infeasible		
	-0.5	$\begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$	1.25		
$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	0	$\begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$	0.25	0.25	0
	0.5	$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \end{bmatrix}$	Infeasible		

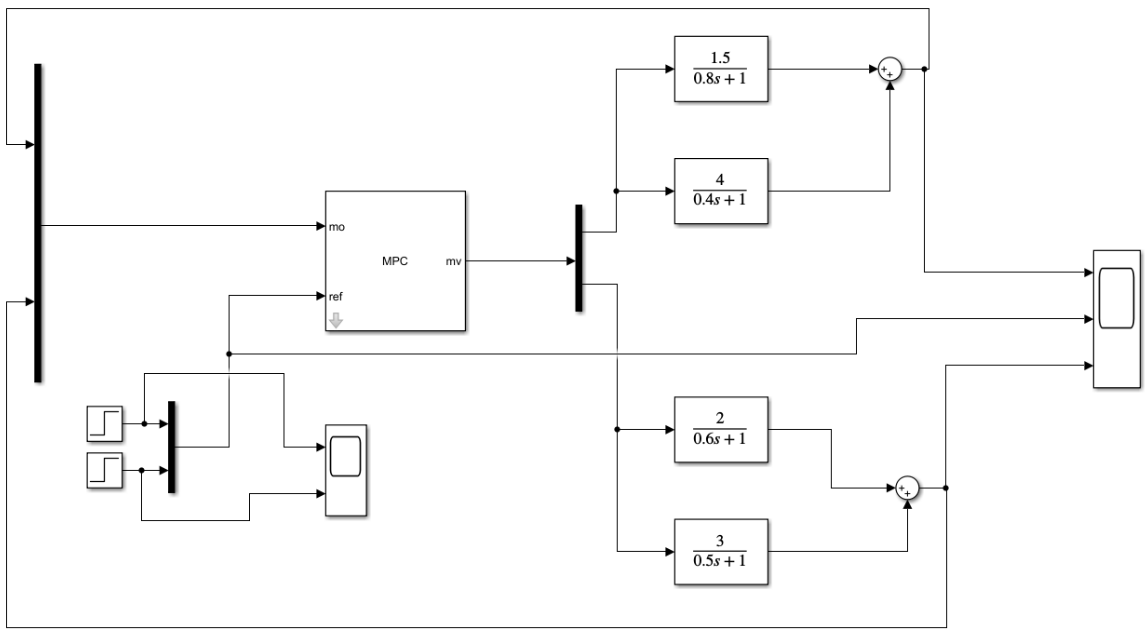
$\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix}-0.5\\-0.5\end{bmatrix}$	1.5	0	0
	0	$\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$	0		
	0.5	$\begin{bmatrix}0.5\\0.5\end{bmatrix}$	1.5		
$\begin{bmatrix}0\\-0.5\end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix}-0.5\\-1\end{bmatrix}$	Infeasible	0.25	0
	0	$\begin{bmatrix}0\\-0.5\end{bmatrix}$	0.25		
	0.5	$\begin{bmatrix}0.5\\0\end{bmatrix}$	1.25		
$\begin{bmatrix}-0.5\\0.5\end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix}-1\\-0.5\end{bmatrix}$	Infeasible	0.25	0
	0	$\begin{bmatrix}-0.5\\0\end{bmatrix}$	0.25		
	0.5	$\begin{bmatrix}0\\0.5\end{bmatrix}$	1.25		
$\begin{bmatrix}-0.5\\0\end{bmatrix}$	-0.5	$\begin{bmatrix}-1\\-1\end{bmatrix}$	Infeasible	0.25	0
	0	$\begin{bmatrix}-0.5\\0\end{bmatrix}$	0.25		
	0.5	$\begin{bmatrix}0\\0.5\end{bmatrix}$	1.25		
	-0.5	$\begin{bmatrix}-1\\-1.5\end{bmatrix}$	Infeasible		

$\begin{bmatrix}-0.5\\-0.5\end{bmatrix}$	0	$\begin{bmatrix}0\\-1\end{bmatrix}$	Infeasible	1.25	0.5
	0.5	$\begin{bmatrix}0\\-0.5\end{bmatrix}$	1.25		

۳.۱ پاسخ سوال ۲

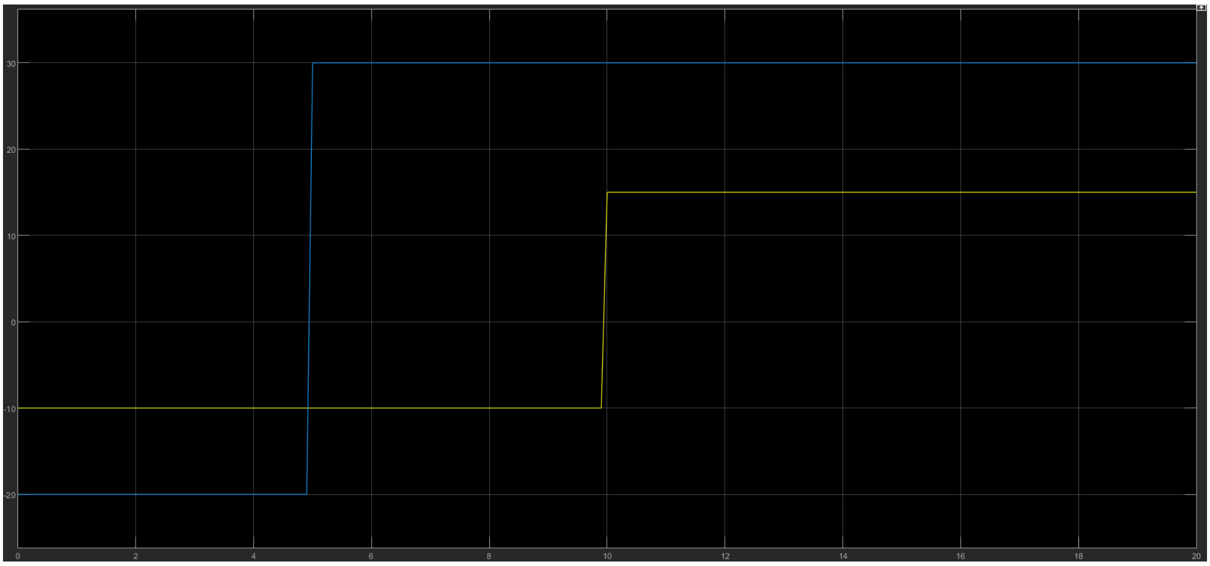
۱.۳.۱ بخش یکم

در این بخش، ابتدا لازم است سیستم در محیط سیمولینک پیاده سازی شده و سپس، با قرار دادن کنترلر MPC و تنظیم آن، خروجی ها مطابق با خواسته های مسیئله تعریف شوند. برای این منظور، با جدا کردن عملگرهای دما و رطوبت از یکدیگر و جمع زدن هر دو گروه هم، ورودی مورد نیاز برای کنترلر را تهیه می کنیم.



شکل ۱.۱: بلوک دیاگرام سیستم

سپس، مقادیر ورودی و رفرنس نیز به وسیله ی بلوک های پله ساخته می شوند.



شکل ۲.۱: ورودی های رفرنس

با سپس، با قرار دادن یک بلوک کنترلر MPC در این سیستم و قرار دادن اسکوپ های مناسب برای بررسی خروجی های سیستم، اقدام به تنظیم پارامترهای کنترلر می کنیم. برای این کنترلر، پارامترهای زیر در نظر گرفته شده اند:

Parameter	**Value**
T_s (Time Sampling)	۰/۱
Horizon Prediction	۱۰۰
Horizon Control	۲۰

همچنین، قید ها و وزن های مطرح شده در سوال نیز برای کنترلر تعریف می شوند.

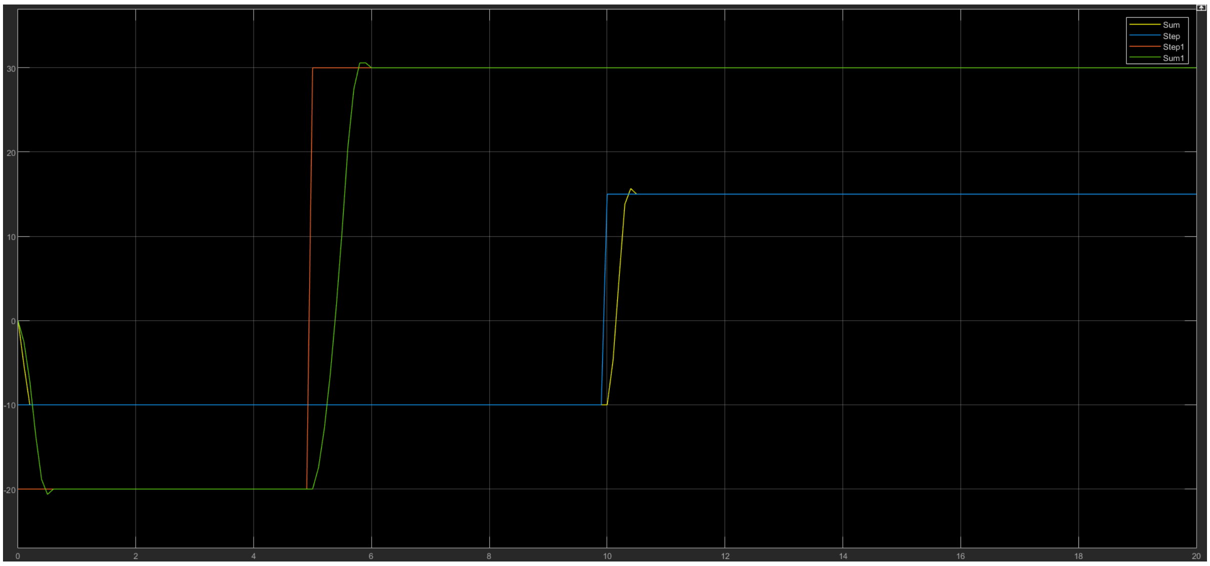
Input and Output Constraints

Channel	Type	Min	Max	RateMin	RateMax
▼ Inputs					
u(1)	MV	-50	50	-5	5
u(2)	MV	-20	20	-3	3
▼ Outputs					
y(1)	MO	-15	25		
y(2)	MO	-30	40		

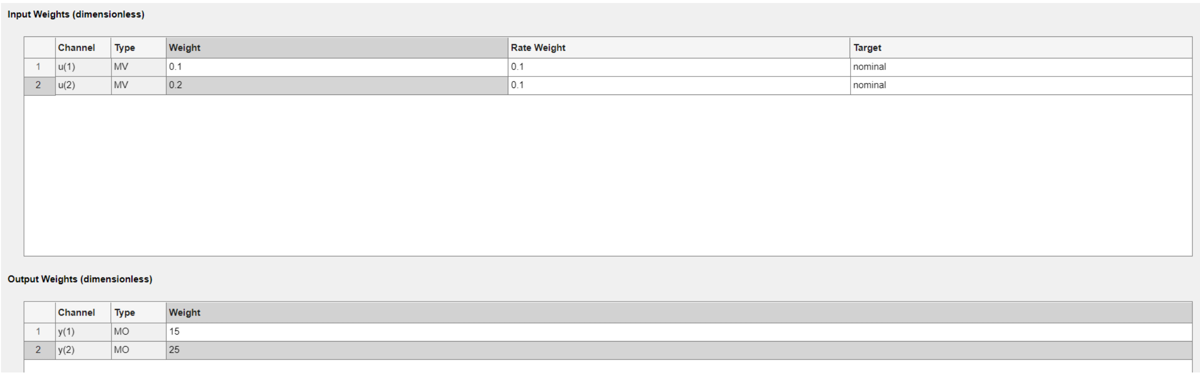
Equal Constraint Relaxation (ECR)

Channel	Type	MinECR	MaxECR	RateMinECR	RateMaxECR
▼ Inputs					
u(1)	MV	0	0	0	0
u(2)	MV	0	0	0	0
▼ Outputs					
y(1)	MO	1	1		
y(2)	MO	1	1		

شکل ۳.۱: قیدها



شکل ۵.۱: پاسخ سیستم



Input Weights (dimensionless)

	Channel	Type	Weight	Rate Weight	Target
1	u(1)	MV	0.1	0.1	nominal
2	u(2)	MV	0.2	0.1	nominal

Output Weights (dimensionless)

	Channel	Type	Weight
1	y(1)	MO	15
2	y(2)	MO	25

شکل ۴.۱: وزن ها

در پایان، با اجرای برنامه مشاهده می شود که کنترلر طراحی شده قادر است با عملکرد مناسبی مقادیر رفرنس را دنبال کنید.

۲.۳.۱ بخش دوم

در این بخش، پارامترهای سیستم شامل وزن ها، نرخ نمونه برداری، و افق پیش بین و کنترل را تغییر می دهیم.

Parameter	**Value**
T_s (Time Sampling)	۰/۳
Horizon Prediction	۲۰۰
Horizon Control	۴۰

Input Weights (dimensionless)

	Channel	Type	Weight	Rate Weight	Target
1	u(1)	MV	0.1	0.1	nominal
2	u(2)	MV	0.1	0.1	nominal

Output Weights (dimensionless)

	Channel	Type	Weight
1	y(1)	MO	20
2	y(2)	MO	20

شکل ۶.۱: وزن های تغییر یافته

و وزن ها نیز به صورت برابر تغییر داده شده اند:

در این شرایط، مشاهده می کنیم که خروجی های سیستم در مقایسه با حالت اول دارای فراجهش کمتر اما زمان خیزش و نشست بیشتری است.

۴.۱ پاسخ سوال ۳

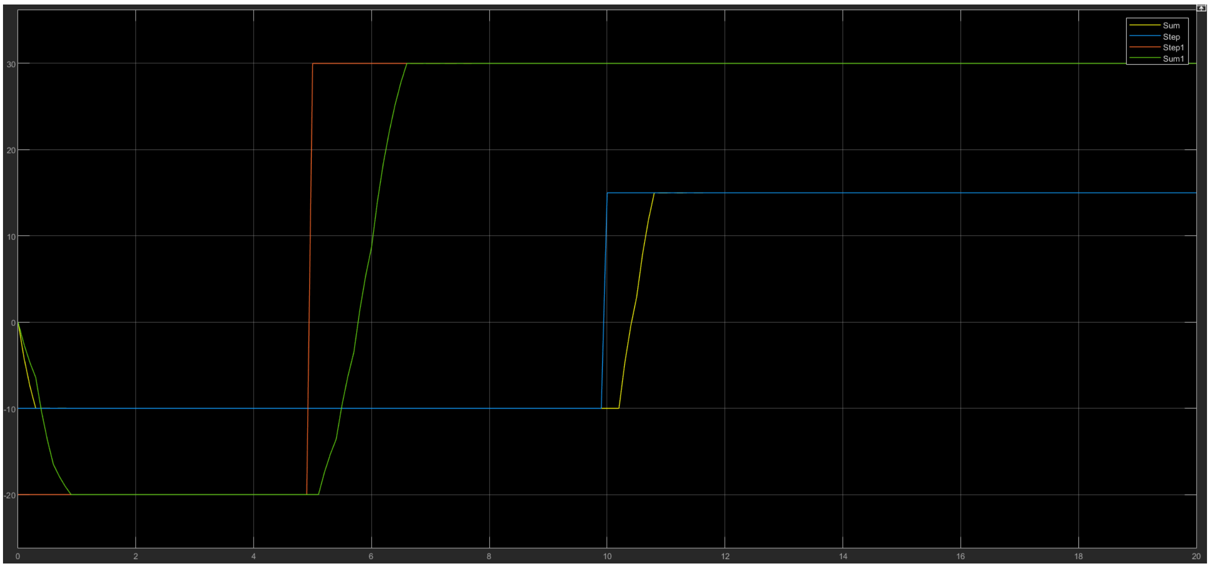
۱.۴.۱ بخش یکم

در بخش ابتدایی از این سوال، با در اختیار داشتن ماتریس های حالت سیستم، مدل سیستم را در متلب تعریف کرده و ویژگی های آن را بررسی می کنیم. ابتدا قطب ها و صفر های سیستم را مطابق بخش زیر به دست می آوریم:

$$\text{Poles} = ۰, -۴۷۰٫۴۱۲۵, ۶٫۷۸۹۷, -۶٫۵۸۷۲$$

$$\text{zeros} = -۷٫۱۰۶۰, ۷٫۱۰۴۰, ۰٫۰۱۶۱$$

مشاهده می شود که این سیستم دارای یک قطب در مبدا و همچنین یک قطب سمت راست است. بنابراین، می توان انتظار داشت که در حالت طبیعی و بدون اعمال کنترلر، سیستم رفتار پایداری نداشته باشد. این نتیجه را با رسم صفر و



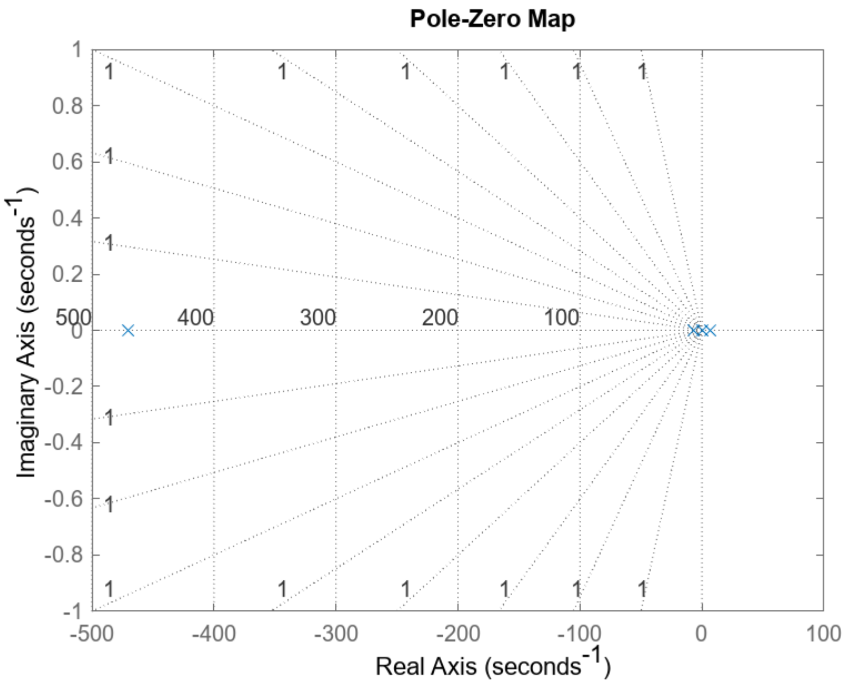
شکل ۷.۱

قطب های این سیستم نیز می توانیم مشاهده کنیم

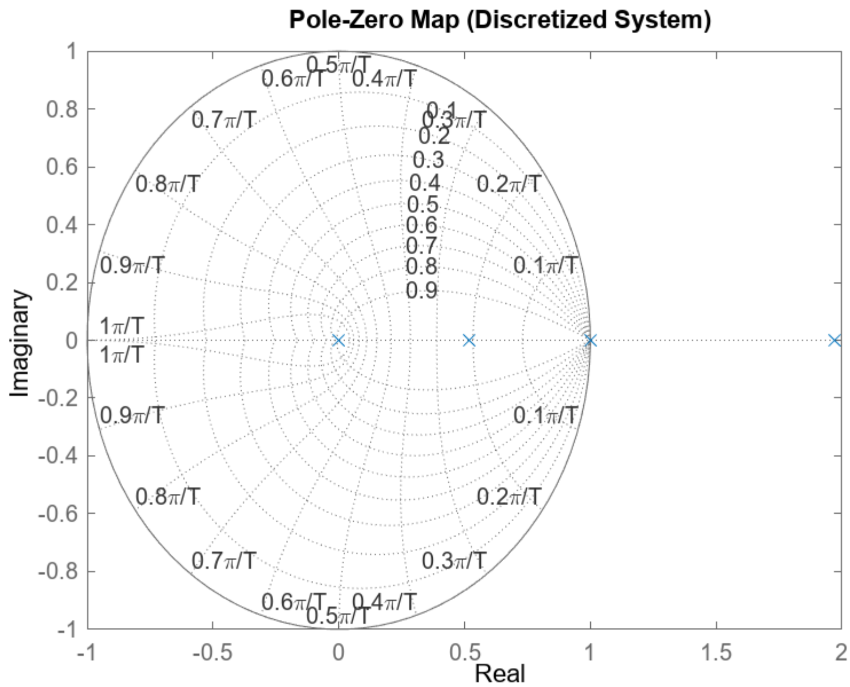
سپس، برای بررسی رویت پذیری و کنترل پذیری این سیستم، با بررسی رنک ماتریس های زیر می توانیم پاسخ را بیابیم. در صورتی که این ماتریس ها رنک کاملی داشته باشند، آنگاه می توان نتیجه گرفت که کنترل پذیر و یا رویت پذیر هستند.

با بررسی سیستم مورد استفاده در این قسمت، می بینیم که این ماتریس هم **رویت پذیر** و هم **کنترل پذیر** است

پس از به دست آوردن مدل حالت سیستم در بخش قبل، در اینجا آن را به یک مدل گسسته تبدیل می کنیم. برای این کار، با استفاده از دستور d2c سیستم را گسسته می کنیم. در گام بعد، ماتریس های حالت این سیستم گسسته از مدل برای استفاده های بعدی استخراج می شود. حال، مجددا صفر و قطب های این سیستم را به دست آورده و آنها را رسم می کنیم.

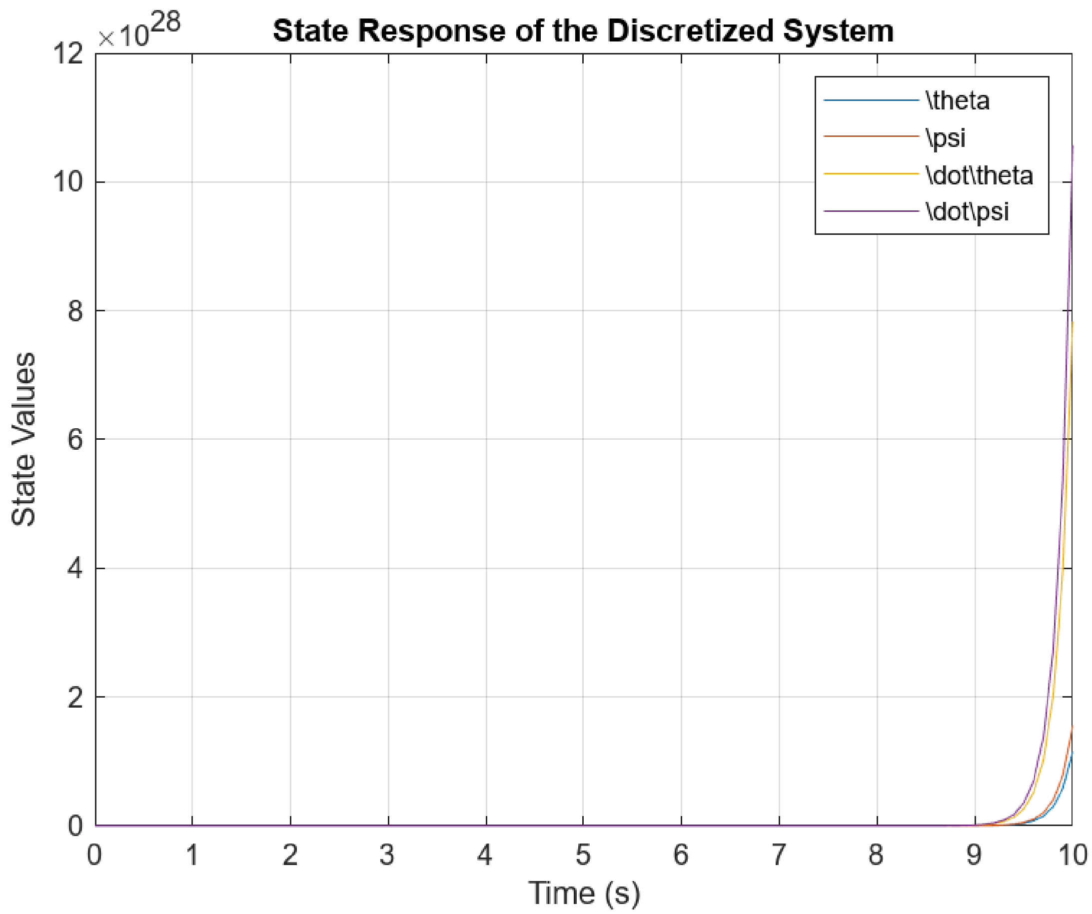


شکل ۸.۱



شکل ۹.۱

در نهایت، پاسخ پله ی این سیستم را رسم می کنیم. اما انتظار داریم که پاسخی ناپایدار به دست بیاید.

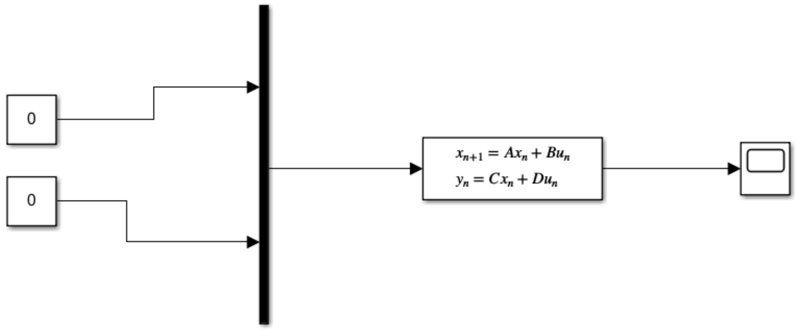


شکل ۱.۱۰

۲.۴.۱ بخش دوم

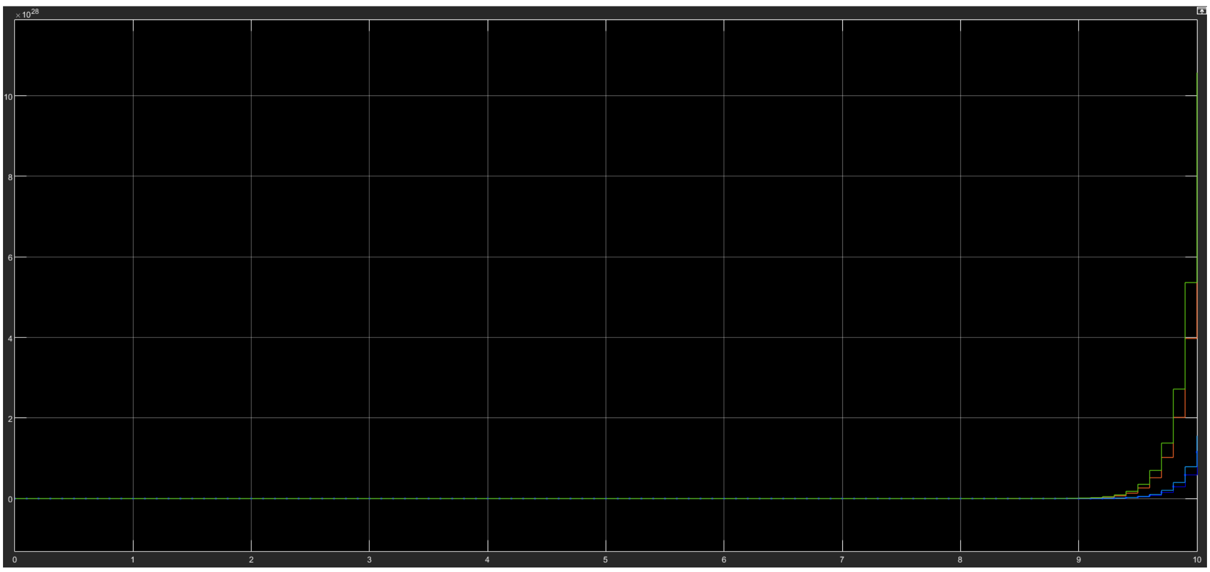
در این بخش، ابتدا سیستم در محیط سیمولینک تعریف شده و برای گام اول، پاسخ حالت صفر آن را نمایش می دهیم. همچنین شرایط اولیه مورد استفاده نیز در حالت اولیه برای بلوک معادلات حالت سیستم لحاظ می شود.

$$x_۰ = [۰, ۰/۱, ۰, ۰]$$



شکل ۱.۱۱

با اجرای برنامه و مشاهده ی نتیجه ی شبیه سازی، مجددا مشاهده می کنیم که پاسخ سیستم ناپایدار بوده و به بی نهایت میل می کند.

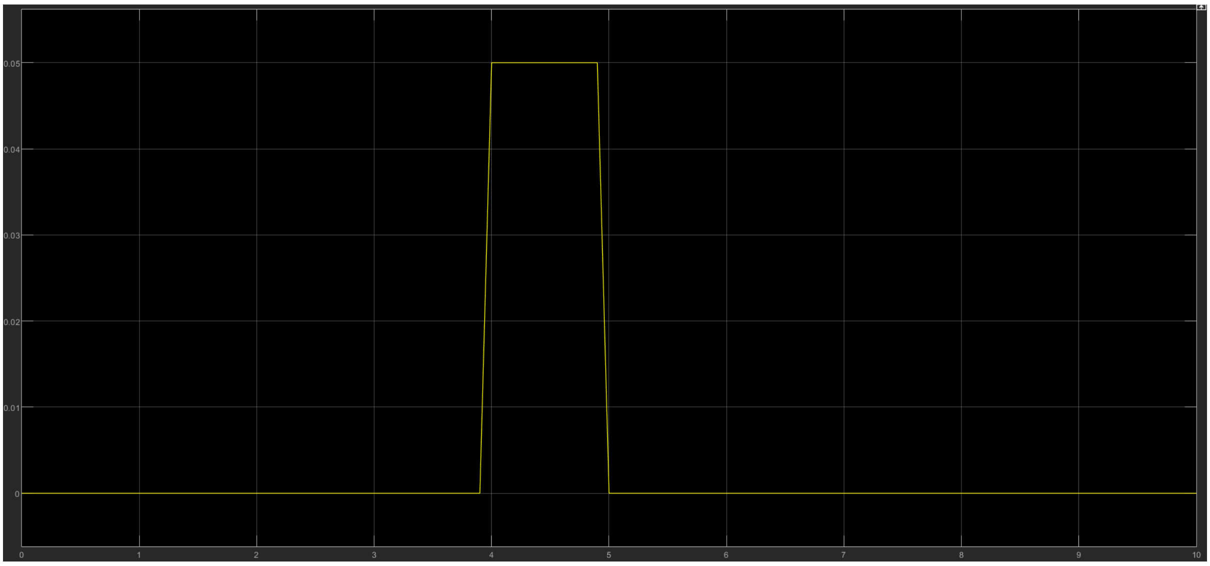


شکل ۱.۱۲

در این مثال و بخش پیشین، بازه زمانی نمونه برداری بر روی ۱.۰ ثانیه تنظیم شده است.

۱.۴.۳ بخش سوم

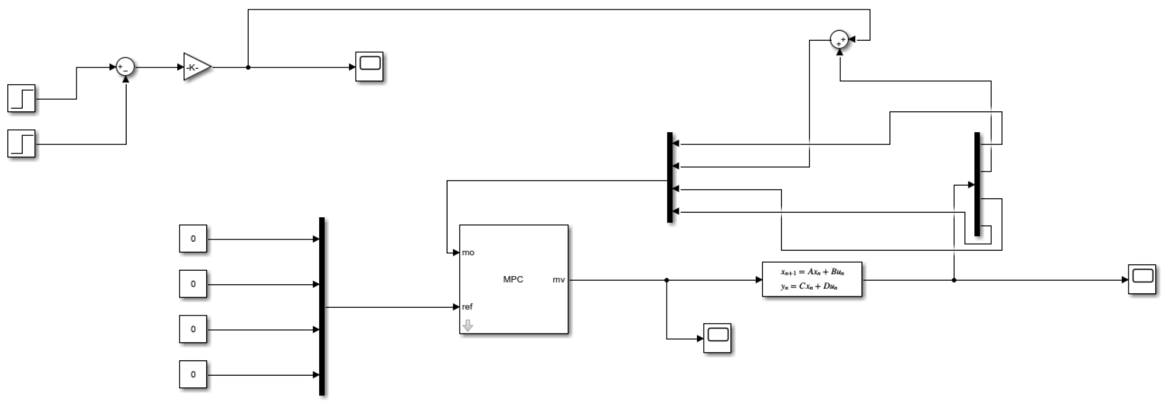
در بخش سوم، بر روی سیستم طراحی شده، دو کنترلر MPC و LQR پیاده سازی می شود. همچنین، اغتشاشی به اندازه ی ۰۵.۰ در بازه زمانی بین ثانیه های ۴ و ۵ به سیستم اعمال می شود.



شکل ۱.۱۳

۱.۳.۴.۱ MPC

برای ساخت اغتشاش، از دو بلوک پله با علامت های متفاوت استفاده شده است. بلوک دیاگرام این سیستم در بخش زیر نمایش داده شده است.



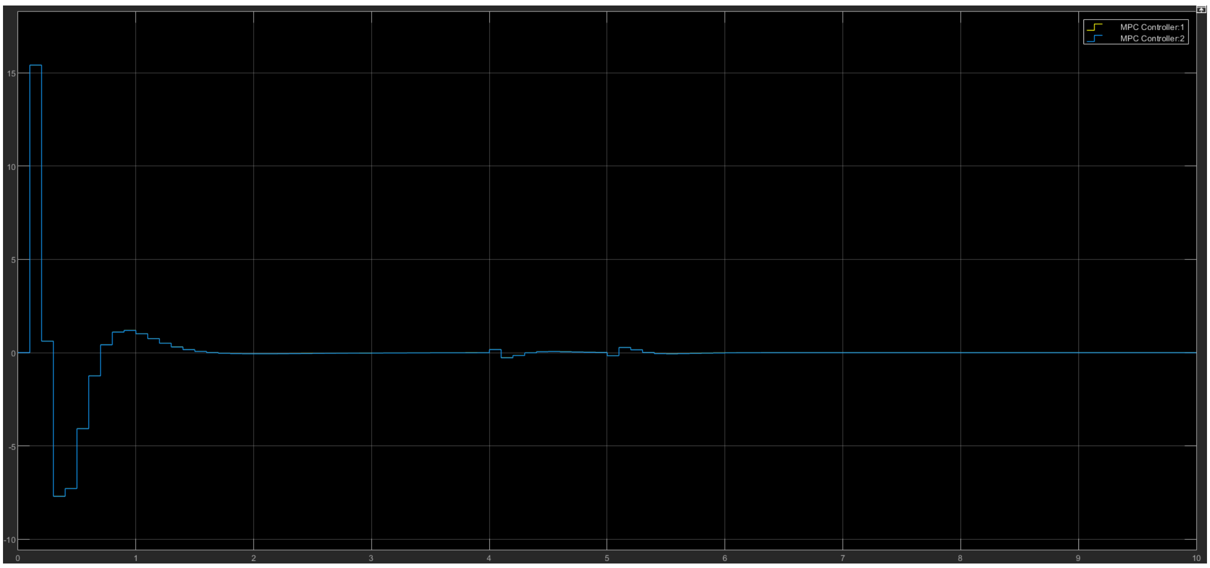
شکل ۱.۱۴

تنظیم پارامتر های بلوک کنترلر MPC با مقادیر زیر تنظیم شده است:

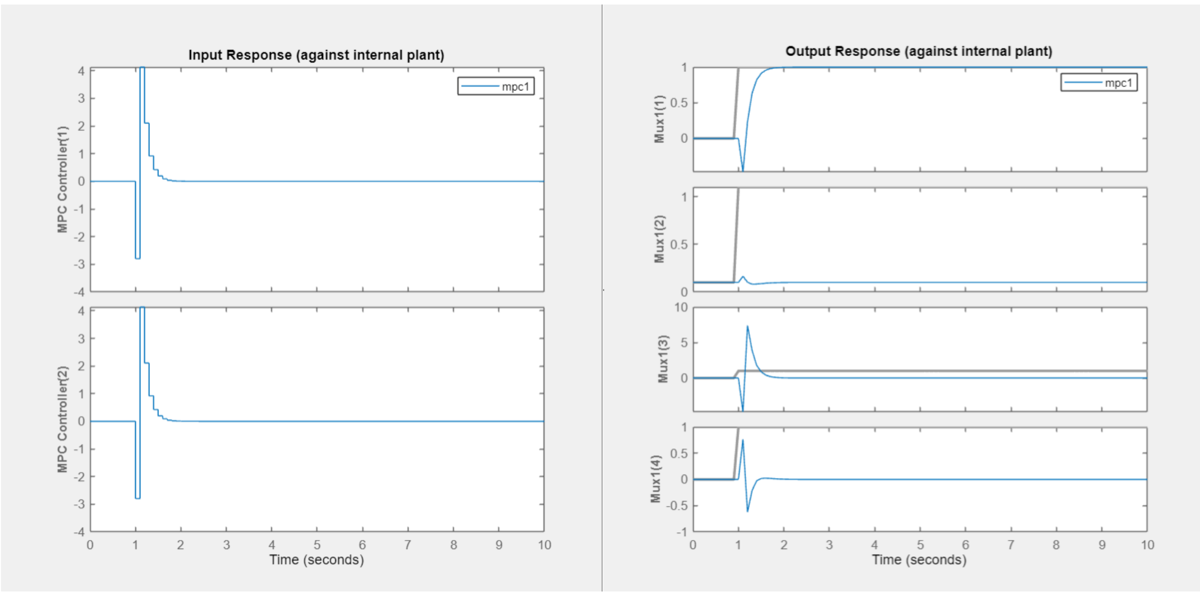
Parameter	**Value**
T_s (Time Sampling)	۰/۱
Horizon Prediction	۲۰
Horizon Control	۱۰

با اجرای این برنامه، می توانیم پاسخ های خروجی را به صورت زیر مشاهده کنیم:

شکل ۱.۱۵: پاسخ کنترلر MPC



شکل ۱.۱۶: تلاش کنترلی MPC



شکل ۱.۱۷: تلاش کنترلی و پاسخ سیستم به ازای هر حالت

چنان که مشاهده می شود، کنترلر MPC مورد استفاده توانسته خروجی های اول و سوم را با میزان خطای قابل قبولی کنترل کند. اما این سیستم برای کنترلر حالت های دوم و چهارم عملکرد مناسبی ندارد و ان چنان که در پاسخ سیستم دیده می شود، در صورت اعمال اغتشاش به خروجی دوم، فراجهش زیادی در پاسخ دریافت خواهیم کرد.

۱.۴.۳.۲ LQR

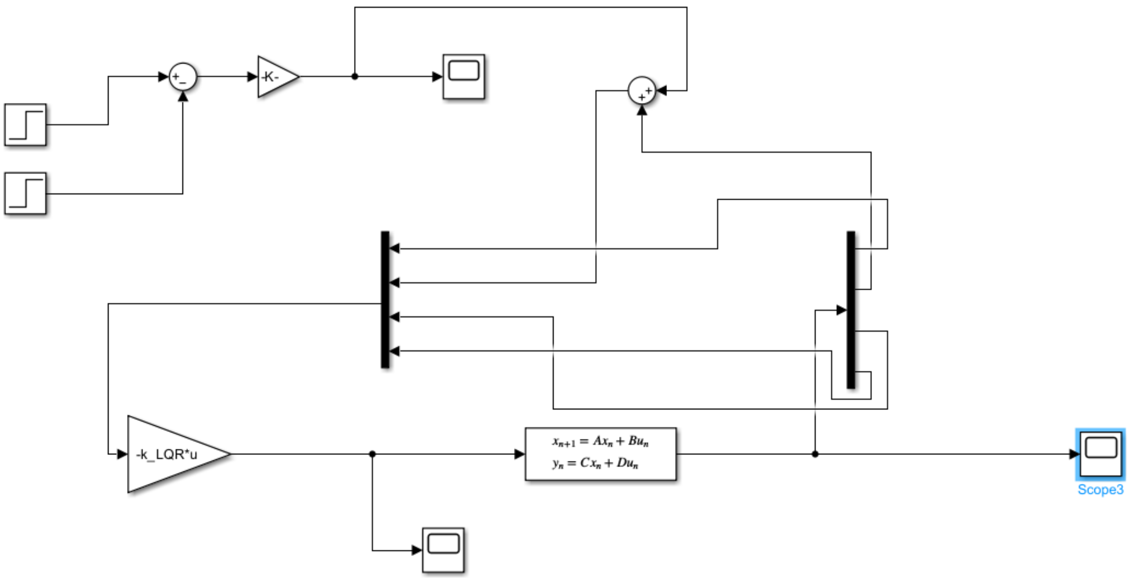
پ برای طراحی و پیاده سازی کنترلر LQR، لازم است یک ماتریس بهره در فیدبک حالت ضرب شود. پیش از پیاده سازی این کنترلر در محیط سیمولینک، با استفاده از مدل سیستم گسسته، پارامتر های مورد نیاز برای محاسبه ی مقادیر این بهره به دست می آید. برای این منظور، با استفاده از دو ماتریس A و B و همچنین تعریف دو ماتریس جدید R و Q، می توانیم بهره را به دست بیاوریم. با استفاده از دستور dlqr، پارامترهای LQR به صورت زیر به دست می آید.

$$k_{LQR} = \begin{bmatrix} -۰٫۷۴۳۴ & -۶۰٫۶۷۴۴ & -۱٫۰۱۸۴ & -۸٫۰۶۲۴ \\ -۰٫۷۴۳۴ & -۶۰٫۶۷۴۴ & -۱٫۰۱۸۴ & -۸٫۰۶۲۴ \end{bmatrix}$$

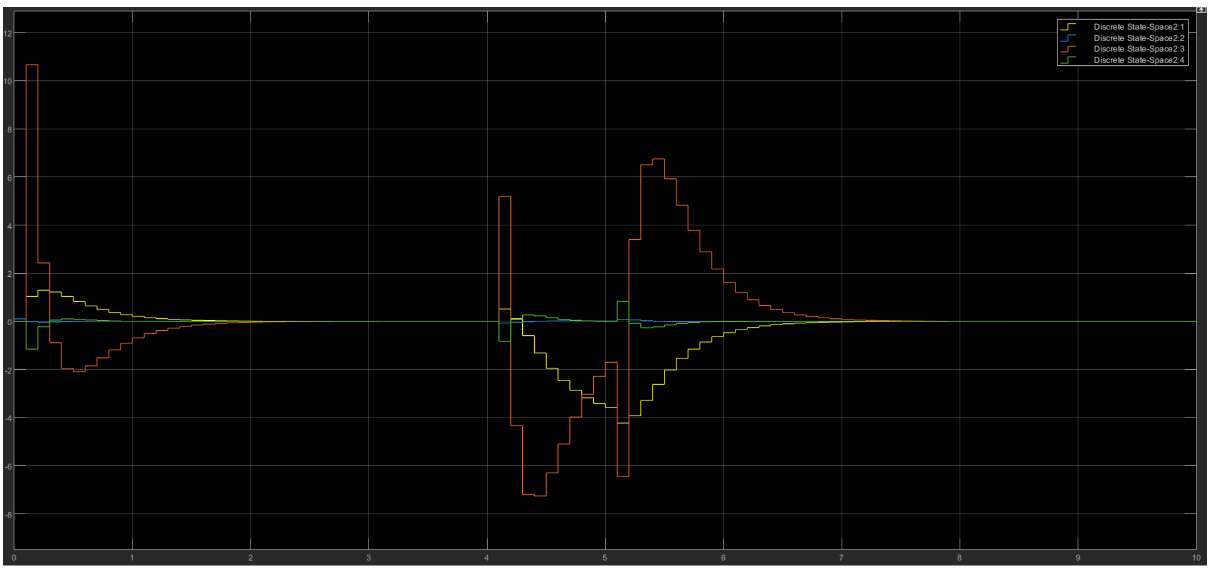
$$s_{LQR} = ۱٫۰ \times ۱۰^{۵} \cdot \begin{bmatrix} ۰٫۰۰۶۷ & ۰٫۰۷۹۳ & ۰٫۰۰۱۴ & ۰٫۰۱۱۱ \\ ۰٫۰۷۹۳ & ۲٫۱۶۹۷ & ۰٫۰۳۸۱ & ۰٫۳۰۰۵ \\ ۰٫۰۰۱۴ & ۰٫۰۳۸۱ & ۰٫۰۰۰۸ & ۰٫۰۰۵۳ \\ ۰٫۰۱۱۱ & ۰٫۳۰۰۵ & ۰٫۰۰۵۳ & ۰٫۰۴۱۸ \end{bmatrix}$$

$$p_{LQR} = \begin{bmatrix} ۰٫۷۳۴۸ + ۰٫۰۰۰۰i \\ ۰٫۴۹۵۰ + ۰٫۰۲۱۵i \\ ۰٫۴۹۵۰ - ۰٫۰۲۱۵i \\ -۰٫۰۰۰۰ + ۰٫۰۰۰۰i \end{bmatrix}$$

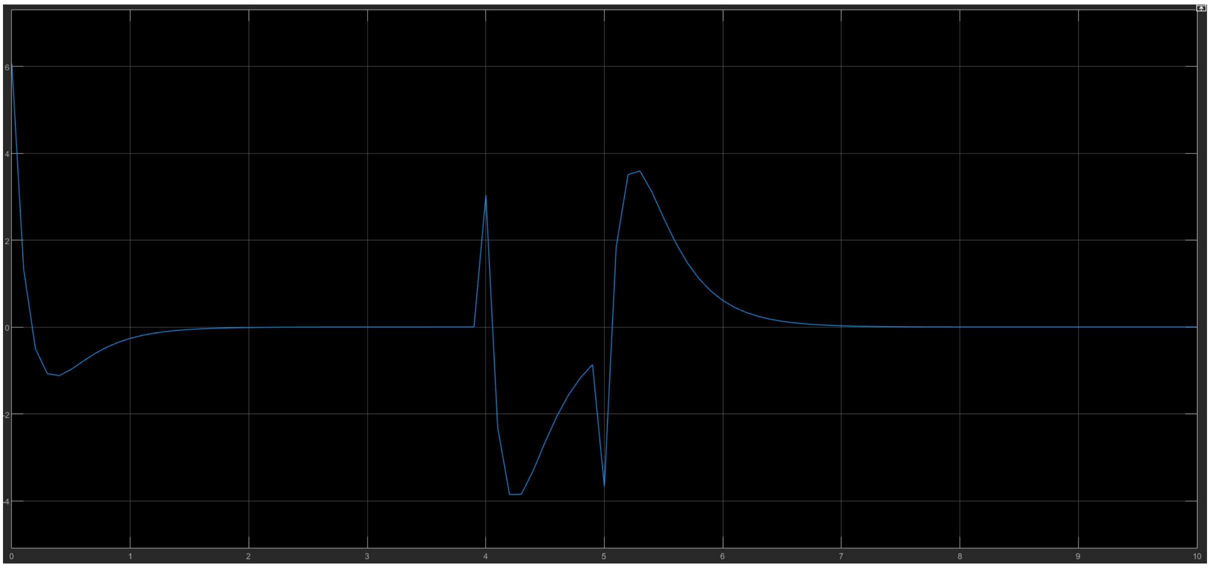
با قرار دادن مقدار به دست آمده برای K در بلوک کنترلی طراحی شده برای این سیستم که در قسمت پایین نمایش داده شده است، می توانیم برنامه را اجرا کنیم:



شکل ۱.۱۸: بلوک دیاگرام کنترلر LQR



شکل ۱.۱۹: پاسخ کنترلر LQR



شکل ۱.۲۰: تلاش کنترلی LQR

مشاهده می شود که این کنترلر نیز می تواند مانند کنترل MPC، خروجی را کنترل کند. با این حال، عملکرد کنترلر در کنترل حالت دوم نتایج قابل قبولی ندارد.

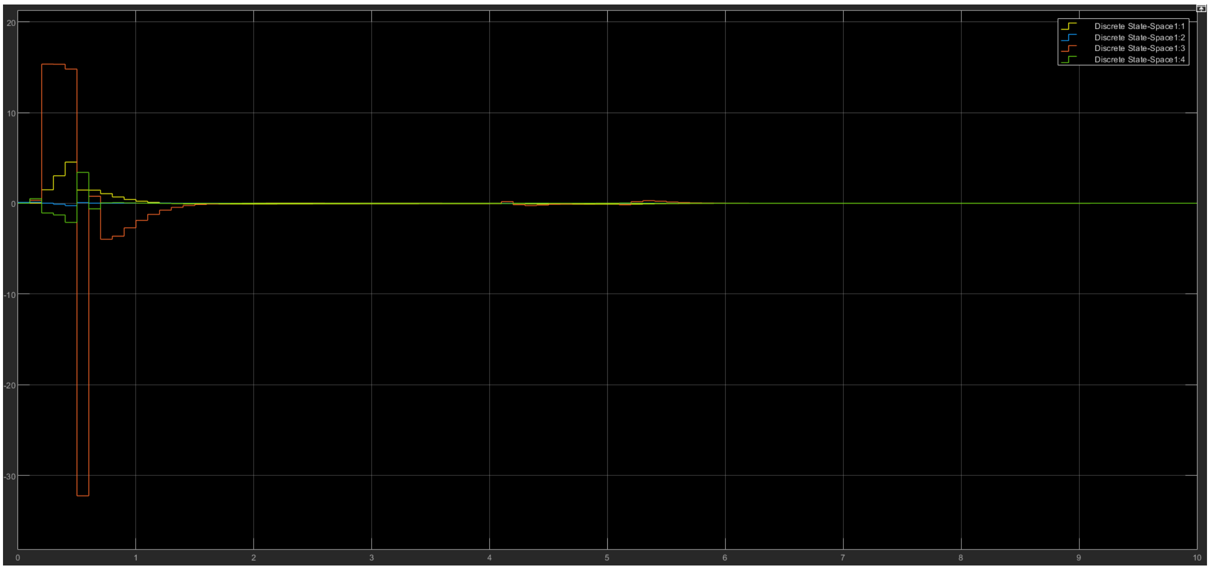
۴.۴.۱ بخش چهارم

در این بخش، با لحاظ کردن محدودیت بر روی خروجی اول سیستم در دو حالت سخت و نرم، رفتار سیستم را بررسی می کنیم. محدودیت این قسمت به صورت زیر تعریف می شود.

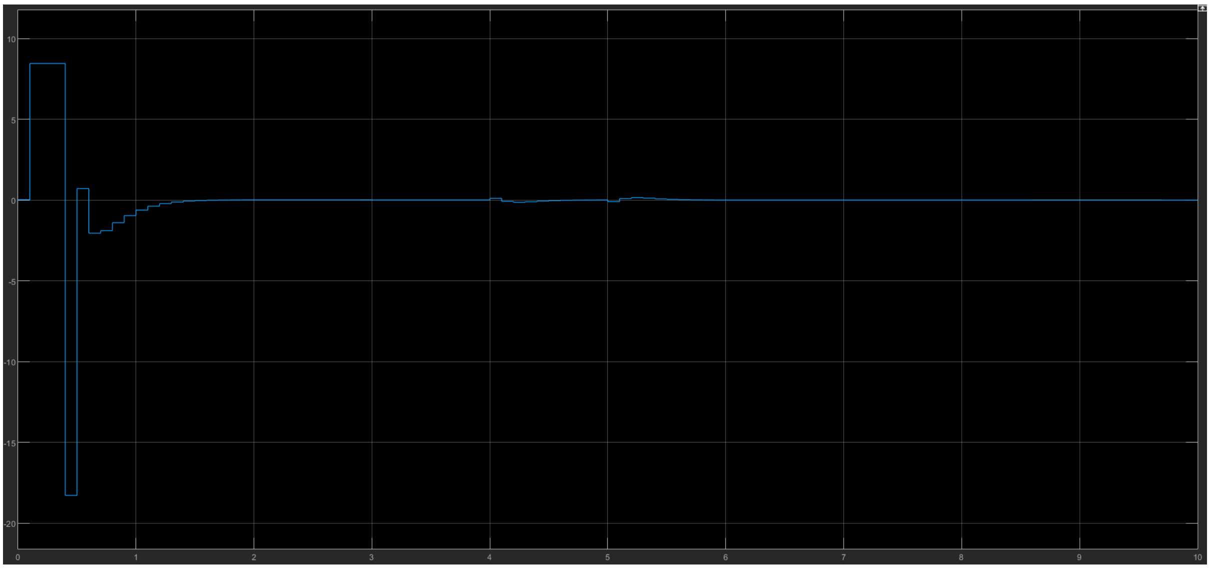
$$-۰/۳ \leq \theta \leq ۱/۵$$

۱.۴.۴.۱ سخت

با تنظیم محدودیت ها و اجرای برنامه در حالت سخت خواهیم داشت:



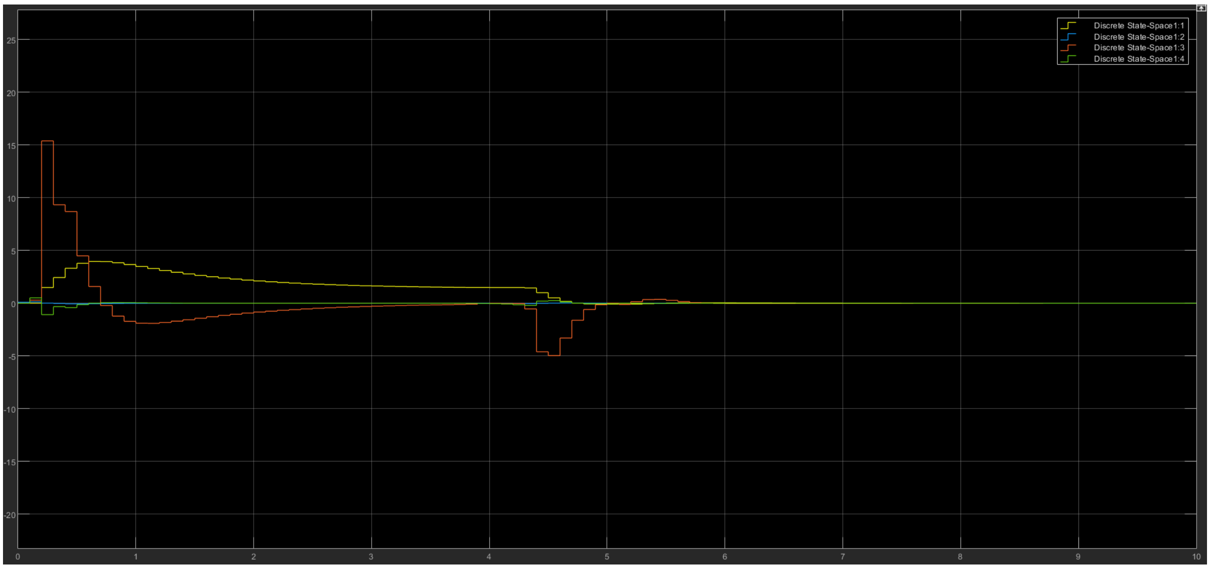
شکل ۲۱.۱: پاسخ کنترلر MPC محدود با قید های سخت



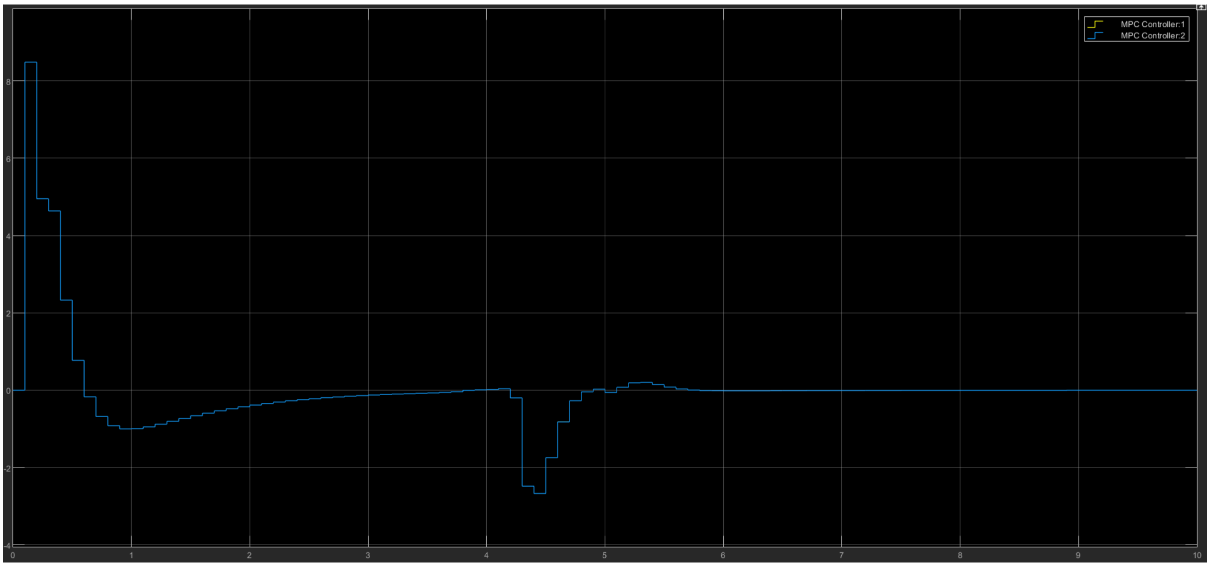
شکل ۲۲.۱: تلاش کنترلی کنترلر MPC با قید های سخت

۲.۴.۴.۱ نرم

با تنظیم محدودیت ها و اجرای برنامه در حالت نرم خواهیم داشت:



شکل ۲۳.۱: پاسخ کنترلر MPC محدود با قید های نرم

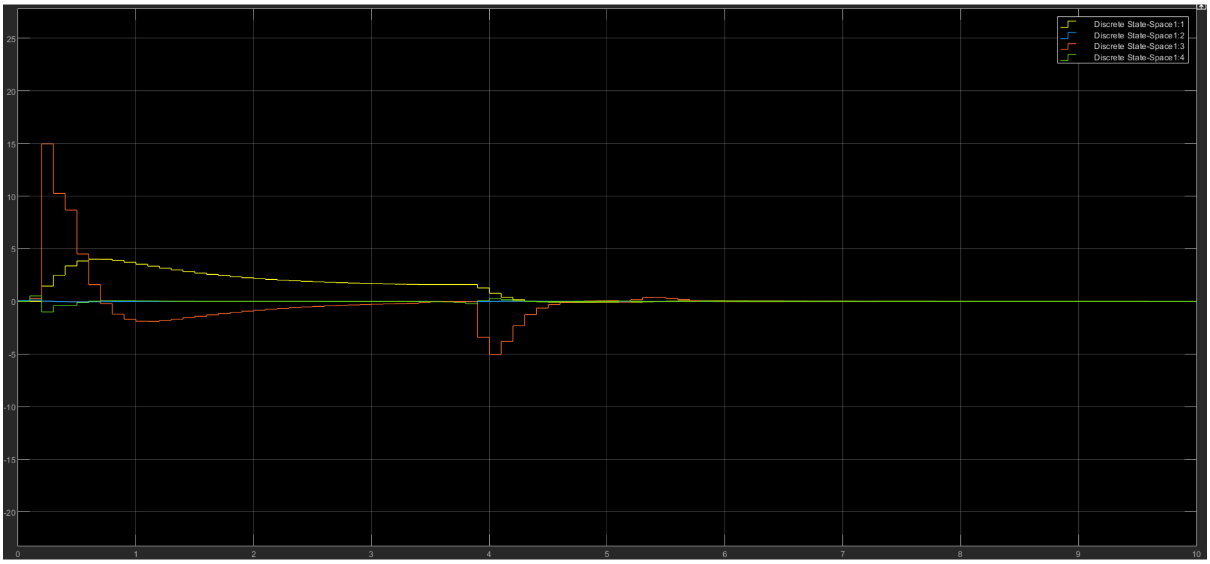


شکل ۲۴.۱: تلاش کنترلی کنترلر MPC با قید های نرم

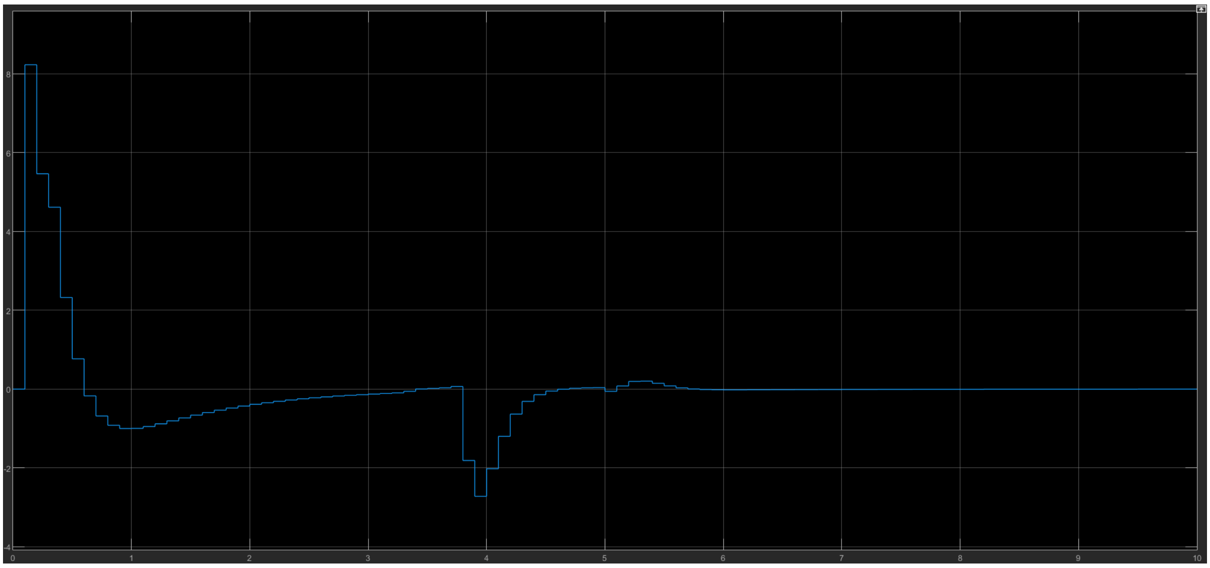
۵.۴.۱ بخش پنجم

۱.۵.۴.۱ نرم

با تنظیم محدودیت ها و اجرای برنامه در حالت نرم خواهیم داشت:



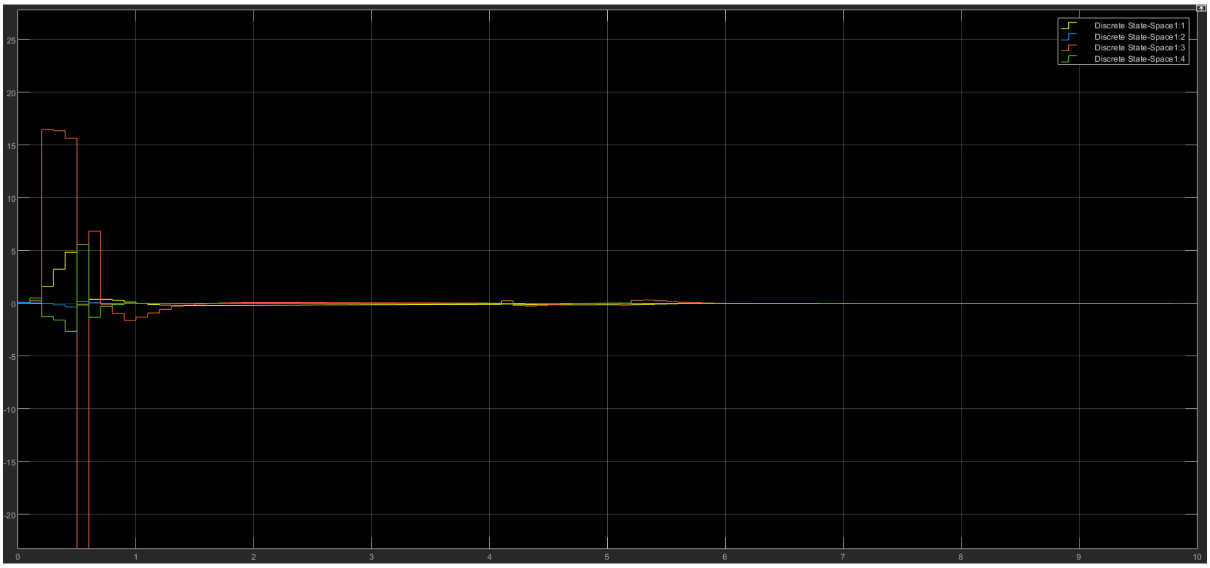
شکل ۲۵.۱: تلاش کنترلی کنترلر MPC با قید های نرم



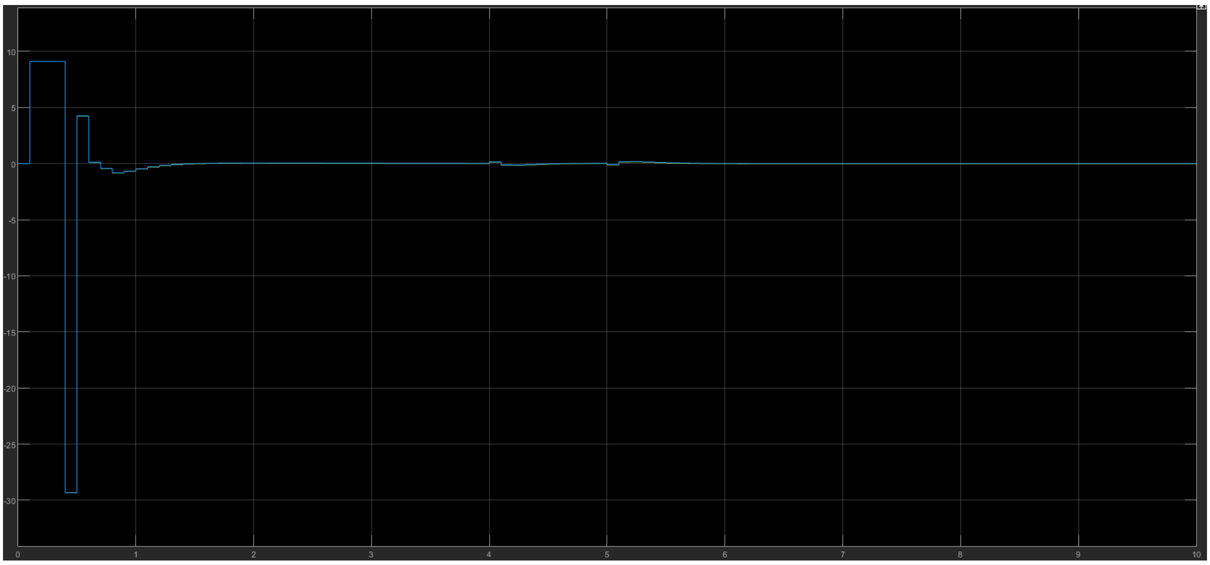
شکل ۲۶.۱: پاسخ کنترلر MPC محدود با قید های نرم

۲.۵.۴.۱ سخت

با تنظیم محدودیت ها و اجرای برنامه در حالت سخت خواهیم داشت:



شکل ۲۷.۱: پاسخ کنترلر MPC محدود با قید های سخت



شکل ۲۸.۱: پاسخ کنترلر MPC محدود با قید های سخت