

تمرین درس رباتیک دوره کارشناسی ارشد

رشته مهندسي مكاترونيك

عنوان

تمرین رباتیک

نگارش

عليرضا اميرى

فصل ۱

پاسخ سوالات سری اول

۱.۱ پاسخ سوال ۱

۱.۱.۱ بخش ۱

۱.۱.۱.۱ قسمت یک

برای حل این مسئله ی بهینه سازی، با استفاده از یک کد متلب ابتدا نابرابری های داده شده در یک نمودار دو بعدی ترسیم شده و ناحیه ی اشتراک حاصل از این خطوط برای پاسخ های ممکن به دست می آید.

```
% Solve pairs of equations symbolically for intersections 2
syms x1 x2

% Line equations:
eq1 = x1 + 2*x2 == 8;
eq2 = 3*x1 + 2*x2 == 12;
eq3 = x1 + x2 == 4;

% From x1 + 2*x2 = 12

% From x1 + 2*x2 = 12

% From x1 + x2 = 4
```

```
9
% Solve intersections
                                                            10
% Intersection of eq1 and eq2
                                                            11
sol_1_2 = solve([eq1, eq2], [x1, x2]);
                                                            12
                                                            13
% Intersection of eq1 and eq3
                                                            14
sol 1 3 = solve([eq1, eq3], [x1, x2]);
                                                            15
                                                            16
% Intersection of eq2 and eq3
                                                            17
sol_2_3 = solve([eq2, eq3], [x1, x2]);
                                                            18
                                                            19
% Step 2: Identify intercepts with axes
                                                            20
% x1 intercepts and x2 intercepts
                                                            21
intercept_x1 = solve(eq1, x1); % x1-intercept of x1 + 2*22
  x2 = 8
intercept_x2 = solve(eq2, x1); % x1-intercept of 3*x1 + 23
  2*x2 = 12
                                                            24
                                                            25
% Boundary points on axes
boundary_points = [0, 8/2; 4, 0]; % Intersections with axe36
  : (0, 8/2), (4, 0)
                                                            27
% Collect all intersection points
                                                            28
points = [
                                                            29
double([sol_1_2.x1, sol_1_2.x2]); % Intersection of eq1
                                                            30
```

```
and eq2
and eq3
double([sol_2_3.x1, sol_2_3.x2]); % Intersection of eq2
  and eq3
                                  % Intersection with
boundary points
                                                       33
  axes
];
                                                       34
                                                       35
% Step 3: Objective function
                                                       36
f = 0(x1, x2) 5*x1 + 6*x2;
                                                       37
% Evaluate the objective function at each point
                                                       39
f_vals = arrayfun(@(i) f(points(i, 1), points(i, 2)), 1:
                                                       40
  size(points, 1));
                                                       41
% Find the minimum value and corresponding point
                                                       42
[min_val, min_idx] = min(f_vals);
                                                       43
optimal_point = points(min_idx, :);
                                                       44
                                                       45
% Display the results
                                                       46
fprintf('Intersection points and corresponding function
                                                       47
  values:\n');
for i = 1:size(points, 1)
                                                       48
fprintf('Point (x1 = \%.2f, x2 = \%.2f), f(x1, x2) = \%.2f\n'49
```

```
points(i, 1), points(i, 2), f_vals(i));
                                                            50
end
fprintf('Optimal point: (x1 = \%.2f, x2 = \%.2f), Minimum f(51)
  x1, x2) = %.2f\n', optimal_point(1), optimal_point(2),
  min_val);
                                                            52
% Step 4: Plot the feasible region and the intersection
                                                            53
  points
figure; hold on;
                                                            54
                                                            55
% Plot the feasible region
                                                            56
contourf(X1, X2, feasible_region, [1 1], 'FaceColor', 'r',57
  'EdgeColor', 'none');
                                                            58
% Plot the lines representing the inequalities
plot(x1_vals, (8 - x1_vals)/2, 'b', 'LineWidth', 1.5);
                                                            60
  % x1 + 2*x2 = 8
plot(x1_vals, (12 - 3*x1_vals)/2, 'g', 'LineWidth', 1.5); 61
  % 3*x1 + 2*x2 = 12
plot(x1_vals, 4 - x1_vals, 'm', 'LineWidth', 1.5);
                                                            62
  % x1 + x2 = 4
                                                            63
% Plot intersection points
                                                            64
plot(points(:, 1), points(:, 2), 'ko', 'MarkerFaceColor', 65
  y', 'MarkerSize', 5);
```

```
66
% Highlight the optimal point
                                                              67
plot(optimal_point(1), optimal_point(2), 'ro', '
                                                              68
  MarkerFaceColor', 'r', 'MarkerSize', 10);
                                                              69
% Add labels and title
                                                              70
xlabel('x1');
                                                              71
ylabel('x2');
                                                              72
title('Feasible Region and Intersection Points');
                                                              73
                                                              74
grid on;
hold off;
                                                              75
                                                              76
xlim([0])
                                                              77
ylim([0.0 10])
                                                              78
```

پاسخ بهینه برای معادله ی $f(x_1,x_7)=\Delta x_1+\beta x_7$ با جایگذاری مقادیر ممکن در معادله به دست می آید.

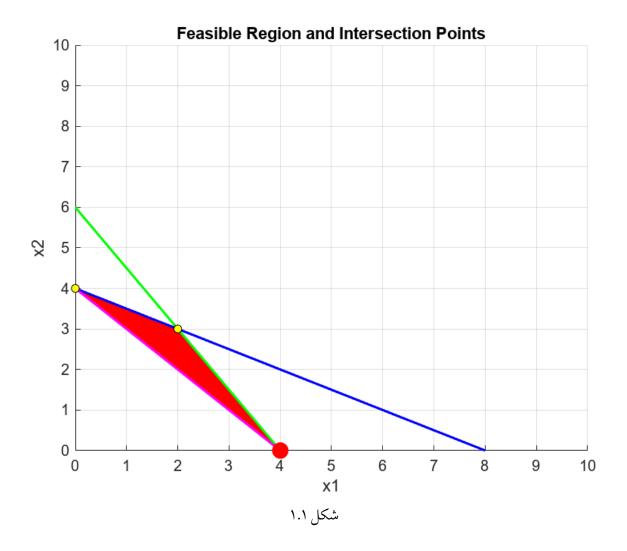
$$f(x_1, x_1) = Y \wedge_{ } \circ \circ \cdot (x_1 = Y / \circ \circ, x_1 = Y / \circ \circ) \bullet$$

$$f(x_1, x_1) = \Upsilon Y \circ \cdot (x_1 = \circ \circ \cdot x_1 = Y \circ \cdot) \bullet$$

$$f(x_1, x_1) = Y \circ / \circ \circ \cdot (x_1 = Y / \circ \circ, x_1 = \circ / \circ \circ) \bullet$$

$$f(x_1, x_7) = \Upsilon Y \circ \cdot (x_1 = \cdot \circ \cdot x_7 = Y \circ \cdot) \bullet$$

$$f(x_1, x_1) = Y \circ / \circ \circ (x_1 = Y / \circ \circ, x_1 = \circ / \circ \circ) \bullet$$



جواب بهینه برای این سوال برابر خواهد بود با:

$$(x_1 = Y_{, \circ \circ}, x_Y = \circ_{, \circ \circ}), \quad f(x_1, x_Y) = Y_{, \circ \circ}$$

۲.۱.۱.۱ قسمت دو

در این مرحله، با استفاده از ابزار های CVX ، Yalmip مسئله ی بهینه سازی را حل می کنیم. در بخش اول، با استفاده از کد متلب زیر، محدودیت ها و تابع هزینه تعریف شده و در نهایت با اجرای کد، جواب های مورد نظر به دست می آید.

```
1
yalmip('clear')
                                                                 2
x1 = sdpvar(1,1)
                                                                3
x2 = sdpvar(1,1)
                                                                4
                                                                5
constraints = [x1 \le 8-2*x2, 3*x1 + 2*x2 \le 12, x1 + x2 \ge 4, 6]
  x1 >= 0 , x2 >= 0]
                                                                7
obj = 5*x1 + 6*x2
                                                                8
sol = optimize(constraints , obj)
                                                                10
                                                                11
if sol.problem ==0
                                                                12
val1 = value(x1)
                                                                 13
val2 = value(x2)
                                                                14
objvalue = value(obj)
                                                                 15
                                                                 16
end
```

با استفاده از این کد، در نهایت جواب هایی مطابق با آنچه که به روش تحلیلی به دست آمد، حاصل می شود.

$$(x_1 = Y_{\circ}, x_Y = {\circ}_{\circ}), \quad f(x_1, x_Y) = Y_{\circ}$$

در گام بعد، با استفاده از پکیج ، CVX بار دیگر این مسئله حل می شود.

	1
cvx_begin	2
	3
variables x1 x2	4
	5
% Objective function	6
minimize(5*x1 + 6*x2)	7
	8
% Subject to the constraints	9
subject to	10
x1 + 2*x2 <= 8	11
3*x1 + 2*x2 <= 12	12
x1 + x2 >= 4	13
x1 >= 0	14
x2 >= 0	15
	16
cvx_end	17
	18
% Display the results	19
x1_value = x1	20
x2_value = x2	21

$$(x_1 = \mathbf{f}_{\mathbf{v}} \circ \cdot, x_{\mathbf{f}} = \bullet), \quad f(x_1, x_{\mathbf{f}}) = \mathbf{f}_{\mathbf{v}} \circ \bullet$$

مشاهده می شود که با استفاده از این روش نیز، پاسخ مشابهی به دست می آید.

۲.۱.۱ بخش ۲

در این بخش، مشابه آنچه که در بخش پیشین انجام شد، ابتدا به روش تحلیلی و با رسم ناحیه ی نقاط امکان پذیری، نقاط بهینه تشخیص داده می شوند. در کد متلب زیر، با تعیین معادلات مربوط به محدودیت ها، و محاسبه ی نقاط تقاطع خطوط، پاسخ بهینه به دست آمده و نمایش داده شده است.

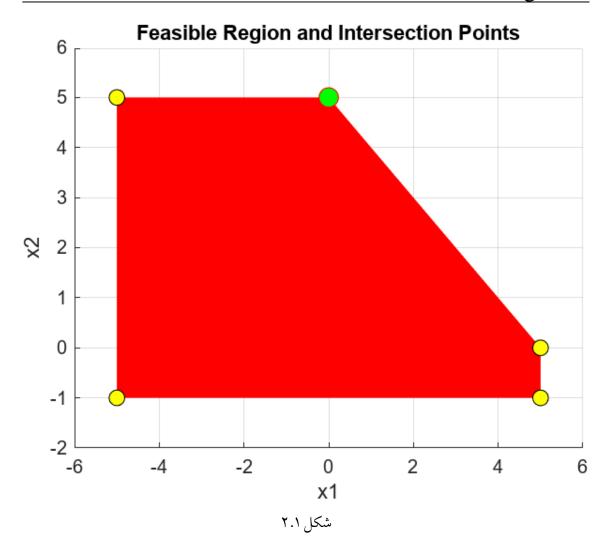
```
1
% Clear previous variables
                                                            2
clear; clc;
                                                            3
                                                            4
% Step 1: Define symbolic variables
syms x1 x2;
                                                            6
% Step 2: Define the constraints
% Lines based on constraints
eq1 = x1 + x2 == -20; % From x1 + x2 = -20
                                                            10
eq2 = x1 + x2 == 5; % From x1 + x2 = 5
                                                            11
                                                            12
% Step 3: Solve intersections
                                                            13
% Intersection of eq1 and eq2
                                                            14
sol_1_2 = solve([eq1, eq2], [x1, x2]);
                                                            15
                                                            16
```

```
% Define boundaries for x1 and x2
                                                           17
boundary_x1 = [-5, 5]; % x1 boundaries
                                                           18
boundary_x2 = [-1, 5]; % x2 boundaries
                                                           19
                                                           20
% Collect boundary points based on the constraints
                                                           21
boundary points = [
                                                           22
-5, -1; % Bottom left corner
                                                           23
-5, 5; % Top left corner
                                                           24
5, -1; % Bottom right corner
                                                           25
0, 5; % Top right corner
                                                           26
5,0
                                                           27
];
                                                           28
                                                           29
% Collect all intersection points (if valid)
                                                           30
points = [
                                                           31
double([sol_1_2.x1, sol_1_2.x2]); % Intersection of eq1
                                                           32
  and eq2
boundary_points
                                   % Intersections with 33
  axes
];
                                                           34
                                                           35
% Step 4: Define the objective function
                                                           36
f = 0(x1, x2) abs(x1 - 5) + abs(x2 - 5);
                                                           37
% Step 5: Evaluate the objective function at each point
                                                           39
```

```
% Filter valid points based on constraints
                                                            40
valid_points = points((points(:,1) >= boundary_x1(1)) & ( 41
  points(:,1) <= boundary_x1(2)) & ...
(points(:,2) >= boundary_x2(1)) & (points(:,2) <=
                                                            42
  boundary_x2(2)), :);
                                                            43
f vals = arrayfun(@(i) f(valid points(i, 1), valid points(44
   , 2)), 1:size(valid points, 1));
                                                            45
% Step 6: Find the minimum value and corresponding point
                                                            46
[min_val, min_idx] = min(f_vals);
                                                            47
optimal_point = valid_points(min_idx, :);
                                                            48
                                                            49
% Display the results
fprintf('Valid points and corresponding function values:\n31
  );
for i = 1:size(valid points, 1)
                                                            52
fprintf('Point (x1 = \%.2f, x2 = \%.2f), f(x1, x2) = \%.2f \cdot n'53
   valid_points(i, 1), valid_points(i, 2), f_vals(i));
end
                                                            54
fprintf('Optimal point: (x1 = \%.2f, x2 = \%.2f), Minimum f(55)
  x1, x2) = %.2f\n', optimal_point(1), optimal_point(2),
  min val);
                                                            56
% Step 7: Plot the feasible region and the intersection
```

```
points
figure; hold on;
                                                                 58
                                                                 59
% Create a grid for plotting feasible region
                                                                 60
[x1\_vals, x2\_vals] = meshgrid(-5:0.1:5, -1:0.1:5);
                                                                 61
feasible region = (x1 \text{ vals} + x2 \text{ vals} >= -20) \& (x1 \text{ vals} + 62)
  x2 vals <= 5 & ...
(-5 \le x1 \text{ vals}) \& (x1 \text{ vals} \le 5) \& (-1 \le x2 \text{ vals}) \& (
                                                                 63
  x2_vals <= 5);
                                                                 64
% Plot the feasible region
                                                                 65
contourf(x1_vals, x2_vals, feasible_region, [1 1], '
                                                                 66
   FaceColor', 'r', 'EdgeColor', 'none');
                                                                 67
% Plot the constraint lines
                                                                 68
plot(x1_vals, -20 - x1_vals, 'k', 'LineWidth', 1.5); % x1 \Theta
    x2 = -20
plot(x1_vals, 5 - x1_vals, 'k', 'LineWidth', 1.5);  % x1 %
    x2 = 5
                                                                 71
% Plot intersection points
                                                                 72
plot(valid_points(:, 1), valid_points(:, 2), 'ko', '
                                                                 73
   MarkerFaceColor', 'y', 'MarkerSize', 8);
                                                                 74
% Highlight the optimal point
                                                                 75
```

```
plot(optimal_point(1), optimal_point(2), 'ro', '
                                                             76
  MarkerFaceColor', 'g', 'MarkerSize', 10);
% Add labels and title
                                                             78
xlabel('x1');
                                                             79
ylabel('x2');
                                                             80
title('Feasible Region and Intersection Points');
                                                             81
grid on;
                                                             82
hold off;
                                                             83
                                                             84
% Set axis limits
                                                             85
xlim([-6 6]);
                                                             86
ylim([-2 6]);
                                                             87
```



پاسخ بهینه برای تابع هزینه، با جایگذاری نقاط در آن و انتخاب مقدار کمینه به دست می آید.

$$(x_1 = \circ / \circ \circ, x_1 = \Delta), \quad f(x_1, x_1) = \Delta$$

در قسمت بعد، بار اول با استفاده از پکیج Yalmip و بار دیگر با استفاده از پکیج CVX مسئله ی بهینه سازی را حل می کنیم.

Yalmip:

1

% Clear previous variables

2

```
clear; clc;
                                                            3
                                                            4
% Step 1: Define the variables
x1 = sdpvar(1,1); % Decision variable x1
                                                            6
x2 = sdpvar(1,1); % Decision variable x2
                                                            7
                                                            8
% Step 2: Define the objective function
objective = abs(x1 - 5) + abs(x2 - 5);
                                                            10
                                                            11
% Step 3: Define the constraints
                                                            12
constraints = [
                                                            13
-5 \le x1 \le 5, % Constraint for x1
                                                            14
-1 \le x2 \le 5, % Constraint for x2
                                                            15
-20 \le x1 + x2 \le 5 \% Constraint for the sum of x1 and x2 16
];
                                                            17
                                                            18
% Step 4: Solve the optimization problem
                                                            19
options = sdpsettings('verbose', 1); % Set verbosity to
                                                            20
  see solver output
sol = optimize(constraints, objective, options);
                                                            21
                                                            22
% Step 5: Check the results
                                                            23
if sol.problem == 0
                                                            24
% If no error, display the results
                                                            25
optimal_x1 = value(x1);
                                                            26
```

```
27
optimal_x2 = value(x2);
optimal_value = value(objective);
                                                             28
                                                             29
fprintf('Optimal point: (x1 = \%.2f, x2 = \%.2f), Minimum f(30)
  x1, x2) = %.2f n', ...
optimal x1, optimal x2, optimal value);
                                                             31
                                                             32
else
% If there was an error, display the error message
                                                             33
disp('Solver encountered an issue:');
                                                             34
disp(sol.info);
                                                             35
end
                                                             36
```

$$(x_1 = \Delta_{\nearrow} \circ \circ, x_1 = \circ), \quad f(x_1, x_1) = \Delta_{\nearrow} \circ \circ$$

```
1
% Clear previous variables
                                                             3
clear; clc;
% Step 1: Start CVX
                                                             5
cvx_begin
                                                             6
                                                             7
% Step 2: Define the variables
                                                             8
variables x1 x2; % Decision variables x1 and x2
                                                             9
                                                             10
% Step 3: Define the objective function
                                                             11
```

```
minimize(abs(x1 - 5) + abs(x2 - 5));
                                                            12
                                                            13
% Step 4: Define the constraints
                                                            14
subject to
                                                            15
-5 \le x1 \le 5; % Constraint for x1
                                                            16
-1 \le x2 \le 5; % Constraint for x2
                                                            17
-20 <= x1 + x2 <= 5; % Constraint for the sum of x1 and x218
                                                            19
cvx_end
                                                            20
                                                            21
% Step 5: Display the results
                                                            22
fprintf('Optimal point: (x1 = \%.2f, x2 = \%.2f), Minimum f(23)
  x1, x2) = %.2f\n', x1, x2, abs(x1 - 5) + abs(x2 - 5));
```

$$(x_1 = Y_1YY, x_Y = Y_1SA), \quad f(x_1, x_Y) = \Delta_1 \circ \circ$$

مشاهده می شود که پاسخ به دست آمده توسط روش CVX با مقدار به دست آمده از Yalmip تفاوت دارد. در حالی که جواب CVX از نقاط گوشه نیست، اما پاسخ درستی برای مسئله ی بهینه سازی است و می تواند به عنوان نقطه ی بهینه انتخاب شود.

۲.۱ پاسخ سوال ۲

در این سوال، مانند قسمت قبل باید ابتدا تابع هزینه و سپس محدودیت ها مشخص شوند. تفاوت این سوال، به دلیل تغییر در نحوه ی بیان محدودیت ها است که در غالب ماتریس داده شده است. بنابراین، با تبدیل آن به فرم معادلات خطی خواهیم داشت:

$$x_1 - \Upsilon x_{\Upsilon} \ge - \Upsilon,$$
 $-x_1 - \Upsilon x_{\Upsilon} \ge - F,$
 $-x_1 + x_{\Upsilon} \ge - \Upsilon,$
 $x_1 \ge \circ,$
 $x_{\Upsilon} \ge \circ.$

برای حل این سوال و استفاده از پکیج yalmip و cvx در کدهای متلب که در ادامه آمده است، مسئله ی بهینه سازی را حل می کنیم.

```
1
yalmip('clear')
                                                              2
% Define variables
                                                              4
x1 = sdpvar(1,1);
x2 = sdpvar(1,1);
% Define objective function
                                                              8
objective = (x1 - 1)^2 + (x2 - 2.5)^2;
                                                              9
                                                              10
% Define constraints
                                                              11
constraints = [x1 - 2*x2 >= -2, ...
                                                              12
-x1 - 2*x2 >= -6, ...
                                                              13
-x1 + x2 >= -2, \dots
                                                              14
```

```
x1 >= 0, x2 >= 0;
                                                             15
                                                             16
% Solve problem
                                                             17
optimize(constraints, objective)
                                                             18
                                                             19
% Display solution
                                                             20
solution x1 = value(x1)
                                                             21
solution x2 = value(x2)
                                                             22
solution_obj = value(objective)
                                                             23
                                                             24
disp(['Optimal x1: ', num2str(solution_x1)])
                                                             25
disp(['Optimal x2: ', num2str(solution_x2)])
                                                             26
disp(['Optimal objective value: ', num2str(solution_obj)])27
```

$$(x_1 = 1/4, x_7 = 1/4), \quad f(x_1, x_7) = \cdot/\Lambda$$

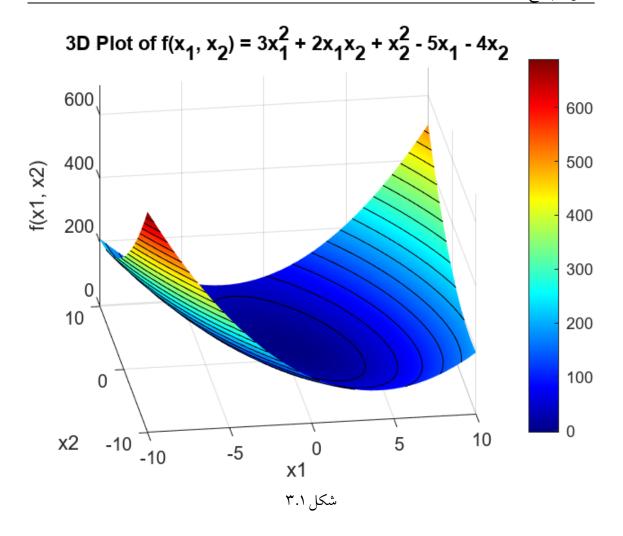
```
-x1 - 2*x2 >= -6
                                                              10
-x1 + x2 >= -2
                                                              11
x1 >= 0
                                                              12
x2 >= 0
                                                              13
cvx_end
                                                              14
                                                              15
% Display solution
                                                              16
disp(['Optimal x1: ', num2str(x1)])
                                                              17
disp(['Optimal x2: ', num2str(x2)])
                                                              18
disp(['Optimal objective value: ', num2str(cvx_optval)])
                                                              19
```

$$(x_1 = 1/4, x_1 = 1/4), \quad f(x_1, x_1) = 0/4$$

مشاهده می شود که با استفاده از هر دو روش، نتایج یکسانی به دست می آید.

۳.۱ پاسخ سوال ۳

با توجه به معادله ی داده شده در این سوال، مشاهده می شود که بر خلاف مسائل پیشین، در این مثال نواحی مرزی تعیین نشده است و یک مثال بهینه سازی نامحدود است. پیش از انجام محاسبات به روش تحلیلی و پیدا کردن نقطه ی کمینه، ابتدا با رسم نمودار معادله، درکی از رفتار آن به دست می آوریم.



همان طور که بیان شد، مشاهده می شود که می توان یک نقطه ی کمینه برای این مثال پیدا کرد. با در اختیار داشتن معادله که در این قسمت مجددا آورده شده است، لازم است مشتق آن نسبت به ۱x و ۲x گرفته شده و با برابر صفر قرار دادن هر یک از آنها، مقادیر مورد نظر به دست آید. در ادامه ی این بخش، به شرح این فرایند خواهیم پرداخت.

$$f(x_1, x_7) = \Upsilon x_1^7 + \Upsilon x_1 x_7 + x_7^7 - \Delta x_1 - \Upsilon x_7$$

مشتق اول عبارت فوق برابر است با:

$$\nabla f(x_{\text{\tiny 1}}, x_{\text{\tiny 1}}) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_{\text{\tiny 1}}}, \frac{\partial f}{\partial x_{\text{\tiny 1}}}\right] = \left[\mathbf{\textit{9}}x_{\text{\tiny 1}} + \mathbf{\textit{7}}x_{\text{\tiny 1}} - \mathbf{\textit{0}}, \mathbf{\textit{7}}x_{\text{\tiny 1}} + \mathbf{\textit{7}}x_{\text{\tiny 1}} - \mathbf{\textit{4}}\right]$$

با برابر صفر قرار دادن مشتقات خواهیم داشت:

$$9x_1 + 7x_7 - \Delta = 0$$

$$\mathbf{T}x_1 + \mathbf{T}x_7 - \mathbf{F} = \mathbf{0}$$

از حل این معادله، به دست می آید:

$$x_1 = \frac{1}{\epsilon}, \quad x_7 = \frac{7}{\epsilon}$$

با محاسبه ی ماتریس مشتق مرتبه دوم و بررسی المان های ماتریس هسین، می توانیم مشخص کنیم که نقاط به دست آمده، از چه نوع اکسترمم هستند. برای این کار خواهیم داشت:

$$H = egin{bmatrix} rac{\partial^{ au} f}{\partial x_{ au}^{ au}} & rac{\partial^{ au} f}{\partial x_{ au} \partial x_{ au}} \ rac{\partial^{ au} f}{\partial x_{ au} \partial x_{ au}} & rac{\partial^{ au} f}{\partial x_{ au}^{ au}} \end{bmatrix} = egin{bmatrix} m{arphi} & m{\gamma} \ m{\gamma} & m{\gamma} \end{bmatrix}$$

از آنجا که ماتریس هسین به دست آمده مثبت معین است، بنابراین نقاط به دست آمده، معادل نقطه ی مینیمم می باشند.

در مرحله ی بعد، با استفاده از پکیج های بهینه سازی، به حل این مسئله خواهیم پرداخت.

```
1
% Clear workspace
clear; clc;
3

% Define variables
x = sdpvar(2,1);
6
% Define the objective function
8
```

```
f = 3*x(1)^2 + 2*x(1)*x(2) + x(2)^2 - 5*x(1) - 4*x(2);
                                                            9
                                                            10
% Set up the optimization problem
                                                             11
optimize([], f);
                                                             12
                                                             13
% Display the results
                                                             14
optimal x = value(x);
                                                             15
optimal fval = value(f);
                                                             16
                                                             17
fprintf('Optimal x1 = \%.4f, Optimal x2 = \%.4f\n', optimal_x8
   (1), optimal_x(2));
fprintf('Minimum value of the function: %.4f\n',
                                                            19
  optimal_fval);
```

$$(x_1 = \cdot / \Upsilon \Delta, x_{\Upsilon} = 1 / \Upsilon \Delta), \quad f(x_1, x_{\Upsilon}) = - / \Upsilon \Delta \cdot$$

```
Clear workspace and previous CVX problem

clear; clc;

cvx_clear;

4

Use CVX for solving the optimization problem

cvx_begin

variables x1 x2

Define the objective function
```

```
f = 3*x1^2 + 2*x1*x2 + x2^2 - 5*x1 - 4*x2;

10

11

% Use 'minimize' function for the objective

minimize(f)

cvx_end

12

### Display the results

fprintf('Optimal x1 = %.4f, Optimal x2 = %.4f\n', x1, x2);17

fprintf('Minimum value of the function: %.4f\n', f);

18
```

با اجرای کد ، CVX مشاهده می شود که این پکیج قادر به حل این مسئله نیست و با خطا روبه رو می شود. در بخش بعد، برای پیدا کردن نقطه ی ماکسیمم، باید علامت منفی در تابع ضرب شود. بنابراین، مطاب قآنچه که در نمودار نمایش داده شده برای این معادله دیده شد و همچنین با توجه به ماهیت معادله که محدب و نامحدود است، می توان نتیجه گرفت که این معادله مقدار بیشینه ای ندارد و یا مقدار آن برابر بی نهایت است. در محاسبه ی تحلیلی این قضیه، مشاهده کردیم که تنها یک جواب به دست آمد و با بررسی ماتریس هسین دیدیم که این معادله مقدار مربوط به مینیمم تابع است. بنابراین، به روش تحلیلی می توان نتیجه گرفت که این معادله مقدار ماکسیمم ندارد.

در ادامه با استفاده از پکیج های Yalmip و ، CVX صحت این موضوع را بررسی می کنیم.

```
% Clear workspace 1
clear; clc; 2

% Define variables 4
x = sdpvar(2,1); 5
% Define the objective function (negated for maximization)7
```

```
f = -(3*x(1)^2 + 2*x(1)*x(2) + x(2)^2 - 5*x(1) - 4*x(2)); 8
% Set up the optimization problem
                                                            10
optimize([], f);
                                                            11
                                                            12
% Display the results (negated back)
                                                            13
optimal x = value(x);
                                                            14
optimal fval = -value(f); % negate the function value back15
                                                            16
fprintf('Optimal x1 = \%.4f, Optimal x2 = \%.4f\n', optimal_$x7
   (1), optimal_x(2));
fprintf('Maximum value of the function: %.4f\n',
                                                            18
  optimal_fval);
```

```
(x_1 = -7477784747471071, x_1 = -170474087870777717)
```

 $f(x_1, x_7) = \text{YDYASIVDADYIIADSSTSTITS}...$

مشاهده می شود که مقادیر گزارش شده به دلیل محدودیت در انجام محاسبات است و بیشتری

```
% Clear workspace
clear; clc;

% Use CVX for solving the maximization problem
cvx_begin
1
2
3
```

```
variables x1 x2

% Define the objective function (negated for maximization)7

f = -(3*x1^2 + 2*x1*x2 + x2^2 - 5*x1 - 4*x2);

minimize(f)

cvx_end

10

11

% Display the results (negated back)

fprintf('Optimal x1 = %.4f, Optimal x2 = %.4f\n', x1, x2);13

fprintf('Maximum value of the function: %.4f\n', -f); % 14

negate the function value back
```

مجددا مشاهده مي شود كه CVX نمي تواند اين مسئله را حل كند.

۴.۱ پاسخ سوال ۴

برای حل این سوال، با بررسی تابع داده شده در می یابیم که به دلیل وجود ریشه چهارم در این عبارت، مقعر است. بنابراین، می توانیم اطمینان داشته باشیم که استفاده از پکیج های Yalmip و CVX قادر به حل این مسئله نخواهند بود. در ادامه، به اجرا و بررسی عملکرد این شبکه ها خواهیم پرداخت.

```
% Clear workspace
clear; clc;

% Define variables
x1 = sdpvar(1,1);
x2 = sdpvar(1,1);
6
```

```
% Define the objective function
                                                             8
obj = sqrt(sqrt((x1 - x2^2)^2 + 0.02)) + 0.01*x2^2;
                                                             10
% Define any constraints (if applicable)
                                                             11
constraints = [];
                                                             12
                                                             13
% Set options for solver
                                                             14
options = sdpsettings('solver', 'fmincon', 'verbose', 1); 15
                                                             16
% Solve the problem
                                                             17
sol = optimize(constraints, obj, options);
                                                             18
                                                             19
% Check if the solution was successful
                                                             20
if sol.problem == 0
                                                             21
% Display the results
                                                             22
disp('Optimal solution found:');
                                                             23
disp('x1 =');
                                                             24
disp(value(x1));
                                                             25
disp('x2 = ');
                                                             26
disp(value(x2));
                                                             27
disp('Objective value =');
                                                             28
disp(value(obj));
                                                             29
else
                                                             30
disp('Failed to find a solution');
                                                             31
disp(sol.info);
                                                             32
```

```
end 33
```

```
% Clear workspace
                                                               1
                                                              2
clear; clc;
% CVX optimization
                                                              4
cvx begin
                                                              5
variables x1 x2
% Define the objective function
minimize( sqrt(sqrt((x1 - x2^2)^2 + 0.02)) + 0.01*x2^2)
                                                              9
cvx\_end
                                                              10
% Display the results
                                                              11
disp('Optimal solution found:');
                                                              12
disp('x1 =');
                                                              13
disp(x1);
                                                              14
disp('x2 = ');
                                                              15
disp(x2);
                                                              16
disp('Objective value =');
                                                              17
disp(cvx_optval);
                                                              18
```

مطابق آنچه که انتظار داشتیم، اجرای هیچ یک از این دو روش نتایجی به دست نمی دهد. علت دیگری که مانع اجرای صحیح این شبکه ها می شود، بنابراین، با استفاده از الگوریتم های پیشرفته تر نظیر الگوریتم ژنتیک، تابع را بهینه سازی می کنیم.

GA:

```
% Clear workspace
                                                           1
clear; clc;
                                                           2
% Define the objective function
obj = Q(x)  sqrt(sqrt((x(1) - x(2)^2)^2 + 0.02)) + 0.01*x(2)
  ^2;
                                                           6
% Define the bounds for x1 and x2 (if any)
                                                           7
1b = [-10, -10]; % Lower bounds for x1 and x2
ub = [10, 10]; % Upper bounds for x1 and x2
                                                           9
                                                           10
% Set options for the genetic algorithm solver
                                                           11
options = optimoptions('ga', 'Display', 'iter', '
                                                           12
  MaxGenerations', 200, 'PlotFcn', @gaplotbestf);
                                                           13
% Run the genetic algorithm
                                                           14
[x opt, fval, exitflag, output] = ga(obj, 2, [], [],
                                                           15
   [], lb, ub, [], options);
                                                           16
% Display the results
                                                           17
fprintf('Optimal solution found using Genetic Algorithm:\n18
  );
fprintf('x1 = \%.4f\n', x opt(1));
                                                           19
fprintf('x2 = \%.4f\n', x opt(2));
                                                           20
fprintf('Objective value = %.4f\n', fval);
                                                           21
```

$$(x_1 = \circ / \operatorname{TANV}, x_{\mathsf{T}} = \circ / \operatorname{STND}), \quad f(x_1, x_{\mathsf{T}}) = \circ / \operatorname{TAoo}$$