



دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی  
دانشکده برق - گروه مخابرات و نیک

تمرین درس رباتیک دوره کارشناسی ارشد

رشته مهندسی مخابرات و نیک

عنوان

کویز رباتیک

نگارش

علیرضا امیری

آذر ۱۴۰۳

# پاسخ کویز دوم

## مقدمه

رباتیک به عنوان شاخه‌ای از علم و مهندسی، به توسعه و پیاده‌سازی ماشین‌هایی می‌پردازد که قادر به انجام وظایف انسانی هستند. این وظایف شامل جابجایی اشیاء، شناسایی محیط از طریق حسگرها، و به کارگیری هوش مصنوعی برای تصمیم‌گیری است. در این دوره، تمرکز ما بر روی بخش مکانیکی و عملکردی ربات‌ها بوده و به موضوعات مرتبط با هوش مصنوعی کمتر پرداخته‌ایم.

ما با انواع ربات‌ها آشنا شدیم و دریافتیم که آن‌ها در دسته‌بندی‌های مختلفی مانند سریال، موازی و غیره قرار می‌گیرند. در این دوره، تمرکز اصلی بر روی ربات‌های سریال است که در آن هر لینک به یک مفصل متصل است. مفصل اصلی شامل مفصل انتقالی (پرزماتیک) و مفصل چرخشی (روولوشن) هستند و دیگر انواع مفصل نیز معمولاً ترکیبی از این دو نوع می‌باشند.

کاربردهای متنوع رباتیک شامل صنایع مختلفی مانند فضا، پزشکی، صنعت، هواپیماهای بدون سرنشین، ربات‌های انسان‌نما، و ربات‌های اکتشافی است که در حوزه‌های گوناگون مانند توانبخشی و کشف مناطق جدید به کار گرفته می‌شوند.

## حرکت و توصیف موقعیت و جهت‌گیری ربات

برای توصیف حرکت و موقعیت ربات، ابتدا مفهوم سیستم‌های مختصات معرفی شد. این سیستم‌ها باید ارتونورمال باشند و شامل سیستم‌های مختصات ثابت و متحرک می‌باشند. موقعیت یک نقطه از شیء نسبت به

سیستم مختصات ثابت توصیف می‌شود، در حالی که جهت‌گیری به کل شیء مربوط است و نسبت به سیستم مختصات ثابت اندازه‌گیری می‌شود. ترکیب این دو جنبه، شش پارامتر را شامل می‌شود: سه پارامتر موقعیتی (محورهای  $x, y, z$ ) و سه پارامتر چرخشی (معمولاً  $\alpha, \beta, \gamma$ ).

برای انتقال بین سیستم مختصات ثابت و متحرک، از ماتریس‌های چرخش استفاده شد. ماتریس‌های چرخش ویژگی‌هایی چون ارتونورمال بودن، برابری ترانهاد با معکوس و دترمینان برابر یک دارند. روش‌های مختلفی برای توصیف چرخش بررسی شد، شامل ماتریس‌های چرخش اوایلر، چرخش معادل (که چرخش حول یک محور واحد در فضا را توصیف می‌کند)، و کواترنیون‌ها.

در ادامه، ماتریس تبدیل همگن معرفی شد که ترکیب ماتریس چرخش و ماتریس انتقال است و موقعیت و جهت‌گیری شیء را به طور یکپارچه توصیف می‌کند. همچنین، ویژگی‌هایی مانند معکوس ماتریس تبدیل بررسی شد و روش‌های کارآمدتری برای محاسبه آن ارائه گردید. قوانین زنجیره‌ای در ماتریس‌های تبدیل نشان دادند که برای یافتن موقعیت و جهت‌گیری نهایی شیء، می‌توان این ماتریس‌ها را به ترتیب ضرب کرد.

یکی از موضوعات اصلی این فصل، معرفی روش پیچش بود. این روش حرکت شیء را به صورت چرخش حول یک محور (محور پیچش) توصیف می‌کند. در این روش، هشت پارامتر شامل  $\theta$  (مقدار چرخش)،  $d$  (انتقال محور)، و دو بردار (بردار پیچش و برداری که مبدا را به محور پیچش متصل می‌کند) معرفی شدند.

در بخش پایانی، سرعت خطی و زاویه‌ای ربات محاسبه شد. مشتقات ماتریس‌های چرخش و تأثیر آن‌ها بر سرعت زاویه‌ای مورد بررسی قرار گرفت و مشخص شد که مشتق حرکت هر مفصل برابر با سرعت زاویه‌ای نهایی ربات نیست. همچنین، از روش‌هایی چون کواترنیون‌ها و اوایلر برای محاسبات استفاده شد و سرعت خطی ربات نیز با استفاده از ماتریس چرخش به دست آمد.

در پایان، مختصات پیچشی معرفی شد که مبنای نمایش جاکوبین است. تأثیر مفاصل پرزماتیک و چرخشی بر بردار پیچش بررسی شد و نشان داده شد که این بردارها ستون‌های ماتریس جاکوبین را تشکیل می‌دهند. علاوه بر این، کدنویسی در متلب و استفاده از لایو اسکریپت‌ها برای انجام این محاسبات توسعه داده شد و به عنوان ابزاری ارزشمند در این دوره مورد استفاده قرار گرفت.

## سینماتیک: توصیف موقعیت و فضای کاری ربات

سینماتیک به توصیف موقعیت، جهت‌گیری، و مقادیر زوایای مفاصل یک ربات می‌پردازد. در این فصل، سینماتیک مستقیم و معکوس معرفی شدند:

### سینماتیک مستقیم

سینماتیک مستقیم رابطه‌ای از فضای مفصلی به فضای کاری فراهم می‌کند، به طوری که با دانستن زوایای مفاصل و پارامترهای ربات، موقعیت و جهت‌گیری نهایی انداکتور محاسبه می‌شود. روش‌های مختلفی برای توصیف سینماتیک مستقیم بررسی شدند:

- **روش هندسی:** با استفاده از اصول هندسه و مثلثات، موقعیت انداکتور محاسبه شد. این روش برای ربات‌های ساده مناسب است اما برای سیستم‌های پیچیده با درجات آزادی بالا دشوار می‌شود.
- **پارامترهای دنویت-هارتبرگ (DH):** این روش با تعریف پارامترهای DH (طول لینک، زاویه پیچش، شیب لینک، و زاویه مفصل) و ساخت ماتریس تبدیل، روشی سیستماتیک برای محاسبات ارائه می‌دهد. زنجیره‌ی ماتریس‌های تبدیل امکان محاسبه موقعیت و جهت‌گیری انداکتور را برای ربات‌های پیچیده نیز فراهم می‌کند. پیاده‌سازی این روش در MATLAB و استفاده از توابع موجود در آن بررسی شد.
- **روش پیچشی (Screw):** این روش که بر مبنای فیزیک حرکت ربات توسعه یافته است، با تعریف محور پیچش و پارامترهای پیچشی، ماتریس تبدیل را محاسبه می‌کند. این روش پیچیدگی محاسباتی بیشتری دارد اما درک بهتری از حرکت سیستم ارائه می‌دهد. در این بخش، محاسبه بردار پیچش، محور پیچش، و ماتریس تبدیل بررسی شد.

### سینماتیک معکوس

سینماتیک معکوس محاسبه زوایای مفاصل را بر اساس موقعیت و جهت‌گیری انداکتور انجام می‌دهد. این مسئله برای کنترل ربات اهمیت بسیاری دارد. در این بخش:

- حل هندسی سینماتیک معکوس برای ربات‌های ساده انجام شد.
- محدودیت‌های سینماتیک معکوس، مانند وجود چندین جواب ممکن یا عدم وجود جواب در برخی موقعیت‌ها بررسی شدند.

## فضای کاری ربات

فضای کاری مجموعه تمام موقعیت‌ها و جهت‌گیری‌هایی است که اندافکتور می‌تواند به آن‌ها دست یابد. در این بخش:

- تحلیل فضای کاری با بررسی محدودیت‌های فیزیکی ربات انجام شد.
- موقعیت‌هایی که خارج از فضای کاری هستند و دسترسی به آن‌ها امکان‌پذیر نیست، شناسایی شدند.

## پیاده‌سازی MATLAB و تمرینات عملی

در طول این فصل، تمرینات متعددی برای پیاده‌سازی سینماتیک مستقیم و معکوس در MATLAB انجام شد. این تمرینات شامل:

- پیاده‌سازی مثال‌های کتاب با استفاده از پارامترهای DH.
  - بررسی روش پیچشی و محاسبات مربوط به آن.
  - تحلیل فضای کاری برای ربات‌های با درجات آزادی مختلف (۲، ۶، یا بیشتر).
- پیاده‌سازی این مفاهیم در MATLAB ابزار ارزشمندی برای حل مسائل پیچیده و شبیه‌سازی ربات‌ها فراهم کرد.

## ماتریس ژاکوبی: تحلیل ویژگی‌های حرکت ربات

در این فصل، ماتریس ژاکوبی به عنوان ابزاری کلیدی برای تحلیل جنبه‌های مختلف حرکت ربات معرفی شد. این تحلیل نه تنها موقعیت و جهت‌گیری، بلکه سرعت‌های خطی و زاویه‌ای، نیروها و گشتاورها، وضعیت‌های

تکین، مهارت و ایزوتروپی ربات را نیز در بر می گیرد.

## تعریف ماتریس ژاکوبی

ماتریس ژاکوبی به صورت مشتق ماتریس سینماتیک مستقیم نسبت به متغیرهای مفصلی تعریف می شود. این ماتریس:

- شامل اطلاعات مربوط به سرعت خطی و زاویه ای است.
- امکان بررسی رابطه بین فضای کاری و فضای مفصلی را فراهم می کند.

## روش های محاسبه ماتریس ژاکوبی

دو روش اصلی برای محاسبه ماتریس ژاکوبی بررسی شد:

- روش مشتق مستقیم: محاسبه مشتقات جزئی ماتریس سینماتیک مستقیم نسبت به متغیرهای مفصلی. این روش برای ربات های با درجات آزادی بالا بسیار پیچیده است.
- روش عمومی (بازگشتی): محاسبه هر ستون ماتریس ژاکوبی به صورت تکراری. این روش شباهت زیادی به روش پیچشی دارد و پیچیدگی محاسباتی را کاهش می دهد.

## کاربردهای ماتریس ژاکوبی

- محاسبه نیرو و گشتاور: با استفاده از ماتریس ژاکوبی و ترانزاده آن، رابطه بین نیروها و گشتاورهای اعمال شده در فضای کاری و فضای مفصلی بررسی شد. این رابطه در طراحی حلقه های کنترلی بسیار کاربردی است.
- وضعیت های تکین: وضعیت های تکین زمانی رخ می دهند که دترمینان ماتریس ژاکوبی صفر شود. این وضعیت ها معمولاً در لبه فضای کاری ظاهر می شوند و ویژگی های زیر دارند:

- سرعت پایین در برخی محورها.

- امکان اعمال نیروهای بسیار بزرگ.

- **مهارت و ایزوتروپی:** مهارت ربات در مناطق مختلف فضای کاری متفاوت است. برای بررسی این موضوع، ماتریس حاصل ضرب ژاکوبی در ترانهاده آن تحلیل شد. ایزوتروپی حالتی است که ربات در تمام محورها و مناطق فضای کاری عملکردی یکسان داشته باشد.

## شاخص‌های مهارت

برای ارزیابی مهارت ربات، معیارهایی مانند مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبی و شاخص ایزوتروپی تعریف و تحلیل شدند.

## تمرینات عملی

در این فصل، تمرینات متعددی با MATLAB انجام شد که شامل:

- محاسبه ماتریس ژاکوبی برای ربات‌های با درجات آزادی مختلف.
- تحلیل وضعیت‌های تکیه و محاسبه دترمینان ژاکوبی.
- بررسی مهارت و ایزوتروپی در فضای کاری.

این تمرینات، دانش عملی لازم برای استفاده از ماتریس ژاکوبی در طراحی و تحلیل سیستم‌های رباتیک را فراهم کردند.