

به نام خدا

تمرین سری چهارم
درس مبانی هوش محاسباتی
دکتر ناصر مزینی

فرزان رحمانی
۹۹۵۲۱۲۷۱

سوال اول

در زیر من یک پاسخ مفصل ارائه خواهم کرد که اعتبار (درستی) قوانین دمورگان را برای مجموعه ها و عملگرهای فازی داده شده را با محاسبه دو طرف تساوی آزمایش می کند. همان طور که می بینید نشان داده می شود که قوانین دمورگان داده شده در صورت سوال بر روی مجموعه های A, B, C درست و برقرار نیستند.

قانون دمورگان ۱:

$$\text{NOT}((A \text{ AND } B) \text{ OR } C) = (\text{NOT}(A) \text{ OR } \text{NOT}(B)) \text{ AND } \text{NOT}(C)$$

محاسبات:

1. (A AND B):
 - (1, 0.45), (2, 0.42), (3, 0.25), (4, 0.49), (5, 0.09)
2. (A AND B) OR C:
 - (1, 1), (2, 0.52), (3, 0.65), (4, 0.69), (5, 0.39)
3. Left Hand Side of expression: NOT((A AND B) OR C):
 - (1, 0), (2, 0.48), (3, 0.35), (4, 0.31), (5, 0.61)
4. NOT(A):
 - (1, 0.5), (2, 0.4), (3, 0.5), (4, 0.3), (5, 0.1)
5. NOT(B):
 - (1, 0.1), (2, 0.3), (3, 0.5), (4, 0.3), (5, 0.9)
6. NOT(A) OR NOT(B):
 - (1, 0.6), (2, 0.7), (3, 1), (4, 0.6), (5, 1)
7. NOT(C):
 - (1, 0.2), (2, 0.9), (3, 0.6), (4, 0.8), (5, 0.7)
8. Right Hand Side of expression: (NOT(A) OR NOT(B)) AND NOT(C):
 - (1, 0.12), (2, 0.63), (3, 0.6), (4, 0.48), (5, 0.7)

نتیجه:

$LHS = \{ (1, 0), (2, 0.48), (3, 0.35), (4, 0.31), (5, 0.61) \}$

$RHS = \{ (1, 0.12), (2, 0.63), (3, 0.6), (4, 0.48), (5, 0.7) \}$

همان طور که میبینیم طرف راست (RHS) و طرف چپ (LHS) تساوی در قانون دمورگان اول برابر نیستند ($LHS \neq RHS$). پس قانون دمورگان ۱ رو مجموعه های A, B, C درست نیست.

قانون دمورگان ۲:

$$\text{NOT}((A \text{ OR } B) \text{ AND } C) = (\text{NOT}(A) \text{ AND } \text{NOT}(B)) \text{ OR } \text{NOT}(C)$$

محاسبات:

1. (A OR B):

- (1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1)

2. (A OR B) AND C:

- (1, 0.8), (2, 0.1), (3, 0.4), (4, 0.2), (5, 0.3)

3. Left Hand Side of expression: NOT((A OR B) AND C):

- (1, 0.2), (2, 0.9), (3, 0.6), (4, 0.8), (5, 0.7)

4. NOT(A):

- (1, 0.5), (2, 0.4), (3, 0.5), (4, 0.3), (5, 0.1)

5. NOT(B):

- (1, 0.1), (2, 0.3), (3, 0.5), (4, 0.3), (5, 0.9)

6. NOT(A) AND NOT(B):

- (1, 0.05), (2, 0.12), (3, 0.25), (4, 0.09), (5, 0.09)

7. NOT(C):

- (1, 0.2), (2, 0.9), (3, 0.6), (4, 0.8), (5, 0.7)

8. Right Hand Side of expression: (NOT(A) AND NOT(B)) OR NOT(C):

- (1, 0.25), (2, 1), (3, 0.85), (4, 0.89), (5, 0.79)

نتیجه:

$LHS = \{ (1, 0.2), (2, 0.9), (3, 0.6), (4, 0.8), (5, 0.7) \}$

$RHS = \{ (1, 0.25), (2, 1), (3, 0.85), (4, 0.89), (5, 0.79) \}$

همان طور که میبینیم طرف راست (RHS) و طرف چپ (LHS) تساوی در قانون دمورگان دوم برابر نیستند ($LHS \neq RHS$). پس قانون دمورگان ۲ رو مجموعه های A, B, C درست نیست.

دلیل اینکه این قوانین برقرار نیستند این است که توابع T-norm و S-norm باید جفت (dual) باشند. مثلاً اگر از تابع $T(x,y)=\min(x,y)$ برای intersection استفاده کردیم، باید از تابع $S(a,b)=\max(a,b)$ استفاده کنیم. در این سوال از تابع algebraic product برای intersection و از تابع bounded sum برای اجتماع استفاده کردیم.

● T-norm (cont.)

• Four examples :

- Minimum: $T_m(a, b) = \min(a, b) = a \wedge b$

- Algebraic product: $T_a(a, b) = ab$

- Bounded product: $T_b(a, b) = 0 \vee (a + b - 1)$

- Drastic product: $T_d(a, b) = \begin{cases} a, & \text{if } b = 1 \\ b, & \text{if } a = 1 \\ 0, & \text{if } a, b < 1 \end{cases}$

● T-conorm or S-norm (cont.)

• Four examples :

- Maximum: $S_m(a, b) = \max(a, b) = a \vee b$

- Algebraic sum: $S_a(a, b) = a + b - ab$

- Bounded sum: $S_b(a, b) = 1 \wedge (a + b)$

- Drastic sum: $S_d(a, b) = \begin{cases} a, & \text{if } b = 0 \\ b, & \text{if } a = 0 \\ 1, & \text{if } a, b > 0 \end{cases}$

● Generalized DeMorgan's Law

- T-norms and T-conorms are duals which support the generalization of DeMorgan's law:

- $T(a, b) = N(S(N(a), N(b)))$

- $S(a, b) = N(T(N(a), N(b)))$

$$\begin{array}{lcl} T_m(a, b) & \longleftrightarrow & S_m(a, b) \\ T_a(a, b) & \longleftrightarrow & S_a(a, b) \\ T_b(a, b) & \longleftrightarrow & S_b(a, b) \\ T_d(a, b) & \longleftrightarrow & S_d(a, b) \end{array}$$

مراجع:

<https://chat.openai.com/>
<https://bard.google.com/>

Subject

Date

MBF

ابتدا از روی ترم کم متغیر زبانی حجم، تابع عضویت حجم خیلی کم رای سازیم.

| V | ۳۰ | ۵۰ | ۸۰ | ۹۰ | $\tilde{B}' = \text{volume is very}$ |
|-------------|------|------|------|----|---------------------------------------|
| $M_{B'}(V)$ | ۰,۰۱ | ۰,۰۹ | ۰,۴۴ | ۱ | رایه توان دومی رسانیم (concentration) |

سپس از روی ترم زیاد متغیر زبانی فشار، MBF فشار خیلی زیاد رای سازیم. برای این کار

| P | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ | ۵۰ | $\tilde{A}' = \text{pressure is very high}$ |
|-------------|------|------|------|------|---|
| $M_{A'}(P)$ | ۰,۰۴ | ۰,۱۴ | ۰,۴۹ | ۰,۸۱ | رایه توان دومی رسانیم (concentration) |

| V \ P | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ | ۵۰ |
|-------|------|------|------|------|
| ۳۰ | ۰,۰۱ | ۰,۰۱ | ۰,۰۱ | ۰,۰۱ |
| ۵۰ | ۰,۰۴ | ۰,۰۹ | ۰,۰۹ | ۰,۰۹ |
| ۸۰ | ۰,۰۴ | ۰,۱۴ | ۰,۴۹ | ۰,۴۴ |
| ۹۰ | ۰,۰۴ | ۰,۱۴ | ۰,۴۹ | ۰,۸۱ |

حال با استفاده از \tilde{B}' و \tilde{A}' رابطه

implication بیان شده در صورت

سوال را می سازیم. از روش Mamdani استفاده می کنیم.

Min operation rule for fuzzy implication

Rule implication $\tilde{B}' \rightarrow \tilde{A}'$ (if volume is very low then pressure is very high)

$$R_c(V, P) = B' \times A' = \int M_{B'}(V) \wedge M_{A'}(P) / (V, P) \quad (\text{Mamdani's method})$$

فرض (fact or premise) سوال اگر حجم تقریباً کم نباشد است پس آن رای سازیم.

| V | ۳۰ | ۵۰ | ۸۰ | ۹۰ | $\tilde{B}_1 = \text{volume is fairly less}$ |
|--------------|------|------|------|----|--|
| $M_{B_1}(V)$ | ۰,۳۱ | ۰,۵۴ | ۰,۸۹ | ۱ | رایه توان $\frac{1}{p}$ می رسانیم (dilation) |

| V | ۳۰ | ۵۰ | ۸۰ | ۹۰ | $\tilde{B}_2 = \text{volume is not fairly less}$ |
|--------------|------|------|------|----|--|
| $M_{B_2}(V)$ | ۰,۴۹ | ۰,۴۹ | ۰,۱۱ | ۰ | رایه توان $\frac{1}{p}$ می رسانیم (dilation) |

P4PCO

premise (fact): \tilde{B}_p

Subject _____

Date _____

implication

حال با استفاده از max-min فرض (fact or premise) را در قانون (or rule)

(Rule) implication : $\tilde{B}' \rightarrow \tilde{A}' = R_c(v, p)$ ترکیب می کنیم.

(fact) premise : \tilde{B}_v (volume is not fairly less)

(Result) Conclusion : $\tilde{R}(p) = \max_v \min \{ \mu_{\tilde{B}_v}(v), \mu_{\tilde{B}' \rightarrow \tilde{A}'}(v, p) \}$

$$\tilde{R}(p) = \max_v \min \{ \mu_{\tilde{B}_v}(v), \mu_{\tilde{B}' \rightarrow \tilde{A}'}(v, p) \} = \tilde{B}_v \circ \tilde{R}_c(v, p) = \tilde{B}_v(v) \circ \tilde{R}_c(v, p)$$

نتیجه اجرای max-min

| p | ۲۰ | ۳۰ | ۴۰ | ۵۰ |
|----------------------|------|------|------|------|
| $\mu_{\tilde{R}(p)}$ | ۰,۰۴ | ۰,۱۱ | ۰,۱۱ | ۰,۱۱ |

$$\rightarrow \max \{ ۰,۰۱, ۰,۰۴, ۰,۰۴, ۰,۰۴ \}$$

$$\rightarrow \max \{ ۰,۰۱, ۰,۰۹, ۰,۱۱, ۰,۱۱ \}$$

$$\rightarrow \max \{ ۰,۰۱, ۰,۰۹, ۰,۱۱, ۰,۱۱ \}$$

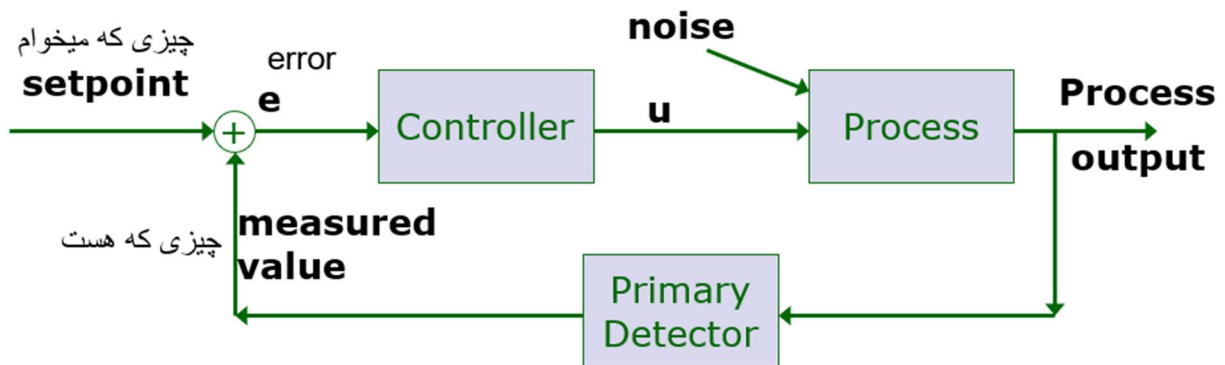
$$\rightarrow \max \{ ۰,۰۱, ۰,۰۹, ۰,۱۱, ۰,۱۱ \}$$

PAPCO

جواب این سوال در اسلاید ها موجود است لذا همان ها را بیان میکنیم سپس به زبان خودمان نیز آن را شرح میدهیم.

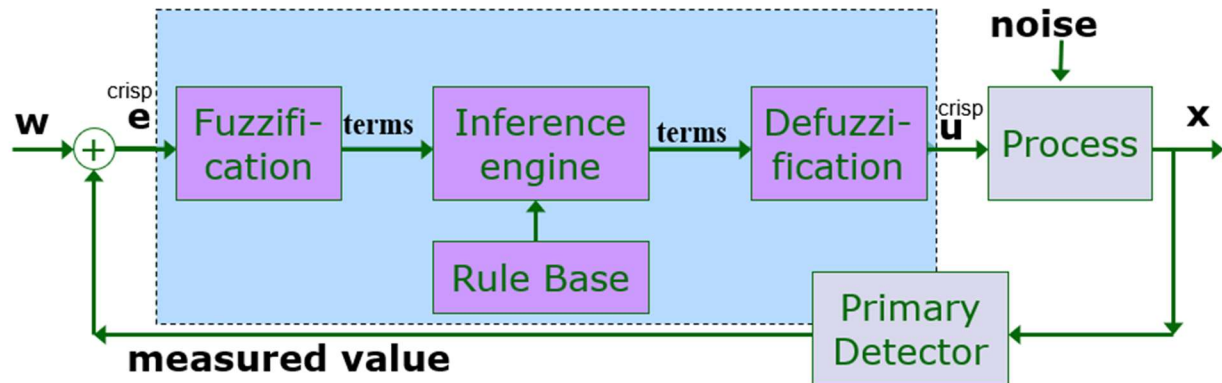
Fuzzy control

A conventional feedback control



- uses the input-output behavior of the process to generate the control actions $e := [e(t), e(t-1), \dots, e(t-r)]$
- based on simplified physical models of process. Unable to control a process which can not be modeled (inherent nonlinearities, time-varying nature of processes, unpredictable environmental disturbances,...)
- needs a solid theoretical and mathematical background
- time-consuming

A general FLC consists of 4 modules:
(fuzzification, rules, inference engine, defuzzification)



for a rule such as

*if the tempreature is **slightly too high**, increase **a bit** the heating power*

“increasing a bit” is translated to a crisp control action by the **defuzzifier**

4

Design of fuzzy controllers

-step 1:

after identifying relevant input output variables of the controller, we have to select meaningful **linguistic terms** for each variable and express them by appropriate fuzzy sets (usually fuzzy numbers)

-step2:

introducing a **fuzzification function** for each input variable to express the associated measurement uncertainty

-step3:

formulating the knowledge pertaining to the given control problem in terms of a set of **fuzzy inference rules** (either by eliciting from experienced human operators or by obtaining from empirical data)

-step4:

designing an **inference engine** which must properly combine measurements of input variables with relevant fuzzy information rules

-step5:

selecting a suitable **defuzzification method** to convert each conclusion obtained in terms of a fuzzy set, to a single real number

5

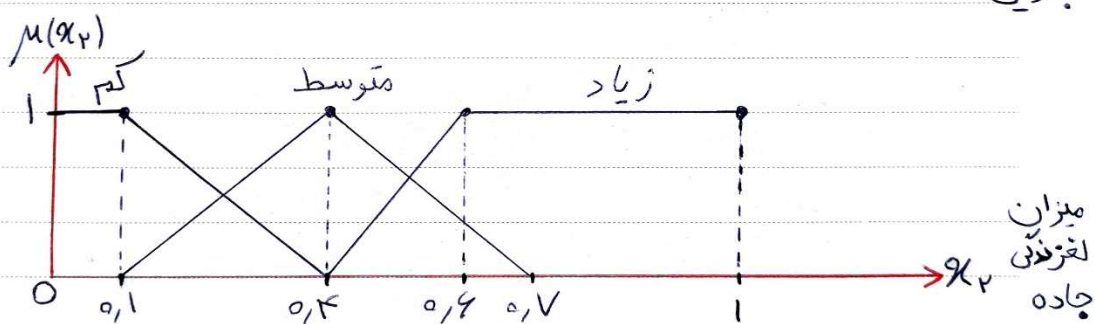
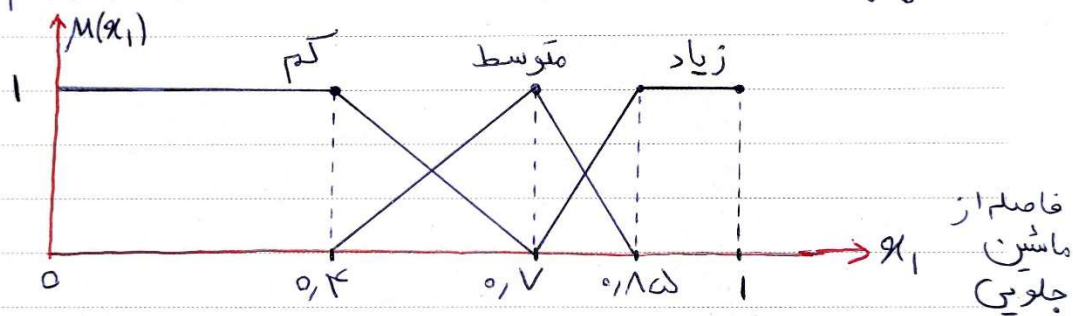
کنترل کننده فازی نوعی کنترل کننده است که در سیستم های کنترلی بر اساس اصول منطق فازی استفاده می شود. شامل چندین مرحله است که به طور جمعی فرآیند تصمیم گیری و کنترل یک سیستم را با استفاده از منطق فازی تشکیل می دهد. در زیر مراحل کلی درگیر در یک کنترل کننده فازی معمولی آمده است:

۱. فازی شدن (Fuzzification):
 - ورودی های crisp از حسگرها یا محیط را به مجموعه های فازی تبدیل کنید.
 - متغیرهای زبانی (linguistic variables) را تعریف کنید (به عنوان مثال، "کم"، "متوسط"، "زیاد") و توابع عضویت را برای نشان دادن درجات آنها ایجاد کنید.
 - این مرحله در صورت سوال انجام شده است که همان x_1, x_2, y و توابع عضویت (MBFs) آنها می باشند. همان طور که می بینید از triangular function به عنوان fuzzification function برای متغیر های فازی استفاده شده است.
 ۲. پایه قوانین (Rule Base):
 - مجموعه ای از قوانین را که نشان دهنده رابطه بین ورودی ها و خروجی ها با استفاده از منطق فازی است، فرموله کنید.
 - از قوانین IF-THEN بر اساس ترکیب مجموعه های فازی ورودی و خروجی استفاده کنید. معمولاً این کار توسط متخصص انجام می شود.
 - یک پایه قانون ایجاد کنید که نحوه پاسخگویی سیستم را بر اساس شرایط ورودی فعلی تعریف کند.
 - این مرحله نیز در صورت سوال انجام شده است و قوانین فازی این سیستم به صورت جدول داده شده است.
 ۳. موتور استنتاج (Inference Engine):
 - اعمال منطق فازی (استنتاج منطق فازی) برای ارزیابی قوانین تعریف شده در پایه قوانین.
 - قواعد فازی را ترکیب و تجمیع (Combine and aggregate) کنید تا اقدام یا خروجی مناسب را تعیین کنید.
 - از عملگرهای منطق فازی (مانند AND، OR، NOT) برای ترکیب قوانین و تعیین قدرت شلیک هر قانون (firing strength of each rule) استفاده کنید.
 ۴. تجمع فازی (Fuzzy Aggregation):
 - قوانین فعال شده را جمع آوری کنید تا یک مجموعه خروجی فازی به دست آورید.
 - خروجی های قوانین چندگانه را با استفاده از عملیات منطق فازی (مانند حداکثر، حداقل) ترکیب کنید تا یک خروجی فازی واحد به دست آورید.
 - ما در اینجا از **Mamdani composition: max-min** استفاده میکنیم.
 ۵. فازی زدایی (Defuzzification):
 - خروجی فازی به دست آمده از موتور استنتاج را به یک مقدار crisp تبدیل کنید.
 - یک روش فازی سازی (COG، COS، MOM، CA، و غیره) را برای به دست آوردن یک مقدار واضح (crisp) که نشان دهنده عمل کنترل است، اعمال کنید.
 - یک مقدار واحد و قابل اجرا از خروجی فازی را تعیین کنید تا سیستم بر اساس آن عمل کند.
 ۶. اقدام کنترلی (Control Action):
 - عمل کنترل را بر اساس خروجی فازی شده اجرا کنید.
 - پارامترهای سیستم، نقاط تنظیم (setpoints) یا سایر متغیرهای کنترلی را بر اساس خروجی crisp به دست آمده از فازی زدایی تنظیم کنید.
 ۷. حلقه بازخورد (Feedback Loop):
 - بازخورد سیستم کنترل شده را از طریق سنسورها یا اندازه گیری ها جمع آوری کنید.
 - از این بازخورد برای به روز رسانی مقادیر ورودی برای تکرار یا چرخه بعدی کنترل کننده فازی استفاده کنید.
 - بر اساس تغییر شرایط سیستم، به طور مداوم کنترل و تنظیم کنید.
- این مراحل روند اساسی یک کنترل کننده فازی را ترسیم می کند، که در آن ورودی ها فازی می شوند، قوانین از طریق استنتاج اعمال می شوند، خروجی ها تجمیع (aggregate) و غیرفازی می شوند، و عمل کنترلی حاصل بر روی سیستم اعمال می شود. این فرآیند تکراری (iterative) است و از طریق بازخورد با تغییرات در محیط سیستم سازگار می شود. تنظیمات و اصلاحات در قوانین یا پارامترهای کنترلر می تواند برای بهبود عملکرد آن در طول زمان انجام شود.

(ب)

Subject
Date

۳- ب) جاتوبه به MBF های داده شده در صورت سوال آن ها را رسم ی کنیم.



(پ) در حل این قسمت هنگام defuzzification از روش MOM استفاده شده است.

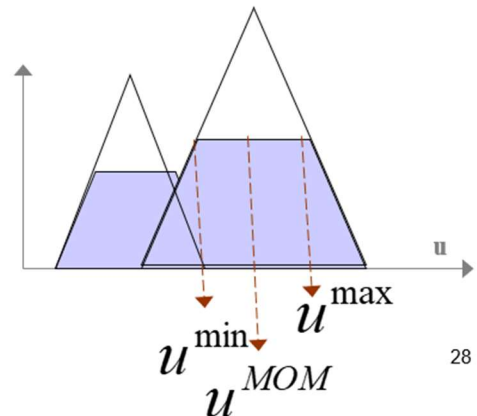
Mean of Maxima (MOM)

- Considers only the part of the consequence fuzzy set with maximal degree of membership

$$u^{\min} = \inf_u \{u \in U : \mu^{\text{conseq}}(u) = \max_u \{\mu^{\text{conseq}}(u)\}\}$$

$$u^{\max} = \sup_u \{u \in U : \mu^{\text{conseq}}(u) = \max_u \{\mu^{\text{conseq}}(u)\}\}$$

$$u^{\text{MOM}} = \frac{u^{\min} + u^{\max}}{2}$$



28

۳-۱) ابتدا درجه عضویت ها را برای دو متغیر ورودی پیدا می کنیم.
عامل ارایشین جدولی

$$x_1 = 0,45 \rightarrow \mu_{\text{کم}}(0,45) = \frac{-1 \times 0,45}{3} + \frac{7}{3} = \frac{5,5}{3} = 1,8\bar{3}$$

$$\mu_{\text{متوسط}}(0,45) = \frac{1 \times 0,45}{3} - \frac{4}{3} = \frac{2,55}{3} = 0,85 \text{ و } \mu_{\text{زیاد}}(0,45) = 0$$

میزان لغزشگی جاده

$$x_2 = 0,5 \rightarrow \mu_{\text{کم}}(0,5) = 0 \text{ و } \mu_{\text{متوسط}}(0,5) = \frac{-1 \times 0,5}{3} - \frac{7}{3} = \frac{-2}{3} = 0,6\bar{6}$$

$$\mu_{\text{زیاد}}(0,5) = \frac{1 \times 0,5}{2} - 2 = \frac{1}{2} = 0,5$$

باترجه به مقادیر تراج عضویت بالا ~~مقادیر~~ قانون از جدول داده شده قابل استفاده هستند و بقیه قوانین چون یکی از درجه عضویت ها

صفر است در نتیجه min آنها با دیگری معترض شود و فعال (fire) این قانون

$$\min(x_1, 0) = 0 \leftarrow x_1 > 0$$

۴ قانون قابل استفاده در این سؤال:

Rule 1: x_1 متوسط \wedge x_2 متوسط $\Rightarrow y$ متوسط

$$\min(\mu_{\text{متوسط}}(x_1), \mu_{\text{متوسط}}(x_2)) = \min(\frac{5}{9}, \frac{2}{3}) = \frac{2}{3}$$

Rule 2: x_1 متوسط \wedge x_2 زیاد $\Rightarrow y$ بالا

$$\min(\mu_{\text{متوسط}}(x_1), \mu_{\text{زیاد}}(x_2)) = \min(\frac{5}{9}, 0, 5) = 0, 5$$

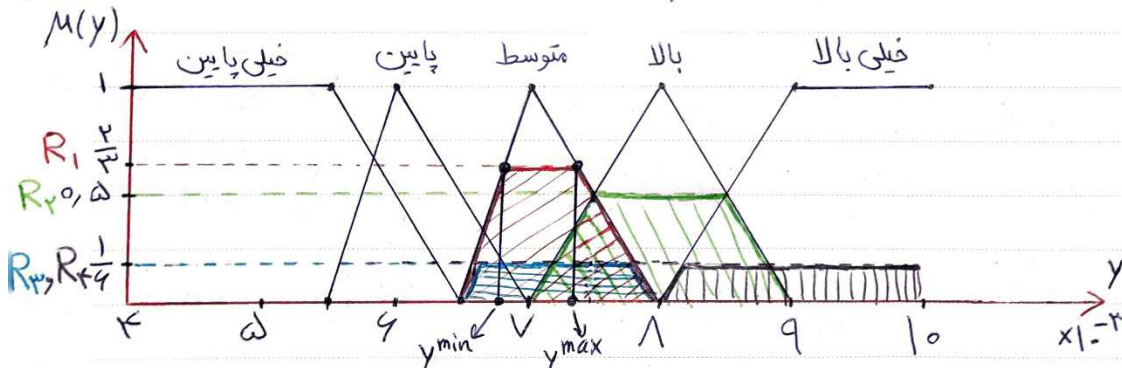
Rule 3: x_1 کم \wedge x_2 متوسط $\Rightarrow y$ متوسط

$$\min(\mu_{\text{کم}}(x_1), \mu_{\text{متوسط}}(x_2)) = \min(\frac{1}{9}, \frac{2}{3}) = \frac{1}{9}$$

Rule 4: x_1 کم \wedge x_2 زیاد $\Rightarrow y$ خیلی بالا

$$\min(\mu_{\text{کم}}(x_1), \mu_{\text{زیاد}}(x_2)) = \min(\frac{1}{9}, 0, 5) = \frac{1}{9}$$

حال از قوانین بالا و مقادیر توابع عضویت برای استنتاج استفاده می کنیم. همچنین از Compositional rules های مهدانی (Mamdani Composition: max-min) استفاده می کنیم.



قسمت های رنگ شده در بالا مقدار fire شدن های مختلف را نشان می دهد.

حال وارد مرحله defuzzification می شویم. در اینجا از روش Mean of Maxima (MOM) استفاده می کنیم تا مقدار crisp نهایی برای فشار وارده بر بدال گاز را بیابیم.

$$y^{\min} = 4, 5 + \frac{1}{9} \times \frac{2}{3} = 4, 5 + \frac{1}{9} = \frac{41}{9}, \quad y^{\max} = 7 + 1 \times (1 - \frac{2}{3}) = 7 + \frac{1}{3} = \frac{22}{3}$$

PAPCO

$$y^{\text{MOM}} = \frac{y^{\min} + y^{\max}}{2} = \frac{\frac{41}{9} + \frac{22}{3}}{2} = \frac{41}{9} = 4, 555 \approx 4, 6$$



Conceptually, a defuzzification method aims to determine a crisp point which represents best a fuzzy set.

These methods are based on heuristic ideas like:

“take the action that corresponds to the maximum membership”

“take the action that is midway between two peaks or at the center”

...

Measures for choosing a defuzzification method :

- **plausibility** (قابل قبول بودن)

- **simplicity of calculation**

(specially important for real time controllers)

- **continuity** (پیوستگی)

(a small change in fuzzy set should cause a small change in the resulting crisp point)

24

Comparing defuzzification methods

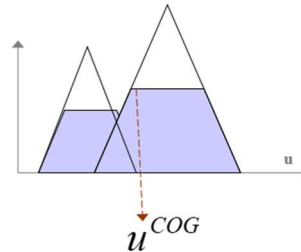
| | COG | COS | CA | MOM |
|---------------------------|-----|-----|-----|-----|
| plausability | yes | yes | yes | yes |
| Simplicity of calculation | no | yes | yes | yes |
| continuity | yes | yes | yes | no |

هر روش defuzzification در منطق فازی مزایا و معایب خاص خود را دارد. در اینجا یک مرور کلی از ویژگی های هر روش وجود دارد (در ابتدا ۵ روش موجود در اسلاید ها را توضیح می دهیم و سپس چندین روش دیگر که در اسلاید ها نبود را بیان میکنیم):

۱. مرکز ثقل (COG: Center of Gravity):

- Center of Gravity (COG) or center of area

$$u^{COG} = \frac{\int_U u \cdot \mu^{conseq}(u) du}{\int_U \mu^{conseq}(u) du}$$



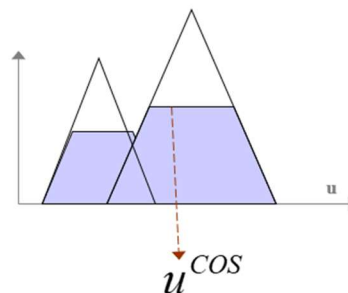
- مزایا:
یکنواختی (Smoothness): یک انتقال صاف و نرم بین اصطلاحات زبانی (linguistic terms) را فراهم می کند که می تواند به خروجی دقیق تری منجر شود.
توابع عضویت را در نظر می گیرد: کل شکل تابع عضویت و مقادیر آن را در نظر می گیرد.
این روش متداول ترین و دقیق ترین روش است.
- معایب:
محاسباتی زیاد (Computationally Intensive): محاسبه میانگین وزنی می تواند در مقایسه با روش های دیگر از نظر محاسباتی سخت تر باشد.
حساس به نقاط پرت (Sensitive to Outliers): در تابع عضویت نسبت به نقاط پرت حساس است که ممکن است نتیجه را تغییر دهد.

۲. مرکز جمع ها (COS: Center of Sums):

Center of Sums (COS)

- Simplified version of SOG (considers the resulting fuzzy set of each rule evaluation individually)

$$u^{COS} = \frac{\int_U u \cdot \sum_r \mu_r^{conseq}(u) du}{\int_U \sum_r \mu_r^{conseq}(u) du}$$



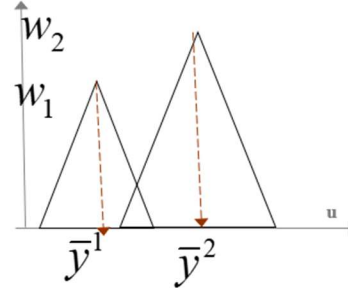
- مزایا:
سادگی: ساده و محاسباتی کمتر از COG.
استحکام (Robustness): نسبت به COG حساسیت کمتری نسبت به نقاط پرت دارد.
- معایب:
دقت کمتر: ممکن است نتایج دقیقی مانند COG ارائه نکند زیرا شکل توابع عضویت را در نظر نمی گیرد و فقط از ارتفاع (height) تابع عضویت استفاده می کند.

۳. میانگین مراکز (CA: Center Average):

Center Average (CA)

- Weighted average of the centers of fuzzy sets

$$y^* = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l w_l}{\sum_{l=1}^M w_l}$$



- مزایا:
سادگی: پیاده سازی آسان دارد و محاسبات کمی دارد.
استحکام (Robustness): حساسیت کمتری نسبت به موارد پرت (outliers).
معایب:
عدم دقت: ممکن است نتایج دقیقی در مقایسه با COG یا سایر روش های پیچیده تر ارائه نکند. چرا که فقط از میانگین مراکز تابع عضویت استفاده می کند، شکل و ارتفاع را نادیده می گیرد.

۴. میانگین ماکسیما (MOM: Mean of Maxima):

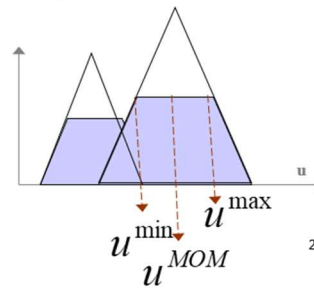
Mean of Maxima (MOM)

- Considers only the part of the consequence fuzzy set with maximal degree of membership

$$u^{\min} = \inf_u \{u \in U : \mu^{\text{conseq}}(u) = \max_u \{\mu^{\text{conseq}}(u)\}\}$$

$$u^{\max} = \sup_u \{u \in U : \mu^{\text{conseq}}(u) = \max_u \{\mu^{\text{conseq}}(u)\}\}$$

$$u^{\text{MOM}} = \frac{u^{\min} + u^{\max}}{2}$$



- مزایا:
سریع: از نظر محاسباتی سریع است و با توابع عضویت ساده به خوبی کار می کند.
استحکام (Robustness): تمایل به ایجاد استحکام در برابر عوامل پرت دارد.
خروجی Sharp: بر مناطق با عضویت بالا تأکید دارد.
معایب:
امکان اطلاعات از دست رفته (Possibility of Missing Information): ممکن است اطلاعات مهم در مناطق با عضویت پایین نادیده گرفته شود.
از دست دادن جزئیات (Loss of Detail): ممکن است برخی از جزئیات در خروجی به دلیل تمرکز روی حداکثر از بین برود.
دقت پایین تر و به نوبه حساس است. اشکال تابع عضویت را نادیده می گیرد.

۵. Sugeno (مورد استفاده در کنترلر Sugeno):

(used in Sugeno controller)

- Rules have fuzzy premises and crisp consequences that are functions of input variables: $u = f_r(x_1, x_2, \dots, x_n)$

$$u^{sugeno} = \frac{\sum_r \alpha_r \cdot f_r(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\sum_r \alpha_r}$$

with the matching degree α_r : $\alpha_r = \min_i \{\mu_{A_i}(x_i)\}$

- مزایا:
سادگی یا Simplicity: محاسبات را با استفاده از میانگین وزنی به روشی مبتنی بر rule ساده و سریع می کند. با توابع عضویت linear singleton به خوبی کار می کند.
شفافیت (Transparency): به دلیل ماهیت مبتنی بر قانون (rule)، شفافیت را در فرآیند تصمیم گیری ارائه می دهد.
معایب:
بیان محدود (Limited Expressiveness): می تواند در بیان روابط پیچیده در مقایسه با روش های دیگر مانند Mamdani محدود شود.
دانه بندی کمتر (Less Granularity): به دلیل استفاده از توابع خطی، ممکن است به عنوان کنترل ریزدانه (fine-grained) ارائه نشود.
محدود به سیستم های نوع Sugeno است. دقت پایین تر از COG با MBF های پیچیده.

۶. روش Bisector:

- مزایای:
ساده و پیاده سازی نسبتاً راحت است.
خروجی یک مقدار crisp را ارائه می دهد.
می تواند توابع عضویت متقارن و اریب را در برخی موارد بهتر از COG مدیریت کند.
معایب:
ممکن است با مجموعه های فازی پیچیده یا همپوشانی (complex or overlapping fuzzy sets) خوب عمل نکند.

۷. (SOM) Smallest of Maxima:

- مزایای:
با چندین قله در توابع عضویت به خوبی کار می کند.
موقعیت های چند خروجی را بهتر از روش های دیگر مدیریت می کند.
نسبت به COG و Bisector حساسیت کمتری به نقاط پرت دارد.
معایب:
ممکن است یک مقدار واضح ارائه نکند که منجر به ابهام در تصمیم گیری شود.
پیچیدگی محاسباتی ممکن است افزایش یابد، به خصوص با تعداد زیادی از توابع عضویت.

۸. (LOM) Largest of Maxima:

- مزایای: مشابه SOM، چندین قله را به طور موثر مدیریت می کند. حساسیت کمتری نسبت به موارد پرت. معمولاً در سناریوهای تصمیم گیری که نیاز به محافظه کاری (conservatism) دارند استفاده می شود.
- معایب: مشابه SOM، ممکن است یک مقدار crisp تولید نکند که منجر به ابهام شود. این تصمیم ممکن است بیش از حد محافظه کارانه (overly conservative) باشد و راه حل های بالقوه دیگر را نادیده بگیرد.

۹. Middle of Maximum:

- مزایای: بین تمایلات محافظه کارانه و تهاجمی تعادل برقرار می کند. (Balances between conservative and aggressive tendencies). می تواند نسبت به MOM در برابر نویز قوی تر باشد.
- معایب: ممکن است برای همه کاربردها مطلوب نباشد.

به طور خلاصه، COG دقیق ترین اما پیچیده ترین روش است. روش های ساده تر مانند COS، CA و MOM مقداری دقت را قربانی محاسبات سریع تر می کنند. Sugeno به انواع خاصی از سیستم محدود می شود. انتخاب بستگی به application خاص ما دارد.

انتخاب روش فازی زدایی (defuzzification method) مناسب به عوامل مختلفی مانند پیچیدگی مسئله، منابع محاسباتی موجود، الزامات دقت و ویژگی های توابع عضویت بستگی دارد. اغلب، هنگام انتخاب روش برای یک برنامه خاص، باید تعادل بین دقت و پیچیدگی محاسباتی ایجاد شود.

بهترین روش فازی زدایی به کاربرد و اولویت های خاص شما بستگی دارد. عواملی مانند:

- دقت: نمایش دقیق رفتار میانگین مجموعه فازی چقدر مهم است؟
- تفسیرپذیری: آیا به روشی نیاز دارید که ببینشی در مورد فرآیند تصمیم گیری سیستم ارائه دهد؟
- راندمان محاسباتی (Computation efficiency): چه مقدار توان پردازشی برای انجام فازی سازی در دسترس است؟
- استحکام: کاربرد تا چه حد نسبت به نقاط پرت یا نویز در داده ها حساس است؟

به یاد داشته باشید، هیچ رویکرد "one-size-fits-all" وجود ندارد، و آزمایش با روش های مختلف می تواند به شما کمک کند تا بهترین گزینه را برای نیازهای خاص خود پیدا کنید.

مراجع:

<https://chat.openai.com/>

<https://bard.google.com/>

<https://claude.ai/chats>

پایان