



دانشکده علوم ریاضی

# اصول پردازش تصویر

نیم سال اول ۱۳۹۹-۱۴۰۰

مدرس: دکتر مصطفی کمالی تبریزی

## تمرین سری پنجم – سوال اول

شماره دانشجویی: ۹۷۱۰۰۳۹۸

نام و نام خانوادگی: سیدعلیرضا خادم

زمان حدودی اجرا: ۴ دقیقه و ۳۰ ثانیه

ابعاد تصویر source:  $1200_{px} \times 630_{px}$

ابعاد تصویر target:  $3973_{px} \times 2032_{px}$

### موارد لازم.

برای اجرا لازم است تا تصاویر 1.source.jpg و 1.target.jpg در مسیر EX5\_Q1 قرار داشته باشد. همچنین در پیاده سازی این سوال از کتابخانه های cv2 ، numpy و scipy استفاده شده است که قبل از اجرا بایستی این کتابخانه ها روی سیستم شما نصب باشد.

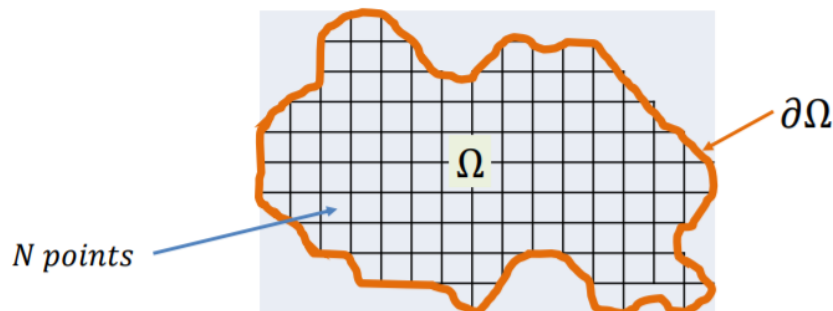
### روند کلی حل.

ایده کلی حل به این صورت است که مسئله را به حل معادله پواسون دوبعدی با شرایط مرزی دیریکله تبدیل می کنیم. با توجه به این نکته که گرادیان در تصاویر اهمیت زیادی دارد و در واقع آنچه میتوان از تصاویر درک کرد تا حد زیادی به گرادیان تصویر وابسته است، هدف ما این است که گرادیان تصویر source ای که میخواهیم در تصویر target قرار دهیم حفظ شود. استفاده ای که می خواهیم از گرادیان در حل این مسئله بکنیم به این صورت است که blending را به گونه ای انجام بدهیم گرادیان تصویر source بعد از قرار گرفتن در تصویر target همچنان حفظ شود. برای انجام این کار لازم نیست که کاربر object مدنظر از تصویر source را به صورت دقیق segment کند بلکه بهتر از که مقداری از background را هم داشته باشیم. (برای مثال کافیت که یک کانتور دور object کشیده شود). کاری که میخواهیم انجام بدهیم به این صورت است که این کانتور را از تصویر source برداریم و در تصویر target قرار دهیم به طوری که گرادیان در ناحیه ی داخل contour حفظ شود. خلاصه ای از روابطی که بایستی در این مسئله حل کنیم به صورت زیر است.

$$\begin{cases} \nabla^2 f(x, y) = g(x, y) & (x, y) \in \Omega \\ f(x, y) = h(x, y) & (x, y) \in \partial\Omega \end{cases} \quad \nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f_{i+1,j} + f_{i-1,j} + f_{i,j+1} + f_{i,j-1} - 4f_{i,j} = g_{i,j}$$

$N$  unknowns,  $N$  equations  
 $Af = b$   
 system of linear equations



همانطور که در روابط بالا نشان داده شده است از روش عددی Finite Difference Method برای حل معادله پواسون استفاده میکنیم. برای حل دستگاه معادله‌ای که در طی روند حل به آن برخوردیم خورد هم با توجه به این نکته که ماتریس ضرایب تعداد زیادی صفر دارد از کتابخانه scipy.sparse برای حل این دستگاه استفاده می‌کنیم.

## توضیح کد.

برنامه در مجموع حاوی ۲ فایل با فرمت py. می‌باشد که توضیحات هر فایل در پایین آمده است.

### utilities.py ○

`warp_source_image(source_image, delta_x, delta_y, shape)`

این تابع تصویر source و مقدار جابه‌جایی در راستای x و y و ابعاد تصویر target را به عنوان ورودی می‌گیرد و در خروجی تصویر با ابعاد shape برمی‌گرداند که در آن تصویر source با یک translation در مکان درست قرار گرفته است.

## blend(warped\_source, target, mask)

این تابع تصویر وارپ شده‌ی source ، تصویر target و mask را به عنوان ورودی می‌گیرد و بعد از اینکه ماتریس ضرایب A را با استفاده از تابع get\_mat\_A محاسبه کرد یک حلقه را اجرا می‌کند و برای هر channel ، blending را انجام می‌دهد.

## get\_mat\_A(mask, shape):

این تابع برای محاسبه‌ی ماتریس ضرایب استفاده می‌شود. mask و shape را به عنوان ورودی می‌گیرد. در ابتدا با استفاده از تابع get\_laplacian\_matrix ، A را برابر با یک ماتریس پواسون با ابعاد shape قرار می‌دهد و در ادامه درایه‌هایی از A که خارج از ناحیه سفید رنگ mask قرار دارد را برابر با همانی قرار می‌دهد. در نهایت هم با استفاده از تابع to\_csc آن را به صورت csc در می‌آوریم تا با استفاده از کتابخانه scipy.sparse.linalg بتوان دستگاه معادله را حل کرد.

$$A = \begin{bmatrix} D & -I & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -I & D & -I & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -I & D & -I & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -I & D & -I & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -I & D & -I \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -I & D \end{bmatrix},$$

$I$  is the  $m \times m$  identity matrix, and  $D$ , also  $m \times m$ , is given by:

$$D = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix},$$

روابط دقیقتر را میتوان از این لینک مشاهده کنید.

## get\_mat\_b(A, source\_flat, target\_flat, mask\_flat)

این تابع ورودی‌هایی را که مشاهده می‌کنید را به عنوان ورودی می‌گیرد و b را  $(Af = b)$  محاسبه می‌کند و به عنوان خروجی برمی‌گرداند.

## scale(image, min, max)

این تابع یک تصویر را به عنوان ورودی می‌گیرد و مقدار intensity پیکسل‌هایی که intensity آنها کمتر از مقدار min است را برابر و مقدار intensity پیکسل‌هایی که intensity آنها بیشتر از max است را برابر max قرار می‌دهد. در نهایت هم فرمت را به uint8 تغییر داده و به عنوان خروجی برمی‌گرداند.

`blend_channel(A, source, target, mask, channel, shape)`

این تابع ورودی‌هایی که مشاهده می‌کنید را به عنوان ورودی می‌گیرد و بعد از اینکه `target[:, :, source[:, :, channel]` `mask` و `channel` را به صورت `flatten` در آورد، با استفاده از تابع `get_mat_b` مقدار `b` را محاسبه می‌کند و در ادامه با استفاده از تابع `spsolve` از کتابخانه `scipy.sparse.linalg` دستگاه معادله  $Af = b$  را حل می‌کند. در نهایت هم بعد از `reshape` کردن و `scale` کردن `f`، آن را به عنوان خروجی بر می‌گرداند.

○ `q1.py`

در این فایل ابتدا تصاویر را لود می‌کنیم و در ادامه `result` را با استفاده از تابع `blend` محاسبه می‌کنیم و با نام `res1.jpg` در مسیر `EX5_Q1/results` ذخیره می‌کنیم.