آمار و احتمال مهندسی

نیم‌سال دوم ۱۴۰۱ ـ ۱۴۰۰

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

گردآورندگان: سید یاسین موسوی، مهدی لطفیان

کوییز شماره ۱

موضوعات: مقدمات احتمال و توزیع های احتمالی

مسئله‌ی ۱. چراغ سردرگم

قصد داریم تا جاده ای به طول L را بوسیله یک تیر چراغ برق نوردهی کنیم. برای اینکار چراغ را به صورت رندوم با توزیع یونیفورم در نقطه ای از جاده قرار میدهیم و چراغ جاده را به دو قسمت تقسیم میکند. احتمال اینکه نسبت بخش کوچکتر جاده به بخش طولانی تر کمتر از $\frac{1}{5}$ باشد چقدر است؟ (جاده را بصورت یک پاره خط در نظر بگیرید)

حل. جایگذاری چراغ یک توزیع یونیفورم در بازه صفر تا L دارد

$$P\Big\{min(\frac{X}{L-X}, \frac{L-X}{X}) < 1/5\Big\}$$

$$= 1 - P\Big\{min(\frac{X}{L-X}, \frac{L-X}{X}) > 1/5\Big\}$$

$$= 1 - P\Big\{\frac{X}{L-X} > 1/5, \frac{L-X}{X} > 1/5\Big\}$$

$$= 1 - P\Big\{X > L/6, X < 5L/6\Big\}$$

$$= 1 - P\Big\{\frac{L}{6} < X < \frac{5L}{6}\Big\}$$

$$= 1 - \frac{4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

▷

مسئله‌ی ۲. تاس بازی

فرض کنید میخواهیم آزمایشی طراحی کنیم. در این آزمایش ما دو تا تاس سالم مشابه داریم. این دو تاس را ۶ بار همزمان و با درستی پرتاب میکنیم (منظور از درستی این است که احتمال حاصل شدن هر یک از وجه ها یکسان است و ما با طرز پرتابمان توزیع احتمال برابر هر یک از وجه ها را تغییر نمیدهیم) و هر دفعه مجموع خالهای دو تاس را روی کاغذ مینویسیم.

الف) احتمال نوشته شدن هر یک از اعداد ۲ تا ۱۲ در هر پرتاب چه قدر است؟

ب) چه قدر احتمال داد که عدد دور ششم متفاوت از ۵ عدد قبلی باشد که روی کاغذ نوشته شده است. (برای جلوگیری از اتلاف وقت نیازی به انجام محاسبات نهایی و به دست آوردن جواب آخر نیست و به راه حل درست نمره کامل تعلق میگیرد) **حل.**

الف

E_i : پیشامد آمدن مجموع i خال در پرتاب دو تاس

میدانیم که مجموع خالها در پرتاب دو تاس بین ۲ تا ۱۲ است، احتمال هر کدام را به دست می آوریم:

$$P(E_2) = \frac{1}{36}, \quad P(E_3) = \frac{2}{36}, \quad P(E_4) = \frac{3}{36}, \quad P(E_5) = \frac{4}{36}, \quad P(E_6) = \frac{5}{36}, \quad P(E_7) = \frac{6}{36},$$

$$P(E_8) = \frac{5}{36}, \quad P(E_9) = \frac{4}{36}, \quad P(E_{10}) = \frac{3}{36}, \quad P(E_{11}) = \frac{2}{36}, \quad P(E_{12}) = \frac{1}{36}$$

ب

حال اگر F_i را پیشامد اینکه در پرتاب ششم مجموع خالها i بیاید و L_i را پیشامد اینکه در پرتابهای ۱ تا ۵ مجموع خالها i نیاید تعریف کنیم، کافی است احتمال زیر را محاسبه نماییم:

$$P(A) = \sum_{i=2}^{12} P(F_i \cap L_i) = \sum_{i=2}^{12} P(E_i)(1 - P(E_i))^5$$

$$P(A) = 2\times\frac{1}{36}(\frac{35}{36})^5+2\times\frac{2}{36}(\frac{34}{36})^5+2\times\frac{3}{36}(\frac{33}{36})^5+2\times\frac{4}{36}(\frac{32}{36})^5+2\times\frac{5}{36}(\frac{31}{36})^5+\frac{6}{36}(\frac{30}{36})^5 \approx 0/56$$

$\triangleright$

موفق باشید :)