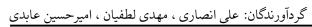
## آمار و احتمال مهندسی

نيمسال دوم ۱۴۰۱\_۱۴۰۰





دانشکدهی مهندسی کامپیوتر

و ئيز ٣

توزیع های توام ، تبدیل و نامساوی ها

## مسئلهي ١.

مجموعه نقاط درون و روی محیط دایره واحد را در نظر بگیرید.

$$D = \{(x, y)|x^{\Upsilon} + y^{\Upsilon} \leq 1\}$$

فرض کنید یک نقطه (x,y) به صورت تصادفی و با احتمال یکنواخت از D انتخاب میشود. این یعنی تابع چگالی احتمال مشترک X و Y به صورت زیر خواهد بود :

$$f_{XY}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & (x,y) \in D \\ \bullet & \text{Otherwise} \end{cases}$$

حال فرض کنید  $(R,\Theta)$  مختصات قطبی متناظر با همان نقطه (X,Y) باشد. در اینصورت میدانیم روابط زیر بین پارامتر ها برقرار میباشد:

$$\begin{cases} X = R cos\Theta \\ Y = R sin\Theta \end{cases}$$

تابع چگالی مشترک R و  $\Theta$  را بیابید و نشان دهید مستقل هستند.

حال فرض کنید توزیع X ، Y تنها محدود به دایره واحد نباشد و بتواند کل صفحه مختصات را در بر داشته باشد. به عبارتی X و Y هر دو توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار Y داشته باشند.

$$X \sim \mathcal{N}(\cdot, 1), Y \sim \mathcal{N}(\cdot, 1)$$

و همینطور این دو متغیر تصادفی مستقل باشند.

در این حالت هم تابع چگالی R و  $\Theta$  را محاسبه کنید و نشان دهید مستقل هستند.

## مسئلەي ٢.

فرض کنید متغیر های تصادفی  $X_1, X_7, \dots X_n$  از توزیع یکنواخت با پارامتر های  $\cdot$  و ۱ و همچنین مستقل هستند. فرض کنید داریم:

$$M_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

الف

مقادیر  $\mathbb{E}[M_n]$  و همچنین  $Var(M_n)$  را بیابید.

ك

یک کران بالای غیربدیهی برای مقدار زیر پیدا کنید:

$$\mathbb{P}(|M_n - \frac{1}{7}| \geqslant \frac{1}{1 \cdot \cdot \cdot})$$

ج

مقدار زير را با استفاده از قسمت قبل محاسبه كنيد:

$$\lim_{x\to\infty}\mathbb{P}(|M_n-\frac{1}{\Upsilon}|\geqslant\frac{1}{1\cdot \cdot})$$

## نکات مهم

• پاسخ خود را در قالب یک فایل pdf با اسم [STD-Num] آپلود کنید.

موفق باشيد :)