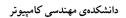
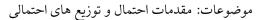
آمار و احتمال مهندسی

نيمسال دوم ۱۴۰۱ _ ۱۴۰۰

گردآورندگان: سید یاسین موسوی، مهدی لطفیان



کوییز شماره ۱



مسئلهی ۱. چراغ سردرگم

قصد داریم تا جاده ای به طول L را بوسیله یک تیر چراغ برق نوردهی کنیم. برای اینکار چراغ را به صورت رندوم با توزیع یونیفورم در نقطه ای از جاده قرار میدهیم و چراغ جاده را به دو قسمت تقسیم میکند. احتمال اینکه نسبت بخش کوچکتر جاده به بخش طولانی تر کمتر از $\frac{1}{6}$ باشد چقدر است؟ (جاده را بصورت یک پاره خط در نظر بگیرید) حل. جایگذاری چراغ یک توزیع یونیفورم در بازه صفر تا L دارد

$$\begin{split} P\Big\{ &\min(\frac{X}{L-X}, \frac{L-X}{X}) < 1/\delta \Big\} \\ &= 1 - P\Big\{ &\min(\frac{X}{L-X}, \frac{L-X}{X}) > 1/\delta \Big\} \\ &= 1 - P\Big\{ \frac{X}{L-X} > 1/\delta, \frac{L-X}{X} > 1/\delta \Big\} \\ &= 1 - P\Big\{ X > L/\beta, X < \delta L/\beta \Big\} \\ &= 1 - P\Big\{ \frac{L}{\beta} < X < \frac{\delta L}{\beta} \Big\} \\ &= 1 - P\Big\{ \frac{L}{\beta} < X < \frac{\delta L}{\beta} \Big\} \\ &= 1 - \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\gamma}{\gamma} \end{split}$$

 \triangleright

مسئلهی ۲. تاس بازی

فرض کنید میخواهیم آزمایشی طراحی کنیم. در این آزمایش ما دو تا تاس سالم مشابه داریم. این دو تاس را ۶ بار همزمان و با درستی پرتاب میکنیم (منطور از درستی این است که احتمال حاصل شدن هر یک از وجه ها یکسان است و ما با طرز پرتابمان توزیع احتمال برابر هر یک از وجه ها را تغییر نمیدهیم) و هر دفعه مجموع خالهای دو تاس را روی کاغذ مینویسیم.

الف) احتمال نوشته شدن هر یک از اعداد ۲ تا ۱۲ در هر پرتاب چه قدر است؟

ب) چه قدر احتمال داد که عدد دور ششم متفاوت از ۵ عدد قبلی باشد که روی کاغذ نوشته شده است. (برای جلوگیری از اتلاف وقت نیازی به انجام محاسبات نهایی و به دست آوردن جواب آخر نیست و به راه حل درست نمره کامل تعلق میگیرد) حل.

الف

پیشامد آمدن مجموع ${f i}$ خال در پرتاب دو تاس : E_i

میدانیم که مجموع خالها در پرتاب دو تاس بین ۲ تا ۱۲ است، احتمال هر کدام را به دست می آوریم:

$$P(E_{\mathbf{Y}}) = \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}\mathbf{S}}, \quad P(E_{\mathbf{Y}}) = \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}\mathbf{S}}, \quad P(E_{\mathbf{Y}}) = \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}\mathbf{S}}, \quad P(E_{\mathbf{A}}) = \frac{\mathbf{Y}}{\mathbf{Y}\mathbf{S}}, \quad P(E_{\mathbf{S}}) = \frac{\mathbf{\Delta}}{\mathbf{Y}\mathbf{S}}, \quad P(E_{\mathbf{Y}}) = \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{Y}\mathbf{S}},$$

$$P(E_{\Lambda}) = \frac{\Delta}{\mathbf{TS}}, \quad P(E_{\mathbf{1}}) = \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{TS}}, \quad P(E_{\mathbf{1}}) = \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{TS}}, \quad P(E_{\mathbf{1}}) = \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{TS}}, \quad P(E_{\mathbf{1}}) = \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{TS}}$$

حال اگر F_i را پیشامد اینکه در پرتاب ششم مجموع خالها i بیاید و L_i را پیشامد اینکه در پرتابهای I تا I مجموع خالها I نیاید تعریف کنیم، کافی است احتمال زیر را محاسبه نماییم:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{17} P(F_i \cap L_i) = \sum_{i=1}^{17} P(E_i) (1 - P(E_i))^{\Delta}$$

$$P(A) = \mathbf{7} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{TS}} (\frac{\mathbf{TD}}{\mathbf{TS}})^{\Delta} + \mathbf{7} \times \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{TS}} (\frac{\mathbf{TT}}{\mathbf{TS}})^{\Delta} + \mathbf{7} \times \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{TS}} (\frac{\mathbf{TT}}{\mathbf{TS}})^{\Delta} + \mathbf{7} \times \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{TS}} (\frac{\mathbf{TT}}{\mathbf{TS}})^{\Delta} + \mathbf{7} \times \frac{\Delta}{\mathbf{TS}} (\frac{\mathbf{TT}}{\mathbf{TS}})^{\Delta} + \frac{S}{\mathbf{TS}} (\frac{\mathbf{TT}}{\mathbf{TS}})^{\Delta} \approx \frac{1}{2} \frac{1}{2$$

مو فق باشید:)