



## نکات مهم

- پاسخ خود را در قالب یک فایل pdf با اسم [STD-Num]\_HW# آپلود کنید.
- ددلاین تمرین ساعت ۲۳:۵۹ روز ۱۱ خرداد می باشد.
- سوالات ستاره دار، غیرتحویلی هستند و برای تمرین بیشتر قرار داده شده اند.
- مشورت در تمرین ها مجاز است و توصیه هم می شود، اما هر دانشجو موظف است تمرین را به تنهایی انجام دهد و راه حل نهایی ارسال شده، باید توسط خود دانشجو نوشته شده باشد. در صورت کشف اولین مورد تقلب هر دانشجو، نمره‌ی همان تمرین وی، صفر در نظر گرفته شده و در صورت کشف دومین مورد تقلب هر دانشجو، منفی نمره‌ی کل تمرین ها به وی تعلق خواهد گرفت. برای کسب اطلاعات بیش تر در خصوص آیین نامه‌ی مشورت و تقلب، می توانید به بخش مربوطه در ویکی دانشکده مراجعه کنید. لازم به ذکر است که این جرایم به هیچ عنوان بخشیده نخواهند شد.

## مسئله‌ی ۱.

امبر هرد ادعا کرده است که یکی از سکه‌هایی که جانی دپ به عنوان مهریه به او داده است تقلبی است زیرا تنها ۴۸٪ مواقع رو می آید. دادگاه باید چند مرتبه سکه را پرتاب کند تا نشان دهد ادعای امبر هرد با اختلاف ۲٪ درصد و دقت ۹۵٪ درصد صحیح است؟

### الف

با کمک قانون اعداد بزرگ اثبات کنید.

### ب

با کمک قضیه حد مرکزی اثبات کنید.

### ج

با مقایسه نتایج بدست آمده قدرت دو روش را مقایسه کنید.

## مسئله‌ی ۲.

موشی در یک اتاق به دام افتاده است. این اتاق سه در خروجی به شرح زیر دارد:

- با انتخاب در اول پس از ۳ دقیقه به خارج از اتاق می رود.

- با انتخاب در دوم پس از ۵ دقیقه دوباره به اتاق باز می‌گردد.
- با انتخاب در سوم پس از ۷ دقیقه دوباره به اتاق باز می‌گردد.

هر بار که موش می‌خواهد دری را انتخاب کند، احتمال برگزیده شدن تمام درها یکسان است. امید ریاضی زمان خروج موش از اتاق چند دقیقه است.

### مسئله‌ی ۳.

توزیع احتمال طول گونه‌ای از ماهی به شکل زیر است.

$x$	10	20	30	40	50
$P(X = x)$	0.4	0.2	0.2	0	0.2

ماهی گیری ۴۵ ماهی صید می‌کند. احتمال اینکه میانگین طول این مجموعه حداقل ۳۰ باشد چند است؟

### مسئله‌ی ۴.

کاپیتان پس از کاپیتانی تصمیم به برگزاری مهمانی بزرگ گرفته و تمام تیم تدریس را دعوت کرده. تیم تدریس برای ورود به مهمانی لازم است که کفش های خود را دریاورند. پس از پایان مهمانی و خداحافظی کاپیتان کفش های این  $n$  مهمان را به صورت رندوم بین مهمانان پخش میکند.

## الف

امید ریاضی تعداد مهمانانی که کفش خود را دریافت میکنند را بیان کنید.

## ب

برای  $n$  مهمان امید ریاضی جفت مهمان هایی که کفش های همدیگر را دریافت میکنند را محاسبه کنید.

## ج

فرض کنید در هنگام ورود به هر مهمان و کفشش یک عدد بین ۱ تا  $n$  بدهیم و کفشی که در پایان مهمانی به نفر  $i$  میرسد  $a_i$  باشد اگر  $b_i = \max\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$  باشد امید ریاضی تعداد اعضای منحصر به فرد  $\{b_1, b_2, b_3, \dots, b_n\}$  را محاسبه کنید.

### مسئله‌ی ۵.

متغیر تصادفی  $X$  را برای مقدار حقیقی  $1 \leq b$  یک متغیر  $b$ -معقول می‌نامیم اگر داشته باشیم:

$$E[X^4] \leq b(E[X^2])^2$$

حال فرض کنید  $X$ ،  $b$ -معقول باشد و  $E[X] = 0$  و  $Var(X) = \sigma^2$ . ثابت کنید

$$P[|X| \geq t\sigma] \leq \frac{b}{t^4}$$

## مسئله‌ی ۶.

فرض کنید  $b > 0$  یک مقدار ثابت حقیقی باشد. فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی پیوسته نامنفی باشد، به گونه‌ای که برای هر  $z > 0$  نامساوی  $P(X > z) \leq \exp(-\frac{b}{z})$  برقرار باشد. نشان دهید  $E[X] \leq b$ .

موفق باشید :