

بسم خدا

دانشگاه صنعتی شریف - دانشکده مهندسی کامپیوتر

آمار و احتمال مهندسی

بهار 1401

تمرین دوم عملی

طراح: علیرضا نوروزی

موعد تحویل: 3 اردیبهشت

همفکری در تمامی تمرین‌های درس توصیه می‌شود. در عین حال از شما خواسته می‌شود تا تمام پیاده‌سازی را به تنهایی و بدون مشاهده کد دیگران انجام دهید.

لطفا در فایل ارسالی تمام بلوک‌های کد اجرا شده و شامل نمودارها و خروجی‌های لازم باشند.

سوال اول

در این تمرین قصد داریم مرحله پلی آف مسابقات NBA را شبیه سازی کنیم. هر سری در مرحله پلی آف به صورت 4 از 7 برگزار میشود به این معنی که 2 تیم تا وقتی یکی از بین شان 4 پیروزی کسب کند بازی ها را ادامه میدهند. حال شما برای شروع کافی است تابعی بنویسید که احتمال برد یک سری از بازی را محاسبه کند. میتوانید این سری را 1000 بار تکرار کنید و تعداد باری که تیم با احتمال برد p برنده میشود را گزارش کنید. فرض کنید تیم یک در هر بازی به احتمال p برنده میشود. و بسکتبال تساوی هم ندارد.

In []:

```
#####  
# Your function goes here:  
#####
```

حال برای p های بزرگتر از نیم احتمال برنده شدن سری را محاسبه کنید. و نمودار مناسبی برای نمایش این اعداد رسم کنید.

In []:

با رسم نمودار برای n و p های مختلف نشان دهید برای تیم های قوی تر هر چه تعداد n بیشتر باشد احتمال اینکه یک سری را ببازند کمتر میشود و این نسبت را ببینید، مثلاً برای $p = 0.6$ مقادیر مختلف n را بررسی کنید.

In []:

میدانیم از این 7 سری بازی 4 بازی در زمین تیم 1 و 3 بازی در تیم 2 انجام میشود. تابع قسمت قبل را به نحوی باز سازی کنید که هم احتمال برد در خانه و احتمال برد خارج از خانه و اینکه 4

بازی میکند یا 3 بازی را دریافت و مانند تابع قبلی احتمال برد
سری را حساب کند

```
In [ ]: #####  
# Your function goes here:  
#####
```

به ازای مقادیر مختلف احتمال برد در خانه، احتمال برد در
خارج از خانه و تعداد بازی در خانه نمودار مناسبی برای احتمال
برد سری رسم کنید. برای رسم همه نمودارها در یکجا دوباره
facet_wrap() مطالعه کنید.

```
In [ ]:
```

با استفاده از geom_raster() نموداری رسم کنید که تاثیر
شروع بازی در خانه یا خارج از خانه را نشان دهد.

```
In [ ]:
```

سوال دوم

در یک فرایند پواسون زمان بین دو اتفاق از یک توزیع
نمایی پیروی می کند. اگر بخواهیم زمان اتفاق n ام را
پیش بینی کنیم از توزیع گاما استفاده می کنیم.

$$T_n = \sum_{i=1}^n X_i, \text{ } X_i \text{ s are i.i.d and } X_i \sim \text{Exp}(\lambda)$$

$$T_n \sim \text{Gamma}(n, \lambda)$$

حال فرض کنید فاصله زمانی ورود دانشجویان به کلاس درس
حضوری از توزیع پواسون پیروی میکند.

الف) 1000 نمونه تصادفی برای زمان بین ورود دانشجو ها
تولید کنید و نمودارهای هیستوگرام داده‌های تولید شده و
چگالی توزیع آن را در یک نمودار رسم کنید. نمودار
هیستوگرام شما باید چگالی احتمال را برای هر نمونه را نشان
دهد.

In []:

ب) بی حافظگی توزیع نمایی را با داده‌های تولید شده در
قسمت قبل و رسم نمودار به همان شکل نشان دهید.

In []:

ج) با تولید $n=10$ متغیر تصادفی نمایی، ویژگی گفته شده در
صورت سوال را بررسی کنید. برای این کار می‌توانید برای
شبیه‌سازی هر متغیر تصادفی مانند قسمت الف عمل کنید.

In []: