

Московский физико-технический институт
Факультет молекулярной и химической физики

Лабораторная работа №2.1.3
«Определение C_p/C_v по скорости звука в газе»

Выполнил:
студент 1 курса
642 группы ФМХФ
Демьянов Георгий
Сергеевич

Москва 2017

Аннотация

В этом отчёте изложены результаты выполнения лабораторной работы «Определение C_p/C_v по скорости звука в газе». Меняя длину выдвижной трубы, находят смещения, при которых возникают стоячие волны в трубе на данной частоте, задаваемой генератором. Отсюда определяют значения скорости звука в среде. Далее получают значения показателя адиабаты. Также находят частоты, при которых возникают стоячие волны при фиксированной длине трубы. Отсюда аналогично определяется скорость звука в среде и показатель адиабаты.

Цель работы: измерение частоты колебаний и длины волны при резонансе звуковых колебаний в газе, заполняющем трубу; определение показателя адиабаты с помощью уравнения состояния идеального газа.

1. Теоретическое введение

Скорость распространения звуковой волны в газах зависит от показателя адиабаты γ . На измерении скорости звука основан один из наиболее точных методов определения показателя адиабаты.

Скорость звука в газах определяется формулой (1):

$$v_{\text{зв}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (1)$$

где R — универсальная газовая постоянная, T — температура газа, μ — молярная масса газа. Отсюда можно найти:

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} v_{\text{зв}}^2. \quad (2)$$

Таким образом, для определения показателя адиабаты достаточно измерить температуру газа и скорость распространения звука (молярная масса газа предполагается известной).

Звуковая волна, распространяющаяся вдоль трубы, испытывает многократные отражения от торцов. Звуковые колебания в трубе являются наложением всех отраженных волн и, вообще говоря, очень сложны. Картина упрощается, если длина трубы L равна целому числу полуволен, то есть когда

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad (3)$$

где λ — длина звука в трубе, n — любое целое число. Т.о. при условии (3) в трубе возникает резонанс и появляется стоячая волна.

Скорость звука $v_{\text{зв}}$ связана с его частотой f и длиной волны λ соотношением

$$v_{\text{зв}} = \lambda f. \quad (4)$$

Подбор условий, при которых возникает резонанс, можно производить двояко:

1. При неизменной частоте f звукового генератора (а следовательно, и неизменной длине звуковой волны λ) можно изменять длину трубы L . Для этого применяется раздвижная труба. Длина раздвижной трубы постепенно увеличивается, и наблюдается ряд последовательных резонансов. Возникновение резонанса легко наблюдать на осциллографе по резкому увеличению амплитуды колебаний. Для последовательных резонансов имеем

$$L_n = n \frac{\lambda}{2}, \quad L_{n+k} = n \frac{\lambda}{2} + k \frac{\lambda}{2}, \quad (5)$$

т.е. $\lambda/2$ есть угловой коэффициент графика $L(k)$, k — номер резонанса.

2. При постоянной длине трубы можно изменять частоту звуковых колебаний. В этом случае следует плавно изменять частоту f звукового генератора, а следовательно, и длину звуковой волны λ . Для последовательных резонансов получим

$$L_n = n \frac{\lambda}{2} = \dots = \frac{\lambda_{k+1}}{2} (n + k). \quad (6)$$

Из (4) и (6) имеем

$$f_1 = \frac{v_{зв}}{\lambda_1} = \frac{v_{зв}}{2L} n, \quad f_{k+1} = f_1 + \frac{v_{зв}}{2L} k \quad (7)$$

Скорость звука, делённая на $2L$, определяется, таким образом, по угловому коэффициенту графика зависимости частоты от номера резонанса.

В этом отчёте представлен первый метод подбора резонанса.

Теория взята из [1] – с. 74-76.

2. Экспериментальная установка

В установке звуковые колебания в трубе возбуждаются телефоном Т и улавливаются микрофоном М. Мембрана телефона приводится в движение переменным током звуковой частоты; в качестве источника переменной ЭДС используется звуковой генератор ГЗ. Возникающий в микрофоне сигнал наблюдается на осциллографе ЭО. Микрофон и телефон присоединены к установке через тонкие резиновые трубки. Такая связь достаточна для возбуждения и обнаружения звуковых колебаний в трубе и в то же время мало возмущает эти колебания: при расчётах оба торца трубы можно считать неподвижными, а влиянием соединительных отверстий пренебречь.

Установка содержит раздвижную трубу с миллиметровой шкалой. Через патрубков труба может наполняться воздухом или углекислым газом из газгольдера. На этой установке производятся измерения γ для воздуха и для CO_2 .

Описание взято из [1] – с. 76.

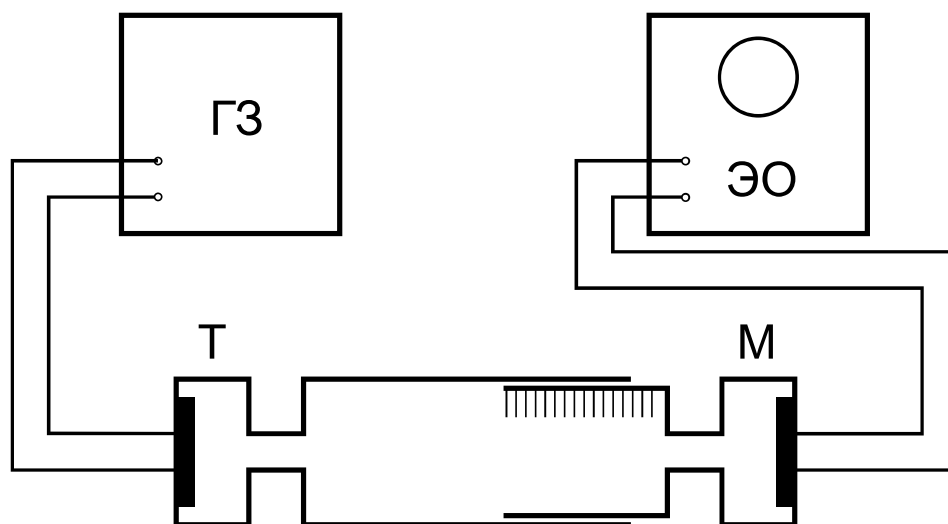


Рис. 1. Установка для измерения скорости звука при помощи раздвижной трубы

3. Обработка результатов измерений

$L = (0.700 \pm 0.005)$ м — начальная длина трубы, $T = (297.5 \pm 0.1)$ К — температура в комнате. Табличные значения скоростей звука при данной температуре: $v_{зв}^{\text{возд}} = 345.5$ м/с и $v_{зв}^{\text{CO}_2} = 270.4$ м/с.

3.1. Измерения при переменной длине трубы

Найдём, при каких смещениях x_k от начальной длины трубы происходит резонанс при данной частоте. Эксперимент проведём на увеличение и уменьшение длины трубы для воздуха и только на уменьшение для CO_2 . Полученные данные занесём в таблицы 1, 2, 3.

Таблица 1. Уменьшение трубы: воздух

	x_1 , м	x_2	x_3	x_4
$f_1 = (1.72 \pm 0.01)$ кГц	(0.217 ± 0.001)	(0.118 ± 0.001)	(0.015 ± 0.001)	
$f_2 = (2.50 \pm 0.01)$ кГц	(0.198 ± 0.001)	(0.129 ± 0.001)	(0.062 ± 0.001)	
$f_3 = (3.00 \pm 0.01)$ кГц	(0.227 ± 0.001)	(0.169 ± 0.001)	(0.112 ± 0.001)	(0.053 ± 0.001)
$f_4 = (4.00 \pm 0.01)$ кГц	(0.168 ± 0.001)	(0.122 ± 0.001)	(0.081 ± 0.001)	(0.043 ± 0.001)

Таблица 2. Увеличение трубы: воздух

	x_1 , м	x_2	x_3	x_4
$f_1 = (1.72 \pm 0.01)$ кГц	(0.016 ± 0.001)	(0.119 ± 0.001)	(0.218 ± 0.001)	
$f_2 = (2.50 \pm 0.01)$ кГц	(0.061 ± 0.001)	(0.130 ± 0.001)	(0.199 ± 0.001)	
$f_3 = (3.00 \pm 0.01)$ кГц	(0.053 ± 0.001)	(0.111 ± 0.001)	(0.170 ± 0.001)	(0.228 ± 0.001)
$f_4 = (4.00 \pm 0.01)$ кГц	(0.046 ± 0.001)	(0.082 ± 0.001)	(0.120 ± 0.001)	(0.169 ± 0.001)

Таблица 3. Уменьшение трубы: CO_2

	x_1 , м	x_2 , м	x_3 , м
$f_1 = (1.70 \pm 0.01)$ кГц	(0.174 ± 0.001)	(0.096 ± 0.001)	(0.017 ± 0.001)
$f_2 = (2.03 \pm 0.01)$ кГц	(0.228 ± 0.001)	(0.162 ± 0.001)	(0.097 ± 0.001)
$f_3 = (3.06 \pm 0.01)$ кГц	(0.227 ± 0.001)	(0.185 ± 0.001)	(0.141 ± 0.001)
$f_4 = (4.05 \pm 0.01)$ кГц	(0.217 ± 0.001)	(0.182 ± 0.001)	(0.155 ± 0.001)
x_4 , м	x_5 , м	x_6 , м	x_7 , м
(0.003 ± 0.001)			
(0.097 ± 0.001)	(0.053 ± 0.001)	(0.008 ± 0.001)	
(0.122 ± 0.001)	(0.088 ± 0.001)	(0.055 ± 0.001)	(0.021 ± 0.001)

Нанесём на график экспериментальные точки $x(k)$ и проведём по ним прямую методом наименьших квадратов (МНК, рис. 2, 3, 4). Тогда $\lambda/2$ есть модуль углового коэффициента графика $x(k)$.

Из МНК, получим результаты и занесём их в таблицы 4, 5, 6.

В таблице 5 для частоты $f = (2.50 \pm 0.01)$ кГц погрешность для $\lambda/2$ из МНК получилась ровно 0 м.

Теперь для каждого случая найдём скорость звука в данной среде по формуле

$$v_{\text{зв}} = 2 \cdot \lambda/2 \cdot f,$$

а погрешность по формуле:

$$\left(\frac{\sigma_{v_{\text{зв}}}}{v_{\text{зв}}} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_{\lambda}}{\lambda} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_f}{f} \right)^2,$$

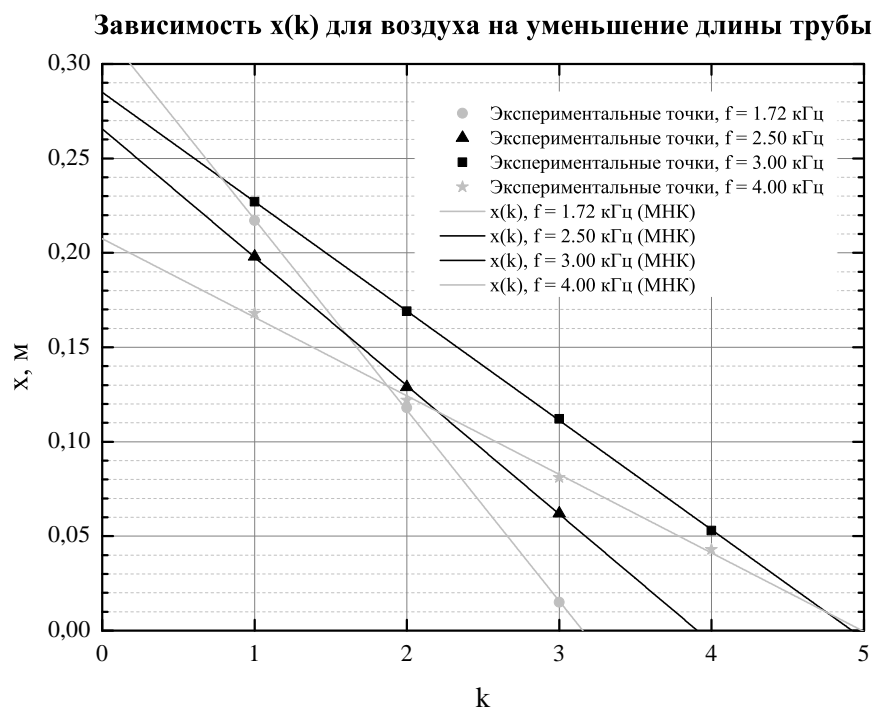


Рис. 2. Зависимость $x(k)$ для воздуха на уменьшение длины трубы

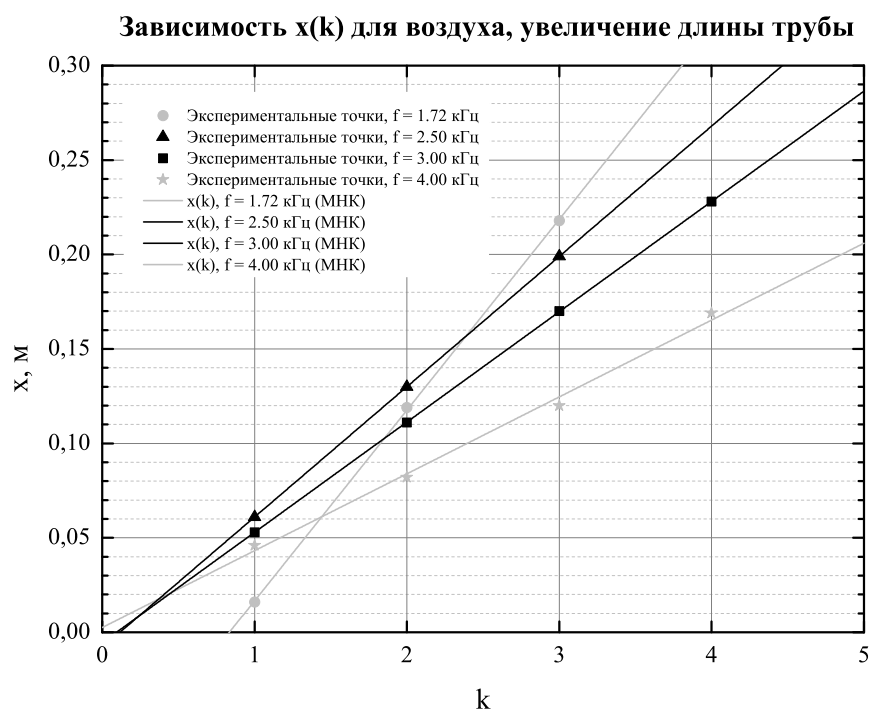


Рис. 3. Зависимость $x(k)$ для воздуха на увеличение длины трубы

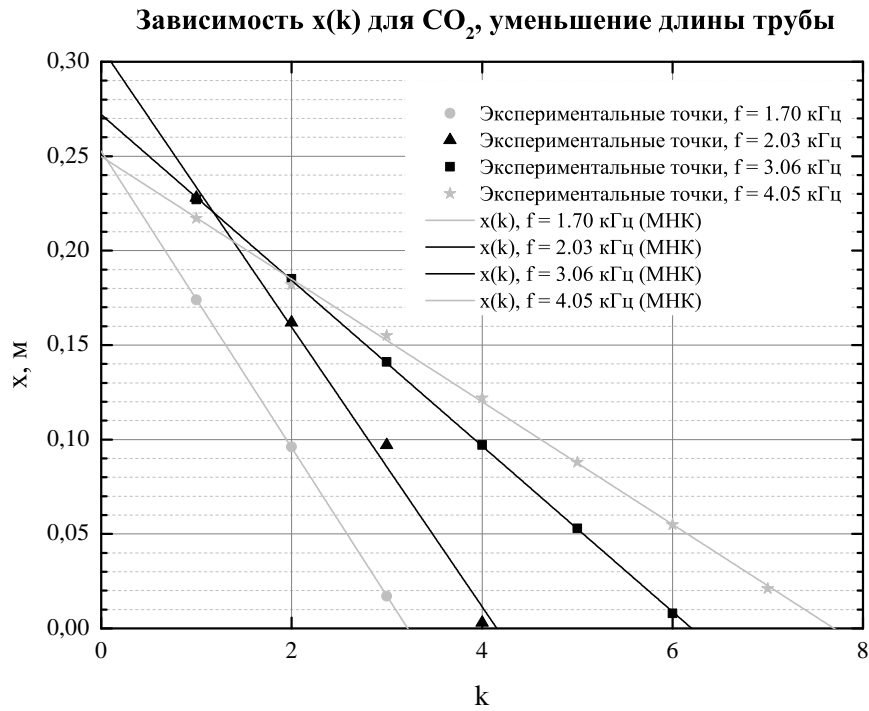


Рис. 4. Зависимость $x(k)$ для CO_2 на уменьшение длины трубы

Таблица 4. Значения $\lambda/2$, воздух, уменьшение длины трубы

f , кГц	$\lambda/2$, м
(1.72 ± 0.01)	(0.1010 ± 0.0012)
(2.50 ± 0.01)	(0.0680 ± 0.0006)
(3.00 ± 0.01)	(0.0579 ± 0.0003)
(4.00 ± 0.01)	(0.0416 ± 0.0012)

Таблица 5. Значения $\lambda/2$, воздух, увеличение длины трубы

f , кГц	$\lambda/2$, м
(1.72 ± 0.01)	(0.1010 ± 0.0012)
(2.50 ± 0.01)	0.069
(3.00 ± 0.01)	(0.05840 ± 0.00014)
(4.00 ± 0.01)	(0.041 ± 0.002)

Таблица 6. Значения $\lambda/2$, CO_2 , уменьшение длины трубы

f , кГц	$\lambda/2$, м
(1.70 ± 0.01)	(0.0785 ± 0.0003)
(2.03 ± 0.01)	(0.074 ± 0.005)
(3.06 ± 0.01)	(0.0439 ± 0.0002)
(4.05 ± 0.01)	(0.0326 ± 0.0004)

и результаты занесём в таблицы 7, 8, 9.

Таблица 7. Значения $v_{зв}$, воздух, уменьшение длины трубы

f , кГц	$v_{зв}$, м/с
(1.72 ± 0.01)	(347 ± 5)
(2.50 ± 0.01)	(340 ± 3)
(3.00 ± 0.01)	(347 ± 2)
(4.00 ± 0.01)	(333 ± 10)

Таблица 8. Значения $v_{зв}$, воздух, увеличение длины трубы

f , кГц	$v_{зв}$, м/с
(1.72 ± 0.01)	(347 ± 5)
(2.50 ± 0.01)	(345 ± 1)
(3.00 ± 0.01)	(350 ± 1)
(4.00 ± 0.01)	(326 ± 16)

Таблица 9. Значения $v_{зв}$, CO_2 , уменьшение длины трубы

f , кГц	$v_{зв}$, м/с
(1.70 ± 0.01)	(267 ± 2)
(2.03 ± 0.01)	(300 ± 20)
(3.06 ± 0.01)	(268 ± 2)
(4.05 ± 0.01)	(263 ± 3)

Таким образом, самыми близкими к табличным значениям скорости звука оказались результаты:

$$\begin{aligned} f &= (3.00 \pm 0.01) \text{ кГц}, v_{зв}^{\text{возд ум}} = (347 \pm 2) \text{ м/с} \\ f &= (2.50 \pm 0.01) \text{ кГц}, v_{зв}^{\text{возд ув}} = (345 \pm 1) \text{ м/с} \\ f &= (3.06 \pm 0.01) \text{ кГц}, v_{зв}^{\text{CO}_2 \text{ ум}} = (268 \pm 2) \text{ м/с} \end{aligned}$$

Найдём по формуле (2) показатель адиабаты γ для воздуха и углекислого газа. Погрешность вычислим так:

$$\left(\frac{\sigma_\gamma}{\gamma}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + 4\left(\frac{\sigma_{v_{зв}}}{v_{зв}}\right)^2. \quad (8)$$

Для воздуха $\mu_{\text{возд}} = 0.02898 \text{ кг/моль}$, а для CO_2 $\mu_{\text{CO}_2} = 0.04401 \text{ кг/моль}$, $R = 8.314 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

Получим такие результаты:

Таблица 10. Значения γ

Условие	$v_{зв}$, м/с	γ
Воздух, ум.	(347 ± 2)	(1.411 ± 0.016)
Воздух, ув.	(345 ± 1)	(1.394 ± 0.008)
CO_2 , ум.	(268 ± 2)	(1.278 ± 0.019)

Значения находятся в хорошем согласии с табличными данными ($\gamma_{\text{возд}} = 1.40$, $\gamma_{\text{CO}_2} = 1.30$).

3.2. Измерения при постоянной длине трубы

Также будем искать резонансные частоты при фиксированной длине трубы L для воздуха и CO_2 . Данные занесём в таблицы 11, 12.

Таблица 11. Резонансные частоты при длине трубы L : воздух

f_1 , кГц	—
f_2 , кГц	(0.477 ± 0.001)
f_3 , кГц	(0.760 ± 0.001)
f_4 , кГц	(0.937 ± 0.001)
f_5 , кГц	(1.24 ± 0.01)
f_6 , кГц	(1.41 ± 0.01)

Таблица 12. Резонансные частоты при длине трубы L : CO_2

f_1 , кГц	—
f_2 , кГц	(0.395 ± 0.001)
f_3 , кГц	(0.614 ± 0.001)
f_4 , кГц	(0.755 ± 0.001)
f_5 , кГц	(0.998 ± 0.001)
f_6 , кГц	(1.14 ± 0.01)

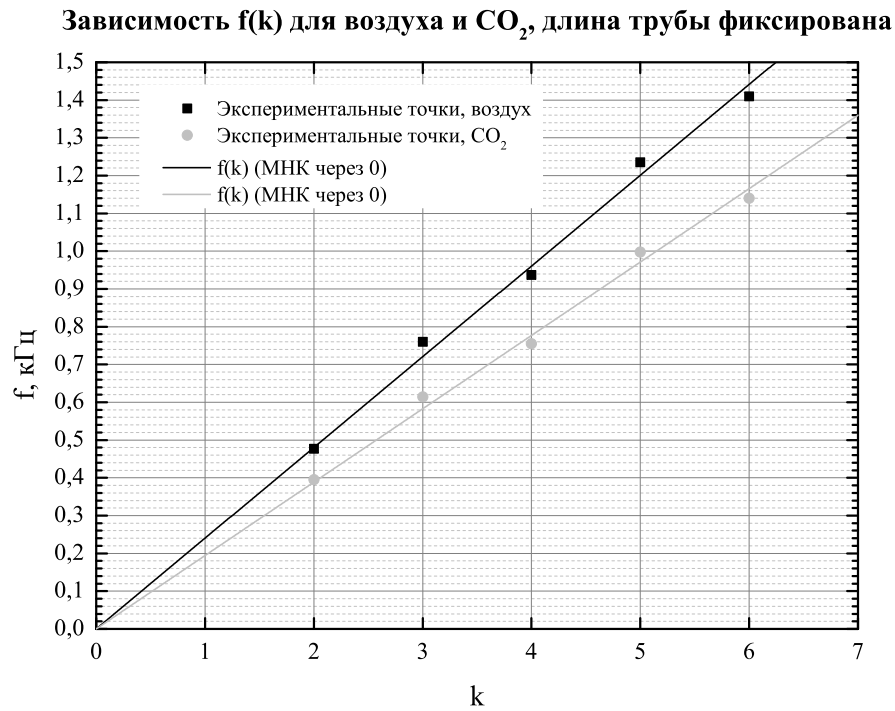


Рис. 5. Зависимость $f(k)$ для воздуха и CO_2 , длина трубы фиксирована и равна L

Нанесём на график экспериментальные точки $f(k)$ и проведём по ним прямую методом наименьших квадратов (МНК, через начало координат, рис. 5). Тогда $\frac{v_{\text{зв}}}{2L}$ есть модуль углового коэффициента графика $f(k)$.

Из МНК имеем:

$$\frac{v_{\text{зв}}^{\text{возд}}}{2L} = (0.240 \pm 0.003) \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$$

$$\frac{v_{\text{зв}}^{\text{CO}_2}}{2L} = (0.194 \pm 0.003) \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$$

Отсюда найдём скорости звука:

$$v_{\text{зв}}^{\text{возд}} = (336 \pm 5) \text{ м/с}$$

$$v_{\text{зв}}^{\text{co}_2} = (272 \pm 4) \text{ м/с}$$

По формулам (2) и (8) найдём значение γ :

$$\gamma_{\text{возд}} = (1.323 \pm 0.039)$$

$$\gamma_{\text{co}_2} = (1.316 \pm 0.039)$$

Видим, что значения скорости звука в воздухе и $\gamma_{\text{возд}}$ не совпадают с табличными значениями, а значение скорости звука в угл. газе и значение показателя адиабаты находятся в достаточном согласовании с табличными значениями.

4. Заключение

В данной работе мы исследовали резонанс газа в трубе и появление стоячих волн.

Определив длины трубы, при которых происходит резонанс, на определённых частотах нашли длину волны. Отсюда получили значения показателя адиабаты γ в 3 случаях: $\gamma_{\text{возд}}^{\text{YM}} = (1.411 \pm 0.016)$, $\gamma_{\text{возд}}^{\text{YB}} = (1.394 \pm 0.008)$, $\gamma_{\text{co}_2}^{\text{YM}} = (1.278 \pm 0.019)$, которые находятся в достаточном согласии с табличными данными.

Также определили скорость звука при фиксированной длине трубы, откуда нашли значения показателя адиабаты: $\gamma_{\text{возд}} = (1.323 \pm 0.039)$, $\gamma_{\text{co}_2} = (1.316 \pm 0.039)$.

Список литературы

- [1] Гладун А.Д. Лабораторный практикум по общей физике. Том 1. Термодинамика и молекулярная физика. Москва: МФТИ, 2012.