

# РЕШЕНИЯ КОНТРОЛЬНОЙ 2 июня 2014 г

**1А** (Булыгин В.С.)  $C(P) = \nu(C_P - RT/(P \frac{dT}{dP}))$  (см. [Методические материалы 2 сем.](#)). Так как  $T(P) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{P_2 - P_1}(P - P_1)$  (лин. зависимость), то с учётом соотношения Майера и при  $C_V = \frac{3}{2}R$ :  

$$C(P) = \nu \left( C_V - \frac{R}{P} \frac{T_1 P_2 - P_1 T_2}{T_2 - T_1} \right) = \nu C_V \left( 1 - \frac{2}{3} \frac{T_1 P_2 - P_1 T_2}{T_2 - T_1} \frac{1}{P} \right), \text{ откуда } \partial(P) \equiv \frac{C(P)}{\nu C_V} = 1 - \frac{4}{3} \frac{1}{P}.$$

Из  $\partial(P_2) = \frac{1}{3}, \partial(P_1) = -\frac{1}{3}$  следует ответ:  $\boxed{\frac{C(P_2)}{C(P_1)} = \frac{\partial(P_2)}{\partial(P_1)} = -1}$

**2А** (Попов П.В.) Распределение плотности во вращающемся цилиндре  $\rho(r) = \rho_0 \exp(\alpha r^2/a^2)$ , где  $\alpha = \mu \omega^2 a^2 / (2RT_0) \approx 10^{-2}$ . Энергия, запасенная во вращении (в расчёте на 1 моль):

$$E = \frac{\int_0^a \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cdot \rho(r) \cdot 2\pi r dr}{\int_0^a \frac{\rho(r)}{\mu} \cdot 2\pi r dr} = RT_0 \frac{1 - (1 + \alpha)e^{-\alpha}}{1 - e^{-\alpha}} \approx \frac{1}{2} \alpha RT_0$$

(то же самое получим, сразу пользуясь приближением  $\rho(r) \approx \rho_0$ ) :

$$E \approx \frac{\int_0^a \frac{1}{2} \mu \omega^2 r^2 \cdot \rho_0 \cdot 2\pi r dr}{\int_0^a \rho_0 \cdot 2\pi r dr} = \frac{1}{2} \alpha RT_0$$

Температура вырастет на  $\Delta T = \frac{E}{C_V} = \frac{1}{2} \alpha \frac{RT_0}{C_V} = \frac{1}{5} \alpha T_0 = \frac{\mu \omega^2 a^2}{10R} \approx 270 \cdot \frac{10^{-2}}{5} \approx \boxed{0,54K}$

**3А** (Прут Э.В.) Характеристические температуры  $\theta_1 = \frac{h\nu_1}{k} \approx 480K$ ;  $\theta_2 \approx 4320K$ ;  $\theta_3 \approx 4800K$ .  
 Колебательная теплоёмкость (см. задание 8.52 из сборника)

$$C_V^{\text{колеб}} = R \frac{\left(\frac{\theta}{T}\right)^2 \exp\left(\frac{\theta}{T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\theta}{T}\right) - 1\right)^2} \underset{T < \theta}{\approx} R \left(\frac{\theta}{T}\right)^2 \exp\left(-\frac{\theta}{T}\right)$$

При  $T = T_1$ :

$$\begin{aligned} T_1 < \theta_1 &\Rightarrow C_V^{\text{колеб}}(\theta_1) \approx (4.8)^2 e^{-4.8} R \approx 0.2R \\ T_1 \ll \theta_2 &\Rightarrow C_V^{\text{колеб}}(\theta_2) \approx 0 \\ T_1 \ll \theta_3 &\Rightarrow C_V^{\text{колеб}}(\theta_3) \approx 0 \end{aligned}$$

При  $T = T_2$ :

$$\begin{aligned} T_2 > \theta_1 &\Rightarrow C_V^{\text{колеб}}(\theta_1) \approx R \\ T_2 < \theta_2 &\Rightarrow C_V^{\text{колеб}}(\theta_2) \approx (4.3)^2 e^{-4.3} R \approx 0.25R \\ T_2 < \theta_3 &\Rightarrow C_V^{\text{колеб}}(\theta_3) \approx (4.8)^2 e^{-4.8} R \approx 0.2R \end{aligned}$$

Итого:  $(C_V)_1 = 3R + 0.2R = 3.2R$ ,  $(C_P)_1 = R + (C_V)_1 = 4.2R$ ,  $\gamma_1 \approx 1.31$ ,  $(C_V)_2 = 3R + R + 0.25R +$

$$0.2R = 4.45R, (C_P)_2 = 5.45R, \gamma_2 \approx 1.23, \boxed{\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{1.23}{1.31} \approx 0.94}$$

**4А** (Кириченко Н.А.) Смещение частицы между столкновениями с другими частицами  $l \sim \frac{1}{n\sigma}$ ,  $\sigma \propto R^2$ . При броуновском движении частица смещается на расстояние  $l$  за время  $t \sim l^2/D$ ,

$D = kTB$ ,  $B = \frac{1}{6\pi\eta R}$ . Тогда  $t \sim \frac{1}{(n\sigma)^2} \frac{6\pi\eta R}{kT} \propto \frac{1}{n^2 R^3}$ . Одна частица испытывает в единицу времени число столкновений  $\nu \sim 1/t \propto n^2 R^3$ , а  $n$  частиц —  $\nu = \nu n \propto n^3 R^3$ . С учётом сохранения массы:

$$n_0 R_0^3 = n_1 R_1^3, \text{ получим } \boxed{\frac{v_1}{v_0} = \frac{n_1^3 R_1^3}{n_0^3 R_0^3} = \frac{n_1^2}{n_0^2} = 4}.$$

**5А** (Коротков П.Ф.) Закон сохранения массы  $\Pi_0 \rho_0 v_0 = \Pi \rho v$ . Уравнение адиабаты  $\frac{\rho}{\rho_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ .

Преобразуем уравнение Бернулли  $\frac{1}{2}\mu v^2 + C_P T = \text{const}$  с учётом, что  $v = M\sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}$ ;  $C_P = \frac{\gamma}{\gamma-1}R$ ; получим  $T\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right) = \text{const}$ . Тогда

$$\frac{\Pi}{\Pi_0} = \frac{\rho_0 v_0}{\rho v} = \frac{M_0}{M} \left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \frac{M_0}{M} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M_0^2}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

При  $\gamma = 7/5$ ,  $M = 2$ ,  $M_0 = 1$  получим  $\boxed{\frac{\Pi}{\Pi_0} = \frac{27}{16} \approx 1.68}$ .