

С 1 апреля!

1. Рождается старичком, умирает младенцем, сегодня празднует день рождения, но не Гоголь.
 - (a) Кто это?
 - (b) Опишите внешний вид, характер, или нарисуйте его :)
2. Для борьбы с гетероскедастичностью в модели $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$ исследователь перешёл к модели $\tilde{y}_i = \beta_1 + \beta_2 \tilde{x}_i + \tilde{\varepsilon}_i$, где $\tilde{x}_i = x_i/z_i$, $\tilde{y}_i = y_i/z_i$, $\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i/z_i$. Какой вид гетероскедастичности предполагался?
3. Василий Аспушкин провёл два теста на гетероскедастичность. Оказалось, что в одном из них H_0 отвергается, а в другом — нет. Какой вывод следует сделать и почему?
4. Писатель Василий Аспушкин пишет Большой Роман. Количество страниц, которое он пишет ежедневно, зависит от количества съеденных пирожков, выпитого лимонада и числа посещений Музы.

$$Stranitsi_i = \beta_1 + \beta_2 Pirojki_i + \beta_3 Limonad_i + \beta_4 Musa_i + \varepsilon_i$$

Когда идёт дождь, Василий Аспушкин очень волнуется: он ошибочно считает, что музы плохо летают в дождь. Поэтому в дождливые дни дисперсия ε_i может быть выше.

- (a) Отсортировав имеющиеся наблюдения по количеству осадков в день, Настойчивый издатель построил регрессию по 40 самым дождливым дням и получил $RSS = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 = 360$. В регрессии по 40 самым сухим дням $RSS = 252$. Всего имеется 100 наблюдений. Проверьте гипотезу о гомоскедастичности. Как называется соответствующий тест?
- (b) Василий Аспушкин оценил по 100 наблюдениям исходную модель с помощью МНК. А затем построил регрессию квадрата студентизированных остатков на количество осадков и константу. Во второй регрессии $R^2 = 0.3$. Проверьте гипотезу о гомоскедастичности.
- (c) Предположим, что дисперсия ошибок линейно зависит от количества осадков.
 - i. Как будет выглядеть функция максимального правдоподобия для оценивания коэффициентов исходной модели?
 - ii. Опишите процедура доступного обобщенного метода наименьших квадратов (FGLS, feasible generalized least squares) применительно к данной ситуации

Hint: Функция плотности многомерного нормального распределения имеет вид

$$f(x) = (2\pi)^{-n/2} \det(\Omega)^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu)' \Omega^{-1}(x - \mu)\right)$$

5. В курсе теории вероятностей изучался тест о равенстве математических ожиданий по двум выборкам при предпосылке о равенстве дисперсий. Тестовая статистика там имела вид $F = \hat{\sigma}_1^2 / \hat{\sigma}_2^2$. Предложите состоятельный способ тестировать гипотезу о равенстве математических ожиданий без предпосылки равенства дисперсий.