

## С 1 апреля!

1. Рождается старичком, умирает младенцем, сегодня празднует день рождения, но не Гоголь.
  - (a) Кто это?
  - (b) Опишите внешний вид, характер, или нарисуйте его :)
2. Для борьбы с гетероскедастичностью в модели  $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$  исследователь перешёл к модели  $\tilde{y}_i = \beta_1 \frac{1}{z_i} + \beta_2 \tilde{x}_i + \tilde{\varepsilon}_i$ , где  $\tilde{x}_i = x_i/z_i$ ,  $\tilde{y}_i = y_i/z_i$ ,  $\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i/z_i$ . Какой вид гетероскедастичности предполагался?
3. Василий Аспушкин провёл два разных теста на гетероскедастичность. Оказалось, что в одном из них  $H_0$  отвергается, а в другом — нет. Какой же вывод о гетероскедастичности следует сделать Василию? Что можно сказать об уровне значимости предложенного Вами способа сделать вывод?
4. Писатель Василий Аспушкин пишет Большой Роман. Количество страниц, которое он пишет ежедневно, зависит от количества съеденных пирожков, выпитого лимонада и числа посещений Музы.

$$Stranitsi_i = \beta_1 + \beta_2 Pirojki_i + \beta_3 Limonadi_i + \beta_4 Musa_i + \varepsilon_i$$

Когда идёт дождь, Василий Аспушкин очень волнуется: он ошибочно считает, что музы плохо летают в дождь. Поэтому в дождливые дни дисперсия  $\varepsilon_i$  может быть выше.

- (a) Отсортировав имеющиеся наблюдения по количеству осадков в день, Настойчивый издатель построил регрессию по 40 самым дождливым дням и получил  $RSS = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 = 360$ . В регрессии по 40 самым сухим дням  $RSS = 252$ . Всего имеется 100 наблюдений. Проверьте гипотезу о гомоскедастичности. Как называется соответствующий тест?
- (b) Василий Аспушкин оценил по 100 наблюдениям исходную модель с помощью МНК. А затем построил регрессию квадрата студентизированных остатков на количество осадков и константу. Во второй регрессии  $R^2 = 0.3$ . Проверьте гипотезу о гомоскедастичности.
- (c) Предположим, что дисперсия ошибок линейно зависит от количества осадков.
  - i. Как будет выглядеть функция максимального правдоподобия для оценивания коэффициентов исходной модели?
  - ii. Опишите процедура доступного обобщенного метода наименьших квадратов (FGLS, feasible generalized least squares) применительно к данной ситуации

Hint: Функция плотности одномерного нормального распределения имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

5. В курсе теории вероятностей изучался тест о равенстве математических ожиданий по двум нормальным выборкам при предположении о равенстве дисперсий. Предложите состоятельный способ тестировать гипотезу о равенстве математических ожиданий без предположения равенства дисперсий.