

1. Рассмотрим следующую модель зависимости почасовой оплаты труда W от уровня образования $Educ$, возраста Age , уровня образования родителей $Fathedu$ и $Mothedu$:

$$\widehat{\ln W} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 Educ + \hat{\beta}_3 Age + \hat{\beta}_4 Age^2 + \hat{\beta}_5 Fathedu + \hat{\beta}_6 Mothedu$$

$$R^2 = 0.341, n = 27$$

- (a) Напишите спецификацию регрессии с ограничениями для проверки статистической гипотезы $H_0 : \beta_5 = 2\beta_4$
 - (b) Дайте интерпретацию проверяемой гипотезе
 - (c) Для регрессии с ограничением был вычислен коэффициент $R_R^2 = 0.296$. На уровне значимости 5% проверьте нулевую гипотезу
2. По ежегодным данным с 2002 по 2009 год оценивался тренд в динамике общей стоимости экспорта из РФ: $Exp_t = \beta_1 + \beta_2 t + \varepsilon_t$, где t — год ($t = 0$ для 2002 г., $t = 1$ для 2003 г., ..., $t = 7$ для 2009 г.), Exp_t — стоимость экспорта из РФ во все страны в млрд. долл. Оценённое уравнение выглядит так: $\widehat{Exp}_t = 111.9 + 43.2t$. Получены также оценки дисперсии случайной ошибки $\hat{\sigma}^2 = 4009$ и ковариационной матрицы оценок коэффициентов:

$$\widehat{Var}(\hat{\beta}) = \begin{pmatrix} 1671 & -334 \\ -334 & 95 \end{pmatrix}$$

- (a) Постройте 95%-ый доверительный интервал для коэффициента β_2
 - (b) Спрогнозируйте стоимость экспорта на 2010 год и постройте 90%-ый предиктивный интервал для прогноза.
3. Имеется 100 наблюдений. Исследователь Вениамин предполагает, что дисперсия случайной ошибки в последних 50-ти наблюдениях в 4 раза выше, чем в первых 50-ти, в частности $\text{Var}(\varepsilon_1) = \sigma^2$, а $\text{Var}(\varepsilon_{100}) = 4\sigma^2$. Вениамин оценивает модель $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$ с помощью МНК.
- (a) Найдите истинную дисперсию МНК оценки коэффициента β
 - (b) Предложите более эффективную оценку $\hat{\beta}^{alt}$
 - (c) Чему равна истинная дисперсия новой оценки?
 - (d) Подробно опишите любой способ, который позволяет протестировать гипотезу о гомоскедастичности против предположения Вениамина о дисперсии.

4. Закон больших чисел гласит, что если z_i независимы и одинаково распределены, то $\text{plim } \bar{z}_n = \mathbb{E}(z_1)$. Предположим, что регрессоры — стохастические, а именно, наблюдения являются случайной выборкой (то есть отдельные наблюдения независимы и одинаково распределены), и $\mathbb{E}(\varepsilon|X) = 0$. Модель имеет вид:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 w_i + \varepsilon_i$$

- (a) Найдите $\mathbb{E}(\varepsilon)$, $\mathbb{E}(x_1 \cdot \varepsilon_1)$
 - (b) Найдите $\text{plim } \frac{1}{n} X' \varepsilon$
 - (c) Найдите $\text{plim } \frac{1}{n} X' X$
 - (d) Докажите, что вектор МНК оценок $\hat{\beta}$ является состоятельным
5. Эконометресса Эвридика хочет оценить модель $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 z_i + \varepsilon_i$. К сожалению, она измеряет зависимую переменную с ошибкой. Т.е. вместо y_i она знает значение $y_i^* = y_i + u_i$ и использует его в качестве зависимой переменной при оценке регрессии. Ошибки измерения u_i некоррелированы между собой и с ε_i .
- (a) Будут ли оценки Эвридики несмещенными?
 - (b) Могут ли дисперсии оценок Эвридики быть ниже чем дисперсии МНК оценок при использовании настоящего y_i ?
 - (c) Могут ли оценки дисперсий оценок Эвридики быть ниже чем оценок дисперсий МНК оценок при использовании настоящего y_i ?