

به نام خدا

اصول سیستم‌های مخابراتی (دکتر صباغیان)

تمرین کامپیوتری سری سوم (مطالب نیمه دوم درس)

نیم‌سال اول ۱۴۰۳-۱۴۰۲

علی سینا جعفری - ۸۱۰۱۰۰۱۱۰

این فایل شامل گزارش و نتایج شبیه سازی‌های انجام شده است.

سوال ۱: مرور آمار و احتمال

سوال ۲: بررسی فرایند تصادفی

سوال ۳: مخابرات دیجیتال

چکیده

در پروژه سوم مطالب نیمه دوم درس مورد بررسی قرار می گیرد . در سوال اول با توزیع ریلی آشنا می شویم و نمودار های آن را رسم می کنیم . در سوال دوم یک فرآیند تصادفی را مورد بررسی قرار می دهیم و در سوال آخر نیز یک کانال مخابراتی دیجیتال را شبیه سازی می کنیم .

سوال ۱: بررسی توزیع رایلی

مقدمه: مرور آمار و احتمالات و توزیع رایلی و رسم نمودارهای توزیع

قسمت الف: تابع چگالی احتمال و رسم آن

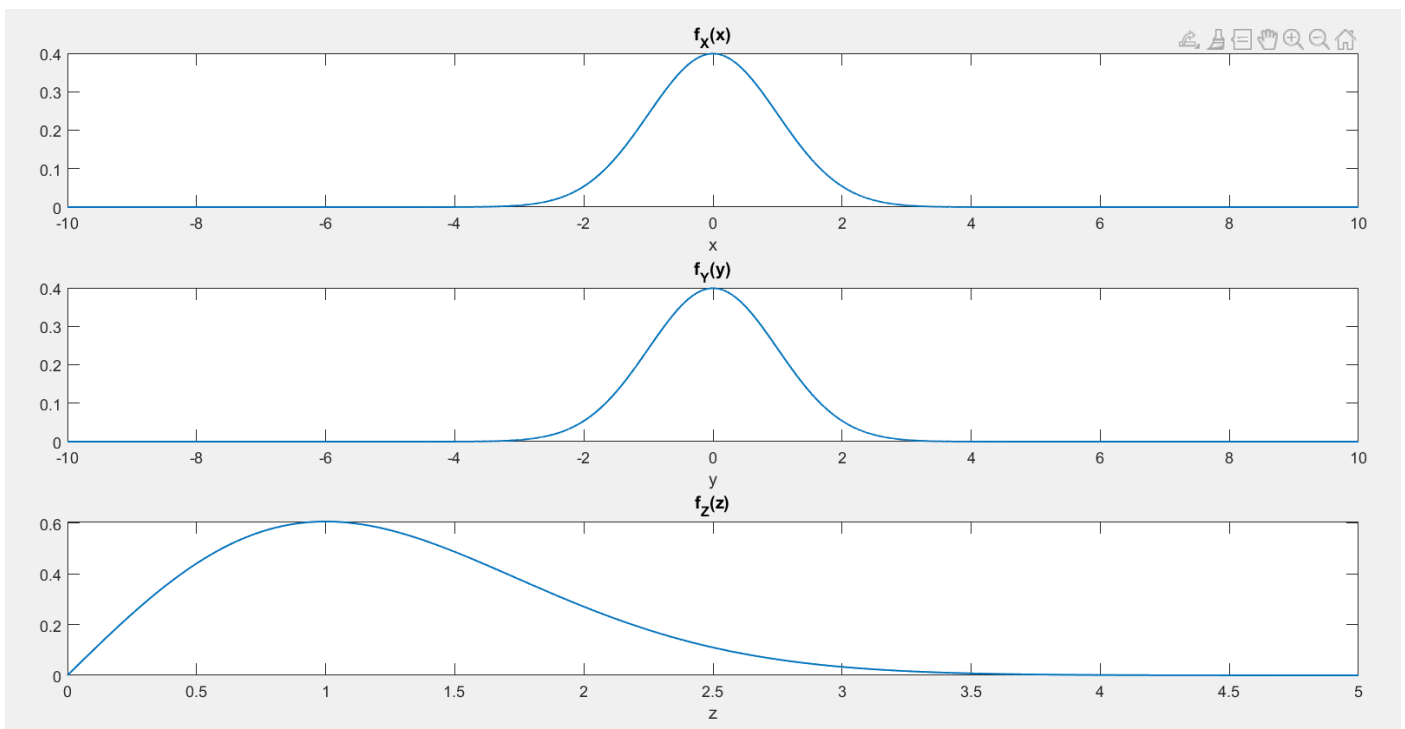
همانطور که در درس اشاره شد، تابع چگالی احتمال توزیع رایلی به صورت زیر محاسبه میشود:

if $X, Y \sim \text{Gaussian}(0, \sigma^2)$ and independant $\Rightarrow Z = \sqrt{X^2 + Y^2} \sim \text{Rayleigh} \rightarrow$

$$f_Z(z) = \frac{z}{\sigma^2} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}}, \quad E(Z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma, \quad E(Z^2) = 2\sigma^2 \xRightarrow{\sigma^2=1}$$

$$f_Z(z) = z e^{-\frac{z^2}{2}}, \quad E(Z) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \approx 1.253314, \quad \text{Var} = E(Z^2) - E(Z)^2 \approx 0.4292$$

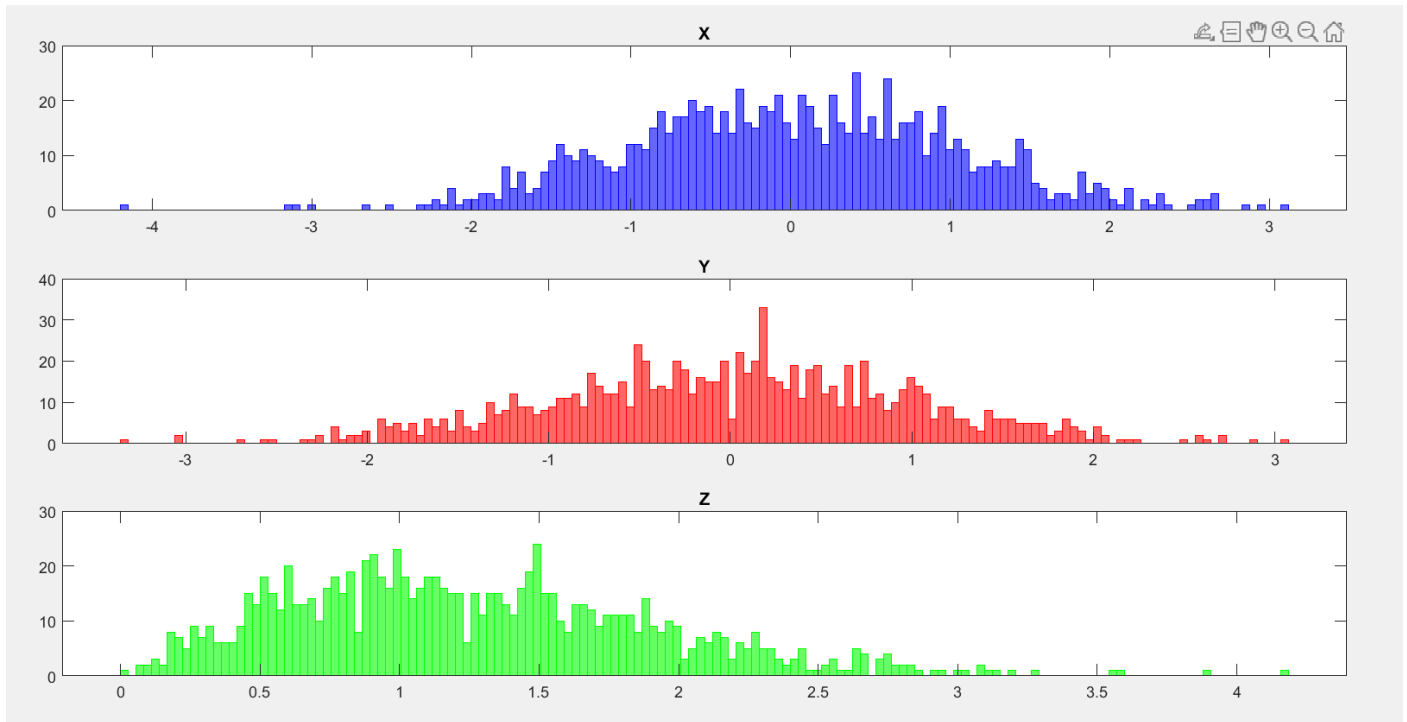
رسم تابع توزیع در متلب:



قسمت ب و ج: تولید متغیر تصادفی نرمال و رایی

Bin = 150 , N = 1000

توسط تابع randn نمودارهای X و Y و توسط رابطه $Z = \sqrt{X^2 + Y^2}$ نمودار توزیع Z را رسم می‌کنیم.



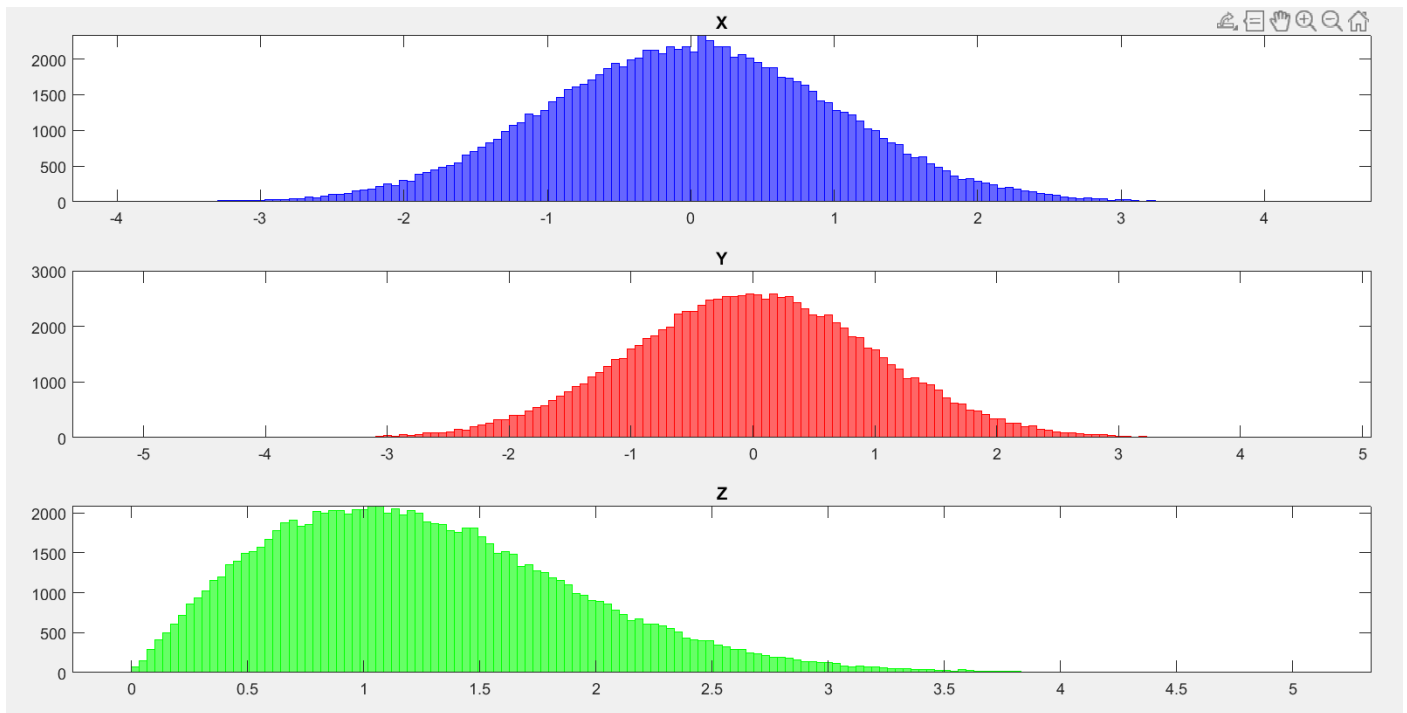
m =

1.2804

v =

0.4078

می‌بینیم که نمودار حاصل با توزیع به دست آمده تقریباً یکسان است. همچنین مقدار میانگین و واریانس نیز به مقدار واقعی بسیار نزدیک هستند.

قسمت د: تاثیر افزایش N  $m =$

1.2520

مشاهده می شود که با افزایش N نمودارها به توزیع به دست آمده نزدیک

و نزدیک تر میشوند و مقدار میانگین و واریانس نیز به مقدار حقیقی نزدیک تر میشوند .

 $v =$

0.4285

سوال ۲: فرایند تصادفی

مقدمه: در این بخش به بررسی یک فرایند تصادفی می‌پردازیم.

قسمت الف: میانگین و خود همبستگی فرایند تصادفی

$$X(t) = 10 \cos(5\pi t + \Theta), \quad \Theta \sim U(0, 2\pi)$$

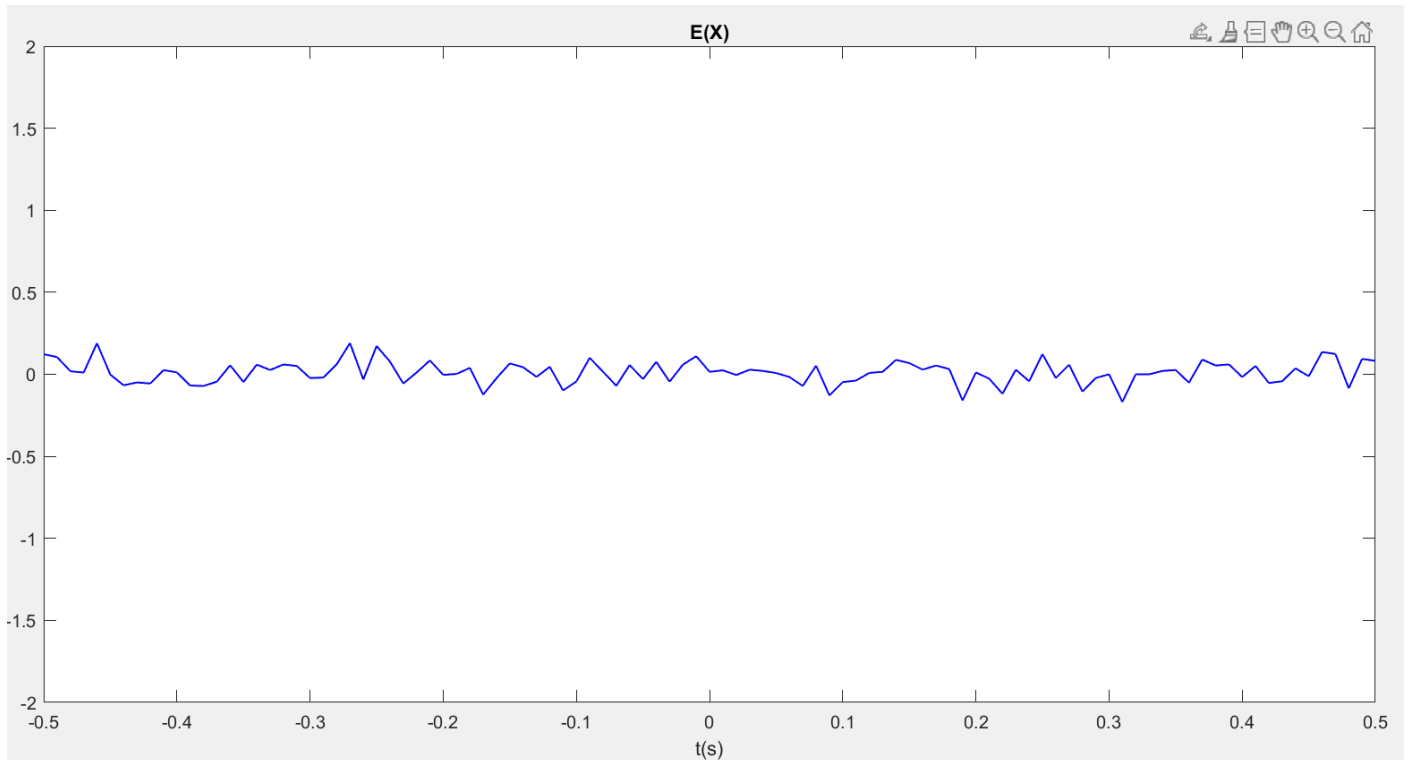
$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} X(\Theta) \cdot f_{\Theta}(\Theta) d\theta = \int_0^{2\pi} 10 \cos(5\pi t + \Theta) \cdot \frac{1}{2\pi} d\theta = 0 \quad (X \text{ is periodic})$$

$$\begin{aligned} R_X(\tau) &= E\{X(t_1)X(t_2)\} = E\{10 \cos(5\pi t_1 + \Theta) \cdot 10 \cos(5\pi t_2 + \Theta)\} \\ &= 50 E\{\cos(5\pi(t_1 + t_2) + 2\Theta) + \cos(5\pi(t_1 - t_2))\} \\ &= 50 \cos(5\pi\tau) + 50 \int_0^{2\pi} 10 \cos(5\pi(t_1 + t_2) + 2\Theta) \cdot \frac{1}{2\pi} d\theta = 50 \cos(5\pi\tau) \end{aligned}$$

مشاهده می‌شود که فرایند از نوع WSS است.

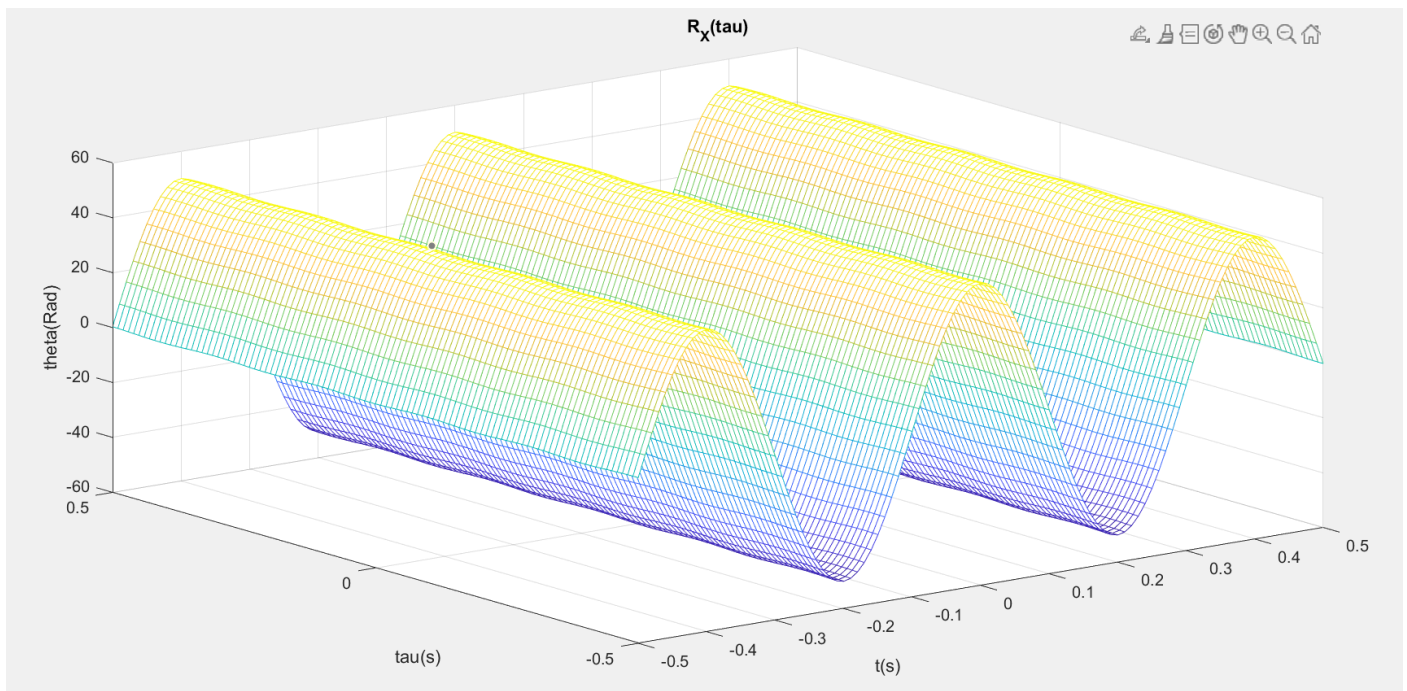
قسمت ب: رسم نمودار میانگین فرایند تصادفی

برای ایجاد فرایند یک ماتریس ۱۰۱ در ۱۰۰۰۰۰ تعریف می‌کنیم تا برای هر مقدار زمان یک تتا مختلف داشته باشیم. سپس نسبت به تتا میانگین گیری می‌کنیم:

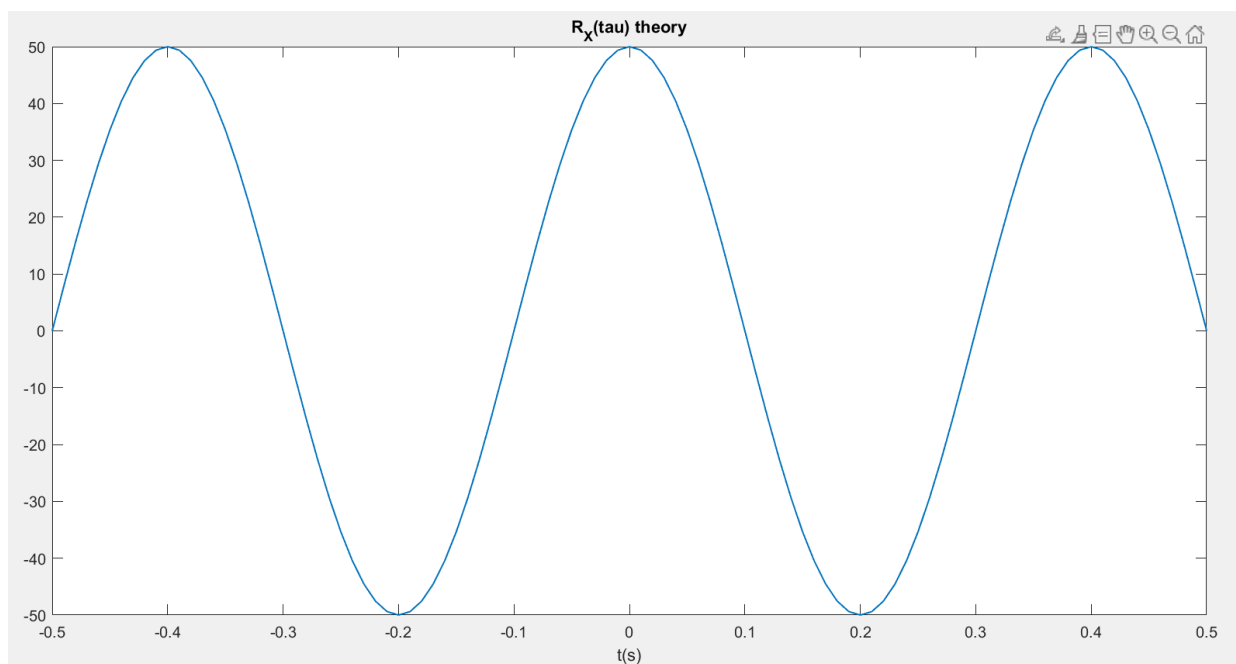
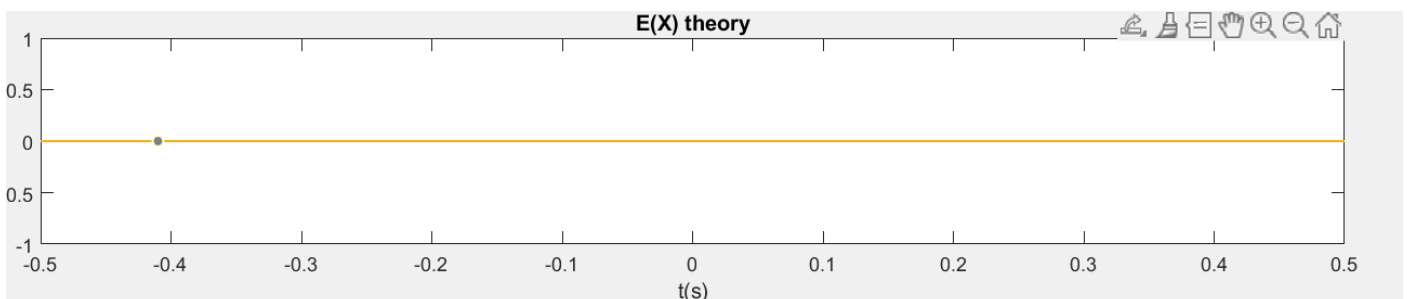


قسمت پ: رسم نمودار خود همبستگی فرایند تصادفی

با محاسبه $X(t)$ و $X(t + \tau)$ و ضرب آنها و سپس میانگین گیری نسبت به بعد θ ، تابع خود همبستگی را می یابیم:



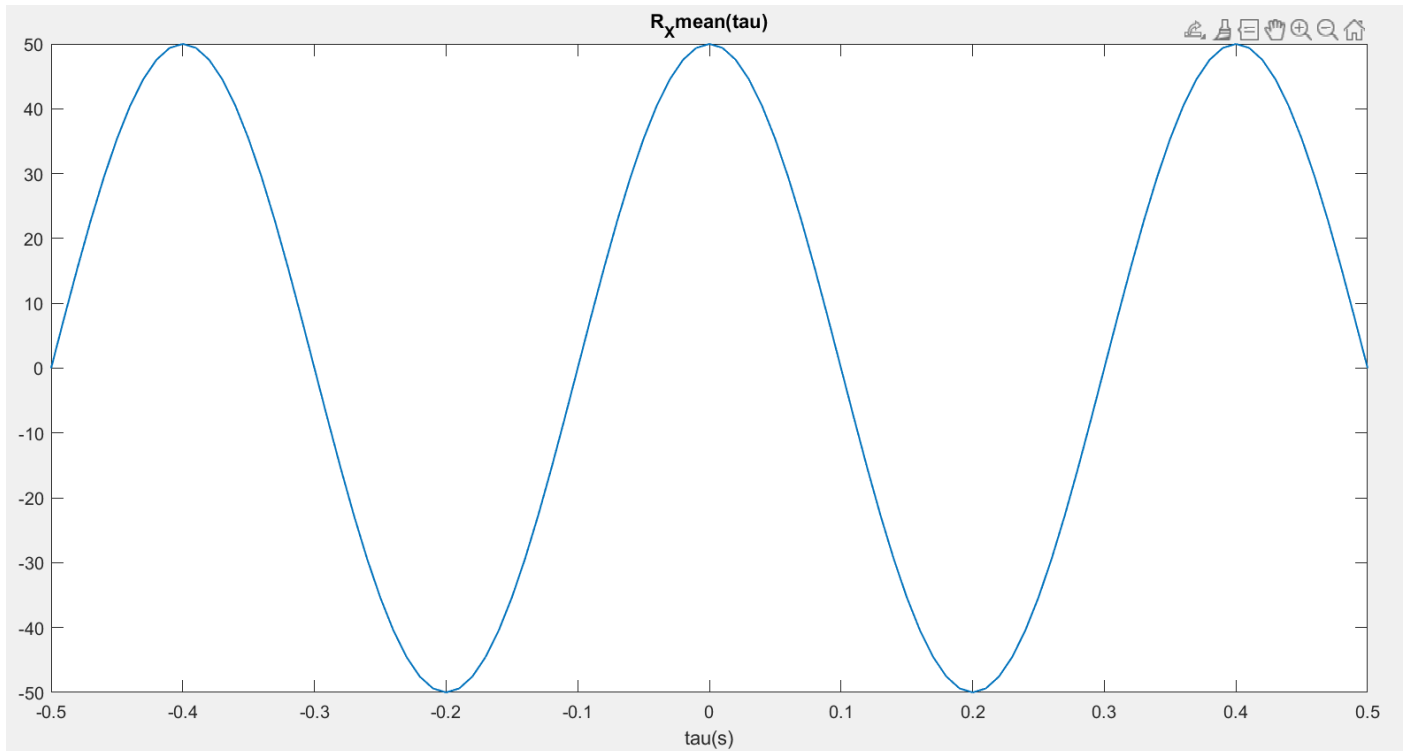
قسمت ت: مقایسه با محاسبات تئوری



مشاهده میشود که شکل‌ها تقریباً یکسان هستند. با افزایش N به شکل‌های دقیق‌تری میرسیم.

قسمت ث: ایستادن سازی فرایند تصادفی

با میانگین‌گیری نسبت به t به شکل زیر میرسیم:



که دقیقاً همان تابع خود همبستگی فرایند تصادفی X میباشد پس نتیجه میگیریم به t وابستگی نداریم و فرایند WSS است. (طبق محاسبات تئوری)

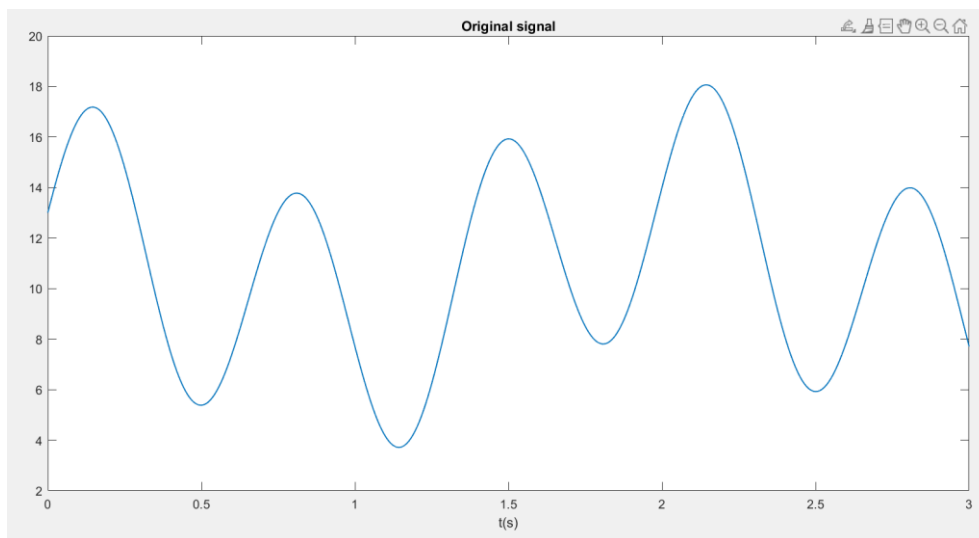
سوال ۳: آشنایی با مخابرات دیجیتال

مقدمه: در این بخش قصد داریم با مخابرات دیجیتال MPAM آشنا شویم .

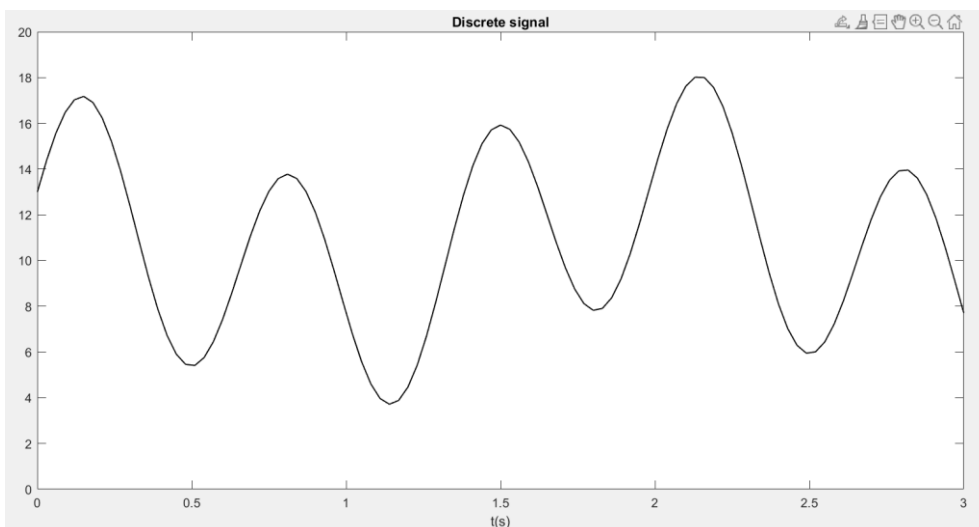
تعریف مسئله

قسمت الف: تعریف سیگنال پیوسته

تابع ذکر شده در صورت پروژه را رسم می کنیم :

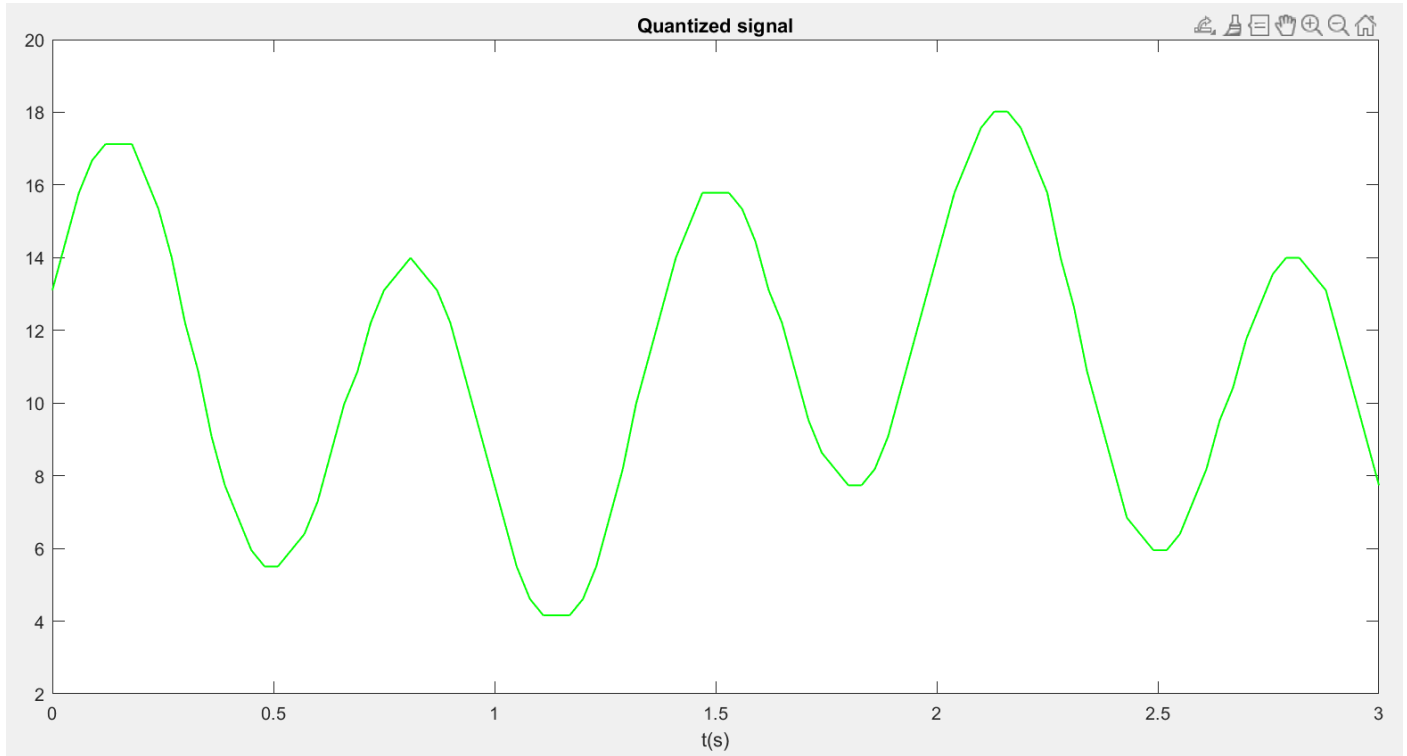
**قسمت ب: نمونه برداری و تولید سیگنال گسسته**

با زدن یک حلقه for و پیمایش طول سیگنال اصلی ، ۵۰۰ تا ۵۰۰ از سیگنال نمونه برداری می کنیم . در نتیجه طول سیگنال گسسته ۱۰۱ می شود .



قسمت ج: کوانتیزاسیون

پس از ساختن ماتریس q (ماتریس 1 در 32 شامل 32 سطح کوانتیزاسیون با فاصله یکسان) با پیمایش سیگنال گسسته، هر مقدار سیگنال گسسته را به نزدیک ترین سطح کوانتیزاسیون تصویر می‌کنیم.



قسمت د: دیجیتالسازی سیگنال کوانتایز شده

با سامیشتن گرفتن از مجذور سیگنال p انرژی آن را محاسبه می‌کنیم :

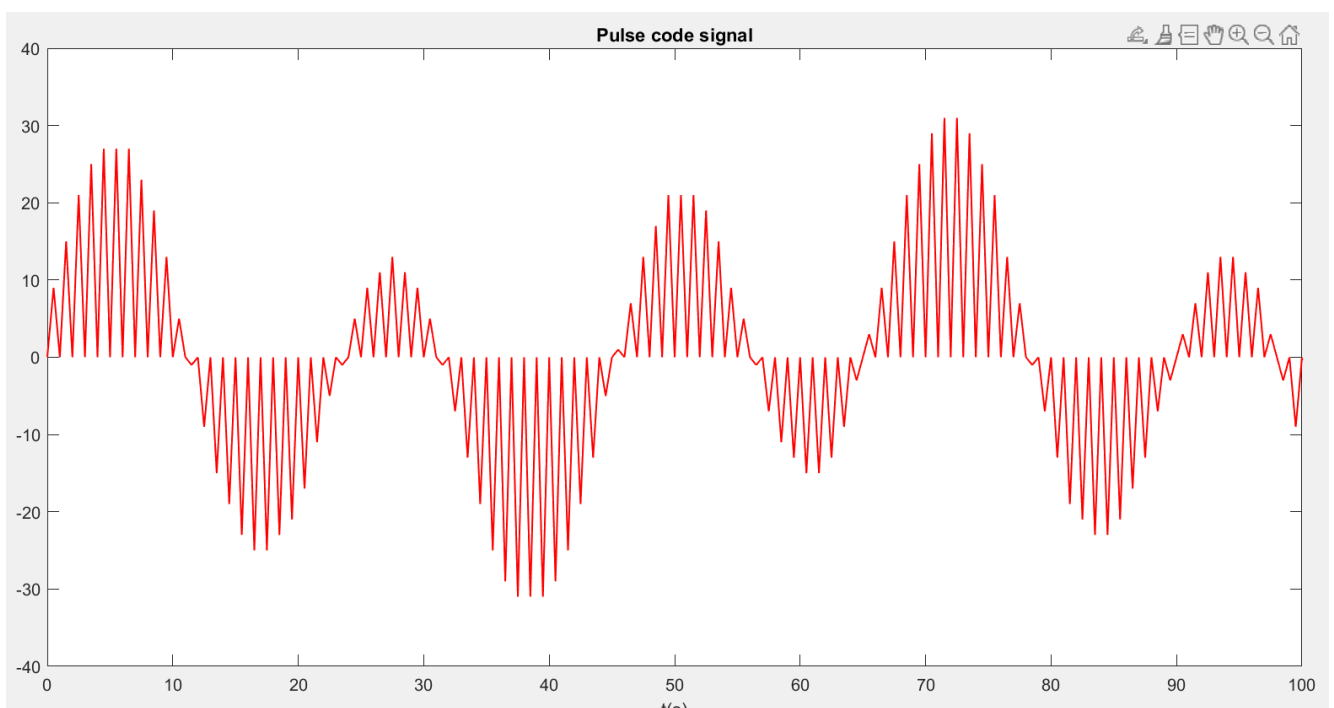
`pulse_energy =`

`333.3340`

یک سلول ۲ در ۳۲ به نام A در متلب تعریف می‌کنیم که در سطر اول آن مقدار کوانتیزاسیون هر سطح به ترتیب از پایین به بالا و گری کد متناظر با آن در سطر دوم قرار دارد .

حال در هر ثانیه پالس مورد نظر را با توجه به سطوح کوانتیزاسیون در یک عدد فرد بین -۳۱ تا ۳۱ ضرب می‌کنیم .

رسم `pulse signal` در متلب :



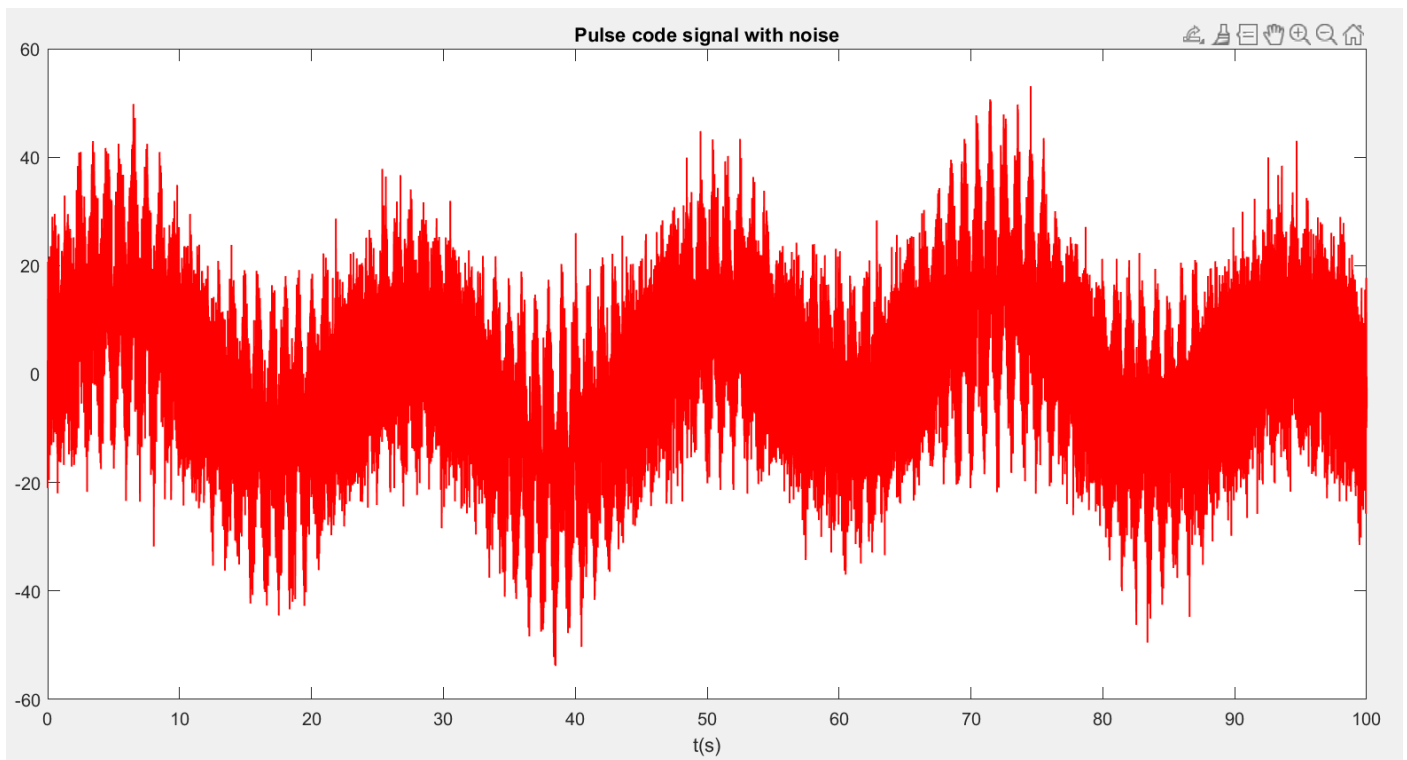
قسمت ه : دریافت سیگنال دیجیتال در گیرنده

حال با استفاده از روابط زیر توان نویز را محاسبه می‌کنیم .

$$SNR = \frac{P_S}{P_N} , \quad P_S = \frac{1}{t_{end} - t_{start}} \sum signal(t)^2 , \quad P_N = \frac{P_S}{10^{\frac{SNR}{10}}}$$

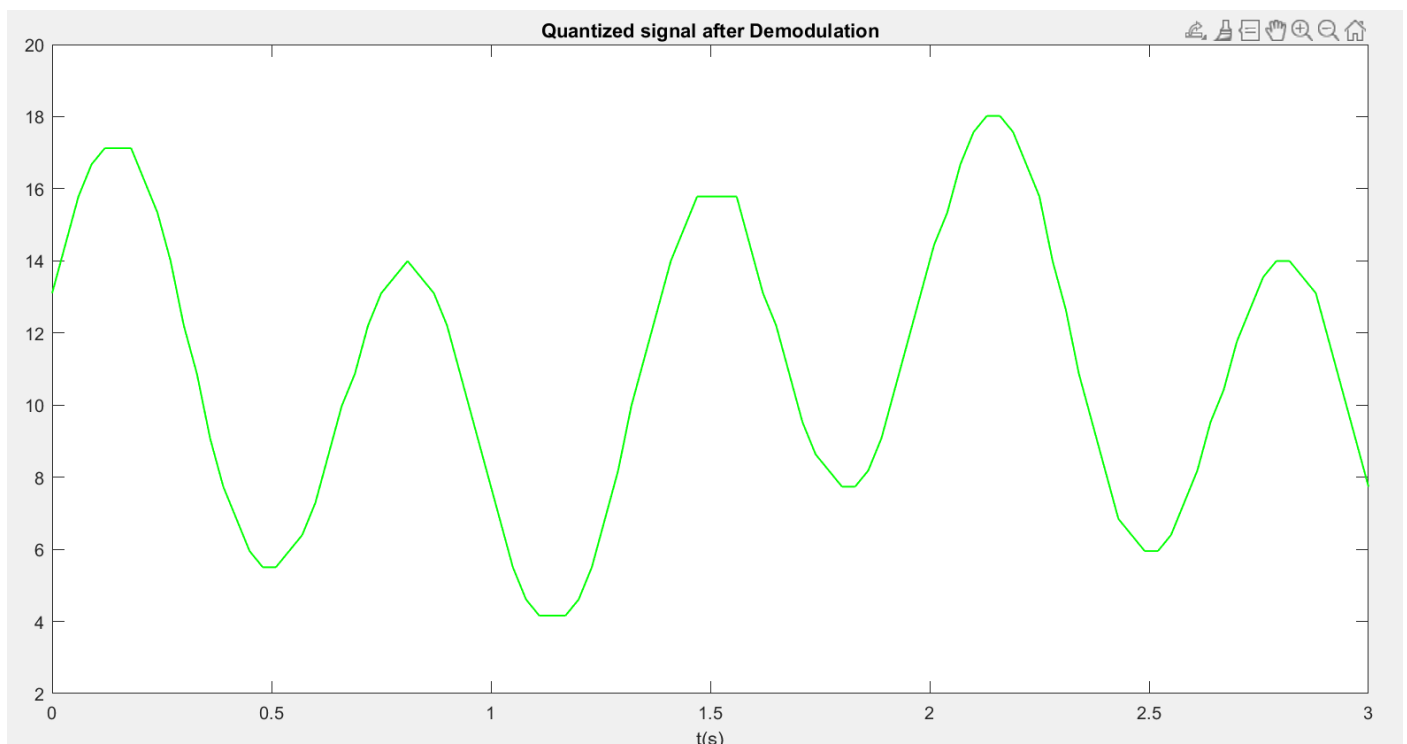
و سپس با دستور `randn` و ضرب کردن جذر توان در آن ، نویز را شبیه سازی می‌کنیم .

سیگنال دریافتی همراه با نویز :



قسمت و : دیکود کردن سیگنال دیجیتال

ابتدا یک ماتریس ۱ در ۳۲ میسازیم و مجموع درایه های حاصل ضرب پالس پایه در ۳۲ پالس با دامنه مختلف را در آن ذخیره می کنیم و با مقایسه پالسهای سیگنال دارای نویز با این ماتریس ، سیگنال کوانتیده شده در گیرنده را رسم می کنیم:



محاسبه خطا :

برای محاسبه error تعداد نمونه های اشتباه سیگنال کوانتیده شده در خروجی را بر تعداد کل نمونه ها تقسیم کردیم .
و برای محاسبه BER (Bit Error Rate) دو ماتریس ساختیم که رشته بیت های ورودی و خروجی را در آن ذخیره کردیم. (ماتریسهای A و B) حال با مقایسه درایه های متناظر BER را محاسبه کردیم :

```
error =  
0.0198
```

```
BER =  
0.0079
```

که این اعداد یعنی ۲ نمونه از ۱۰۱ نمونه و ۴ بیت از ۵۰۱ بیت به اشتباه مخابره شده اند .