TP de recherche opérationnelle

Optimisation avec Lindo© et Lingo©
TP1 : Modélisation et résolution

Le but de ces TP est de vous familiariser avec le logiciel Lindo/Lingo© permettant de saisir des programmes linéaires, de les résoudre en faisant appel à un solveur et d'avoir des renseignements sur les solutions. La version installée à Polytech'Lille est la version libre autorisant l'utilisation de 300 variables et 150 contraintes. Vous pouvez la télécharger à l'adresse : http://www.lindo.com/.

Exercice 1 : Premiers pas avec Lindo - Structure d'un programme Lindo

Q 1 . Ouvrez Lindo et saisissez le premier petit programme suivant :

```
! Fonction objectif;
MAX = 20 * A + 30 * C;
! Contraintes;
A <= 60;
C <= 50;
A + 2 * C <= 120;
```

Lindo a besoin au minimum de 3 éléments :

- Une fonction objectif : Elle commence par `MAX =` ou `MIN =` et se termine par un `;`.
- Des contraintes : Chaque contrainte se termine par `;`.
- Des variables : Dès que l'on utilise une variable, elle existe. Il n'est pas nécessaire de la déclarer. On peut leur donner des noms parlant (ex `TABLES`). Ces variables peuvent être booléennes (`@BIN(x)`) ou entières (`@GIN(x)`). Par défaut une variable est positive. Pour autoriser la variable x à être négative, le préciser avec `@FREE(x)`. Il est également possible de borner une variable avec `@BND(`$Borne_{Inf}$`, x, `$Borne_{Sup}$`)`. Ces spécificités sont à déclarer après les contraintes.

Remarque : Des commentaires peuvent être ajoutés. Ils doivent être précédés d'un point d'exclamation (`!`) et terminés par `;`.

Lindo vous propose un certain nombre de menus. Le menu *FILE* vous offre les opérations classiques sur les fichiers (ouverture, sauvegarde en format `.lg4`, impression,...).
Les menus *EDIT* vous permet d'effectuer les actions classiques d'édition.
Le menu *LINGO* va vous permettre de lancer la résolution de votre programme. Il est composé de plusieurs commandes, dont :

- *SOLVE* résoud le programme de la fenêtre courante.
- *SOLUTION* vous permet de visualiser des informations sur la solution.
- *RANGE* affiche les résultats de l'analyse de sensibilité (lorsqu'elle est activée).

Q 2 . Sauvez votre programme, résolvez le, visualisez la solution et les informations sur cette solution.

Q 3 . Même question après avoir modifié votre programme pour imposer que la variable `A` soit entière.

Exercice 2 : Modélisation et résolution d'un problème de maximisation de gain

Une entreprise de jouets fabrique trois jouets différents J1, J2 et J3. Elle tente de vider ses stocks en confectionnant de kits de composition différente.
Le kit 1 comporte 6 jouets J1, 10 jouets J2 et 1 jouet J3 et est vendu 29.95$.
Le kit 2 contient 8 jouets J1, 18 jouets J2 et 2 jouets J3 et est vendu 39.95$.
Sachant que le stock actuel est de 6 000 jouets J1, 15 000 jouets J2 et 1 500 jouets J3, déterminez le nombre de chaque kit à composer en vue de maximiser le profit.

Exercice 3 : Modélisation et résolution d'un problème de minimisation des coûts

Une entreprise de fabrication de voitures cherche à minimiser ses coûts, sachant que l'entreprise a 4 usines de fabrication qui ont des coûts différents et doit fabriquer 1 000 voitures. Le coût de production à chaque usine ainsi que les quantités de matières premières et de travail nécéssaire à la fabrication d'une voiture sont données dans le tableau ci-dessous.
Les syndicats imposent qu'au moins 400 voitures soient produites dans l'usines 3. De plus, 3 300 heures de travail et 4 000 unités de matières premières sont disponibles pour l'ensemble des usines.

Usine	Coût (milliers de $)	Main d'oeuvre	Matière première
1	15	2	3
2	10	3	4
3	9	4	5
4	7	5	6

Q 1 . Mettez en évidence les variables de décisions et la fonction objectif.

Q 2 . Formulez et résolvez le problème de façon à minimiser le coût de fabrication de 1 000 voitures.

Exercice 4 : Modélisation et résolution d'un problème de maximisation de gain

Une entreprise produit cinq produits différents. Les produits doivent subir 3 opérations sur 3 machines. Le temps nécessaire à la fabrication d'un produit, sur une machine donnée, est indiqué ci-dessous (en minutes par unité).

	Machine		
Produit	1	2	3
A	12	8	5
B	7	9	10
C	8	4	7
D	10	0	3
E	7	11	2

Chaque machine a une capacité de production de 128h / semaine.
Les trois produits A, B et C sont très compétitifs sur le marché et toute quantité fabriquée peut être vendue à des prix respectivement égaux à 5$, 4$ et 5$. Les 20 premières unités de D et E produites chaque semaine peuvent être vendues 4$ chacune, mais au delà, le prix de vente baisse à 3$.
Le coût de la main d'oeuvre est de 4$ par heure pour les machines 1 et 2 et de 3$ pour la machine 3.
Le coût des matières premières est de 2$ pour les produits A et B et de 1$ pour les produits C, D, E.
Nous cherchons à maximiser le profit de l'entreprise.

Q 1 . Mettez en évidence les variables de décisions et la fonction objectif.

Q 2 . Ecrivez les contraintes et résolvez le problème avec Lindo©.

Q 3 . Trouvez une autre formulation (en modifiant votre ensemble de variables).

Q 4 . Vérifiez que vous trouvez la même solution

Exercice 5 : Problème de gestion d'équipage (Crew scheduling problem)

Une compagnie de bus cherche à optimiser l'emploi de ses chauffeurs. Sachant que chaque chauffeur a le droit à deux jours de repos consécutifs, la compagnie veut savoir le nombre minimal de chauffeurs nécessaires pour couvrir les besoins suivants :

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
18	16	15	16	19	13	12

Q 1 . Formulez le programme linéaire et résolvez le avec Lindo©.

Q 2 . En fait, le problème n'est pas tout à fait aussi simple. D'autres contraintes sont à prendre en compte :

1. La paye des chauffeurs varie en fonction des jours. Elle est de 50$ par chauffeur pour un jour de semaine, 75$ pour le samedi et 90$ pour le dimanche.
2. Il y a possibilité d'employer jusqu'à trois interims qui travaillent 3 jours par semaine : les vendredi, dimanche et lundi pour un salaire de 200$.

Modifiez le programme linéaire afin de prendre en compte ces nouveaux éléments. Est-il évident qu'il est intéressant de faire appel aux intérimaires?

Exercice 6 : Un problème de production dynamique

Une entreprise fabrique un produit pour lequel la demande des 4 prochains trimestre est la suivante :

Printemps	**Eté**	**Automne**	**Hiver**
20	30	50	60

Cette demande doit être honorée.
Deux politiques de production extrèmes peuvent être adoptées :

1. Aligner la production sur la demande, sans jamais faire de stocks.
2. Produire de façon constante 40 unités par trimestre et constituer des stocks pour absorber la fluctuation de la demande.

Des coûts sont bien sûr engendrés par les stocks ainsi que par la variation de la production (emploi d'intérimaires, par exemple). Ainsi la solution de moindre coût est sans doute un compromis des 2.

L'entreprise estime que de changer de production d'une période à une autre lui revient à 500$ par unité. De même le coût de stockage d'une unité d'une période à une autre serait de 800$.

Au départ, l'entreprise est dans la situation suivante et l'on veut être dans la même position à la fin :

- Niveau de stock : 0.
- Production courante : 55 unités par trimestre.

Q 1 . Calculez le coût de revient des deux politiques extrèmes.

Q 2 . Trouvez le meilleur compromis.