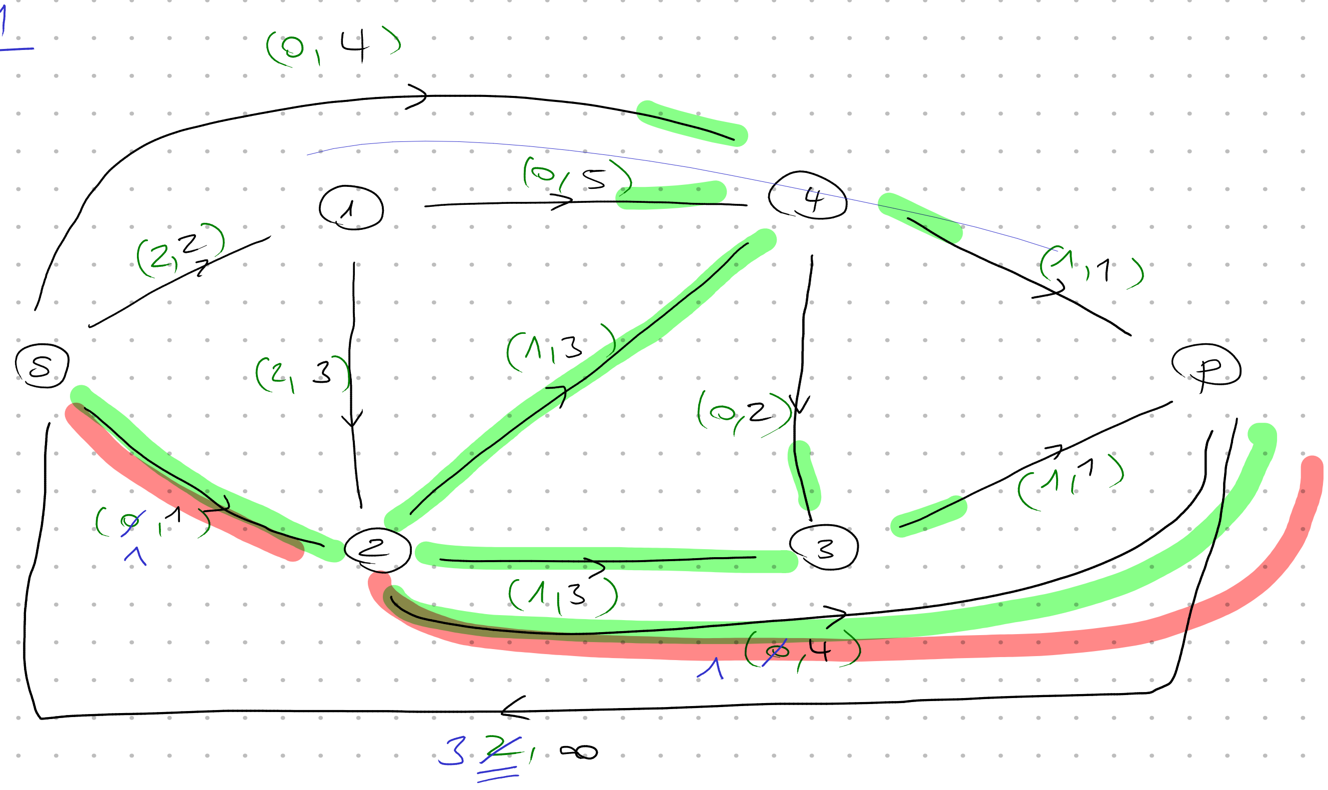
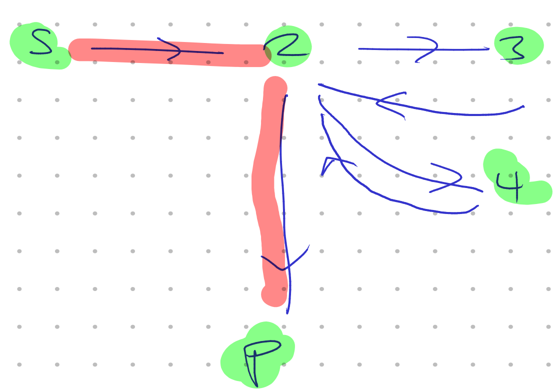
Ex 1



Flot initial : $\phi_0 = 2$

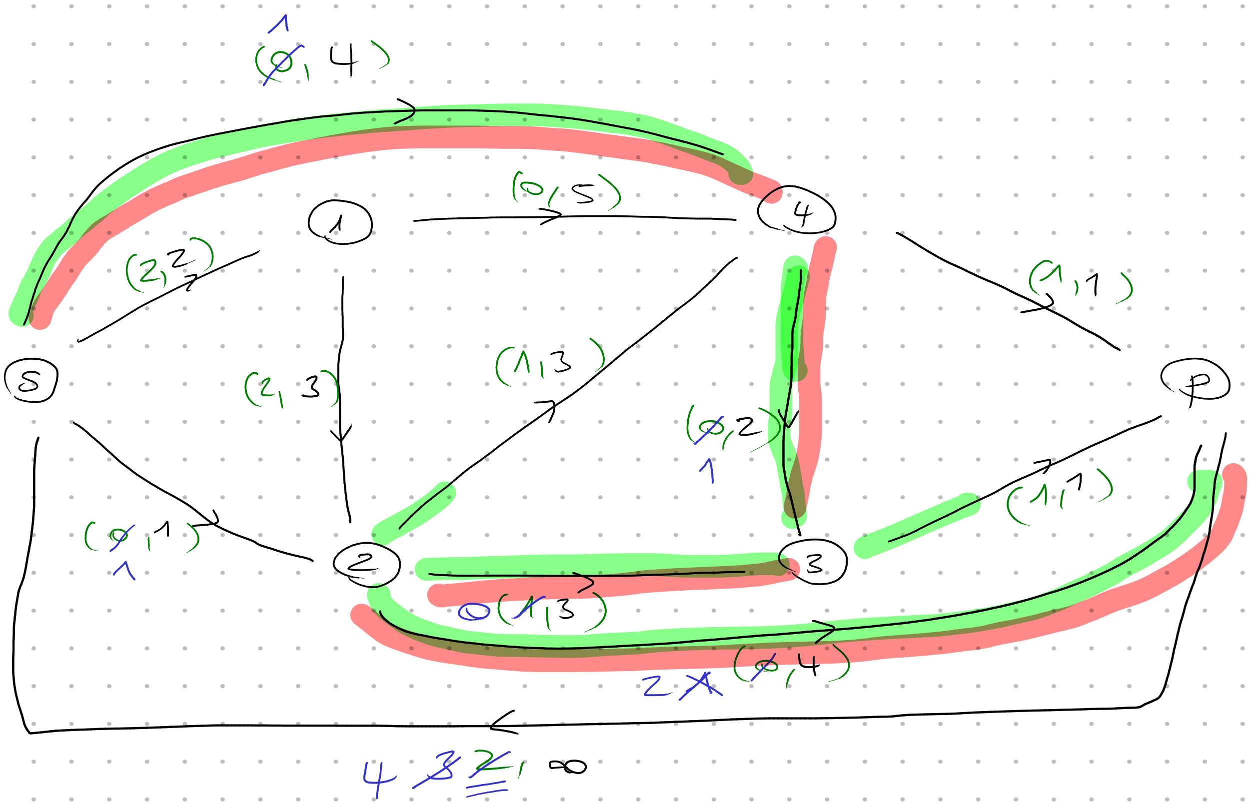
1) Algo de FF à partir de $\phi_0 = 2$



× P : saturé
× 4 : 1 co de flot à reporter
× 3 : 3 déjà marqué
× P : saturé
× 1 : 1 co de flot à reporter
× S : S déjà marqué

Ex $\mu = \{S ; 2 ; P\}$ $\delta = \min(1 ; 4) = 1$

$\Rightarrow \phi = 2 + 1 = 3$



$\underline{E_2}$: s → 4 → 3 ~~→~~ p : saturé

3 ↓ 2 ~~→~~ 3 : marqué

2 ~~→~~ 4 : marqué

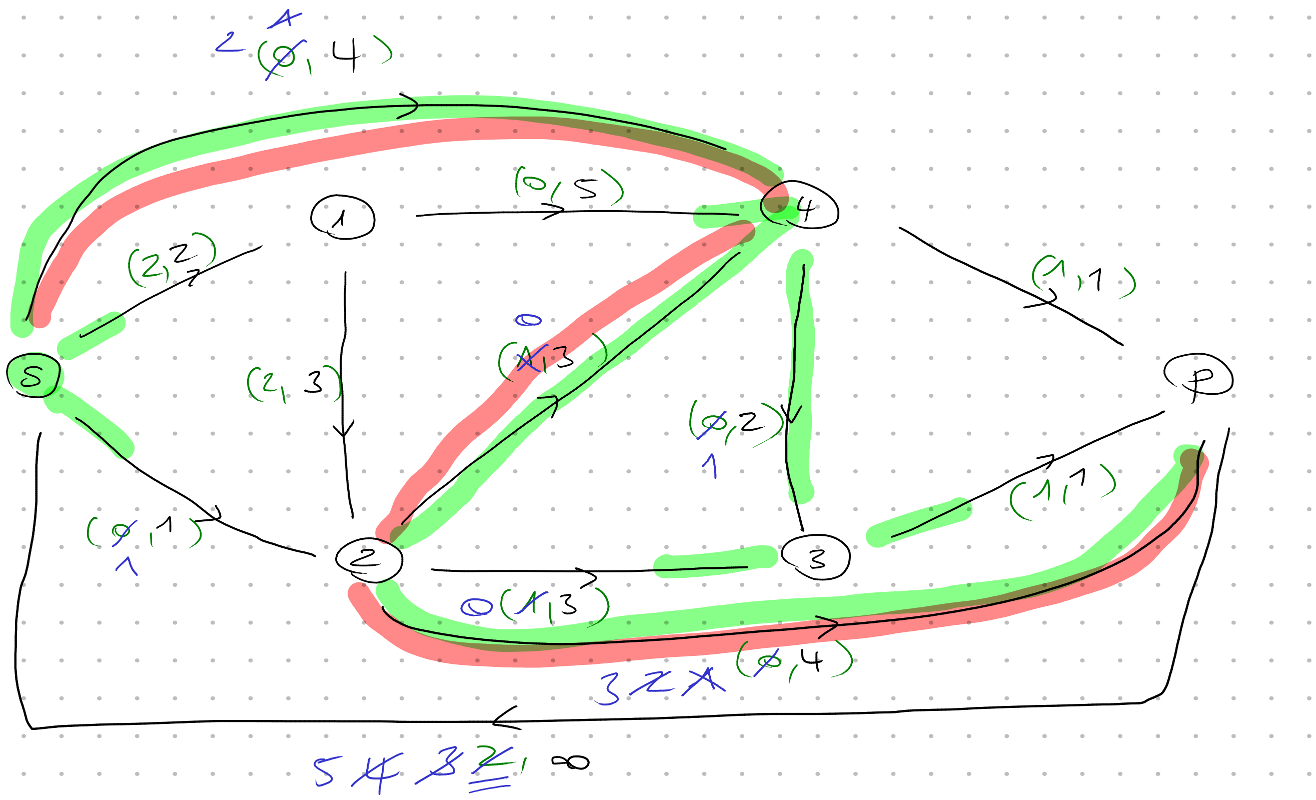
2 → p

$\mu = \{ s; 4; \underbrace{3; 2}; p \}$

$\delta = \min(4, 2; 1; 4-1)$

$\delta = 1$

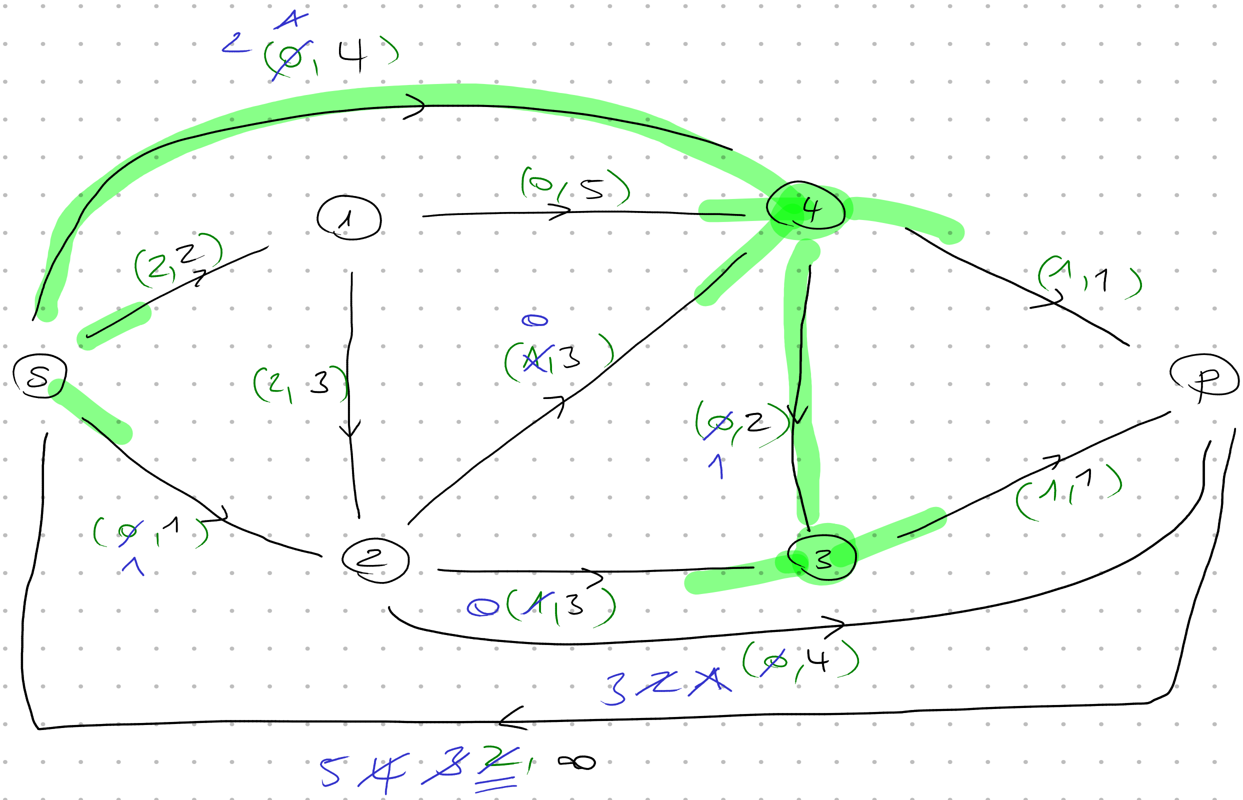
$\Longrightarrow \phi = 3 + 1 = 4$



$\underline{E_3}$: $\mu = \{ s ; \underbrace{4 ; 2} ; p \}$ $\delta = \min(4-1 ; 1 ; 4-2)$

$= 1$

$\Longrightarrow \phi = 5$



E4 : pas de chemin de s à p

$$\phi_{max} = 5$$

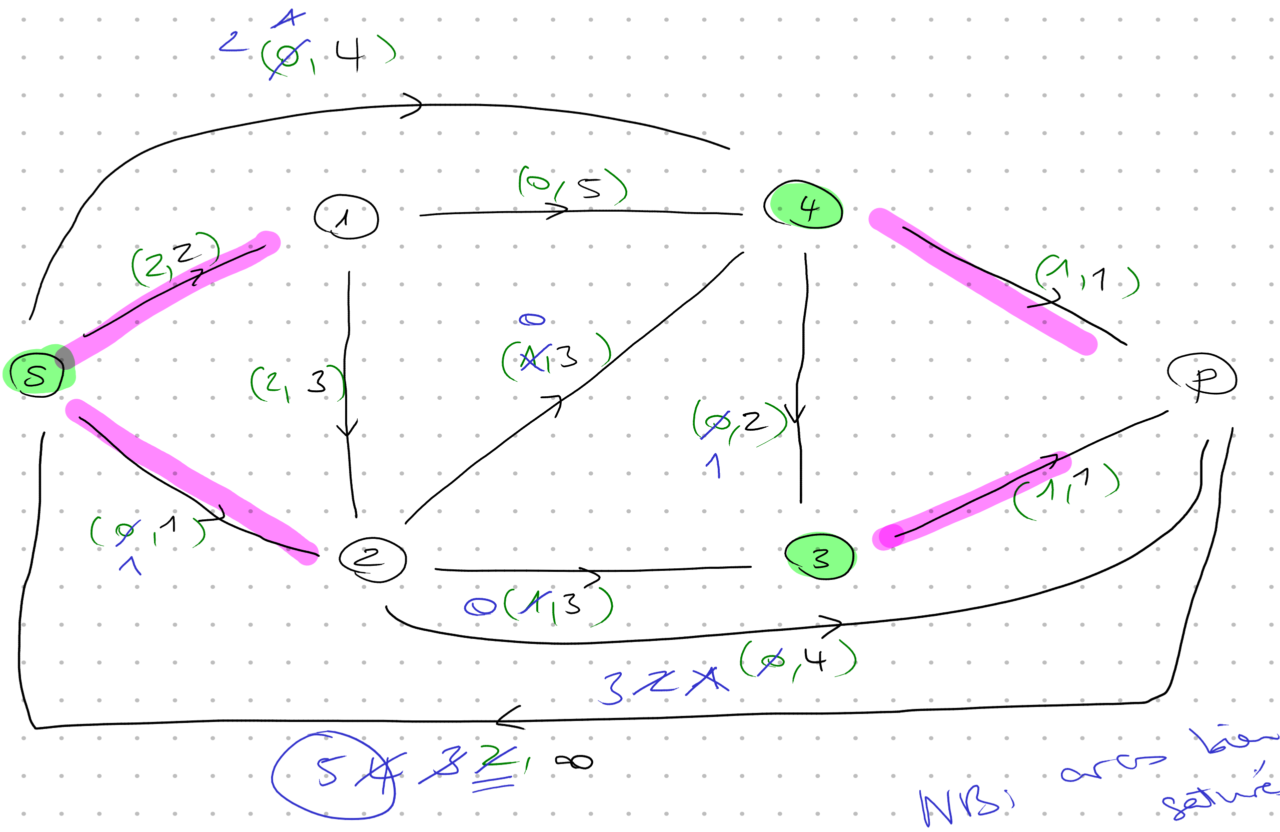
2) $Q°$: $\phi^* \overset{?}{=} 5$

Déterminer Y : ens des sommets marqués à la dernière étape de l'algo de FF.

$$Y = \{s ; 4 ; 3\}$$

Déterminer $\mathcal{C}$: $(= \omega^+(Y))$

↳ arc ayant extrémité initiale de Y et extrémité terminale de $\overline{Y}$



NB: arcs bien saturés

$$\mathcal{C} = \{(s1), (s2), (3p), (4p)\}$$

$$c(\mathcal{C}) = 2 + 1 + 1 + 1 = 5$$

$$c(\mathcal{C}) = \phi_{max}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\phi^* = 5}$$

Exo 2

Modélisation : $R = (X, A, c)$

où : $X = \{A, B, C, D, E, F, G\} \cup \{s\} \cup \{p\}$

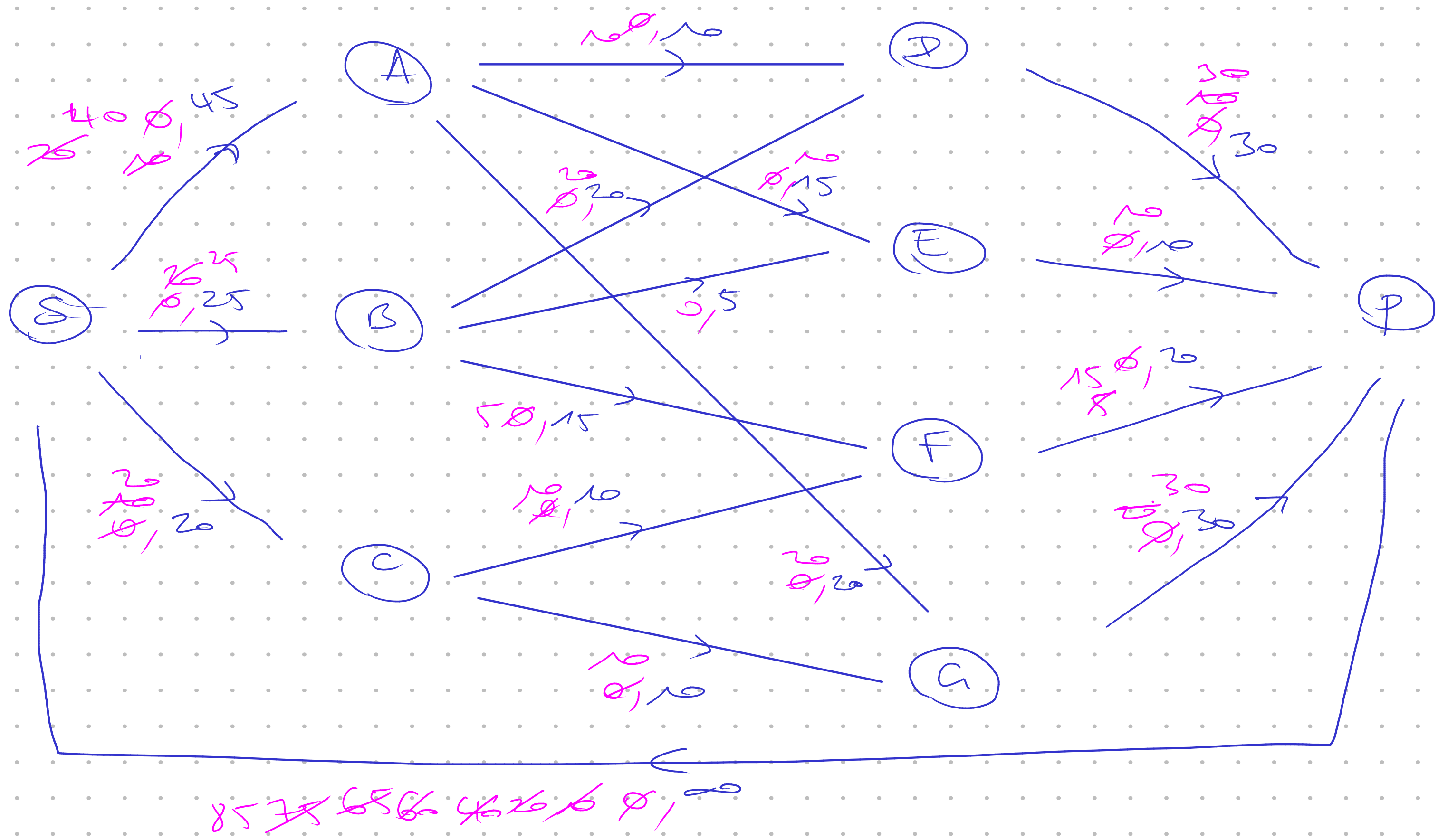
A = | canalisations entre chateaux et villes
+ source (S) et les chateaux
+ les villes et le puits (P)

c = | capacité des canalisations
+ débit des chateaux
+ besoins en eaux des villes

Trouver la meilleure alimentation possible

↳ Trouver le flot maximal dans le réseau

↳ algo de FF à partir du flot initial $\phi_0 = 0$.



E_1 : $\mu = \{SADp\}$ $\quad \delta = 10 \quad \phi = 10$

E_2 $\mu = \{SAEp\}$ $\quad \delta = 10 \quad \phi = 20$

E_3 $\mu = \{SAGp\}$ $\quad \delta = 20 \quad \phi = 40$

E_4 $\mu = \{SBDp\}$ $\quad \delta = 20 \quad \phi = 60$

E_5 $\mu = \{SBFp\}$ $\quad \delta = 5 \quad \phi = 65$

E_6 $\mu = \{SCFp\}$ $\quad \delta = 10 \quad \phi = 75$

E_7 : $\mu = \{SCGp\}$ $\quad \delta = 10 \quad \phi = 85$

E_8 : Pas de chemin de S à p $\Longrightarrow$ $\phi_{max} = 85$

Optimalité ? $\quad Y = \{S, A, E\}$

$$\mathcal{C} = \{(SB), (SC), (AD), (AG), (Ep)\}$$

$$c(\mathcal{C}) = 25 + 20 + 10 + 20 + 10$$

$$c(\mathcal{C}) = 85 = \phi_{max}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\phi^* = 85}$$

2) Les besoins de la ville (F) ne sont pas satisfaits
uniquement 15 sur les 20 demandés
il manque 5 que (A) peut fournir.

Solution 1 : canalisation supp entre A et F → Coûteux

Solution 2 : augmenter le débit de B → coûteux

Solution 3 : augmenter la capacité de canalisation pour avoir un chemin de (A) à (F)

$$\mu = \{ S\,A\,D\,B\,F\,p \}$$

augmenter de 5 la cond.

reprend 5/20

5 plus pouvant passer.

Si on augmente la capacité de (AD) de 5

FF : $\mu = \{SADBFp\}$ $\delta = 5$ $\Longrightarrow$ $\Phi = 90$

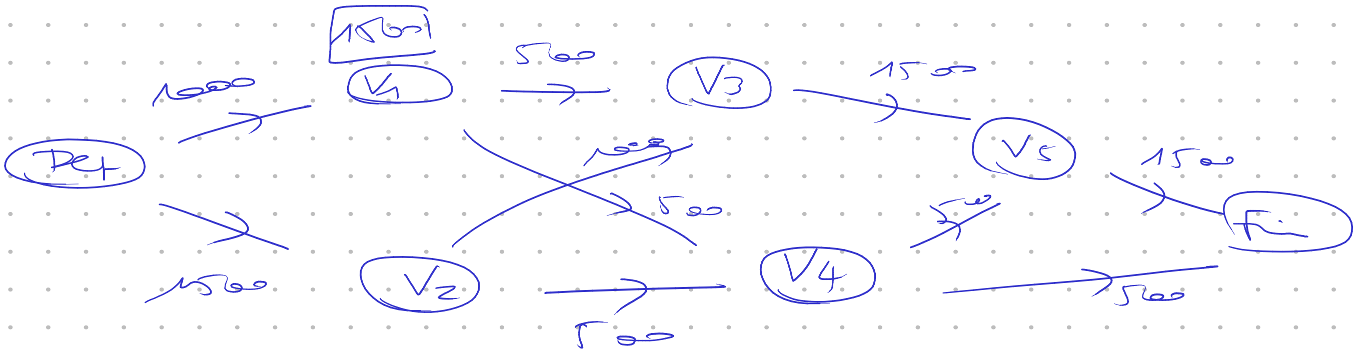
Exo 3

Mod1 Réseau (X, A, C)

où X : {5 villes} + Dep + Fin

A : axes routiers

C : capacité des axes routiers



↳ ne tient pas compte des capacités des villes.

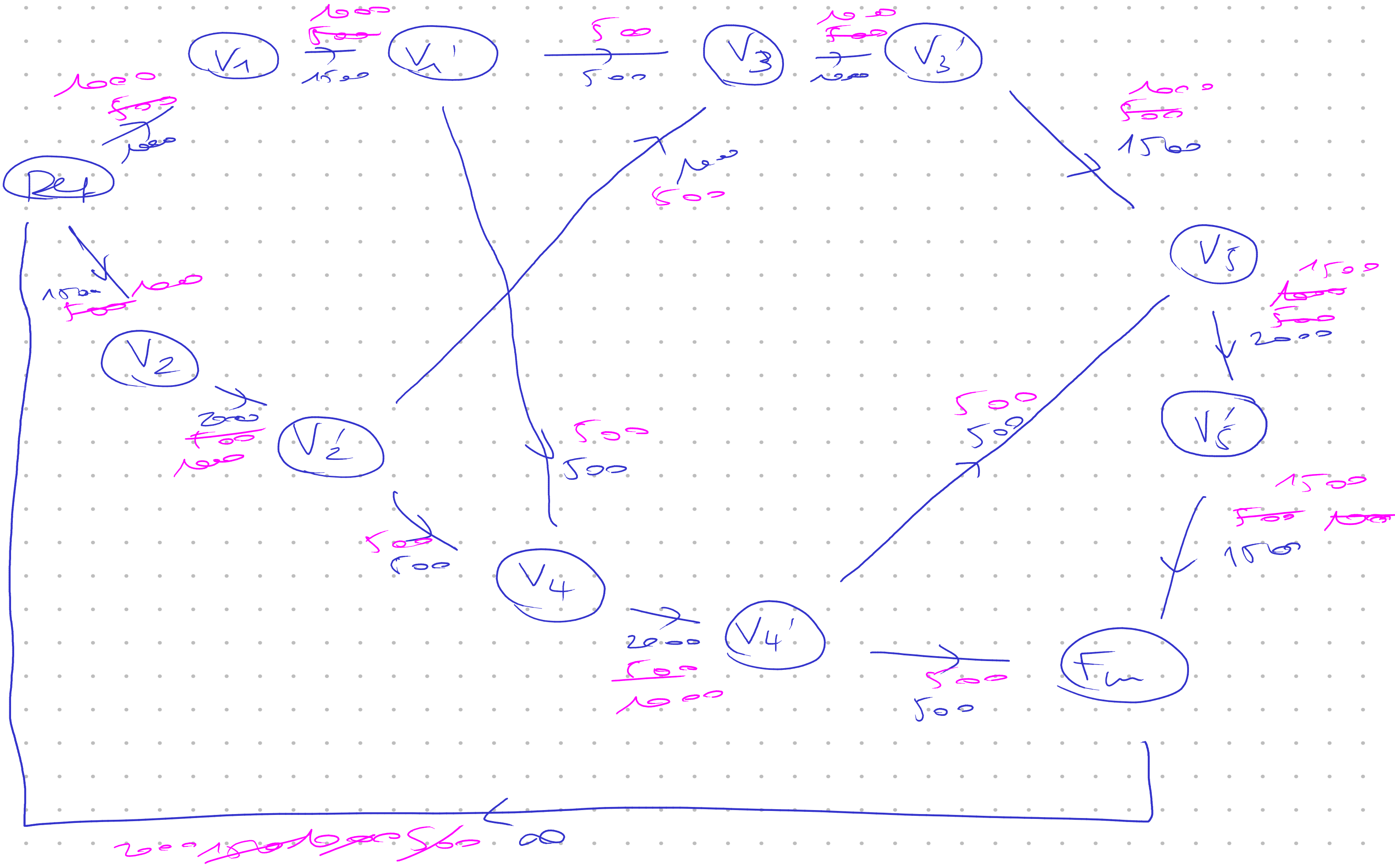
On ne peut pas compter les capacités des villes => choix d'un autre modèle

Mod2 Réseau (X, A, C)

où $X = \{V_i, V_i'\}_{i \in \{1..5\}}$ + Fin + Dep

A = axes routiers
+ axes fictifs entre V_i et V_i'

C = capacité des axes
+ capacité des villes entre V_i et V_i'



2) Algo de FF à partir du flot nul $\phi = 0$

$\mu = \{Dep, V_1, V_1', V_3, V_3', V_5, V_5', Fin\}$ $\delta = 500 \Rightarrow \phi = 500$

$\mu = \{Dep, V_1, V_1', V_4, V_4', V_5, V_5', Fin\}$ $\delta = 500 \Rightarrow \phi = 1000$

$\mu = \{Dep, V_2, V_2', V_3, V_3', V_5, V_5', Fin\}$ $\delta = 500 \Rightarrow \phi = 1500$

$\mu = \{Dep, V_2, V_2', V_4, V_4', Fin\}$ $\delta = 500 \Rightarrow \phi = 2000$

V4' et V5' sont saturés =>
il n'y a pas d'autre chemin
possible

$\Longrightarrow \boxed{\phi_{max} = 2000}$

$Y = \{Dep, V_2, V_2', V_3, V_1', V_1\}$

$\mathcal{C} = \{(V_2' V_4), (V_3 V_3'), (V_1' V_4)\}$

$\Longrightarrow \boxed{\phi^* = 2000}$

$c(\mathcal{C}) = 500 + 1000 + 500 = 2000 = \phi_{max}$