

## Graphes et Combinatoire

## TD6

**Exercice 1 : Problème du flot max**

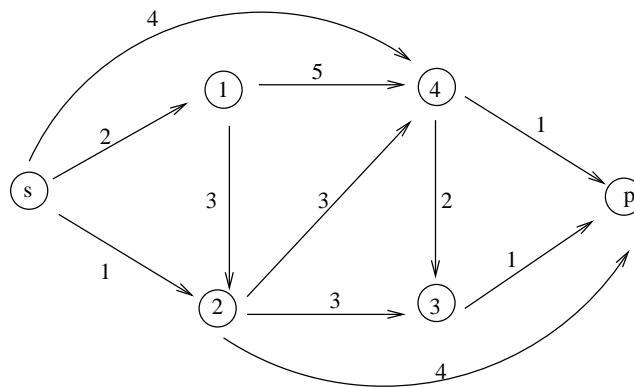
Soit le réseau ci-dessous.

Le flot initial est :

(s1) : 2    (12) : 2    (24) : 1    (23) : 1    (4p) : 1    (3p) : 1

**1 /** Appliquer l'algorithme de Ford et Fulkerson pour trouver le flot maximum. Détailler les différentes étapes.

**2 /** Montrer qu'il s'agit du flot maximum.

**Exercice 2 : Problème d'alimentation en eau**

Soient trois châteaux d'eau A, B, C alimentant 4 villages D, E, F, G. Le château A peut débiter jusque 45 l/s, le château B 25 /s et le château C 20 l/s. Les besoins en eau sont : Ville D : 30 l/s, ville E : 10 l/s, ville F : 20 l/s et ville G : 30 l/s.

Plusieurs canalisations existent. Leurs capacités sont récapitulées dans le tableau ci-dessous (en l/s):

	D	E	F	G
A	10	15		20
B	20	5	15	
C			10	10

**1 /** Quelle est la meilleure alimentation possible?

**2 /** Est-il nécessaire de construire des canalisations supplémentaires?



### Exercice 3 : Bison futé

La connaissance d'un réseau routier permet de définir le nombre maximal de véhicules pouvant circuler sur certains axes, ainsi que dans certaines villes, par heure. Voici ci-dessous la description d'un tel réseau avec un point de départ (*Dep*), un point d'arrivée (*Fin*) et 5 villes ( $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$ ).

Liaisons existantes et capacités associées :  $Dep - v_1 : 1000$ ,  $Dep - v_2 : 1500$ ,  $v_1 - v_3 : 500$ ,  $v_1 - v_4 : 500$ ,  $v_2 - v_3 : 1000$ ,  $v_2 - v_4 : 500$ ,  $v_3 - v_5 : 1500$ ,  $v_4 - v_5 : 500$ ,  $v_4 - Fin : 500$ ,  $v_5 - Fin : 1500$ .

Capacités des villes :  $C_{v_1} = 1500$ ,  $C_{v_2} = 2000$ ,  $C_{v_3} = 1000$ ,  $C_{v_4} = 2000$ ,  $C_{v_5} = 2000$

1 / Modélisez ce problème sous forme de graphe.

2 / Recherchez le flot maximum entre *Dep* et *Fin* (n'oubliez pas de donner la preuve d'optimalité). On ne détaillera pas complètement les étapes de l'algorithme, mais on identifiera les chemins non saturés et l'augmentation possible du flot sur chacun de ces chemins.

### Exercice 4 : Flots canalisés

On appelle flot canalisé, un flot dans le réseau  $R = (X, E, b, c)$  où  $b : E \rightarrow R$ ,  $c : E \rightarrow R$ , avec  $b(e) \leq f(e) \leq c(e)$  pour tout arc  $e$ .

1 / Comment adapter l'algorithme de Ford et Fulkerson pour traiter le cas des flots canalisés?

2 / Appliquez ce nouvel algorithme au réseau suivant.

