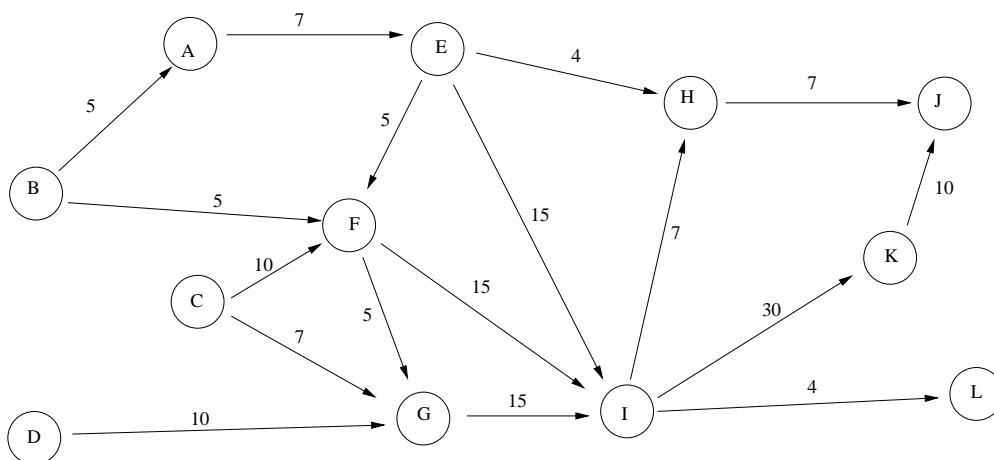


## Graphes et Combinatoire

## TD7

**Exercice 1 : Adduction d'eau**

Trois villes  $J, K, L$  sont alimentées en eau grâce à quatre réserves  $A, B, C, D$ , dont les disponibilités journalières sont - respectivement - 15 milliers de  $m^3$ , 10, 15 et 15. Le réseau des canalisations est donné ci-dessous avec les débits maximaux de chacune d'elles. On cherche à satisfaire les besoins journaliers : 15 milliers de  $m^3$  pour  $J$ , 20 pour  $K$  et 15 pour  $L$ .



**1 /** Quelle est la valeur du flot maximal dans le réseau.

**2 /** Le flot maximal est jugé insuffisant. On souhaite refaire les canalisations (A,E) et (I,L). Déterminer les capacités à prévoir pour ces canalisations et la valeur du nouveau flot optimal.

**3 /** Les travaux étant importants, on décide de ne pas les faire en même temps. Dans quel ordre doit-on les faire? Après chaque tranche de travaux, quelle est la valeur du flot maximal?

**Exercice 2 : Problème d'affectation**

On se propose de résoudre le problème d'affectation suivant en le transformant en un problème de recherche de flot maximum.

Soit  $I = \{1, \dots, m\}$  un ensemble de candidats.

Soit  $J = \{1, \dots, n\}$  un ensemble de postes.

Chaque candidat  $i \in I$  peut être apte ou non à occuper un emploi  $j \in J$ . Le but de ce problème est d'affecter un maximum d'individus  $i$  à des emplois qu'ils peuvent occuper.

Les contraintes suivantes doivent être respectées :

- Chaque individu peut occuper au plus un seul emploi,
- Chaque poste ne peut être attribué qu'à un seul individu.

**1 /** Comment transformer ce problème en un problème de flot ? Indiquer en particulier quels sont les sommets, quels sont les arcs, comment définir les capacités ...

## 2 / Application:

Résoudre le problème suivant où 5 postes sont disponibles pour 5 candidats. On donne ci-dessous la matrice des aptitudes.

		Postes				
		P1	P2	P3	P4	P5
Candidats	C1	oui	oui			
	C2			oui		oui
	C3			oui		
	C4					oui
	C5	oui	oui		oui	oui

3 / Comment pourrions nous faire pour prendre en compte un ordre préférentiel des candidats (Les candidats indiquent leur ordre de préférence pour les postes)?

### Exercice 3 : Problème de flot maximum de coût minimal

1 / Rechercher le flot maximum de coût minimal entre  $S$  et  $P$  sur le graphe suivant. Pour chaque arc est indiqué sa capacité et son coût :  $(c(a), k(a))$ .

