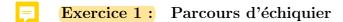
Graphes et Combinatoire

TD4



Nous considérons l'échiquier classique 8×8 . On traverse les cases uniquement horizontalement ou verticalement. Est-il possible d'effectuer un voyage qui commence dans le coin en haut à gauche et se termine dans le coin en bas à droite en passant par toutes les cases une et une seule fois?

- 1 / Modéliser ce problème comme un problème de cheminement dans un graphe que vous devez définir. A quel problème classique se ramène-t-on?
- 2 / Trouver la réponse et justifier
- **3** / Qu'en est-il d'un échiquier 8×7 ? et en géneral $m \times n$?
- Exercice 2 : Balance de Roberval

Soient 8 pièces {1, 2, ... 8} dont l'une est fausse et plus légère que les autres. Disposant d'une balance de Roberval, on veut connaître un procédé économique pour isoler la fausse pièce.

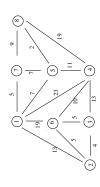
1 / Trouver le nombre minimal de pesées nécessaires pour identifier la fausse pièce.

Exercice 3: Algorithme de Sollin

On appelle ici graphe réduit (F) le graphe simple associé à G tel que chaque composante connexe est réduite à un seul sommet.

```
procédure SOLLIN (G : Graphe à n sommets)
Début
Soit F le graphe réduit obtenu sans considérer une seule arête
     Tant que le graphe réduit F comporte plusieurs sommets
          Pour i := 1 à n faire
          Début
              MARQUE[i] \leftarrow Faux
          FinPour
          Tantque il existe sommets non marqués
              Début
                 Choisir arbitrairement un sommet x non marqué
                 Sélectionner l'arête (x, y) de plus faible poids (y \text{ peut déjà être marqué})
                 MARQUE[x] \leftarrow Vrai
                 MARQUE[y] \leftarrow Vrai
              FinTantQue
          Soit F le graphe réduit obtenu en ne considérant que les arêtes sélectionnées
     FinTantQue
FinAlgo
```

 ${\bf 1}$ / Appliquez cet algorithme en explorant les sommets dans l'ordre croissant de leur label (indiquez graphiquement l'évolution de la solution trouvée).

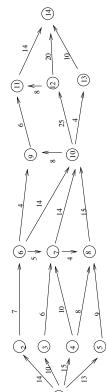


 ${\bf 2}/$ Quel problème classique de graphe résoud cet algorithme? Quel autre algorithme connaissonsnous pour ce problème?

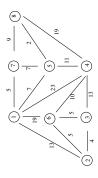
3 / Appliquez l'algorithme vu en cours sur le même graphe. Assurez-vous que vous trouvez la même solution (ou une solution équivalente).

Exercice 4: Plus court chemin

Appliquer l'algorithme de Bellman-Ford et l'algorithme de Dijkstra sur le graphe suivant :



 \blacksquare / Appliquez cet algorithme en explorant les sommets dans l'ordre croissant de leur label (indiquez graphiquement l'évolution de la solution trouvée).



 ${\color{red} {\bf 2/Quel} \ problème\ classique\ de\ graphe\ r\'esoud\ cet\ algorithme?\ Quel\ autre\ algorithme\ connaissonsnous\ pour\ ce\ problème?}$

3 / Appliquez l'algorithme vu en cours sur le même graphe. Assurez-vous que vous trouvez la même solution (ou une solution équivalente).

Exercice 4: Plus court chemin

Appliquer l'algorithme de Bellman-Ford et l'algorithme de Dijkstra sur le graphe suivant :

