

## Devoir surveillé de Langages et Traducteurs (Correction)

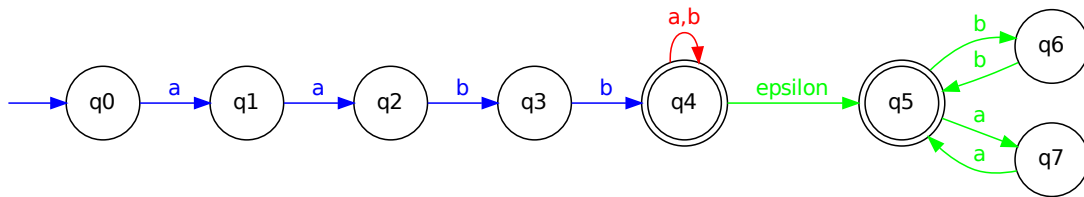
Tout document papier autorisé  
(la calculatrice fournie par Polytech Lille est acceptée)

Durée : 2 heures

### Exercice 1 (3 points)

**Question 1** Construisez un automate qui reconnaît le langage dénoté par l'expression régulière  $\mathbf{aabb(a|b)^*(bb|aa)^*}$  construite sur l'alphabet  $\{\mathbf{a,b}\}$ .

**SOLUTION**



- Code couleur du graphe :
  - En bleu, les transitions correspondant à l'expression régulière  $\mathbf{aabb}$
  - En rouge, les transitions correspondant à l'expression régulière  $\mathbf{(a|b)^*}$
  - En vert, les transitions correspondant à l'expression régulière  $\mathbf{(bb|aa)^*}$
- Attention, si les états **q4** et **q5** sont confondus, le langage reconnu par l'automate est  $\mathbf{aabb(a|b|bb|aa)^*}$

**Question 2** Construisez une grammaire pour le langage  $\mathcal{L} = \{w \in \{\mathbf{a,b,c}\}^* \mid \exists m, n \in \mathbb{N}^2 \text{ tq } w = \mathbf{a}^n \mathbf{b}^n \mathbf{c}^m \mathbf{a}^m\}$ .

**SOLUTION**

$$\begin{aligned} S &\rightarrow XY \\ X &\rightarrow \mathbf{a}X\mathbf{b} \mid \varepsilon \\ Y &\rightarrow \mathbf{c}Y\mathbf{a} \mid \varepsilon \end{aligned}$$

**Question 3** Déterminez sous forme d'expression régulière le langage engendré par la grammaire  $\mathcal{G} = \langle V, T, P, S \rangle$  avec  $V = \{S, X, Y\}$ ,  $T = \{0, 1\}$ , et  $P$  l'ensemble des productions suivantes :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow XY \\ X &\rightarrow 0X \mid \varepsilon \\ Y &\rightarrow 10X \mid \varepsilon \end{aligned}$$

**SOLUTION** :  $\mathcal{L}(\mathcal{G}) = 0^*(\varepsilon \mid 100^*) = 0^* \mid 0^*100^*$

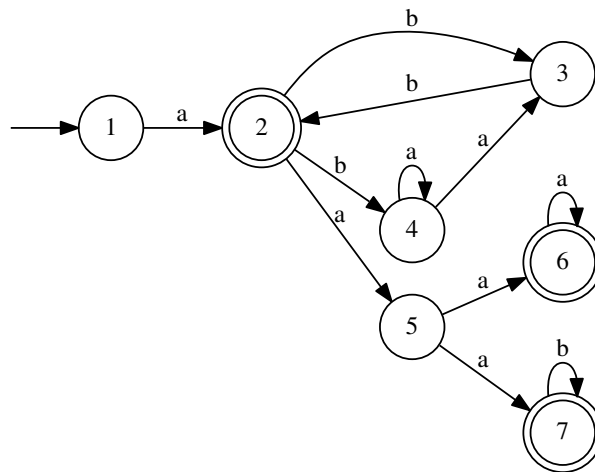
## Exercice 2 (5 points)

Soit l'automate  $\mathcal{A} = (\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, \{a, b\}, \delta, 1, \{2, 6, 7\})$  défini par la table de transitions  $\delta$  suivante :

	$a$	$b$
1	$\{2\}$	$\emptyset$
2	$\{5\}$	$\{3, 4\}$
3	$\emptyset$	$\{2\}$
4	$\{3, 4\}$	$\emptyset$
5	$\{6, 7\}$	$\emptyset$
6	$\{6\}$	$\emptyset$
7	$\emptyset$	$\{7\}$

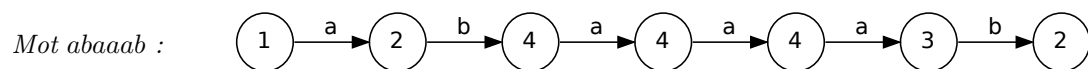
**Question 1** Dessinez le graphe de l'automate  $\mathcal{A}$ .

**SOLUTION**

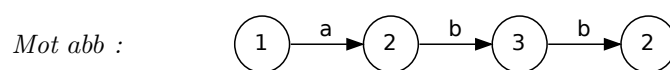


**Question 2** Montrez que les mots  $abaaab$  et  $abb$  sont reconnus par l'automate  $\mathcal{A}$ .

**SOLUTION** : Faire un chemin sans justification ne suffit pas. Il faut donner une justification.



1 est l'état initial de l'automate  $\mathcal{A}$  et 2 un état final de cet automate. Il existe donc un chemin étiqueté par  $abaaab$  partant de l'état initial et aboutissant dans un état final de  $\mathcal{A}$  donc  $abaaab$  est reconnu par  $\mathcal{A}$ .



1 est l'état initial de l'automate  $\mathcal{A}$  et 2 un état final de cet automate. Il existe donc un chemin étiqueté par  $abb$  partant de l'état initial et aboutissant dans un état final de  $\mathcal{A}$  donc  $abb$  est reconnu par  $\mathcal{A}$ .

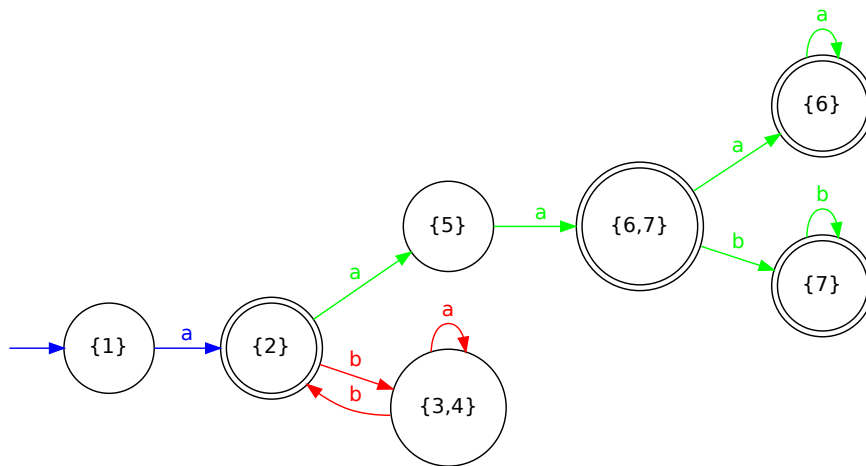
**Question 3** Construisez et dessinez, en utilisant la méthode vue en cours, un automate déterministe  $\mathcal{A}'$  équivalent à l'automate  $\mathcal{A}$ .

**SOLUTION**

Table de transitions de l'automate  $\mathcal{A}'$  :

	$a$	$b$
$\{1\}$	$\{2\}$	—
$\{2\}$	$\{5\}$	$\{3, 4\}$
$\{5\}$	$\{6, 7\}$	—
$\{3, 4\}$	$\{3, 4\}$	$\{2\}$
$\{6, 7\}$	$\{6\}$	$\{7\}$
$\{6\}$	$\{6\}$	—
$\{7\}$	—	$\{7\}$

Graphe de l'automate  $\mathcal{A}'$  :



**Question 4** Exprimez le langage  $\mathcal{L}(\mathcal{A})$  sous la forme d'une expression régulière.

**SOLUTION :**  $\mathcal{L}(\mathcal{A}) = a(ba^*b)^* \mid a(ba^*b)^*aa(a^*|b^*) = a(ba^*b)^* [\varepsilon \mid aa(a^*|b^*)]$

**Exercice 3 (4 points)**

La grammaire définie ci-dessous n'est pas LL(1). indiquez le plus précisément possible pourquoi elle n'est pas LL(1) et utilisez le cours et les TD pour transformer cette grammaire en une grammaire LL(1).

Soit la grammaire  $\mathcal{G} = \langle \{S, X\}, \{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}, P, S \rangle$  avec  $P$  l'ensemble des productions suivantes :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow SaXS \mid \mathbf{b} \\ X &\rightarrow \mathbf{bbb}SX \mid \mathbf{bbb} \mid \mathbf{a} \mid \varepsilon \end{aligned}$$

**SOLUTION :**

La grammaire  $\mathcal{G}$  n'est pas LL(1) pour 2 raisons :

- Elle est réursive gauche :  $S \rightarrow \mathbf{b}SaXS$
- Elle est non factorisée à gauche :  $X \rightarrow \mathbf{bbb}SX$  et  $X \rightarrow \mathbf{bbb}$

En appliquant le cours, nous obtenons la grammaire suivante :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \mathbf{b}S' \\ S' &\rightarrow \mathbf{a}XSS' \mid \varepsilon \\ X &\rightarrow \mathbf{bbb}X' \mid \mathbf{a} \mid \varepsilon \\ X' &\rightarrow \mathbf{SX} \mid \varepsilon \end{aligned}$$


---

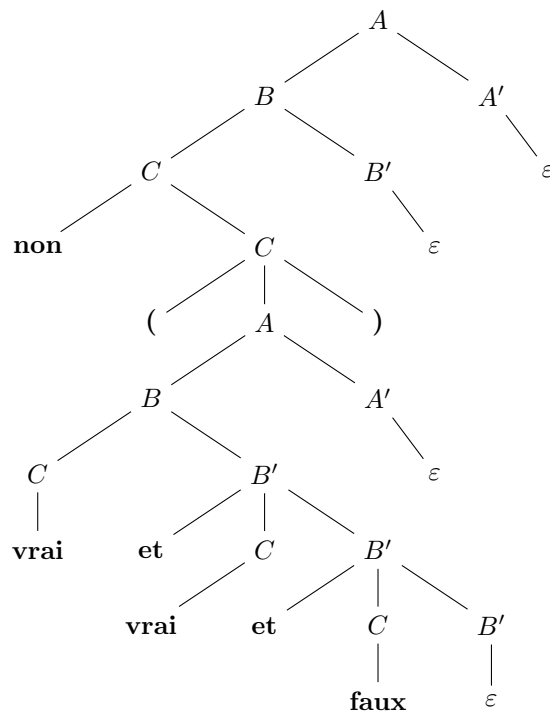
#### Exercice 4 (3 points)

Soit la grammaire  $\mathcal{G} = \langle V, T, P, A \rangle$  avec  $V = \{A, A', B, B', C\}$ ,  $T = \{\mathbf{ou}, \mathbf{et}, \mathbf{non}, \mathbf{vrai}, \mathbf{faux}, (, )\}$ , et  $P$  l'ensemble des productions suivantes :

$$\begin{aligned} A &\rightarrow B A' \\ A' &\rightarrow \mathbf{ou} B A' \mid \varepsilon \\ B &\rightarrow C B' \\ B' &\rightarrow \mathbf{et} C B' \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow \mathbf{non} C \mid (A) \mid \mathbf{vrai} \mid \mathbf{faux} \end{aligned}$$

**Question 1** Montrez que le mot **non(vrai et vrai et faux)** est une phrase de la grammaire  $\mathcal{G}$ .

**SOLUTION :** Faire une dérivation ou un arbre d'analyse ne suffit pas. Il faut donner une justification.



**non(vrai et vrai et faux)** est un mot constitué uniquement de terminaux et ce mot est la frontière d'un arbre d'analyse donc **non(vrai et vrai et faux)** est une phrase de la grammaire  $\mathcal{G}$ .

**Question 2** La grammaire  $\mathcal{G}$  est forte LL(1) et sa table d'analyse est la suivante :

	\$	ou	et	non	vrai	faux	(	)
$A$				$A \rightarrow B A'$	$A \rightarrow B A'$	$A \rightarrow B A'$	$A \rightarrow B A'$	
$A'$	$A' \rightarrow \varepsilon$	$A' \rightarrow \text{ou } B A'$						$A' \rightarrow \varepsilon$
$B$				$B \rightarrow C B'$	$B \rightarrow C B'$	$B \rightarrow C B'$	$B \rightarrow C B'$	
$B'$	$B' \rightarrow \varepsilon$	$B' \rightarrow \varepsilon$	$B' \rightarrow \text{et } C B'$					$B' \rightarrow \varepsilon$
$C$				$C \rightarrow \text{non } C$	$C \rightarrow \text{vrai}$	$C \rightarrow \text{faux}$	$C \rightarrow (A)$	

**Q 2.1 :** Appliquez l'algorithme d'analyse prédictive pour décider si le mot **non(vrai)** est une phrase de  $\mathcal{G}$ .

**SOLUTION :** La réponse est constituée du tableau de l'algorithme et de la conclusion sur le fait que le mot est une phrase ou non.

Reconnu	Entrée	Pile	Actions
	<b>non(vrai)</b> \$	$A \$$	Sortir $A \rightarrow B A'$
	<b>non(vrai)</b> \$	$B A' \$$	Sortir $B \rightarrow C B'$
	<b>non(vrai)</b> \$	$C B' A' \$$	Sortir $C \rightarrow \text{non } C$
	<b>non(vrai)</b> \$	<b>non</b> $C B' A' \$$	Reconnaître( <b>non</b> )
<b>non</b>	( <b>vrai</b> ) \$	$C B' A' \$$	$C \rightarrow (A)$
<b>non</b>	( <b>vrai</b> ) \$	$(A) B' A' \$$	Reconnaître( ( ) )
<b>non(</b>	<b>vrai</b> ) \$	$A) B' A' \$$	$A \rightarrow B A'$
<b>non(</b>	<b>vrai</b> ) \$	$B A') B' A' \$$	$B \rightarrow C B'$
<b>non(</b>	<b>vrai</b> ) \$	$C B' A') B' A' \$$	$C \rightarrow \text{vrai}$
<b>non(</b>	<b>vrai</b> ) \$	<b>vrai</b> $B' A') B' A' \$$	Reconnaître( <b>vrai</b> )
<b>non(vrai</b>	) \$	$B' A') B' A' \$$	$B' \rightarrow \varepsilon$
<b>non(vrai</b>	) \$	$A') B' A' \$$	$A' \rightarrow \varepsilon$
<b>non(vrai</b>	) \$	) $B' A' \$$	Reconnaître( ) )
<b>non(vrai)</b>	\$	$B' A' \$$	$B' \rightarrow \varepsilon$
<b>non(vrai)</b>	\$	$A' \$$	$A' \rightarrow \varepsilon$
<b>non(vrai)</b>	\$	\$	<b>Succès</b> car Pile et Entrée vides

**non(vrai)** est une phrase de la grammaire  $\mathcal{G}$

**Q 2.2 :** Appliquez l'algorithme d'analyse prédictive pour décider si le mot **vrai et ou** est une phrase de  $\mathcal{G}$ .

**SOLUTION :**

Reconnu	Entrée	Pile	Actions
	<b>vrai et ou</b> \$	$A \$$	Sortir $A \rightarrow B A'$
	<b>vrai et ou</b> \$	$B A' \$$	Sortir $B \rightarrow C B'$
	<b>vrai et ou</b> \$	$C B' A' \$$	Sortir $C \rightarrow \text{vrai}$
	<b>vrai et ou</b> \$	<b>vrai</b> $B' A' \$$	Reconnaître( <b>vrai</b> )
<b>vrai</b>	<b>et ou</b> \$	$B' A' \$$	$B' \rightarrow \text{et } C B'$
<b>vrai</b>	<b>et ou</b> \$	<b>et</b> $C B' A' \$$	Reconnaître( <b>et</b> )
<b>vrai et</b>	<b>ou</b> \$	$C B' A' \$$	<b>Erreur</b> car pas de sortie pour $M(C, \text{ou})$

**vrai et ou** n'est pas une phrase de la grammaire  $\mathcal{G}$

## Exercice 5 (5 points)

Soit la grammaire  $G = \langle V, T, P, Entier \rangle$  avec  $V = \{Entier, Signe, Liste, Chiffre\}$ ,  $T = \{+, -, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  et  $P$  l'ensemble des productions suivantes :

$$\begin{aligned} Entier &\rightarrow Signe\ Liste \\ Signe &\rightarrow + \mid - \\ Liste &\rightarrow Liste\ Chiffre \mid Chiffre \\ Chiffre &\rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \end{aligned}$$

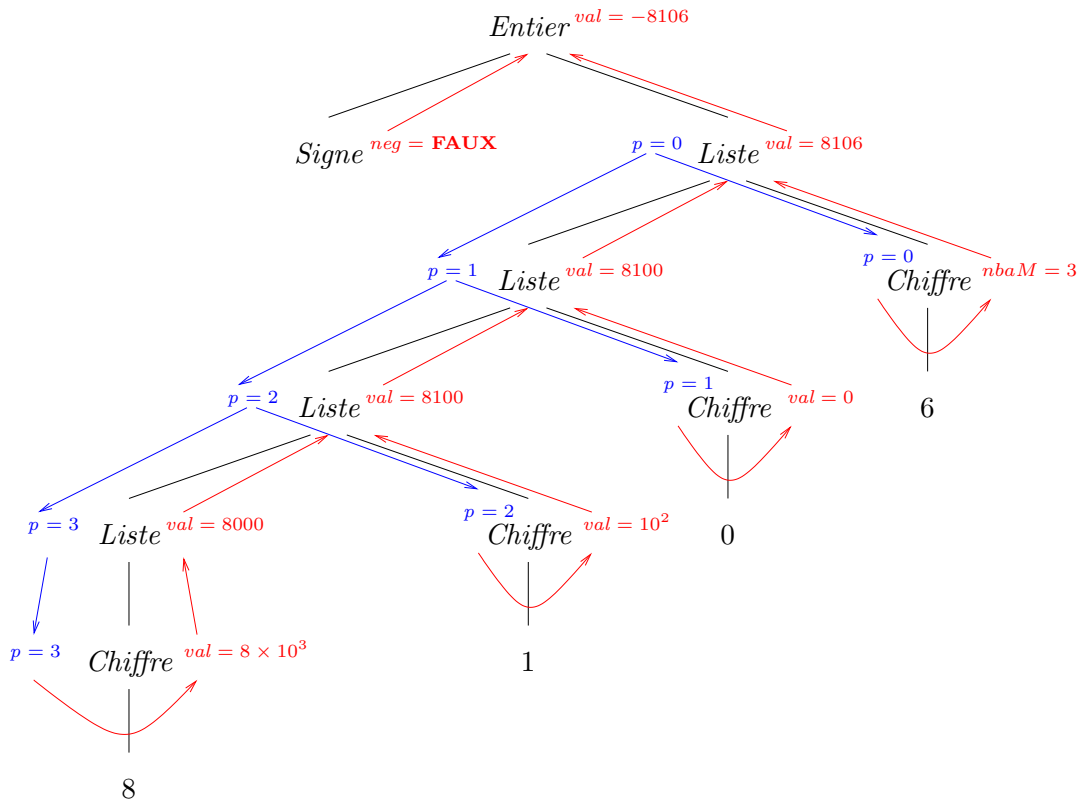
Cette grammaire reconnaît tous les entiers signés :  $+12, -3453, +3, \dots$

Soit la définition dirigée par la syntaxe suivante :

Productions	Règles sémantiques
$Entier \rightarrow Signe\ Liste$	$Liste.p = 0$ <u>Si</u> ( $Signe.neg$ ) <u>Alors</u> $Entier.val = -Liste.val$ <u>Sinon</u> $Entier.val = Liste.val$ <u>FSi</u>
$Signe \rightarrow +$	$Signe.neg = \text{FAUX}$
$Signe \rightarrow -$	$Signe.neg = \text{VRAI}$
$Liste \rightarrow Liste_1\ Chiffre$	$Liste_1.p = Liste.p + 1$ $Chiffre.p = Liste.p$ $Liste.val = Liste_1.val + Chiffre.val$
$Liste \rightarrow Chiffre$	$Chiffre.p = Liste.p$ $Liste.val = Chiffre.val$
$Chiffre \rightarrow 0$	$Chiffre.val = 0$
$Chiffre \rightarrow 1$	$Chiffre.val = 10^{Chiffre.p}$
$Chiffre \rightarrow 2$	$Chiffre.val = 2 \times 10^{Chiffre.p}$
$Chiffre \rightarrow 3$	$Chiffre.val = 3 \times 10^{Chiffre.p}$
$Chiffre \rightarrow 4$	$Chiffre.val = 4 \times 10^{Chiffre.p}$
$Chiffre \rightarrow 5$	$Chiffre.val = 5 \times 10^{Chiffre.p}$
$Chiffre \rightarrow 6$	$Chiffre.val = 6 \times 10^{Chiffre.p}$
$Chiffre \rightarrow 7$	$Chiffre.val = 7 \times 10^{Chiffre.p}$
$Chiffre \rightarrow 8$	$Chiffre.val = 8 \times 10^{Chiffre.p}$
$Chiffre \rightarrow 9$	$Chiffre.val = 9 \times 10^{Chiffre.p}$

**Question 1** Construisez l'arbre d'analyse décoré pour l'entier suivant :  $-8106$

**SOLUTION :**



**Question 2** Définissez complètement les attributs  $p$ ,  $val$  et  $neg$  utilisés dans la définition dirigée par la syntaxe : attribut synthétisé ou hérité, type de valeur (entier, réel, caractère, booléen, ...), symbole(s) de la grammaire associé(s) et rôle.

**SOLUTION :**

- Attribut  $p$  :
  - Attribut : Hérité
  - Type : Entier
  - Symboles associés : Non-terminaux *Liste* et *Chiffre*
  - Rôle : Position de chaque chiffre constituant l'entier reconnu permettant le calcul de sa valeur décimale
- Attribut  $neg$  :
  - Attribut : Synthétisé
  - Type : Booléen
  - Symbole associé : Non-terminal *Signe*
  - Rôle : VRAI si et seulement l'entier reconnu est négatif
- Attribut  $val$  :
  - Attribut : Synthétisé
  - Type : Entier
  - Symboles associés : Non-terminaux *Chiffre*, *Liste* et *Chiffre*
  - Rôle : Valeur décimale de l'entier reconnu

**Question 3** Transformez la définition dirigée par la syntaxe en schéma de traduction dirigé par la syntaxe.

**SOLUTION :**

$$\begin{aligned}
 Entier &\rightarrow Signe \{ Liste.p = 0; \} Liste \{ \underline{\text{Si}} (Signe.neg) \underline{\text{Alors}} Entier.val = -Liste.val \\
 &\quad \underline{\text{Sinon}} Entier.val = Liste.val \\
 &\quad \underline{\text{FSi}} \} \\
 Signe &\rightarrow + \{ Signe.neg = FAUX; \} \\
 Signe &\rightarrow - \{ Signe.neg = VRAI; \} \\
 Liste &\rightarrow \{ Liste_1.p = Liste.p + 1; \} Liste_1 \\
 &\quad \{ Chiffre.p = Liste.p; \} Chiffre \{ Liste.val = Liste_1.val + Chiffre.val; \} \\
 Liste &\rightarrow \{ Chiffre.p = Liste.p; \} Chiffre \{ Liste.val = Chiffre.val; \} \\
 Chiffre &\rightarrow 0 \{ Chiffre.val = 0; \} \\
 Chiffre &\rightarrow 1 \{ Chiffre.val = 10^{Chiffre.p}; \} \\
 Chiffre &\rightarrow 2 \{ Chiffre.val = 2 \times 10^{Chiffre.p}; \} \\
 Chiffre &\rightarrow 3 \{ Chiffre.val = 3 \times 10^{Chiffre.p}; \} \\
 Chiffre &\rightarrow 4 \{ Chiffre.val = 4 \times 10^{Chiffre.p}; \} \\
 Chiffre &\rightarrow 5 \{ Chiffre.val = 5 \times 10^{Chiffre.p}; \} \\
 Chiffre &\rightarrow 6 \{ Chiffre.val = 6 \times 10^{Chiffre.p}; \} \\
 Chiffre &\rightarrow 7 \{ Chiffre.val = 7 \times 10^{Chiffre.p}; \} \\
 Chiffre &\rightarrow 8 \{ Chiffre.val = 8 \times 10^{Chiffre.p}; \} \\
 Chiffre &\rightarrow 9 \{ Chiffre.val = 9 \times 10^{Chiffre.p}; \}
 \end{aligned}$$

**Remarques :**

- Une action calculant la valeur d'un attribut hérité d'un non-terminal doit se trouver avant ce non-terminal
- Une action calculant la valeur d'un attribut synthétisé d'un non-terminal doit se trouver après ce non-terminal