UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
STC 1073 - Métodos Estatísticos Computacionais
Professora: Laís Helen Loose

TRABALHO 1

REGRAS:

O desenvolvimento deste trabalho deve ser realizado em duplas ou de forma individual, utilizando os *softwares* `R` e LaTeX. A obtenção dos resultados deve ser feita utilizando o `R` e o relatório redigido em LaTeX ou formato equivalente no Rmarkdown. O trabalho deverá ser entregue no Moodle em uma tarefa agendada de hoje até o dia 31 de dezembro às 23:59hs. Trabalhos entregues após a data e horário estipulado serão penalizados com 50% da nota, caso entregues com dois dias de atraso. Trabalhos entregues após o dia 2 de janeiro de 2022 não serão avaliados.

O trabalho consistirá em:

- Gerar números pseudo-aleatórios da variável aleatória sobre a qual irá desenvolver o trabalho.
- Obter as estimativas de máxima verossimilhança por meio de algum método de otimização, considerando os dados gerados.
- Obter os intervalos de confiança por meio de intervalos assintóticos, baseados na distribuição do EMV para grandes amostras.

Considere diferentes tamanhos amostrais: $n = 20, 40, 70, 150, 300$.

Você deverá entregar um relatório o mais completo possível incluindo <u>no mínimo:</u>

0) Resumo
1) Introdução (contendo uma breve introdução ao problema, falar onde essa distribuição é utilizada em análises empíricas e os objetivos)
2) Seção sobre o Modelo em estudo. Aqui deve citar alguma referência sobre o modelo. Deve incluir as funções densidade e acumulada, valor esperado e variância da variável. Função quantil (inversa da FDA). Funções de verossimilhança e log verossimilhança. Descrição do método utilizado para otimização.
3) Resultados numéricos: amostras geradas, tabela com estimativas de máxima verossimilhança considerando os diferentes tamanhos amostrais. Você deve descrever os resultados obtidos.
4) Conclusões
5) Referências
6) Apêndice contendo o código `R` utilizado.

Importante: Após a entrega dos trabalhos será agendado um horário para que cada aluno explique rapidamente o que desenvolveu no trabalho. A nota será dada após essa conversa. Alunos que não demostrarem domínio do que realizaram serão penalizados na nota.

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

1. Distribuição Weibull unitária - Douglas Vargas

   Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *Weibull unitária*, e denotamos $X \sim \mathrm{WU}(\alpha, \beta)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

   $$F(x) = \exp\left[-\alpha(-\log x)^{\beta}\right], \qquad 0 < x < 1,$$

   onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ são parâmetros forma. A função de densidade de X é dada por

   $$f(x) = \frac{1}{x}\alpha\beta(-\log x)^{\beta-1}\exp\left[-\alpha(-\log x)^{\beta}\right].$$

2. Distribuição log-exponential-power - Vanessa Chiossi

   Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *log-exponential-power*, e denotamos $X \sim \mathrm{LEP}(\alpha, \beta)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

   $$F(x) = \exp\left[1 - \exp\{\alpha(-\log x)^{\beta}\}\right], \qquad 0 < x < 1,$$

   onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$. A função de densidade de X é dada por

   $$f(x) = \frac{\alpha\beta}{x}\mathrm{e}^{\alpha(-\log \mathrm{x})^{\beta}}(-\log \mathrm{x})^{\beta-1}\mathrm{e}^{1-\exp\{\alpha(-\log \mathrm{x})^{\beta}\}}.$$

3. Distribuição Rayleigh unitária - Alisson Rosa e Vitor Bernardo

   Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *Rayleigh unitária*, e denotamos $X \sim \mathrm{RU}(\alpha, \beta)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

   $$F(x) = \exp\left[-\beta(\log x)^{2}\right], \qquad 0 < x < 1,$$

   onde $\beta > 0$. A função de densidade de X é dada por

   $$f(x) = -\frac{2\beta}{x}\log x \exp\left[-\beta(\log x)^{2}\right].$$

4. Distribuição Kumaraswamy Modificada - Iverson R. Custodio e Mauricio Piffero Paz

   Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *Kumaraswamy modificada*, e denotamos $X \sim \mathrm{KM}(\alpha, \beta)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

   $$F(x) = 1 - [1 - \exp(\alpha - \alpha/x)]^{\beta}, \qquad 0 < x < 1,$$

   onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ são parâmetros forma. A função de densidade de X é dada por

   $$f(x) = \frac{\alpha\beta\mathrm{e}^{\alpha-\alpha/y}(1-\mathrm{e}^{\alpha-\alpha/y})^{\beta-1}}{x^{2}}.$$

5. Distribuição Gompertz unitária - Bruna Freitas e Joelmir

   Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *Gompertz unitária*, e denotamos $X \sim \mathrm{GU}(\alpha, \beta)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

   $$F(x) = \exp\left[-\alpha(x^{-\beta} - 1)\right], \qquad 0 < x < 1,$$

   onde $\alpha > 0$ e $\beta > 0$ são parâmetros forma forma e escala, respectivamente. A função de densidade de X é dada por

   $$f(x) = \alpha\beta x^{-(\beta+1)}\exp\left[-\alpha(x^{-\beta} - 1)\right].$$

6. Distribuição Gompertz generalizada - Lucas Ketzer dos Reis

   Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *Gompertz generalizada*, e denotamos $X \sim \mathrm{GG}(\lambda, \theta,\, c)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

$$F(x) = \left\{1 - \exp\left[-\frac{\lambda}{c}(\mathrm{e}^{\mathrm{cx}} - 1)\right]\right\}^{\theta}, \qquad x \geq 0,$$

   onde $\theta > 0$ é o parâmetro de forma, $\lambda > 0$ e $c \geq 0$. A função de densidade de X é dada por

$$f(x) = \theta\lambda \mathrm{e}^{cx} \exp\left[-\frac{\lambda}{c}(\mathrm{e}^{cx} - 1)\right]\left\{1 - \exp\left[-\frac{\lambda}{c}(\mathrm{e}^{cx} - 1)\right]\right\}^{\theta - 1}.$$

7. Distribuição Frechét generalizada - Luiz Augusto Pinheiro Soares e Lara Silveira

   Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *Frechét generalizada* e denotamos $X \sim \mathrm{FrechétG}(\alpha, \lambda, \sigma)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

$$F(x) = 1 - \left(1 - \exp\left\{-\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{\lambda}\right\}\right)^{\alpha}, \qquad x > 0, \qquad \alpha, \lambda, \sigma > 0.$$

   A função de densidade de X é dada por

$$f(x) = \alpha\lambda\sigma^{\lambda} x^{-(\lambda+1)}\left(1 - \exp\left\{-\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{\lambda}\right\}\right)^{\alpha - 1} \exp\left\{-\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{\lambda}\right\}.$$

8. Distribuição Power Weibull generalizada Taiane Silva Demboski

   Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *Power Weibull generalizada* e denotamos $X \sim \mathrm{PWG}(\alpha, \lambda, \gamma)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

$$F(x) = 1 - \exp\left\{1 - (1 + \lambda x^{\gamma})^{\alpha}\right\}, \qquad x > 0, \qquad \alpha, \lambda, \gamma > 0.$$

   A função de densidade de X é dada por

$$f(x) = \alpha\lambda\gamma x^{\gamma - 1}\left(1 + \lambda x^{\gamma}\right)^{\alpha - 1} \exp\left\{1 - (1 + \lambda x^{\gamma})^{\alpha}\right\}.$$

9. Distribuição Topp Leone Nadarajah-Haghighi - Dyannder P. e João Inácio Scrimini

   Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *Topp Leone Nadarajah-Haghighi* e denotamos $X \sim \mathrm{TLNH}(\alpha, \beta, \eta)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

$$F(x) = \left[1 - e^{2[1-(1+\beta x)^{\eta}]}\right]^{\alpha}, \qquad x > 0, \qquad \alpha, \beta, \eta > 0.$$

   A função de densidade de X é dada por

$$f(x) = 2\alpha\eta\beta\,(1 + \beta x)^{\eta - 1}\, e^{2[1-(1+\beta x)^{\eta}]}\left[1 - e^{2[1-(1+\beta x)^{\eta}]}\right]^{\alpha - 1}$$

10. Distribuição Chen - Allex Brandão e Jonathan Tavares

    Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *Chen* e denotamos $X \sim \mathrm{Chen}(\eta, \lambda)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

$$F(x) = 1 - \exp\left[\eta\left(1 - e^{x^{\lambda}}\right)\right], \quad x > 0.$$

    onde $\eta, \lambda > 0$ são parâmetros de forma. A função de densidade de X é dada por

$$f(x) = \eta\lambda x^{\lambda - 1} \exp\left[\eta\left(1 - e^{x^{\lambda}}\right) + x^{\lambda}\right].$$

11. Distribuição half-normal unitária - Cristiane Chaves e Daniela Klein

    Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *half-normal unitária*, e denotamos $X \sim \mathrm{HNU}(\sigma)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

    $$F(x) = 2\Phi\left(\frac{x}{\sigma(1-x)}\right) - 1, \qquad 0 \leq x < 1,$$

    onde $\sigma > 0$ é o parâmetro de escala e $\Phi(\cdot)$ a função de distribuição acumulada de uma variável aleatória com distribuição normal padrão. A função densidade de probabilidade de X é dada por

    $$f(x) = \frac{x}{\sigma(1-x)}\phi\left(\frac{x}{\sigma(1-x)}\right),$$

    em que $\phi(\cdot)$ é a função densidade de probabilidade da distribuição normal padrão.

12. Distribuição Nadarajah-Haguigui exponencializada - Matheus Borges

    Dizemos que uma variável aleatória X segue uma distribuição *Nadarajah-Haguigui exponencializada*, e denotamos $X \sim \mathrm{NHE}(\alpha, \beta, \lambda)$, se sua função de distribuição acumulada é dada por

    $$F(x) = \left[1 - \exp\left\{1 - (1+\alpha x)^{\beta}\right\}\right]^{\lambda}, \qquad x > 0,$$

    onde α, β, $\lambda > 0$. A função de densidade de X é dada por

    $$f(x) = \lambda\alpha\beta(1+\alpha x)^{\beta-1}\left(1 - \exp\left\{1 - (1+\alpha x)^{\beta}\right\}\right)^{\lambda-1}\exp\{1 - (1+\alpha x)^{\beta}\}.$$