Distribuição Kumaraswamy
E suas Aplicações

Alisson Rosa, Digite seu nome aqui!

Resumo

Muitas vezes estamos interessados em modelar variáveis que estão definidas entre zero e um, como sabemos aonde nossa variável esta definida mas não sabemos qual dos valores será observado, temos portanto uma incerteza probabilística, que pode e deve ser modelada por medidas de probabilidade. Aqui portanto, introduziremos a distribuição Kumaraswamy, que é uma das muitas possibilidades para modelagem desse tipo de variável, encontraremos estimativas para os parâmetros da distribuição usando estimadores de máxima verossimilhança blah blah.

1 Introdução

Atualmente muitos fenômenos podem ser descritos como variáveis aleatórias (va) definidas no intervalo unitário (0,1) [1], assim é natural que pesquisadores desenvolvam distribuições de probabilidade que abarcam esse tipo de va. Uma dessas distribuições é a Kumaraswamy, que foi introduzida em Kumaraswamy (1980) como uma alternativa ao modelo beta para aplicações na´area de hidrologia. Em virtude deste fato, grande parte dos trabalhos empíricos desta distribuição concentra-se nessa área Nadarajah (2008).

——— DADOS EXPLICAÇÃO ——-

2 A distribuição Kumaraswamy

Vamos nessa seção introduzir quantidades básicas da distribuição Kumaraswamy, sendo elas sua função densidade de probabilidade (pdf), função de distribuição acumulada (cdf), função quantilica (qf), função de verossimilhança (ll) e esperança (**E**)

2.1 Quantidade Básicas

Seja X uma variável aleatória que segue uma distribuição Kumaraswamy, então sua cdf é dada por:

$$F(x;\alpha,\beta) = 1 - (1-x^{\alpha})^{\beta}, \quad 0 < x < 1 \tag{1}$$

Onde $\alpha, \beta > 0$. Sua pdf então fica definida como:

$$f(x;\alpha,\beta) = \frac{dF}{dx} = \alpha\beta x^{\alpha-1}(1-x^{\alpha})^{\beta-1}, \quad 0 < x < 1 \tag{2}$$

Sua qf, que é a função inversa da cdf, fica definida como:

$$Q(u;\alpha,\beta) = \left(1-(1-u)^{1/\beta}\right)^{\dfrac{1}{\alpha}}, \quad 0 < u < 1 \tag{3}$$

É FÁCIL ver que que a esperança da distribuição Kumaraswamy é dada por

[1] Onde parenteses indica limites do intervalo abertos.

$$E(X) = \frac{\beta\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\Gamma(\beta)}{\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}+\beta\right)} \tag{4}$$

A função de verossimilhança é dada por:

$$L(\alpha,\beta;x) = \prod_{i=1}^{n} f(x;\alpha,\beta) = \alpha^n\beta^n \prod_{i=1}^{n} x_i^{\alpha-1} \prod_{i=1}^{n}(1-x_i^{\alpha})^{\beta-1} \tag{5}$$

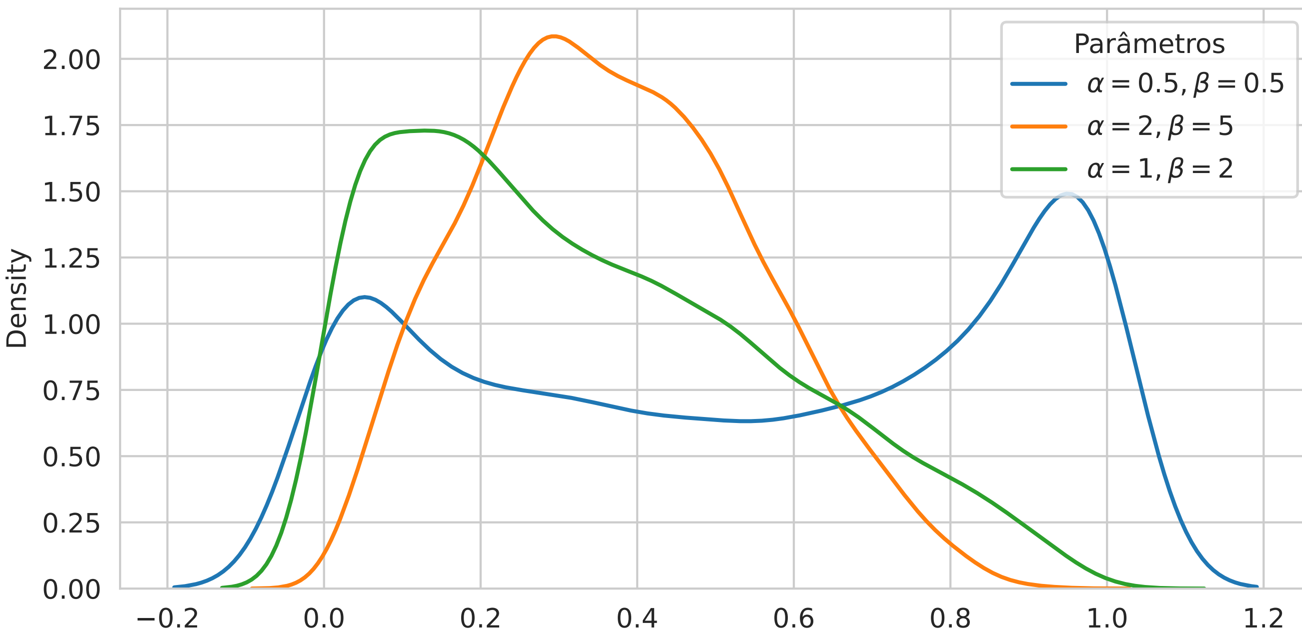


Figura 1: Função densidade da Kumaraswamy para alguns valores de parâmetros

2.2 Algumas aplicações

3 Análise Inicial

blah blah

3.1 Apresentação dos dados

3.2 Medidas Básicas

4 Ajuste do Modelo

Explicar a relação do da verossimilhança com o ajuste do modelo

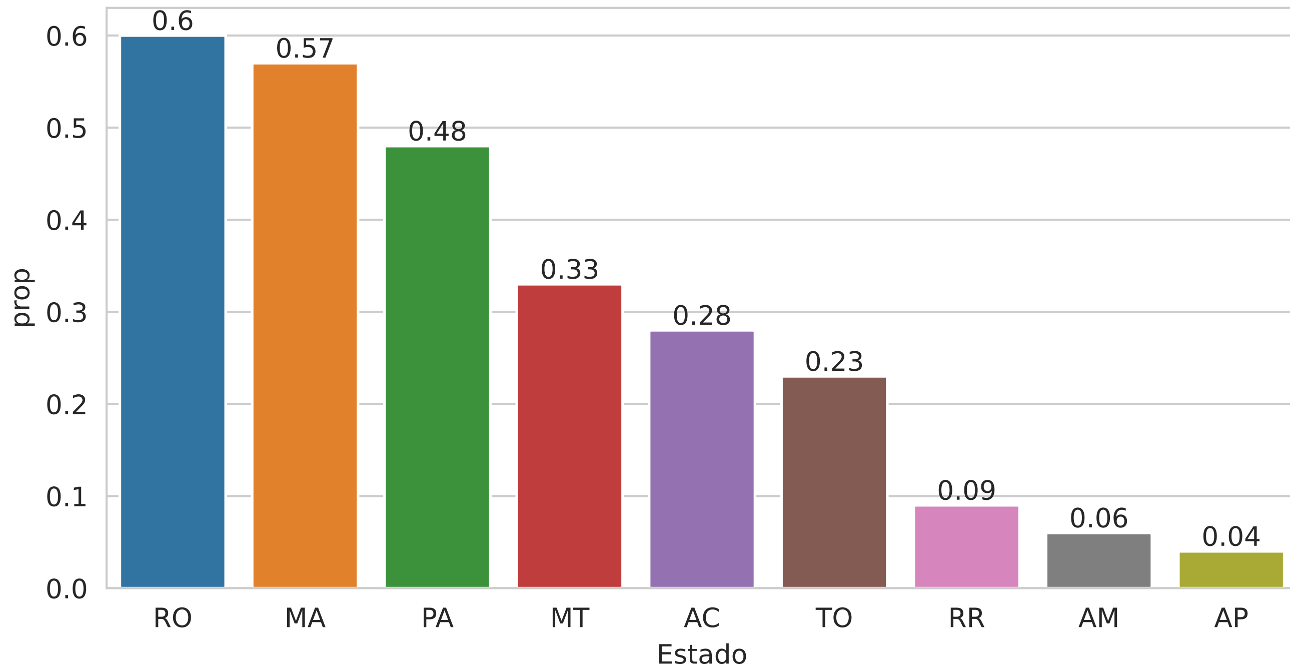
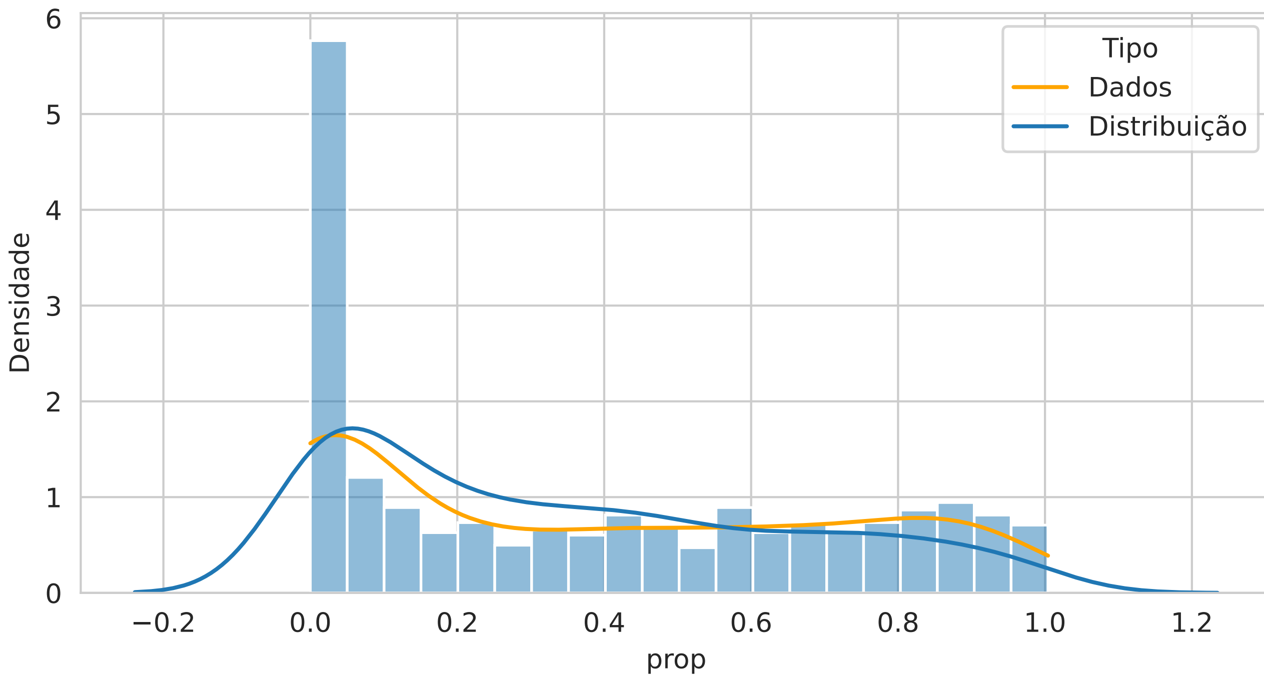


Figura 2: Proporção média dos Estados



4.1 Breve Aplicação

5 Conclusão

6 Referências

Kumaraswamy, Ponnambalam. 1980. «A generalized probability density function for double-bounded random processes». *Journal of hydrology* 46 (1-2): 79–88.

Nadarajah, Saralees. 2008. «On the distribution of Kumaraswamy». *Journal of Hydrology* 348 (3): 568–69.

R Core Team. 2022. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing. https://www.R-project.org/.