# Uma Abordagem ATSP para o Problema de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes na Indústria de Nutrição Animal

# Eli Angela Vitor Toso Reinaldo Morabito

Departamento de Engenharia de Produção Universidade Federal de São Carlos – SP 13565-905, São Carlos, SP (eli@dep.ufscar.br) (morabito@power.ufscar.br)

#### **Alistair Clark**

University of the West of England
Faculty of Computing, Engineering and Mathematical Sciences
Frenchay Campus, Bristol, BS6 1QY, England
(alistair.clark@uwe.ac.uk)

Resumo: O objetivo deste trabalho é apresentar resultados iniciais do estudo de uma abordagem ATSP-Periódico (Assimetric Travelling Salesman Problem - Problema do Caixeiro Viajante) para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes na indústria de nutrição animal. Este problema consiste em determinar o tamanho de cada lote de produção para cada produto, assim como determinar a seqüência de produção destes lotes, de forma a satisfazer a demanda sem atrasos, e minimizar os custos de produção e estoques. O desafio para o planejamento da produção nesta indústria é integrar estas decisões, pois os tempos de preparação da linha de produção são dependentes da seqüência produtiva. Esta abordagem do problema como ATSP periódico é comparada com a adordagem como GLSP (General Lot Sizing Problem – Problema Geral de Dimensionamento e Seqüenciamento de Lotes)) com tempos setup. Ambas modeladas por programação linear inteira e resolvidas por meio da linguagem de modelagem AMPL com o solver CPLEX.

**Palavras chave:** Dimensionamento de lotes, Seqüenciamento da produção, Indústria de nutrição animal.

Abstract: The purpose of this work is to present initial results of an approach Periodic-ATSP (Assimetric Travelling Salesman Problem) for the lot sizing and sequencing problem in the industry of feed for animal nutrition. This problem consist in to decide the lots size for each product as well as to decide the production sequencing for these lots, while to meet the demand without backlogs and minimizing the production and inventory costs. The challenge for the production planning in this industry is to coordinate these decisions since the setup times are dependent of the sequencing. This approach is compared with the GLSP (General Lot Sizing Problem) with setup times approach. Both are modeled by integer linear programming and solved using of the modeling language AMPL with the CPLEX solver.

Keywords: Lot sizing; Sequencing; Industry of animal nutrition.

## 1. Introdução

A produção brasileira de alimentos balanceados para nutrição animal é uma das maiores do mundo, apresentou crescimento de 10% em 2005 e prevê um crescimento de 30% nos próximos 4 anos (ANFAL (2006)). As empresas do setor encontram-se em constante busca por novas tecnologias, aperfeiçoamento dos sistemas de produção e otimização da utilização dos recursos produtivos.

Esta indústria possui algumas peculiaridades no processo produtivo que desafiam a tomada de decisões do Planejamento e Controle da Produção (PCP), principalmente as decisões relacionadas ao dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção. O dimensionamento de lotes de produção de rações consiste em determinar quanto produzir de cada ração a cada período, ajustando a capacidade produtiva num ambiente de demanda dinâmica. Enquanto que o seqüenciamento de lotes consiste em determinar em que ordem produzir estes lotes de forma a minimizar os tempos de preparação, que são extremamentes dependentes da seqüência e diminuem significativamente a capacidade produtiva.

Conforme apresentado em Toso e Morabito (2005) na prática estas decisões, dimensionamento e sequenciamento de lotes, são tomadas separadamente. Isto compromete tanto a qualidade da decisão em relação aos custos operacionais e atendimento de prazos de entrega, quanto compromete o tempo de resposta da empresa às constantes variações de demanda, que acarretam na necessidade de reavaliação periódica deste planejamento.

O uso de modelos quantitativos para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes na indústria de nutrição animal tem-se mostrado bastante promissor, uma vez que é possível integrar as decisões e melhorar a qualidade das soluções obtidas. Entretanto, a representação matemática deste problema envolve o uso de variáveis de decisão discretas e contínuas, tornando inviável a obtenção da solução ótima para problemas de dimensão real.

Desta forma, o objetivo neste trabalho é estudar uma nova abordagem para solução do problema, representando as decisões de sequenciamento como um Problema do Caixeiro Viajante Assimétrico (*Assimetric Travelling Salesman Problem* - ATSP) para cada período, e, utilizando um procedimento de solução em que elimina-se as restrições de *subtours* e resolve-se uma série de problemas de Designação (*Assignment Problems*). Os resultados preliminares desta abordagem de solução serão comparados com os resultados obtidos em Toso e Morabito (2005), onde o problema foi representado como um GLSP (*General Lot Sizing Problem*) com tempos de *setup*.

## 2. Descrição do problema

Da mesma forma que em TOSO e MORABITO (2005), este trabalho está baseado no estudo de caso da unidade produtora de suplementos de uma empresa do setor, que produz suplementos vitamínicos: sais minerais, núcleos, premixes e promotores de crescimento para bovinos, eqüinos, suínos e aves. Embora o trabalho esteja baseado no estudo de um único caso, pode tanto ser estendido para outras unidades de produção na mesma empresa, quanto outras empresas fabricantes de ração e ainda para processos produtivos similares.

O processo produtivo pode ser dividido em três etapas:

- Dosagem das matérias primas: que é feita mediante formulação pré-estabelecida. Nesta etapa as matérias primas são pesadas separadamente, os ingredientes de maior volume são dosados automaticamente, e os de menor volume manualmente.
- Mistura dos ingredientes: que pode ser subdividida em três fases: a mistura a seco, a adição de líquidos e uma nova fase de mistura.
- 2 Ensaque e rotulagem.

O processo de produção é intermitente e ocorre em bateladas, que se referem ao lote mínimo produzido em cada operação. A quantidade produzida em cada batelada de produção é

limitada pelo tamanho do misturador e varia de um produto para outro, dependendo da densidade de cada um.

Embora o processo produtivo tenha várias etapas, pode ser considerado monoestágio, ou seja, podemos considerar toda a linha como um único equipamento onde o misturador é o gargalo da produção. Desta forma, a capacidade produtiva está relacionada com o tempo de processamento da mistura.

A demanda tem características sazonais, ou seja, ao longo do ano apresenta diferenças em relação aos tipos de produtos em cada período (*mix*) e diferenças em relação às quantidades produzidas. Para ajustar a capacidade produtiva às estas oscilações na demanda, a empresa adota a estratégia de utilizar horas extras nos períodos de pico ao invés de carregar estoques de um período para outro, sendo que esta decisão é fortemente justificada pela perecibilidade dos produtos. Vale ressaltar que esta decisão precede as decisões de dimensionamento e seqüenciamento de lotes, as quais são tomadas num contexto de curto prazo. Desta forma, a perecibilidade dos produtos não é considerada neste horizonte de planejamento mais curto.

O horizonte de planejamento é mensal, e é desdobrado semanalmente. Ou seja, a cada semana as previsões mensais vão sendo reavaliadas, considerando-se novos pedidos que entram ou possíveis cancelamentos de pedidos em carteira, a capacidade disponível e a necessidade de utilização de horas extras. Com isso são determinados os tamanhos de lote a cada semana.

Uma vez determinados os 'tamanhos de lotes', são emitidas ordens de fabricação e o seqüenciamento destes lotes é realizado por um supervisor de produção no chão de fábrica. Como algumas formulações misturam diversos tipos de medicamentos e minerais, é necessário sequenciar os lotes de forma a evitar que produtos com agentes contaminantes deixem resíduos na linha de produção, comprometendo a qualidade do próximo lote. Para evitar isto há duas alternativas: procurar uma seqüência em que nenhum produto contamine os demais ou, quando isso não é possível, fazer uma limpeza nos equipamentos (*setup*), o que consome valioso tempo de produção.

Na prática, o dimensionamento de lotes é feito considerando a capacidade produtiva em termos das horas disponíveis para produção no mês e de uma taxa média de produção por hora. Não é considerado o fato de que os tempos de preparação são dependentes da seqüência produtiva. Ou seja, diferentes programas resultam em diferentes seqüências, sendo que algumas podem demandar maior consumo de capacidade devido à necessidade de mais preparações, podendo inviabilizar alguns programas de produção. Portanto, a empresa freqüentemente tem dificuldades em coordenar de forma eficaz o dimensionamento de lotes com o seqüenciamento da produção, pois, uma vez definidos os tamanhos de lote, pode não ser possível encontrar uma seqüência de produção que seja viável do ponto de vista da capacidade disponível.

# 3. Modelagem

## 3.1 Modelo matemático

Em TOSO e MORABITO (2005) é apresentado um modelo matemático para representar o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes na indústria de rações, que foi baseado em uma combinação e adaptação dos modelos: GLSP-ST (*General Lot Sizing Problem – Setup Times*) proposto por Meyr (2000) e um modelo de dimensionamento de lotes capacitado com utilização de horas extras proposto por Hax & Candea (1984).

Para formular um modelo matemático para representar este problema como um ATSP periódico são necessárias as mesmas considerações de TOSO e MORABITO (2005):

- A unidade de produção é uma batelada, independente do seu tamanho. As demandas por produto são agregadas e aproximadas pelos múltiplos dos tamanhos das bateladas;
- Os produtos são agregados em famílias, onde cada família só tem produtos pertencentes ao mesmo grupo de contaminação e com características comuns, como tempo de processamento e quantidade por batelada;

- Quando não existe risco de contaminação residual, o tempo de preparação entre um lote e outro é pequeno. Por simplicidade, os tempos de preparação pequenos são desprezados.
- São ainda necessárias as seguintes considerações adicionais:
- Cada família só pode ser produzida uma única vez em cada período;
- Pressupõe-se que é feita uma limpeza ao final de cada horizonte de planejamento, (estratégia adotada na prática para períodos com 'folga' de capacidade).

## Os índices do modelo são:

i famílias, i = 1, ..., N

t período, t = 1, ..., T

onde, N número de famílias,

T número de períodos do horizonte de planejamento,

## Os parâmetros do modelo são:

 $C_t$  tempo disponível (capacidade) no período t

 $p_i$  tempo necessário para produzir uma unidade da família i

 $lm_i$  lote mínimo da família i (unidades em bateladas)

 $h_i$  custo de manter uma unidade de estoque da família i por um período t.

 $co_t$  custo unitário de hora extra no período t

 $st_{ji}$  tempo de preparação para mudar da família j para a família i (com  $st_{ii}$ =0)

 $d_{it}$  demanda da família i no período t (unidades)

 $I_{i0}$  estoque inicial da família i no começo do horizonte de planejamento (unidades)

 $i_{0t}$  familia para qual a linha está preparada para produzir no começo do período t.

 $u_t$  limite máximo de horas extras permitidas no período t

#### As variáveis de decisão do modelo são:

 $I_{it}$  estoque da família i no fim do período t (unidades)

 $q_{it}$  tamanho do lote da família i produzido no período t. O tamanho do lote é múltiplo do número de bateladas, e, portanto, deve ser uma variável inteira.

 $y_{jit}$  indica se ocorre troca das famílias j para i no período t ( $y_{jit}=1$ ) ou não ( $y_{jit}=0$ )

 $O_t$  quantidade de horas extras utilizadas no período t

minimize 
$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} h_{it} I_{it} + \sum_{t=1}^{T} co_{t} O_{t}$$
 (1)

sujeito a:

$$I_{it} = I_{i,t-1} + q_{it} - d_{it} \quad \forall i,t$$
 (2)

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} p_i q_{it} + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \sum_{t=1}^{T} st_{ji} y_{jit} \le C_t + O_t$$
(3)

$$p_i q_{it} \le \left(C_t + u_t\right) \sum_{j=1}^N y_{jit} \qquad \forall t, i \ne i_{0t}$$

$$\tag{4}$$

$$q_{it} \geq lm_i \sum_{j=1}^{N} y_{jit} \qquad \forall t, i$$
 (5)

$$y_{iit} = 0 \quad \forall i, t \tag{6}$$

$$\sum_{k=1}^{N} y_{i_{ot}kt} = 1 \tag{7}$$

$$\sum_{k=1}^{N} y_{i_{ot}kt} \ge \sum_{i=1}^{N} y_{jit} \qquad \forall i \ne i_{0t}$$

$$(8)$$

$$\sum_{k=1}^{N} y_{i_{0t}kt} \ge \sum_{j=1}^{N} y_{jit} \qquad \forall i \ne i_{0t}$$

$$\sum_{j=1}^{N} y_{jit} \ge \sum_{k=1}^{N} y_{ikt} \qquad \forall i \ne i_{0t}$$

$$(9)$$

$$\sum_{i \to j \in S} y_{ijt} + \sum_{i \to j \in S} y_{jit} \le NumeroDeN\acute{o}s(S) - 1 \qquad \forall \text{ sub - rota } S$$
 (10)

onde S é o conjunto de todas as possíveis sub-rotas

$$I_{it} \ge 0, y_{jit} = 0 \text{ or } 1$$
  $\forall i, j, t \text{ para } i \ne j$  (11)  
 $q_{it} \ge 0, \text{ inteiro}$   $\forall i, t$  (12)  
 $0 \le O_t \le u_t$   $\forall t$  (13)

$$q_{it} \ge 0$$
, inteiro  $\forall i, t$  (12)

$$0 \le O_t \le u_t \qquad \forall t \tag{13}$$

A função objetivo (1) refere-se aos objetivos da empresa, e consiste em minimizar os custos de estocagem e de horas extras. Se existe capacidade disponível, é possível realizar preparações adicionais sem incorrer em custos adicionais relevantes.

As restrições (2) são de balanceamento de estoque: a quantidade de estoque em mãos  $(I_{ii})$ de uma família i no fim da semana t deve ser igual a quantidade de estoque em mãos  $(I_{i,t-1})$  no início da semana, mais a quantidade produzida  $q_{it}$ , menos a quantidade demandada  $d_{it}$ .

As restrições (3) se referem à capacidade produtiva, considerada em termos de tempo e correspondendo aos turnos trabalhados dentro da semana, mais as possíveis horas extras necessárias para atender a demanda do período. Os tempos de preparação referentes às trocas de famílias acarretam em perda da capacidade.

As restrições (4) garantem que a produção de uma família i só pode ocorrer no subperíodo s do período t se a linha estiver preparada (limpa) para esta família neste subperíodo.

As restrições (5) impõem a produção de um lote mínimo  $lm_i$  da família i no período t se a linha não estava preparada em t-1 ( $x_{i,t-1}$ =0) e estava preparada em t ( $x_{i,t}$ =1). Estas restrições são necessárias uma vez que a matriz de tempos de preparação não satisfaz a desigualdade triangular, ou seja, numa sequência i-j-k a desigualdade  $st_{ii} + st_{ik} = st_{ik}$  nem sempre é válida. As restrições (6) proibem as preparações entre uma mesma família.

As restrições (7), (8) e (9) são as restrições de dependência do ATSP. Pelas restrições (7) só pode ocorrer preparação a partir um determinado produto  $i_{0t}$ , ou seja, a seqüência de produção em t deve começar a partir deste produto. O conjunto de restrições (8) garante que só pode ocorrer uma preparação para produção de um item i, se houve uma preparação a partir do produto  $i_{0t}$ . E, finalmente, as restrições (9) garantem que somente pode ocorrer uma preparação (para um item k qualquer) a partir de um produto i, se houve uma preparação para este produto i.

As restrições (10) foram adaptadas de Orman e Willians (2004) e Carpaneto et al. (1995), e proibem as 'sub-rotas' S entre as famílias, ou seja, garantem a formação de uma única seqüência de produção incluindo todos os produtos que devem ser produzidos em t.

As restrições (11) e (12) são de não negatividade e integralidade das variáveis. O estoque em mãos  $I_{it}$  da família i no período t deve ser não negativo, pois não são permitidos pedidos pendentes. A quantidade produzida  $q_{it}$  da família i no período t, além de ser não negativa, deve ser uma variável inteira medida em número de bateladas.

Finalmente, as restrições (13) referem-se aos limites de horas extras, sendo que  $u_t$  referese ao limite máximo de horas extras permitidas pelas leis trabalhistas.

É importante ressaltar que neste modelo o sequenciamento em cada período é feito de forma independente, ou seja, não é considerado o setup entre o período t e período t+1. O dimensionamento dos lotes é feito de forma integrada para todos os períodos, fazendo a alocação de demanda entre eles (antecipando estoques e utilizando horas extras nos períodos de capacidade insuficiente). Esta é a principal diferença em relação à formulação apresentada em TOSO e MORABITO (2005).

# 3.2 Abordagem de solução

Se o grupo de restrições que proíbe a formação de sub-rotas (10) for gerado para todas as possíveis sub-rotas S, temos a garantia de obtenção da solução ótima para o problema. Entretanto, dependendo do número de variáveis do problema, a complexidade computacional aumenta, inviabilizando a obtenção de soluções em tempo razoável (Williams e Orman (2004)). Desta forma, a estratégia de solução deste modelo consiste basicamente no seguinte procedimento iterativo: ignora a proibição de 'sub-rotas'; resolve como um problema simples de designação; identifica as sub-rotas encontradas na solução; e, resolve o modelo novamente, proibindo apenas as sub-rotas identificadas na solução anterior. A aposta desta estratégia é que em poucas iterações é possível encontrar a solução ótima do problema (Williams e Orman (2004)). Este procedimento pode ser mais bem explicado pelo seguinte algoritmo:

```
Resolve o problema ATSP sem proibição de sub-rotas para todos os períodos;
Enquanto existe subtour em algum período, faça {
    Para t = 1 .. T {
        Identifica os subtours na solução ótima (em todos os periodos);
    } para todo t
    Proibe os subtours;
    Resolve o problema;
} até que não exista subtours (sequencia ótima seja encontrada)
```

Este procedimento resolve o modelo proibindo de forma simultânea as sub-rotas em todos os períodos. Outros experimentos foram realizados usando uma estratégia *ignore-and-fix*, inspirada em *relax-and-fix*. Segundo Wolsey (1998), a estratégia *relax-and-fix* consiste em um método heurístico onde são resolvidos iterativamente uma série de MIPs parcialmente relaxados, cada um com um grupo reduzido de variáveis inteiras, cujo número é suficientemente pequeno para obter uma solução ótima para o MIP (Clark and Clark; 2000). Neste caso, chamamos de *ignore-and-fix* pois a proibição de sub-rotas é ignorada nos períodos maiores que *t*, conforme o seguinte algoritmo:

#### 4. Experimentos computacionais e resultados

Os experimentos computacionais foram realizados utilizando a linguagem de programação matemática AMPL com o *solver* CPLEX versão 9, em um micro Sun V208 Dual Opteran 252 processor under Linux com 1.5 GHz de RAM. Cabe ressaltar que estes resultados referem-se a experimentos preliminares, que foram realizados com os mesmos dados usados em TOSO e MORABITO (2005).

Primeiramente, o modelo foi executado somente para um período, para testar a consistência da modelagem matemática e computacional, bem como para testar a eficiência do procedimento de proibição de 'sub-rotas'. Os resultados destes experimentos foram bem sucedidos, encontrando-se a solução ótima rapidamente. Desta forma, o próximo passo foi expandir o modelo, incluindo vários períodos.

Estes experimentos iniciais mostraram que, como conseqüência do sequenciamento independente, os produtos 'mais' contaminantes são alocados ao final de cada período, não considerando que deve existir um *setup* para começar a produção no próximo período. Desta forma, é importante a pressuposição de que é necessário fazer uma limpeza ao final de cada período.

Para implementação do modelo matemático é preciso determinar por onde começar a seqüência, ou seja, deve escolher um produto inicial  $i_{0t}$ . Experimentos iniciais mostraram que a qualidade da solução é bastante dependente desta escolha. Para contornar esta situação, foi criado um produto fantasma ('fam0'), com tempos e custos de produção iguais a zero, e imposta a condição de que o produto  $i_{0t}$  seja igual a fam0, para todo t. Desta forma, a escolha do produto que realmente começa a seqüência de produção se torna uma variável de decisão do modelo.

Na tabela 1 apresentamos os resultados obtidos na implementação do primeiro algoritmo, que resolve o seqüenciamento em todos os períodos simultâneamente, bem como os resultados gerados pelo segundo algoritmo que resolve o seqüenciamento período a período. Este último foi implementado *forward*, ou seja, começando pelo primeiro período, e *backward*, começando pelo último período.

Tabela 1. Resultados computacionais preliminares ATSP.						
Estratégia	mês A		mês B			
	Função Objetivo	Tempo	Função Objetivo	Tempo		
simultâneo	3028 u.m.	00:01:24	15424 u.m.	00:00:01		
período a período forward	3028 u.m.	00:00:27	15424 u.m.	00:00:17		
período a período backward	3028 u.m.	00:01:03	15424 u.m.	00:00:15		
melhor solução encontrada (*)	3458 u.m.	01:50:00	15424 u.m.	00:26:00		

<sup>\*</sup> Melhor resultado encontrado para o problema em TOSO e MORABITO (2005).

Entre as estratégias que utilizaram a abordagem ATSP não obtivemos diferenças significantes em relação à qualidade da solução obtida ou em relação ao tempo computacional.

A comparação com a melhor solução encontrada para o problema, embora pareça bastante significativa, deve ser analisada cautelosamente, uma vez que estamos comparando estratégias e pressuposições diferentes acerca do problema.

A abordagem proposta em TOSO e MORABITO (2005) está baseada na modelagem do problema como um GLSP com tempos de *setup*, onde o dimensionamento e sequenciamento são resolvidos de forma integrada em todos os períodos. Esta abordagem ATSP também resolve o dimensionamento e sequenciamento de forma integrada, mas o sequenciamento em cada período é independente dos demais. Conforme discutido anteriormente, isto faz com que os produtos mais contaminantes sejam alocados ao final de cada seqüência em cada período, e um possível *setup* entre os períodos não é considerado. Esta diferença é significativa quando comparamos as soluções geradas, pois os valores das funções objetivo não podem ser diretamente comparados. Uma forma de compará-los poderia ser contabilizando estes *setups*.

A tabela 2 a seguir apresenta a sequüência detalhada da solução gerada para o mês A que corresponde a um período da estação chuvosa (maior variedade em menor quantidade).

Tabela 2. Seqüencia gerada pelo ATSP simultâneo.				
<i>t</i> 1	<i>t</i> 2	t3	t4	
fam16	fam21	fam12	fam13	
fam10	fam10	fam13	fam9	
fam15	fam12	fam8	fam3	
fam7	fam8	fam4	fam17	
fam21	fam15	fam14	fam10	
fam20	fam2	<i>fam</i> 11	fam11	
fam12	fam14	fam9	fam7	
fam14	fam5	fam5	fam8	
fam5	fam13	fam2	fam5	
fam2	fam7	fam21	fam2	
fam11	fam9	fam10	fam21	
fam8	fam17	fam7	fam14	
fam9	fam3	fam3	fam19	
fam3	fam11	fam17		
fam17	fam19	fam20		

Nesta seqüência de produção é preciso a realização de dois *setups* no primeiro período (*t*1), entre a produção da *fam*20 e *fam*12 e entre *fam*2 e *fam*11. A função objetivo calculada pela formulação matemática do ATSP não contabiliza os tempos de setup que seriam necessários no final dos períodos *t*2 e *t*3, depois das famílias 19 e 20, respectivamente. Nestes dois períodos o tempo total necessário para produção é de 64 horas, para considerar os tempos de preparação é necessário a utilização de horas extras, acarretando em um acréscimo de cerca de 1435 u.m. na função objetivo que passa a ser de 4463 u.m. O mesmo acontece quando analisamos em detalhe a seqüência gerada pelo mês B.

#### 5. Conclusões e perspectivas

Embora, quando comparamos da mesma maneira as duas soluções, a qualidade da solução ATSP é pior para estes dados analisados, o desempenho computacional desta abordagem é substancialmente melhor. Isto nos estimula a continuar as pesquisas com esta abordagem, buscando estratégias para solucionar o problema da integração entre os períodos. Uma proposta que está sendo investigada consiste na resolução deste modelo como um único ATSP, modificando a estrutura dos dados para resolver todos os períodos simultâneamente.

Em relação à abordagem GLSP com tempos de *setup*, os estudos estão direcionados para métodos de decomposição do modelo, como por exemplo a utilização da estratégia *relax-and-fix* (Wolsey (1998)), bem como para a utilização de estratégias horizonte rolante.

Uma vez realizado estudos quanto à melhor proposta de abordagem para o problema de dimensionamento e seqüenciamento de lotes na indústria de rações para nutrição animal, o objetivo futuro é a validação destas abordagens junto à empresa estudada para validação.

#### Referências

- CARPANETO, G., DELL'AMICO, M. AND TOTH, P. (1995). Exact solution of large scale asymmetric travelling salesman problems, **ACM Transactions on Mathematical Software** 21(4): 394–409. URL: <a href="http://doi.acm.org/10.1145/212066.212081">http://doi.acm.org/10.1145/212066.212081</a>
- HAX, A., CANDEA, D. (1984) **Production and inventory management**. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.
- MEYR, H. Simultaneous lotsizing and scheduling by combining local search whit dual reoptimization. **European Journal of Operational Research** 139, 311-326, 2000.
- TOSO, Eli Angela Vitor e MORABITO, Reinaldo. Otimização no dimensionamento e seqüenciamento de lotes de produção: estudo de caso numa fábrica de rações. **Gest. Prod.** [online]. maio/ago. 2005, vol.12, no.2 [citado 11 Maio 2006], p.203-217. Disponível na World Wide Web: <a href="http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\_arttext&pid=S0104-530X2005000200006&lng=pt&nrm=iso">http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\_arttext&pid=S0104-530X2005000200006&lng=pt&nrm=iso</a>. ISSN 0104-530X.
- WOLSEY, L. A. (1998). Integer Programming, Wiley, New York.
- ORMAN, A. J. ANDWILLIAMS, H. P. (2004). A survey of different integer programming formulations of the travelling salesman problem, **Working paper** *LSEOR 04.67*, London School of Economics, Dept of Operational Research, LSE, Houghton Street, London, WC2 2AE, UK.