Final Project Report

Name: 高银骏 UID: 12111320 Date: 2025.1.10

Task Description

To develop Finite Element Method codes for 2D-Elastic problems.

Task Decomposition

Mathematical Model

1.About the exact solution:

On the boundary of the hole, the radius equals , which is . We have the stress expression:

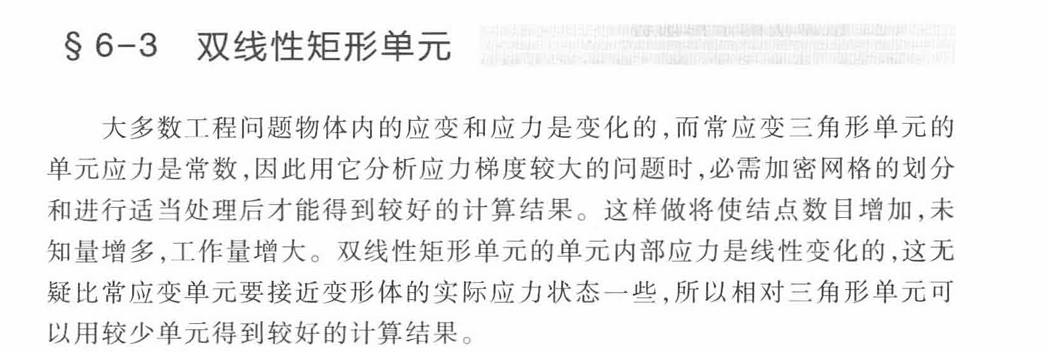
When equals , the stress becomes zero.

As the question is analyzed in a quarter, varies from to . So varies from +1 to -1. When equals , the stress reaches its maximum value, zero.

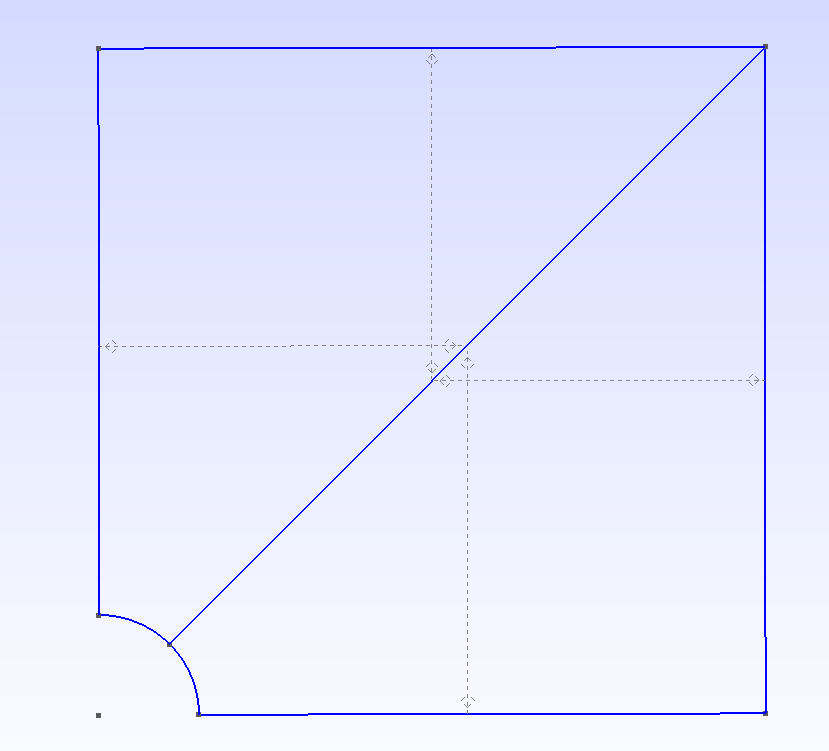
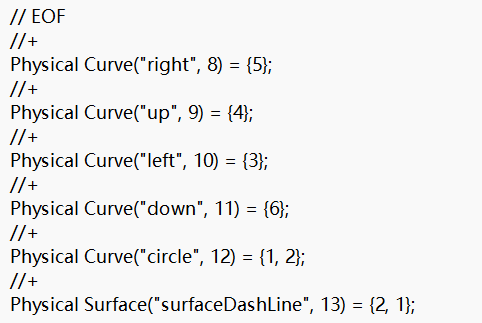
Finite Element Model

1. Compared with 2D-Heat problem, which u standing for scalar temperature, u in 2D-Elastic problem means vector displacement.

Mesh

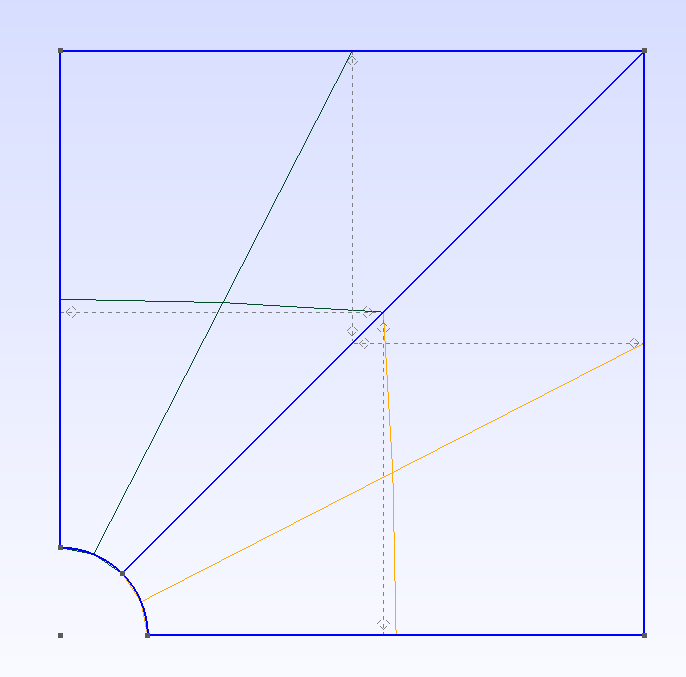


对矩形建立命名选择，分为六个命名，以便给ID矩阵赋值。其中有五个曲线：右边（right）、上边（up）、左边（left）、下边（down）、圆边（circle）；以及一个虚线包裹的面（surfaceDashLine）。

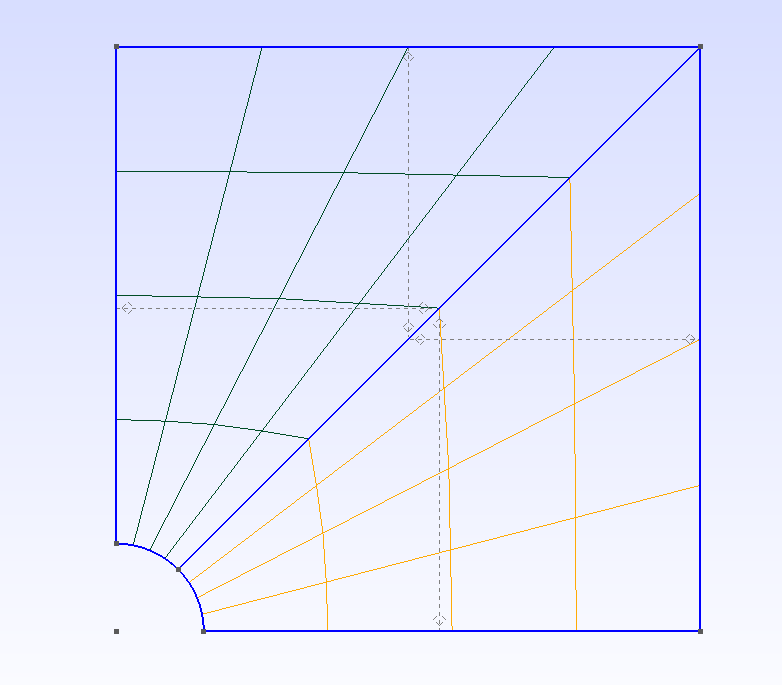
 

给几何形状建立命名选择

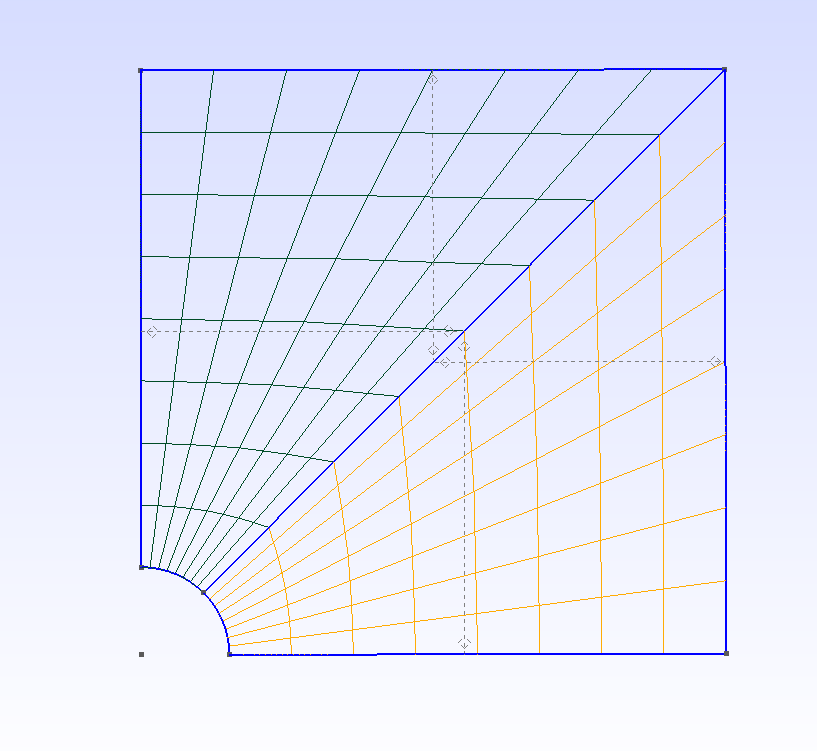
对同一模型，导出四种不同网格细分度的.msh文件。



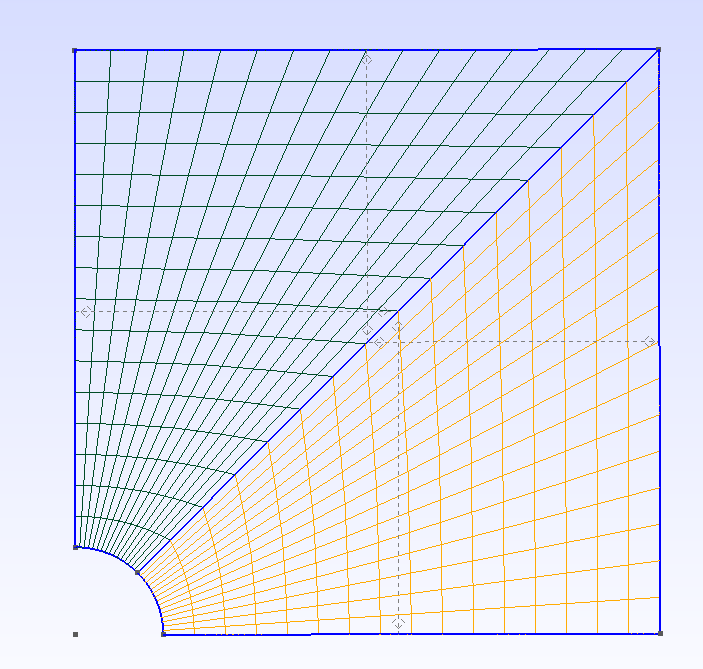
网格1



网格2

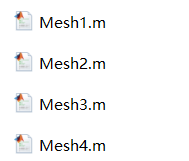


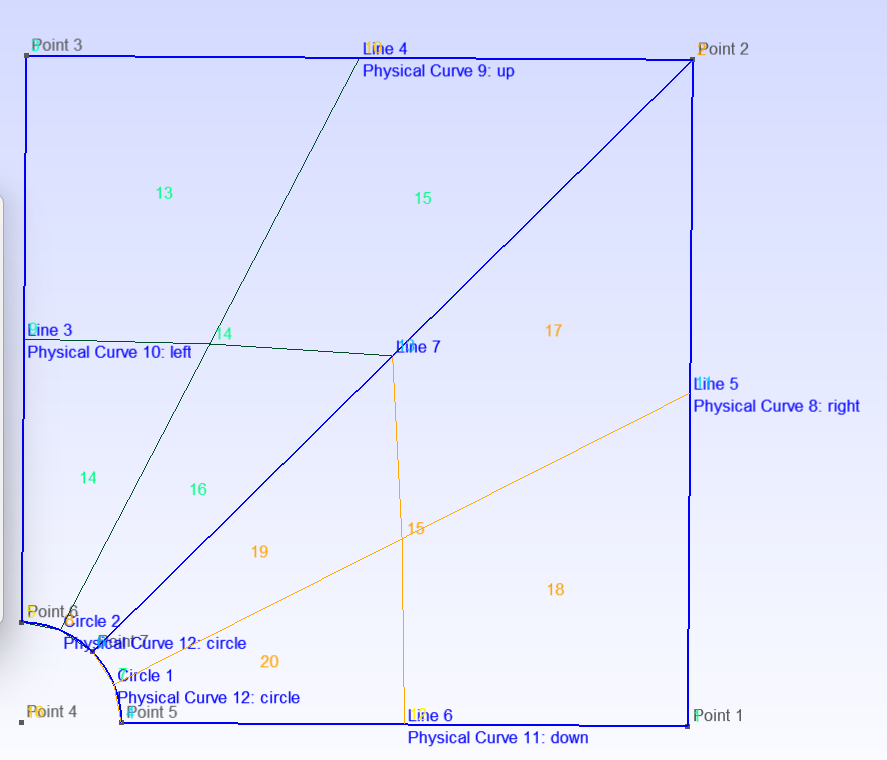
网格3



网格4

至此，有文件树中的.m格式的网格文件如下图所示。





Results and Errors

Stress concentrations

Reference:

M.H. Sadd, Elasticity: Theory, Applications, and Numerics, pp. 176-177

有限单元法基础及MATLAB编程/曾森,王焕定,陈再现编著.3版.北京:高等教育出版社,2016.8 pp. 173

Question 1

Strong form:

Weak form:

Galerkin form:

Boundary conditions:

对于无限长的板，我们以中心位置为坐标原点建立o-xy坐标轴，分析第一象限的情况。分别命名有右边Line 1，上边Line 2，左边Line 3，下边Line 4。如图1所示。

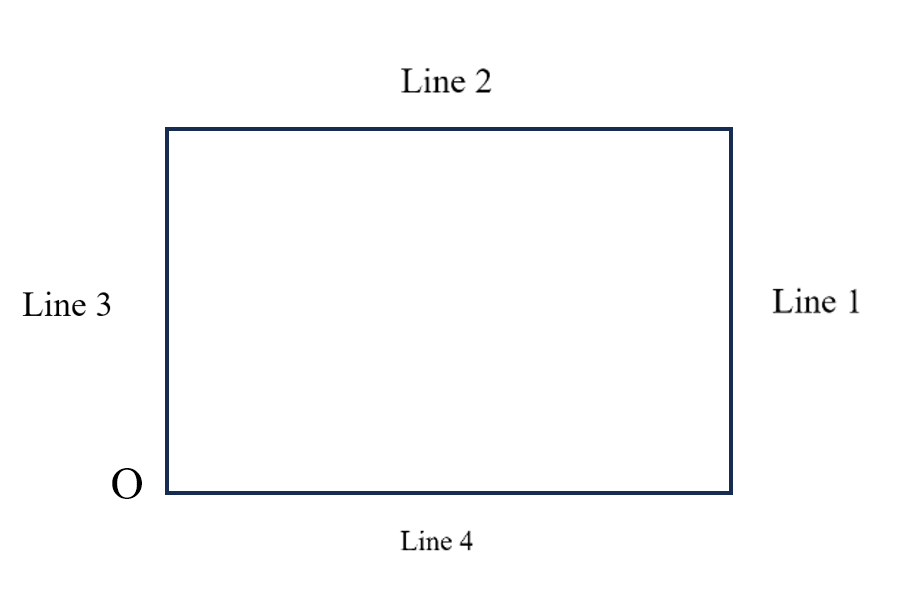


图1 无限长板的几何分析

欲分析位移，考虑空间维数为2 ( nsd = 2 )，问题自由度为2 ( i = 1 , 2 )，设自由度1为x方向，自由度2为y方向。

由于板的第一象限与其余象限关于x坐标轴和y坐标轴的对称性，位于Line 3的点的x方向不应该有位移，且x方向位移的一阶导也为零；位于Line 4的点的y方向不应该有位移，并且y方向位移的一阶导也为零。

设位移为u，则由上文对称性的分析可得到部分边界条件，即

用户可选择为四条边赋予狄利克雷边界条件或纽曼边界条件，每条边应考虑自由度1和自由度2的具体情况。在Matlab中，呈现了不同的、已被注释掉的代码块，我用不同的代码块表征不同的边界条件以供用户选择。代码块1——右边、代码块2——上边、代码块3——左边、代码块4——下边。在每个代码块，我们可以为其赋予边界条件。若是狄利克雷边界条件，则限制自由度，并且在该自由度的ID array中设置为0。若是纽曼边界条件，则设置一阶导为g，g默认是0.

Question 2

Implement: Implementation 2. 对于每一个节点的B梯度矩阵(Ba和Bb)，都应该是3\*2的维数。则

先在高斯积分点计算括号项，再组装。循环顺序：L循环从1到nint，再b循环从1到nen，最后是a循环从1到b。Implement:

Question 3

Question 4