姓名：__________

学号：__________

学院（系）：________

_____ 级_____ 班

教师：__________

大 连 理 工 大 学

课程名称： 工科数学分析基础（一） 试卷：A 考试形式： 闭卷

授课院(系)：数学科学学院 考试日期： 2014 年 1 月 6 日 试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得 分											

得分	

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)=$____， $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^{100}+3x^2+2}{e^x+8}(2+\cos x)=$_____。

2. 曲线 $\sin(xy)+\ln(y-x)=x$ 在 $(0,1)$ 处切线斜率是________， 切线方程是_____________。

3. 设 $f(x)=x^2e^{x^2}$，则 $f''(0)=$__________， $f^{(2013)}(0)=$_________。

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(\arctan\frac{1}{n}+\arctan\frac{2}{n}+\cdots+\arctan\frac{n}{n}\right)=$____________ ，

   曲线 $y=\int_0^x \tan t dt(0\le x\le\frac{\pi}{4})$ 的弧长 $s=$____________ 。

5. $\int_0^2 x\sqrt{2x-x^2}dx=$_____________。

得分	

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1．函数 $f(x)=\frac{\ln|x|}{|x-1|}\sin x$，则 $f(x)$ 有（　　）

（A）一个可去和一个跳跃间断点；　　（B）一个可去和一个无穷间断点；

（C）两个跳跃间断点；　　（D）两个无穷间断点。

2．设 $a_n > 0(n=1,2,\dots)$，$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$，则数列 $\{S_n\}$ 有界是数列 $\{a_n\}$ 收敛的（ ）

（A）充分必要条件　　（B）充分非必要条件

（C）必要非充分条件　　（D）即非充分也非必要条件

3．下列结论中正确的是（　　）

（A）$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x(1+x)}dx$ 与 $\int_0^1\frac{1}{x(1+x)}dx$ 都收敛；　（B）$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x(1+x)}dx$ 与 $\int_0^1\frac{1}{x(1+x)}dx$ 都发散；

（C）$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x(1+x)}dx$ 收敛，$\int_0^1\frac{1}{x(1+x)}dx$ 发散；（D）$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x(1+x)}dx$ 发散，$\int_0^1\frac{1}{x(1+x)}dx$ 收敛。

4．设 $I_1 = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}}\ln\sin x dx$，$I_2 = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}}\ln\cos x dx$，$I_3 = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}}\ln\cot x dx$，则有（　　）

（A）$I_1<I_2<I_3$　（B）$I_3< I_2< I_1$　（C）$I_2< I_3 <I_1$　（D）$I_2<I_1 <I_3$

5．设函数 $f(x)$ 在 x=0 处连续，下列命题“①若 $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$ 存在，则 $f(0)=0$；②若 $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$ 存在，则 $f'(0)$ 存在；③若 $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(-x)}{x}$ 存在，则 $f(0)=0$；④若 $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(-x)}{x}$ 存在，则 $f'(0)$ 存在”中正确的是（　　）：

（A）①②（B）①②③　（C）①②④　（D）①②③④

得分	

三、（10分）求极限 $\lim\limits_{x\to0}\left(1+\int_0^{\sin x}\sin(t^2)\,\mathrm{d}t\right)^{\frac{1}{x^3+\ln(1+x^4)}}$

得分	

四、（10 分）设函数 $y = y(x)(x > 0)$ 满足微分方程：$xy' = xe^x - y$，且 $y(1) = \int_0^{\pi} \sqrt{1 - \sin x}dx$，求函数 $y = y(x)$。

得分	

五、（10 分）一容器的内侧是由曲线 $x^2+y^2=a^2(y\le\frac{a}{2})$ 绕 y 轴旋转一周而成的曲面 $(a>0)$，1、求容器的容积；2、若将容器内盛满的水从容器中全部抽出，至少需做多少功？（长度单位：m，重力加速度 $g(m/s^2)$，水的密度 $\rho(kg/m^3)$）

得分	

六、（10 分） 设函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，且 $F(x)=\int_0^x (x-2t)f(t)dt$ 。证明：**1**、对任意的 $a,b(a<b)$，$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = f(\xi)(b-a),\xi\in(a,b)$；**2**、若 $f(x)$ 是偶函数，则 $F(x)$ 也是偶函数；**3**、若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调增加，则 $F(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内单调减少。

得分	

七、（10 分）设函数$f(x)$在[0，1]上连续，在$(0,1)$内可导，$f(\frac{1}{2})=1$，$\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{f(x)}{x-1}=0$，$\int_0^{\frac{1}{2}}(f(x)-x)dx=0$，证明：1、存在$\eta\in\left(\frac{1}{2},\ 1\right)$，使$f(\eta)=\eta$；2、存在$\xi\in(0,\ \eta)$，使$f'(\xi)(f(\xi)-\xi)+f'(\xi)=1$。

姓名：__________

学号：__________

学院（系）：_______

_____ 级_____ 班

教师：__________

装

大 连 理 工 大 学

课程名称：　工科数学分析基础 1　　试卷：A　　考试形式：闭卷

授课院(系)：数学科学学院　考试日期：2015 年 1 月 12 日　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得　分											

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1. 设方程 $e^y + xy = x + 1$ 确定隐函数 $y = y(x)$，则 $y'|_{x=0} =$ ____， $y''|_{x=0} =$ _____。

2. 曲线 $y = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 有拐点 $(-1,0)$，则 $a =$ _________， $b =$ _________。

3. 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}\left(\sqrt{n^2-1^2}+\sqrt{n^2-2^2}+\cdots+\sqrt{n^2-n^2}\right)=$ _______；微分方程 $y' + y = e^{-x}\cos x$ 满足条件 $y(0) = 0$ 的特解 $y =$ ____________。

4. $\displaystyle\int_{-\infty}^{1}\frac{1}{x^2+2x+5}\mathrm{d}x =$ __________； $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(x^5+\sin^2 x)\cos^2 x\mathrm{d}x =$ __________。

5. 设 $f(x)$ 是周期为 4 的可导的奇函数， $f'(x) = 2(x-1), x \in [0,2]$，则 $f(7) =$ _____；曲线 $y = \dfrac{x^2+x}{x^2-1}$ 的铅直渐近线是____________。

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1．设函数 $f(x) = \dfrac{1}{e^{\frac{x}{x-1}}-1}$，则（　　）

（A） $x = 0, x = 1$ 都是 $f(x)$ 的第一类间断点；

（B） $x = 0, x = 1$ 都是 $f(x)$ 的第二类间断点；

（C） $x = 0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点， $x = 1$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点；

（D） $x = 0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点， $x = 1$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点。

2．设函数 $f(x)=x^2(x-1)(x-2)$，则 $f'(x)$ 的零点个数为（　　）

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）3

3．设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导，且 $f(0)=0$，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2 f(x)-2f(x^3)}{x^3}=$（　　）

（A）$-2f'(0)$；　　（B）$-f'(0)$；　　（C）$f'(0)$；　　（D）0.

4．设 $\{x_n\}(n=1,2,...)$ 是数列，则下列结论中**不正确**的是（　　）

（A）若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_{2n}=\lim\limits_{n\to\infty}x_{2n-1}=a$；

（B）若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_{2n}=\lim\limits_{n\to\infty}x_{2n-1}=a$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$；

（C）若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_{3n}=\lim\limits_{n\to\infty}x_{3n-1}=a$；

（D）若 $\lim\limits_{n\to\infty}x_{3n}=\lim\limits_{n\to\infty}x_{3n-1}=a$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}x_n=a$。

5．设函数 $f(x)$ 连续，$f'(0)>0$，则存在 $\delta>0$，使得（　）

（A）对任意的 $x\in(0,\delta)$ 有 $f(x)>f(0)$；（B）对任意的 $x\in(-\delta,0)\cup(0,\delta)$ 有 $f(x)>f(0)$；

（C）$f(x)$ 在 $(0,\delta)$ 内单调增加；　　（D）$f(x)$ 在 $(-\delta,0)\cup(0,\delta)$ 内单调增加。

三、（10分）求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x(e^x-1)}\ln\dfrac{\sin x}{x}$。

四、（10 分）求微分方程 $xy' - y = -xe^{x}y^{2}$ 的通解。

五、（10 分）过点$(0,1)$作曲线$L: y=\ln x$的切线，切点为 A，又L与x轴交于 B 点，L与直线AB围成的平面图形为D。1、求切线方程。2、求D的面积。

六、（10 分）设 $f(x),g(x)$ 在 $\left[-a,a\right]$ 上连续，$g(x)$ 为偶函数，$f(x)$ 满足条件：$f(x)+f(-x)=A$(A 为常数)，1、证明 $\int_{-a}^{a}f(x)g(x)dx=A\int_{0}^{a}g(x)dx$；2、计算定积分 $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 x\bullet\arctan e^x dx$。

七、（10 分）设函数 $f(x)$ 在 $\left[0,2\right]$ 二阶可导，且 $|f(x)|\le 1$，$|f''(x)|\le 1$，c 是 $(0,2)$ 内任意一点。1、写出 $f(x)$ 在点 $x=c$ 处的带拉格朗日型余项的一阶泰勒公式；2、证明 $|f'(c)|\le 2$。

姓名：__________

学号：__________

学院（系）：_______

_____ 级_____ 班

教师：__________

装

大 连 理 工 大 学

课程名称：　工科数学分析基础 1　　　试卷：A　　考试形式：闭卷

授课院(系)：数学科学学院　考试日期：2016 年 1 月 11 日　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得　分											

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1. 设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$ 确定，则 $\dfrac{dy}{dx}=$______，$\dfrac{d^2y}{dx^2}=$_______。

2. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y+xe^y=1$ 所确定，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}=$__________，曲线 $y=y(x)$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为__________________________。

3. 数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n^2}(\sin\dfrac{1}{n}+2\sin\dfrac{2}{n}+3\sin\dfrac{3}{n}+\ldots+n\sin\dfrac{n}{n})=$____________；微分方程 $y'-y=e^{2x}$ 满足条件 $y(0)=1$ 的特解 $y=$______________。

4. 曲线 $y=\dfrac{x^3+2}{x^2}$ 的铅直渐近线是______________，斜渐近线是______________。

5. 设函数 $f(x)=x^2\sin x$，则 $f''(0)=$_______，$f^{(2015)}(0)=$____________________。

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1．设函数 $f(x)=\dfrac{e^x-e}{x(x-1)}$，则 $f(x)$ 有（　　）

（A）一个可去和一个跳跃间断点；　（B）一个可去和一个无穷间断点；
（C）两个跳跃间断点；　　　　　　（D）两个无穷间断点。

2．已知 a 为常数，且 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+a}{x-a}\right)^x=e^2$，则 $a=$（　　）

（A）1；　　（B）-1；　　（C）2；　　（D）-2。

3．设函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 的某邻域内有定义，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+2h)-f(a+h)}{h}$ 存在是 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导的一个（　　）

（A）充分条件；　　　　（B）必要条件；

（C）充要条件；　　　　（D）即非充分也非必要条件。

4．下列结论中正确的是（　　）

（A）$\int_{-\infty}^{0}\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 与 $\int_{0}^{+\infty}\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 都收敛；　（B）$\int_{-\infty}^{0}\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 与 $\int_{0}^{+\infty}\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 都发散；

（C）$\int_{-\infty}^{0}\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 收敛，$\int_{0}^{+\infty}\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 发散；（D）$\int_{-\infty}^{0}\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 发散，$\int_{0}^{+\infty}\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}dx$ 收敛。

5．设函数 $f(x)$ 的导数在 $x=a$ 处连续，又 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{f'(x)}{x-a}=-1$，则（　　）

（A）$f(a)$ 是 $f(x)$ 的一个极大值；

（B）$f(a)$ 是 $f(x)$ 的一个极小值；

（C）点 $(a,\ f(a))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

（D）$f(a)$ 不是 $f(x)$ 的极值，$(a,\ f(a))$ 不是曲线 $y=f(x)$ 的拐点。

三、（10分）求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\tan x}{x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$。

四、（10 分）求微分方程$xy\frac{dy}{dx}=x^2+y^2$满足$y(1)=0$的特解。

五、（10 分）设函数 $f(x)$ 在 $\left[0,1\right]$ 连续，证明 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)dx$，并求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\sin x + \cos x} dx$ 。

六、（10 分）设圆周 $L_1: y=\sqrt{1-x^2}\,(0\le x\le 1)$ 和星形线 $L_2:\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases}(0\le t\le \dfrac{\pi}{2})$ 围成的平面图形为 D。

1、求 D 的面积；2、求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。

七、（10 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,3]$ 上连续，在 $(0,3)$ 内二阶可导，且 $2f(0)=\int_0^2 f(x)dx=f(2)+f(3)$ 。

1、证明：存在点 $\eta\in(0,2)$ ，使得 $f(\eta)=f(0)$ ；2、证明：存在点 $\xi\in(0,3)$ ，使得 $f''(\xi)=0$ 。

姓名：__________

学号：__________

学院（系）：_______

_____ 级_____ 班

教师：__________

装

大 连 理 工 大 学

课程名称：　工科数学分析基础 1　　试卷：A　　考试形式：闭卷

授课院(系)：数学科学学院　考试日期：2017 年 1 月 9 日　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得　分											

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1．设函数 $y=y(x)$ 由方程 $xy+e^y=e$ 所确定，则 $\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}=$__________，曲线 $y=y(x)$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为__________________________。

2．设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases}x=t+e^t\\ y=\sin t\end{cases}$ 确定，则 $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=0}=$_____，$\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=0}=$_____。

3．数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n^2+1}+\frac{n}{n^2+2}+\frac{n}{n^2+3}+\dots+\frac{n}{n^2+n}\right)=$__________；数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n^2+1^2}+\frac{n}{n^2+2^2}+\frac{n}{n^2+3^2}+\dots+\frac{n}{n^2+n^2}\right)=$__________。

4．曲线 $y=\frac{x^3+1}{(x-1)^2}$ 的铅直渐近线是______________，斜渐近线是______________。

5．积分 $\int_{-1}^{1}(|x|+x)e^{|x|}dx=$________________；积分 $\int_0^1(1-x^2)^{\frac{3}{2}}dx=$______________。

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1．设函数 $f(x)=\frac{x^2+x}{x^2-1}$，则 $f(x)$ 有（　　）

（A）一个可去和一个无穷间断点；（B）一个可去和一个跳跃间断点；

（C）一个跳跃和一个无穷间断点；（D）两个无穷间断点。

2．若函数 $f(x)$ 的导函数是 $\sin x$，则 $f(x)$ 的一个原函数是（　　）

（A）$1+\sin x$；（B）$1-\sin x$；（C）$1+\cos x$；（D）$1-\cos x$。

3．下列反常积分中收敛的是（　　）

（A）$\int_{-2}^{2}\frac{1}{x}dx$；（B）$\int_{2}^{+\infty}\frac{1}{x}dx$；（C）$\int_{2}^{+\infty}\frac{1}{x\ln x}dx$；（D）$\int_{2}^{+\infty}\frac{x}{e^x}dx$。

4．设函数 $p_3(x)=a+bx+cx^2+dx^3$。当 $x\to 0$ 时，若 $p_3(x)-\sin x$ 是比 x^3 高阶的无穷小量，则下列选项中**错误**的是（　　）

（A）$a=0$；（B）$b=1$；（C）$c=0$；（D）$d=-1$。

5．设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，又 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x^2)}{x^2}=1$，则（　　）

（A）$f(0)=0$ 且 $f_-'(0)$ 存在；　（B）$f(0)=1$ 且 $f_-'(0)$ 存在；

（C）$f(0)=0$ 且 $f_+'(0)$ 存在；　（D）$f(0)=0$ 且 $f'(0)$ 存在。

三、（10 分）求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x t\ln(1+t\sin t)dt}{1-\cos x^2}$。

四、（10 分）求微分方程$(y + x\cot x)dx - \cot x dy = 0$的通解。

五、(**10** 分)求函数 $f(x)=\int_1^{x^2}(x^2-t)e^{-t^2}\mathrm{d}t$ 的单调区间与极值。

六、（10 分）**设常数** $A>0$，D 是由曲线段 $y=A\sin x(0\le x\le\frac{\pi}{2})$ 及直线 $y=0,x=\frac{\pi}{2}$ 所围成的平面图形，V_1,V_2 分别表示 D 绕 x 轴与 y 轴旋转所成旋转体的体积。1、求 V_1 和 V_2；2、若 $V_1=V_2$，求 A 的值。

七、（10 分）**函数** $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 上二阶可导，$f(1)>0$，$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x}<0$。

证明：1、至少 $\exists\eta\in(0,1)$，使：$f(\eta)=0$；

2、至少 $\exists\xi_1,\xi_2\in(0,1),\xi_1\neq\xi_2$，使：$f(\xi_1)f''(\xi_1)+(f'(\xi_1))^2=f(\xi_2)f''(\xi_2)+(f'(\xi_2))^2=0$。

姓名：__________

学号：__________

学院（系）：______

______级______班

教师：__________

大 连 理 工 大 学

课程名称：工科数学分析基础 1　试卷：A　考试形式：闭卷

授课院(系)：数学科学学院　考试日期：2018 年 1 月 8 日　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七	总分
标准分	**30**	**20**	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**100**
得　分								

得分	

一、填空题 (共 30 分，每填对一个空得 3 分)

1、$\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin 2x)^{\frac{1}{x}} =$ ________；$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+\arctan x}{2^x+\cos x} =$ ________.

2、若 $\lim\limits_{x\to+\infty}(5x-\sqrt{ax^2+bx+1})=1$，则常数 $a=$ ________，$b=$ ________.

3、设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=t-\ln(1+t) \\ y=2t^3+3t^2 \end{cases}$ 确定，则 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=$ ________，

$\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}=$ ________.

4、$\displaystyle\int\frac{1}{x^2(x+1)}\mathrm{d}x=$ ________ $+c$；

$\displaystyle\int\cos^3 x\,\mathrm{d}x=$ ________ $+c$.

5、$\displaystyle\int_0^{6\pi}\sin^6 x\,\mathrm{d}x=$ ________；$\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\int_0^1\ln(1+x^n)\,\mathrm{d}x=$ ________.

得分	

二、单选题(共 20 分，每小题 4 分)

1、 当 $x \to 0$ 时，$e^x - e^{\sin x}$ 的等价无穷小是（　　）.

A. 0 ；　　　　B. $-2x$；

C. $\frac{1}{2}x^2$；　　　　D. $\frac{1}{6}x^3$.

2、设 $I_1 = \int_{-1}^{1} \ln\frac{2+x}{2-x}\mathrm{d}x$，$I_2 = \int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x$，$I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2017} x}{\sin^{2017} x + \cos^{2017} x}\mathrm{d}x$，则（　　）.

A. $I_1 > I_2 > I_3$；　　　　B. $I_2 > I_3 > I_1$；

C. $I_3 > I_2 > I_1$；　　　　D. $I_2 > I_1 > I_3$.

3、函数 $f(x) = \frac{x - x^3}{\sin \pi x}$ 的可去间断点的个数为（　　）.

A. 1；　　　　B. 2 ；

C. 3；　　　　D. 无穷多个.

4、设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x^2} - 1}{|x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$，则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处（　　）.

A. 极限不存在；　　　　B. 极限存在但不连续；

C. 连续但不可导；　　　　D. 可导.

5、设函数 $f(x) = (x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$，则（　　）.

A. $f(2)$ 是 $f(x)$ 的一个极值，点 $(2,0)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的一个拐点；

B. $f(2)$ 是 $f(x)$ 的一个极值，点 $(2,0)$ 不是曲线 $y = f(x)$ 的一个拐点；

C. $f(2)$ 不是 $f(x)$ 的一个极值，点 $(2,0)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的一个拐点；

D. $f(2)$ 不是 $f(x)$ 的一个极值，点 $(2,0)$ 不是曲线 $y = f(x)$ 的一个拐点.

得分	

三、（**10** 分）求微分方程初值问题$\begin{cases} xy' + y = 4xe^{2x} \\ y(\frac{1}{2}) = 2 \end{cases}$ 的解.

得分	

四、（**10** 分）设函数 $f(x)$ 连续，且 $\int_0^x tf(x-t)\,\mathrm{d}t = 1-\cos x$，求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$.

得分	

五、（10 分）（1）求曲线 $L_1: 2y = -1 + xy^3$ 在点 $P(1,-1)$ 处的切线 L_2 的方程；

（2）已知曲线 $L_3: y = x^2 + ax + b$ 在点 $P(1,-1)$ 处与 L_1 相切，求常数 a 和 b；

（3）求由 L_2、L_3 及 y 轴围成的平面图形 D 绕 y 轴旋转所成旋转体的体积.

得分	

六、（10 分）设 $x_0=1$，$x_n=1+\dfrac{x_{n-1}}{1+x_{n-1}}\quad(n=1,2,\cdots)$．证明：数列 $\{x_n\}$ 收敛并求其极限.

得分	

七、（**8** 分）设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上二阶可导，$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x}=0$，$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-1}{x-1}=1$.

证明：存在 $\xi\in(0,1)$**，使得** $f''(\xi)=f(\xi)$.

姓名：__________

学号：__________

学院（系）：________

_____ 级_____ 班

教师：__________

大 连 理 工 大 学

课程名称：　工科数学分析基础 1　试卷：A　考试形式：闭卷

授课院(系)：数学科学学院　考试日期：2019 年 1 月 7 日 试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得　分											

得分	

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1、设函数 $y=y(x)$ 由方程 $x^2-y+1=e^y$ 确定，则 $y''(0)=$__________，

曲线 $y=y(x)$ 在点 $(0,0)$ 处切线方程是：__________ 。

2、设曲线 $y=\dfrac{1}{3}x^3+ax^2+bx-\dfrac{1}{3}$ 有拐点 $(1,1)$，则 $a=$____,$b=$____ 。

3、若极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-(ax^2+bx+1)}{x^2}=0$，则 $a=$____,$b=$____ 。

4、设函数 $f(x)=x^3\cos x$，则 $f'''(0)=$__________，

$f^{(2018)}(0)=$______________。

5、极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{1\bullet 2}+\dfrac{1}{2\bullet 3}+\ldots+\dfrac{1}{n(n+1)}\right)^n=$__________；

曲线 $y=xe^{\frac{1}{x^2}}$ 的斜渐近线是____________。

得分	

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1、设函数 $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$，则 $f(x)$ 有（　　）

（A）一个可去和一个跳跃间断点；（B）一个跳跃和一个无穷间断点；

（C）一个可去和一个无穷间断点；（D）两个无穷间断点。

2、下列反常积分中发散的是（　　）

（A）$\int_0^{+\infty} xe^{-x}dx$；（B）$\int_0^{+\infty}\dfrac{\arctan x}{1+x^2}dx$；（C）$\int_0^1\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$；（D）$\int_0^1\dfrac{\ln x}{x}dx$。

3、若方程 $y'+p(x)\bullet y=0$ 的一个特解是 $y=\cos 2x$，则满足初始条件 $y(0)=2$ 的特解 $y=$（　　）

（A）　$2\cos x$；　（B）　$2\cos 2x$；　（C）　$\cos 2x+1$；　（D）　$\sin 2x+2$。

4、极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\ln\sqrt[n]{(1+\frac{1}{n})^2(1+\frac{2}{n})^2\ldots(1+\frac{n}{n})^2}=$（　　）

$(A)\ 2\int_1^2 \ln x dx$；$(B)\ \int_1^2 \ln^2 x dx$；$(C)\ 2\int_1^2 \ln(1+x)dx$；$(D)\ \int_1^2 \ln^2(1+x)dx$。

5、“对任意给定的 $\varepsilon\in(0,1)$，总存在正整数 N，当 $n\ge N$ 时，恒有 $|x_n-a|\le 2\varepsilon$ ”是数列 $\{x_n\}$ 收敛于 a 的（　　）

（A）充分条件但非必要条件；（B）必要条件但非充分条件；

（C）充分必要条件；　　　　（D）即非充分条件又非必要条件。

得分	

三、（10 分）求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{1}{x^2}\right)$。

得分	

四、（10 分） 求微分方程 $x^2 y' + xy = y^2, \mathrm{y}(1)=1$ 的特解。

得分	

五、（10 分）设直线 $y = ax\left(0 < a < 1\right)$ 与曲线 $y = x^2$ 所围成的图形面积为 S_1，它们与直线 $x = 1$ 所围成的图形面积为 S_2。

1、求 a，使 $S_1 + S_2$ 最小，并求最小值；

2、求该最小值所对应的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。

得分	

六、（10分） 1、设函数 $f(t)$ 是以 T 为周期的连续函数，证明：对任意实数 a，都有：

$$\int_a^{a+T} f(t)dt = \int_0^T f(t)dt \text{。}$$

2、求定积分 $\int_0^{2018\pi} (\sin x + \cos^2 x)\cos^2 x dx$。

得分	

七、（10 分）设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有界且导数连续。

1、设 $a<b$，且 $f(a)=f(b)=0$，证明至少 $\exists\xi\in(a,b)$，使 $f(\xi)+f'(\xi)=0$；

2、若对任何实数 x，都有 $|f(x)+f'(x)|\le 1$，证明 $|f(x)|\le 1$。

保密★启用前

2019-2020 学年第一学期期末考试

《工科数学分析基础 1》

A 卷

考生注意事项

1.答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生学号和考生姓名；在答题卡指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生学号，并涂写考生学号信息。
2.第一、二、三题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，其它题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效：在草稿纸、试题册上答题无效。
3.填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
4.考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

（以下信息考生必须认真填写）

考生学号									
考生姓名									

公共数学教学与研究中心试题册

一、选择题：每小题 3 分，共 24 分，下列每题给出的三个选项中，只有一个选项是符合题目要求的，请将答案涂写在答题卡上.

1、$\lim\limits_{x\to 0}(1+\sin 3x)^{\frac{1}{x}}=$（　　　）.

A．e^3．　　　　B．$e^{\frac{1}{3}}$．　　　　C．1．

2、$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1^5+2^5+\cdots+n^5}{n^6}=$（　　　）.

A．0．　　　　B．$\dfrac{1}{6}$．　　　　C．$\dfrac{1}{5}$．

3、设 $f(x)=xe^{-x}$，则 $f^{(2019)}(0)=$（　　　）.

A．2019．　　　　B．$\dfrac{1}{2019}$．　　　　C．0．

4、设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{x}, & x<0\\ 0, & x=0\\ \dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}, & x>0\end{cases}$，则在点 $x=0$ 处（　　　）.

A．$f'(0)=\dfrac{1}{2}$．　　　　B．$f'(0)=-\dfrac{1}{2}$．　　　　C．$f(x)$ 不可导.

5、设 $\begin{cases}x=\tan t\\ y=\sec t\end{cases}(0<t<\dfrac{\pi}{2})$，则 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=$（　　　）.

A．$\cos t$．　　　　B．$\cos^2 t$．　　　　C．$\cos^3 t$．

6、定积分 $\int_0^{2\pi}\sin^4 x\cdot\cos^2 x\,dx=$（　　　）.

A．$\dfrac{\pi}{32}$．　　　　B．$\dfrac{\pi}{16}$．　　　　C．$\dfrac{\pi}{8}$．

7、以下三个反常积分中，发散的是（　　　）.

A．$\int_1^{+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2}dx$．　　　　B．$\int_{-\infty}^{+\infty}x\,dx$．　　　　C．$\int_0^1\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$．

8、方程 $x^5+x-1=0$，（　　　）.

A．只有一个实根.　　　　B．只有三个实根.　　　　C．有五个实根.

二、选择题：每小题 4 分，共 16 分，下列每题给出的三个选项中，只有一个选项是符合题目要求的，请将答案涂写在答题卡上.

1、函数 $\boldsymbol{f(x)}$满足 $f(0)=0$, $f'(0)>0$, 则 $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{f(x)}=$ （　　）.

A. 0.　　**B. 1.**　　**C. 2.**　　**D.** 不存在.

2、$\forall \varepsilon>0$, $\exists \delta>0$, 当 $0<x-x_0<\delta$ 时, 恒有 $|f(x)-a|<\varepsilon$，则（　　）.

A. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=a$.　　**B.** $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=a$.

C. $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=a$.　　**D.** $f(x)$ 在 x_0 点处连续.

3、设存在常数 $\boldsymbol{L>0}$，使得 $|f(x_2)-f(x_1)|\le L|x_2-x_1|^2$ $(\forall x_1, x_2\in(a,b))$，则（　　）.

A. $f(x)$ 在 (a,b) 内有间断点.

B. $f(x)$ 在 (a,b) 内连续，但有不可导点.

C. $f(x)$ 在 (a,b) 内可导，$f'(x)\neq 0$.

D. $f(x)$ 在 (a,b) 内可导，$f'(x)\equiv 0$.

4、以下四个函数中，在指定的区间上不一致连续的是（　　）.

A. $f(x)=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上.

B. $f(x)=\sin\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,1)$ 上.

C. $f(x)=\arctan x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上.

D. $f(x)=\ln x$ 在 $(1,2)$ 上.

三、判断题（每小题 2 分，共 10 分）（正确的涂 T，错误的涂 F）

1、设 $f(x)$ 可积，则 $\Phi(x)=\int_a^x f(x)\,\mathrm{d}x$ 必为 $f(x)$ 的一个原函数.　（　　）

2、设非负函数 $f(x)$ 有连续的导数，由曲线 $y=f(x)$ $(a\le x\le b)$ 绕 x 轴旋转一周所形成的旋转曲面的面积微元为：$\mathrm{d}S=2\pi f(x)\,\mathrm{d}x$.　（　　）

3、设 $f(x)$ 是以 T 为周期的可导函数，则 $f'(x)$ 仍以 T 为周期.　（　　）

4、设$x\to a$时，$f\left(x\right)$与$g\left(x\right)$分别是$x-a$的n阶与m阶无穷小，$n<m$，那么$f\left(x\right)+g\left(x\right)$是$x-a$的$n$阶无穷小.　　（　　）

5、设$x_n\le z_n\le y_n$，且$\lim\limits_{n\to\infty}\left(y_n-x_n\right)=0$，则$\lim\limits_{n\to\infty}z_n=0$．　　（　　）

四、（10分）求极限$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-x\ln(1+x)}{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1+\sin x}}$．

五、（10分）求解微分方程初值问题$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-xy=x^3\\ y(0)=-1\end{cases}$．

六、（10分）设函数$f(x)$在$[a,b]$连续，1、证明$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(a+b-x)\mathrm{d}x$；

2、求$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin^2 x}{x(\pi-2x)}\mathrm{d}x$．

七、（10分）已知摆线：$x=a(t-\sin t),y=a(1-\cos t)\left(0\le t\le 2\pi\right)$，常数$a>0$.

求：1、摆线的弧长；　　2、摆线和x轴围成图形的面积.

八、（10分）设函数$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上二阶可导，$f'(x)>0$，$f''(x)>0$，又$a<b$且$f(a)=0$，若曲线$y=f(x)$在点$(b,f(b))$处的切线与x轴相交于$(x_0,0)$点，证明$a<x_0<b$.

保密★启用前

2020-2021 学年第一学期期末考试

《工科数学分析基础 1》

A 卷

考生注意事项

1. 答题前，考生须在<u>试题册</u>指定位置上填写考生学号和考生姓名。
2. 在<u>答题卡</u>指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生学号，并涂写考生学号信息。

   <u>特别提醒</u> 由于<u>答题卡</u>上学号只设了九位空格，所以请 <u>2020 级学生</u>在答题卡上填涂学号时，去掉最前面的“20”. 例如，如果学号为 20201234567，则填涂 201234567。其它年级的同学填涂完整的学号。
3. 第一题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，其它题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效：在草稿纸、试题册上答题无效。
4. 填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
5. 考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

（以下信息考生必须认真填写）

考生学号											
考生姓名											

一、选择题　每小题 3 分，共 45 分. 下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的，请将答案涂写在答题卡上.

1、点 $x=0$ 是函数 $f(x)=\frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}$ 的（　　）

(A) 可去间断点.　　(B) 跳跃间断点.
(C) 无穷间断点.　　(D) 振荡间断点.

2、设 $f(x)$ 为不恒等于零的奇函数，且 $f'(0)$ 存在，则函数 $g(x)=\frac{f(x)}{x}$（　　）

(A) 在点 $x=0$ 处左极限不存在.　　(B) 有跳跃间断点 $x=0$.
(C) 在点 $x=0$ 处右极限不存在.　　(D) 有可去间断点 $x=0$.

3、设 $f(x)=\lim\limits_{t\to\infty} x\left(1+\frac{1}{t}\right)^{2tx}$，则 $f'(x)=$（　　）

(A) $(1+2x)e^{2x}$.　　(B) $(1+x)e^{x}$.　　(C) xe^{2x}.　　(D) 1.

4、函数 $f(x)=\cos\frac{1}{x}$ 在以下哪个区间不一致连续？（　　）

(A) $(0,1)$.　　(B) $(1,2)$.　　(C) $[2,3]$.　　(D) $(3,+\infty)$.

5、设函数 $y=y(x)$ 由方程 $2^{xy}=x+y$ 所确定，则 $\frac{dy}{dx}|_{x=0}=$（　　）

(A) $\ln 2-1$.　　(B) $\ln 2+1$.　　(C) -1.　　(D) 0.

6、设 $\begin{cases} x=f'(t) \\ y=tf'(t)-f(t) \end{cases}$，其中 $f(t)$ 有二阶连续导数，且 $f''(t)\neq 0$，则 $\frac{d^2y}{dx^2}=$（　　）

(A) $f''(t)+tf'''(t)$.　　(B) 1.　　(C) $\frac{t}{f''(t)}$.　　(D) $\frac{1}{f''(t)}$.

7、设函数 $f(x)=xe^{x}$，则 $f^{(2020)}(0)=$（　　）

(A) 2019.　　(B) 2020.　　(C) 2021.　　(D) 0.

8、设周期为 4 的函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，且 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(1)-f(1-x)}{2x}=-1$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $\left(5,f(5)\right)$ 处的斜率为（　　）

(A) 1.　　(B) -1.　　(C) 2.　　(D) -2.

9、函数 $f(x)=\int_0^x \frac{2t-1}{t^2-t+1}dt$ 在 $[-1,1]$ 上的最大值为（　　）

(A) $\ln\frac{3}{4}$.　　(B) $\ln\frac{3}{2}$.　　(C) 0.　　(D) $\ln 3$.

10、定积分 $\int_0^{\pi} 2e^x \sin x\,dx =$（　　）

(A) $-e^{\pi}+1.$　　(B) $-e^{\pi}-1.$　　(C) $e^{\pi}+1.$　　(D) $e^{\pi}-1.$

11、定积分 $\int_{\pi}^{2\pi} \sin^4 x\,dx =$（　　）

(A) $\frac{\pi}{2}.$　　(B) $\frac{3\pi}{8}.$　　(C) $\frac{\pi}{4}.$　　(D) $\frac{\pi}{8}.$

12、定积分 $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{2x+1}}dx =$（　　）

(A) $\frac{5}{3}.$　　(B) $\frac{10}{3}.$　　(C) $5.$　　(D) $\frac{20}{3}.$

13、心形线 $r = 1+\cos\theta$（极坐标系下的方程）所围平面图形的面积为（　　）

(A) $\frac{3\pi}{8}.$　　(B) $\frac{3\pi}{4}.$　　(C) $\frac{3\pi}{2}.$　　(D) $3\pi.$

14、函数 $f(x) = \ln x - \frac{x}{e} + 1$ 在 $(0,+\infty)$ 内的零点个数为（　　）

(A) 0.　　(B) 1.　　(C) 2.　　(D) 3.

15、微分方程 $\frac{dy}{dx} = \cos x \cdot \csc y$ 的通解为（　　）

(A) $\sin x + \cos y = c.$　　(B) $\sin x - \cos y = c.$

(C) $\cos x - \sin y = c.$　　(D) $\cos x + \sin y = c.$

二、(15 分) 求解微分方程初值问题 $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \frac{2xy}{2x^2+y^2} \\ y(0)=1 \end{cases}.$

三、(15 分) 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)-\ln(1+\sin^2 x)}{(e^x-1)\sin^3 x}.$

四、(15 分) 设函数$f(x)$在$[-\pi,\pi]$上连续.

(1) 证明：$\int_0^{\pi} x f(\sin x)dx = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} f(\sin x)dx.$

(2) 当 $f(x) = \frac{x}{1+\cos^2 x} + \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin x dx$ 时，利用(1)的结论求$f(x)$.

五、(10 分) 设函数$f(x)$在$[0,1]$上二阶可导，且$|f''(x)| \le 1$. 已知$f(x)$在$(0,1)$内取到最大值$\frac{1}{4}$. 证明：$|f(0)|+|f(1)| \le 1.$

A 卷

一、选择题（共 45 分，每小题 3 分）

1、设 $f(x)=\dfrac{\tan x}{|x|}\arctan\dfrac{1}{x}$，则（　C　）

(A) $x=0$ 是振荡间断点.　**(B)** $x=0$ 是无穷间断点.
(C) $x=0$ 是可去间断点.　**(D)** $x=0$ 是跳跃间断点.

2、$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)=$（　A　）

(A) $\dfrac{1}{2}$.　**(B)** $-\dfrac{1}{2}$.　**(C)** 0.　**(D)** ∞.

3、设 $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+2x+2}-ax-b)=0$，则常数（　A　）

(A) $a=1$，$b=1$.　**(B)** $a=1$，$b=-1$.
(C) $a=-1$，$b=1$.　**(D)** $a=-1$，$b=-1$.

4、设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=t-\ln(1+t) \\ y=t^3+t^2 \end{cases}$ 所确定，则 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=$（　B　）

(A) $6t+5$.　**(B)** $\dfrac{(6t+5)(1+t)}{t}$.

(C) $(6t+2)(1+t)^2$.　**(D)** $-(6t+2)(1+t)^2$.

5、设函数 $y=y(x)$ 由方程 $x^3-ax^2y^2+by^3=0$ 所确定，$y(1)=1$，$x=1$ 是 $y=y(x)$ 的驻点，则常数（　C　）

(A) $a=3$，$b=2$.　**(B)** $a=\dfrac{5}{2}$，$b=\dfrac{3}{2}$.

(C) $a=\dfrac{3}{2}$，$b=\dfrac{1}{2}$.　**(D)** $a=-2$，$b=-3$.

6、设 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\text{为有理数} \\ 0, & x\text{为无理数} \end{cases}$，则（　C　）

(A) $f(x)$ 在点 $x=0$ 处不连续.

(B) $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续，但不可导.

(C) $f(x)$ 仅在点 $x=0$ 处可导.

(D) $f(x)$ 处处可导，且 $f'(x)=\begin{cases} 2x, & x\text{为有理数} \\ 0, & x\text{为无理数} \end{cases}$.

7、设 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有三阶连续导数，且 $f'(x_0)=0$， $f''(x_0)=0$，

$f'''(x_0)>0$，则（　**D**　）

(A) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的一个极大值.

(B) $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的一个极小值.

(C) $f'(x_0)$ 是 $f'(x)$ 的一个极大值.

(D) $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的一个拐点.

8、设 $f(x)=\cos^4 x+\sin^4 x$，则 $f^{(2020)}(0)=$（　**B**　）

(A) 4^{2018}.　　**(B)** 4^{2019}.　　**(C)** 4^{2020}.　　**(D)** 4^{2021}.

9、定积分 $\int_0^1 \frac{1-x}{(1+x)(1+x^2)}\mathrm{d}x=$（　**D**　）

(A) $\ln 2+\frac{\pi}{4}$.　　**(B)** $\ln 2-\frac{\pi}{4}$.　　**(C)** 0.　　**(D)** $\frac{1}{2}\ln 2$.

10、定积分 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4 x}\mathrm{d}x=$（　**D**　）

(A) $\frac{1}{3}$.　　**(B)** $\frac{\pi}{3}$.　　**(C)** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.　　**(D)** $\frac{4}{3}$.

11、定积分 $\int_0^1 \arcsin x\,\mathrm{d}x=$（　**D**　）

(A) $\frac{\pi}{3}-1$.　　**(B)** $1-\frac{\pi}{4}$.　　**(C)** $\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}$.　　**(D)** $\frac{\pi}{2}-1$.

12、定积分 $\int_0^{6\pi} (\sin x+\sin^2 x)\cos^4 x\,\mathrm{d}x=$（　**D**　）

(A) $\frac{3}{2}$.　　**(B)** $\frac{3\pi}{4}$.　　**(C)** $\frac{3}{4}$.　　**(D)** $\frac{3\pi}{8}$.

13、设 D 是由抛物线 $y=x(1-x)\ (0\le x\le 1)$ 与 x 轴围成的平面图形，则 D 绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积 $V=$（　**A**　）

(A) $\frac{\pi}{6}$.　　**(B)** $\frac{\pi}{4}$.　　**(C)** $\frac{\pi}{3}$.　　**(D)** $\frac{\pi}{2}$.

14、设曲线 $y=y(x)$ 在其上任一点 (x,y) 处的切线斜率是 $-\frac{2x}{y}$（ $y\neq 0$ 时），则此曲线是（　**C**　）

(A) 摆线.　　**(B)** 抛物线.　　**(C)** 椭圆.　　**(D)** 双曲线.

15、(工数)以下命题中错误的是（ B ）

(A) 若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上一致连续.

(B) 若 $f(x)$ 在 (a,b) 内连续且有界，则 $f(x)$ 在 (a,b) 内一致连续.

(C) 若 $f(x)$ 在 (a,b) 内连续，且 $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ 和 $\lim\limits_{x\to b^-} f(x)$ 都存在，则 $f(x)$ 在 (a,b) 内一致连续.

(D) 若 $f(x)$ 在 (a,b) 内可导，且 $f'(x)$ 有界，则 $f(x)$ 在 (a,b) 内一致连续.

15、（高数、微积分）

设 $f(x)$ 连续、单调增加，$f(0)=0$，$F(x)=\int_0^x xf(x-t)\,\mathrm{d}t$，则（ B ）

(A) $F(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调减少.　　(B) $F(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调增加.

(C) $F'(x)\equiv 0$.　　(D) $F'(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上变号.

二、（高数、微积分）（15 分）

求二阶常系数非齐次线性微分方程 $y''+y'-2y=3\mathrm{e}^x$ 的通解.

解 特征方程 $r^2+r-2=0$，特征根 $r_1=1, r_2=-2$.

对应的齐次方程的通解 $y=c_1\mathrm{e}^x+c_2\mathrm{e}^{-2x}$.

设原方程特解 $y^*=Ax\mathrm{e}^x$，则 $y^{*\prime}=A(x+1)\mathrm{e}^x$，$y^{*\prime\prime}=A(x+2)\mathrm{e}^x$，

代入原方程，得 $A(x+2)\mathrm{e}^x+A(x+1)\mathrm{e}^x-2Ax\mathrm{e}^x=3\mathrm{e}^x$，解得 $A=1$，所以 $y^*=x\mathrm{e}^x$.

原方程的通解为 $y=c_1\mathrm{e}^x+c_2\mathrm{e}^{-2x}+x\mathrm{e}^x$.

二、（工数）（15 分）求伯努利方程 $y'=\dfrac{y^2+x^3}{2xy}\ (x>0)$ 的通解.

解 $y'-\dfrac{1}{2x}y=\dfrac{x^2}{2}y^{-1}$，变形 $yy'-\dfrac{1}{2x}y^2=\dfrac{x^2}{2}$.

令 $z=y^2$，则 $\dfrac{1}{2}z'-\dfrac{1}{2x}z=\dfrac{x^2}{2}$，即 $z'-\dfrac{1}{x}z=x^2$.

$$z=\mathrm{e}^{\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x}\left(\int x^2\mathrm{e}^{-\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x}\mathrm{d}x+c\right)=x\left(\int x^2\frac{1}{x}\mathrm{d}x+c\right)=\frac{x^3}{2}+cx.$$

原方程的通解为 $y^2=\dfrac{x^3}{2}+cx$.

三、（15 分）求$\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1+x}{1+\sin x}\right)^{\frac{1}{x^2\ln(1+2x)}}$．

解 $\left(\dfrac{1+x}{1+\sin x}\right)^{\frac{1}{x^2\ln(1+2x)}}=e^{\frac{1}{x^2\ln(1+2x)}\ln\left(\frac{1+x}{1+\sin x}\right)}$，

$$\lim_{x\to0}\frac{1}{x^2\ln(1+2x)}\ln\left(\frac{1+x}{1+\sin x}\right)=\lim_{x\to0}\frac{1}{2x^3}\ln\left(1+\frac{x-\sin x}{1+\sin x}\right)$$

$$=\lim_{x\to0}\left(\frac{1}{2x^3}\cdot\frac{x-\sin x}{1+\sin x}\right)=\lim_{x\to0}\left(\frac{x-\sin x}{2x^3}\right)$$

$$=\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{6x^2}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{x^2}{2}}{6x^2}=\frac{1}{12},$$

原极限$=\mathrm{e}^{\frac{1}{12}}$．

四、（15 分）设$f(x)$在$[a,b]$上连续，证明$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=\int_a^b f(a+b-x)\,\mathrm{d}x$，并由此计算$\int_0^{\pi}\dfrac{x}{2+\sin x}\mathrm{d}x$．

解 换元，令$x=a+b-t$，则

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=-\int_b^a f(a+b-t)\,\mathrm{d}t=\int_a^b f(a+b-t)\,\mathrm{d}t=\int_a^b f(a+b-x)\,\mathrm{d}x$$

所以 $\int_0^{\pi}\dfrac{x}{2+\sin x}\mathrm{d}x=\int_0^{\pi}\dfrac{(\pi-x)}{2+\sin(\pi-x)}\mathrm{d}x=\int_0^{\pi}\dfrac{\pi-x}{2+\sin x}\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{2}\int_0^{\pi}\dfrac{1}{2+\sin x}\mathrm{d}x$．

再令$u=\tan\dfrac{x}{2}$，则$\sin x=\dfrac{2u}{1+u^2}$，$\mathrm{d}x=\dfrac{2}{1+u^2}\mathrm{d}u$，

$$\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi}\frac{1}{2+\sin x}\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\int_0^{+\infty}\frac{1}{2+\frac{2u}{1+u^2}}\cdot\frac{2}{1+u^2}\mathrm{d}u=\frac{\pi}{2}\int_0^{+\infty}\frac{1}{1+u^2+u}\mathrm{d}u$$

$$=\frac{\pi}{2}\int_0^{+\infty}\frac{1}{\left(u+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\mathrm{d}u=\frac{\pi}{\sqrt{3}}\arctan\frac{u+\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\Bigg|_0^{+\infty}=\frac{\pi}{\sqrt{3}}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi^2}{3\sqrt{3}}.$$

五、（10 分）设函数$f(x)$在$[0,1]$上连续，在$(0,1)$内二阶可导，且$\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f(x)}{x}=1$，$\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{f(x)}{x-1}=2$．证明：

(1) 存在$\xi\in(0,1)$，使得$f(\xi)=0$．

(2) 存在$\xi_1,\xi_2\in(0,1)$，$\xi_1\neq\xi_2$，使得$f'(\xi_1)-f(\xi_1)=f'(\xi_2)-f(\xi_2)=0$．

(3) 存在$\eta\in(0,1)$，使得$f''(\eta)-3f'(\eta)+2f(\eta)=0$.

证 由$\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f(x)}{x}=1$，知$f(0)=0$，$f'(0)=1$；由$\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{f(x)}{x-1}=2$，知$f(1)=0$，$f'(1)=2$.

(1) $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{f(x)}{x}>0$，由极限的局部保号性，知存在$a\in(0,\dfrac{1}{2})$，使得$f(a)>0$；

同理，由$\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{f(x)}{x-1}>0$，知存在$b\in(\dfrac{1}{2},1)$，使得$f(b)<0$.

由连续函数的零点定理，存在$\xi\in(a,b)\subset(0,1)$，使得$f(\xi)=0$.

(2) 令$g(x)=\mathrm{e}^{-x}f(x)\ (x\in[0,1])$，则$g(x)$在$[0,1]$上连续，在$(0,1)$内可导，且

$g(0)=g(\xi)=g(1)=0$，所以由 **Rolle** 定理，存在$\xi_1\in(0,\xi)$，$\xi_2\in(\xi,1)$，使得

$g'(\xi_1)=g'(\xi_2)=0$，$f'(\xi_1)-f(\xi_1)=f'(\xi_2)-f(\xi_2)=0$.

(3) 令$h(x)=\mathrm{e}^{-2x}(f'(x)-f(x))\ (x\in[\xi_1,\xi_2])$，则$h(x)$在$[\xi_1,\xi_2]$上可导，且

$h(\xi_1)=h(\xi_2)=0$，所以由 **Rolle** 定理，存在$\eta\in(\xi_1,\xi_2)\subset(0,1)$，使得$h'(\eta)=0$，

$f''(\eta)-3f'(\eta)+2f(\eta)=0$.

B 卷

一、1A；2A；3C；4C；5C；6B；7B；8D；9D；10D；11D；12D；13B；14A；15C.

二、同 A 三

三、同 A 四

四、同 A 二

五、同 A 五

一、（共 40 分）

1. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上连续，则 $x=0$ 是函数 $g(x)=\dfrac{\int_0^x f(t)\mathrm{d}t}{x}$ 的（ B ）

A. 跳跃间断点. **B.** 可去间断点.
C. 无穷间断点. **D.** 振荡间断点.

2. 设函数 $f(x)=x\cos x$，则 $f^{(2021)}(0)=$（ A ）

A. 2021. **B.** -2021.

C. $2021!$. **D.** $-(2021!)$.

3. 微分方程 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{y}{x}-\cot\dfrac{y}{x}$ 的通解是（ A ）

A. $\cos\dfrac{y}{x}=Cx$. **B.** $\cos\dfrac{x}{y}=Cx$.

C. $\cos\dfrac{y}{x}=\dfrac{C}{x}$. **D.** $\cos\dfrac{x}{y}=\dfrac{C}{x}$.

4. 当 $x\to 0$ 时，$\sqrt{1+x^2}-1-\dfrac{x^2}{2}$ 的等价无穷小是（ D ）

A. 0. **B.** $-\dfrac{x^2}{4}$.

C. $\dfrac{x^3}{6}$. **D.** $-\dfrac{x^4}{8}$.

5. 设函数 $f(x)$ 连续，且 $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}+x\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t$，则 $\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t=$（ D ）

A. $\ln(1+\sqrt{2})$. **B.** $2\ln(1+\sqrt{2})$.

C. $\sqrt{2}-1$. **D.** $2\sqrt{2}-2$.

6. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos x}{x}, & x<0\\ \mathrm{e}^x-1, & x\ge 0\end{cases}$，则 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处（ B ）

A. 不连续. **B.** 连续，不可导.

C. 可导，且 $f'(0)=\dfrac{1}{2}$. **D.** 可导，且 $f'(0)=1$.

7. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^{y}+6xy+x^{2}-1=0$ 所确定，则 $y''(0)=$（ A ）

A．-2．　　**B**． 2．

C．-3．　　**D**． 3．

8. $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\ln(1+x)\right)^{\frac{2}{x}}=$（ C ）

A．∞．　　**B**． 1．

C． e^{2}．　　**D**． e^{-2}．

9. 设函数 $f(x)=x^{\frac{5}{3}}$，则（ C ）

A．函数 $f(x)$ 有极值点 $x=0$，曲线 $y=f(x)$ 有拐点 $(0,0)$．

B．函数 $f(x)$ 有极值点 $x=0$，曲线 $y=f(x)$ 没有拐点.

C．函数 $f(x)$ 没有极值点，曲线 $y=f(x)$ 有拐点 $(0,0)$．

D．函数 $f(x)$ 没有极值点，曲线 $y=f(x)$ 没有拐点.

10. 下列各定积分不等于零的是（ C ）

A． $\int_{-1}^{1}\cos x\ln\frac{2-x}{2+x}\mathrm{d}x$．　　**B**． $\int_{-1}^{1}\frac{x\cos^{3}x}{x^{4}+3x^{2}+2}\mathrm{d}x$．

C． $\int_{0}^{\frac{9\pi}{2}}\sin^{9}x\,\mathrm{d}x$．　　**D**． $\int_{-1}^{1}\frac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x$．

A 卷第二题，B 卷第三题（14 分）

计算 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_{0}^{\sin x}\sin t^{2}\,\mathrm{d}t}{(\sqrt[3]{1+\sin^{3}x}-1)(3+\sin x)}$．

解 原式 $=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_{0}^{\sin x}\sin t^{2}\,\mathrm{d}t}{\frac{\sin^{3}x}{3}\cdot 3}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_{0}^{\sin x}\sin t^{2}\,\mathrm{d}t}{x^{3}}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\sin x)^{2}\cdot\cos x}{3x^{2}}=\frac{1}{3}.$$

A 卷第三题，B 卷第二题（14 分）

（工数）求微分方程$\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+\dfrac{2x}{1+x^2}y=\dfrac{\mathrm{e}^x\cos x}{1+x^2}$的通解.

解 $y=\mathrm{e}^{-\int\frac{2x}{1+x^2}\mathrm{d}x}\left(\int\dfrac{\mathrm{e}^x\cos x}{1+x^2}\mathrm{e}^{\int\frac{2x}{1+x^2}\mathrm{d}x}\mathrm{d}x+C\right)$

$$=\frac{1}{1+x^2}\left(\int\frac{\mathrm{e}^x\cos x}{1+x^2}(1+x^2)\,\mathrm{d}x+C\right)$$

$$=\frac{1}{1+x^2}\left(\int\mathrm{e}^x\cos x\,\mathrm{d}x+C\right)$$

$$=\frac{1}{1+x^2}\left(\frac{1}{2}\mathrm{e}^x(\cos x+\sin x)+C\right).$$

A 卷第三题，B 卷第二题（14 分）

（高数，微积分）求微分方程$y''+y'-6y=(x+1)\mathrm{e}^{2x}$的通解.

解 特征方程$\lambda^2+\lambda-6=0$，特征根$\lambda_1=2$，$\lambda_2=-3$，

对应的齐次方程的通解$y=c_1\mathrm{e}^{2x}+c_2\mathrm{e}^{-3x}$.

设原方程的特解$y^*=x(ax+b)\mathrm{e}^{2x}=(ax^2+bx)\mathrm{e}^{2x}$，则

$y^{*\prime}=\left(2ax^2+(2a+2b)x+b\right)\mathrm{e}^{2x}$，$y^{*\prime\prime}=\left(4ax^2+(8a+4b)x+(2a+4b)\right)\mathrm{e}^{2x}$，

代入原方程整理，得 $10ax+(2a+5b)=x+1$，

所以 $a=\dfrac{1}{10},b=\dfrac{4}{25}$，

特解 $y^*=\left(\dfrac{1}{10}x^2+\dfrac{4}{25}x\right)\mathrm{e}^{2x}$，

原方程通解 $y=\left(\dfrac{1}{10}x^2+\dfrac{4}{25}x\right)\mathrm{e}^{2x}+c_1\mathrm{e}^{2x}+c_2\mathrm{e}^{-3x}$.

A 卷第四题，B 卷第五题（12 分）

四、（12 分）设由曲线 $y = x^2 - 2x\,(1 \le x \le 2)$，直线 $y = 0$ 及 $x = 1$ 所围成的平面图形为 D_1；由曲线 $y = x^2 - 2x\,(2 \le x \le 3)$，直线 $y = 0$ 及 $x = 3$ 所围成的平面图形为 D_2.

(1)求 D_1 的面积 A.

(2)求 D_2 绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积 V.

解（1）$A = \int_1^2 (2x - x^2)\,\mathrm{d}x = \left(x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right)\Big|_1^2 = \frac{2}{3}$.

(2) $V = \int_2^3 2\pi x(x^2 - 2x)\,\mathrm{d}x = 2\pi\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 \right)\Big|_2^3 = \frac{43}{6}\pi$.（柱壳法）

或 $V = 27\pi - \int_0^3 \pi\left(1 + \sqrt{1+y}\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{43}{6}\pi$.（截面法）

A 卷第五题，B 卷第四题（12 分）

五、（12 分）设 a 为实数，讨论方程 $\ln^4 x - 4\ln x + 4x - a = 0$ 的实根个数.

解 令 $f(x) = \ln^4 x - 4\ln x + 4x - a$，$x \in (0, +\infty)$，则 $f(x)$ 可导，且

$$f'(x) = \frac{4\ln^3 x}{x} - \frac{4}{x} + 4 = 4 \cdot \frac{\ln^3 x - 1 + x}{x},$$

$f'(1) = 0$，

$x \in (0,1)$ 时，$f'(x) < 0$，$f(x)$ 单调减少；

$x \in (1, +\infty)$ 时，$f'(x) > 0$，$f(x)$ 单调增加；

$f(1) = 4 - a$ 为 $f(x)$ 的极小值.

又注意到 $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty, \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$，所以

(1) 当 $4 - a < 0$，即 $a > 4$ 时，方程有两个实根；

(2) 当 $4 - a = 0$，即 $a = 4$ 时，方程有唯一实根；

(3) 当 $4 - a > 0$，即 $a < 4$ 时，方程没有实根.

A 卷第六题，B 卷第六题（8 分）

六、(8 分）设函数 $f(x)$ 可导，且 $f'(x)=\arcsin(x-1)^2$，$f(0)=0$，求 $I=\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.

解 $f(x)=f(0)+\int_0^x f'(t)\mathrm{d}t=\int_0^x \arcsin(t-1)^2\,\mathrm{d}t$，

$$I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = xf(x)\Big|_0^1-\int_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x=f(1)-\int_0^1 x\arcsin(x-1)^2\,\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^1 (1-x)\arcsin(x-1)^2\,\mathrm{d}x=\int_0^1 t\arcsin t^2\mathrm{d}t \quad (t=1-x)$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^1 \arcsin u\,\mathrm{d}u \quad (u=t^2)$$

$$=\frac{1}{2}\left(u\arcsin u\Big|_0^1-\int_0^1\frac{u}{\sqrt{1-u^2}}\,\mathrm{d}u\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)=\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}.$$

姓名__________　　班级_________　　学号______________

191 级队工科数学第一次模拟测试

（测试时间 120 分钟，解答题需有必要的文字说明）

一．填空题（每题 6 分，共 30 分）

1. 已知下列数列：(1) $x_n=2+\frac{1}{n^2}$；(2) $x_n=\frac{2^n-1}{3^n}$；(3) $x_n=n(-1)^n$；(4) $x_n=n-\frac{1}{n}$；(5) $x_n=[(-1)^n+1]\frac{n+1}{n}$，当 n→∞时，是收敛数列的有_______，其中较小的极限值为_______。

2. 函数 $y=\frac{\sqrt{x+2}(3-x)^4}{(x+1)^5}$ 的导数为__________________________；对$\begin{cases}x=ln\sqrt{1+t^2}\\ y=arctan\,t\end{cases}$，二阶导数$y''=$_____________________。

3. 已知 $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt[3]{1-x^6}-ax^2-b)=0$，则$a=$________，$b=$________。

4. $\lim\limits_{x\to\infty}(sin^2\frac{1}{x}+cos\frac{1}{x})^{x^2}=$___________；已知$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{1+f(x)sin2x}-1}{e^{3x^2}-1}=2$，则$\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=$_______。

5. 设 $y=y(x)$ 满足 $y''+(x-1)y'+x^2y=e^x$ 且 $y(0)=0, y'(0)=1$，则 $\lim\limits_{x\to0}\frac{y(x)-x}{x^2}=$______________；　在$[0,1]$区间上函数$f(x)=nx(1-x)^n$的最大值记为$M(n)$，则$\lim\limits_{x\to0}M(n)=$___________。

二．选择题（每题 4 分，共 20 分）

1. 已知：$e^x=\frac{1}{2}x^2+x+1+o(x^2)$，当 x→0 时，若$e^x-(ax^2+bx+1)$是比$x^2$高阶的无穷小，则$a,b$的值为(　)

A. $\frac{1}{2}$, 1　　B. 1, 1　　C. $-\frac{1}{2}$, 1　　D. -1, 1

2. 设$f(x)=\frac{(1-cosx)(x^3+x+1)}{x^3+x^2}$，则(　)

A. 存在 $\delta>0$及$X>0$，$f(x)$在$(0,\delta)$内有界，在$(X,+\infty)$内无界

B. 存在 $\delta>0$及$X>0$，$f(x)$在$(0,\delta)$内无界，在$(X,+\infty)$内有界

C. 对任意$X>0$，$f(x)$在$(0,X)$内有界，在$(X,+\infty)$内无界

D. $f(x)$在$(0,+\infty)$内有界

3. 下列说法正确的是(　)

A. 函数在某点有极限，则函数必有界

B. 若数列有界，则数列必有极限

C．若$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2h)-f(-2h)}{h}$=2,则函数在 0 处必有界

D．函数在x_0处可导，则在x_0处必连续

4.函数$f(x)$在$[a,b]$上有定义，在(a,b)内可导，则（ ）

A.当$f(a)\bullet f(b)$<0 时，存在ξ∈(a,b),使 f(ξ)=0

B.对任何ξ∈(a,b)，有$\lim\limits_{x\to \xi}[f(x)-f(\xi)]$=0

C.当$f(a)=f(b)$时，存在ξ∈(a,b)，使 f′(ξ)=0

D.存在ξ∈(a,b),使$f(a)-f(b)=f'(\xi)$(b−a)

5.下列命题：

(1)设$|f(x)|$在$x=x_0$连续，则$f(x)$在$x=x_0$必连续

(2)设$\lim\limits_{h\to 0}[f(x_0+h)-f(x_0-h)]$=0，则$f(x)$在$x=x_0$必连续

(3)设$f(x)$在$x=x_0$连续，$g(x)$在$x=x_0$不连续，则$f(x)g(x)$在$x=x_0$必不连续

(4)设$f(x)$与$g(x)$在$x=x_0$都不连续，则$f(x)+g(x)$在$x=x_0$必不连续

其中正确的命题个数为（ ）

A.0　　B.1　　C.2　　D.3

三.（10 分）(1)用极限的定义证明：$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+x^3}{2x^3}=\frac{1}{2}$.

(2)证明：$\lim\limits_{n\to\infty}n\bullet\left(\frac{1}{n^2+\Pi}+\frac{1}{n^2+2\Pi}+\cdots\cdots\cdots+\frac{1}{n^2+n\Pi}\right)$=1

四.（10 分）近似计算下列数的值（精确到小数点后 4 位）.

(1) $\sqrt[3]{1.02}$

(2)$\ln 1.002$

五．已知常数$x>0, b\neq 0$，且$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+ax}+\sqrt[3]{1+bx}-2}{x^2}=-\frac{3}{2}$，求$a$与$b$的值.

六．（10 分）(1)证明方程$x^5+x-1=0$只有一个正根.

(2)证明当$x>1$时，$e^x>e\bullet x$.

姓名__________ 班级__________ 学号______________

七. （10 分）求下列极限值.

(1) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{\tan x}-e^{x}}{x-sinx}$

(2) $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^3}[\left(\frac{2+\cos x}{3}\right)^{x}-1]$