半导体物理习题参考答案

第一章 晶体结构

1、指出下述各种结构是不是布拉伐格子。如果是，请给出三个原基矢量；如果不是，请找出相应的布拉伐格子并画出一种原胞。

（1） 底心立方结构（在立方单胞两个水平表面的中心有附加点的简立方）；

（2） 侧面心立方结构（在立方单胞四个垂直表面的中心有附加点的简立方）；

（3） 边心立方结构（在立方单胞最近邻连线的中点有附加点的简立方）。

解答：

(1) 底心立方结构是布拉伐格子，其格子为简正方格子，三个原基矢分别为

$$\vec{a}_1=\frac{a}{\sqrt{2}}\vec{i},\vec{a}_2=\frac{a}{\sqrt{2}}\vec{j},\vec{a}_3=a\vec{k}$$，a 是立方体的边长。

(2) 侧面心立方和 (3) 边心立方结构均非布拉伐格子。侧面心立方结构由三套简立方格子套构而成，边心立方结构由四套简立方格子套构而成，它们的格子均为简立方格子。

2、证明体心立方格子和面心立方格子互为正、倒格子。答案略。

3、在如图 1 所示的二维布拉伐格子中，以格点 O 为原点，任意选取两组原基矢量，写出格点 A 和 B 的晶格矢量 $\overrightarrow{R_A}$ 和 $\overrightarrow{R_B}$ 。答案略。

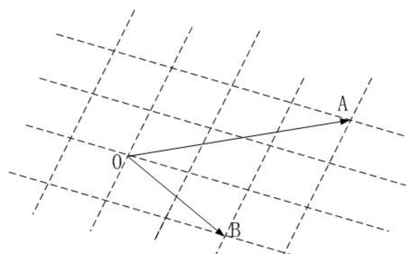


图1

4、以基矢量为坐标轴（以晶格常数 a 为度量单位，如图 2），在闪锌矿结构的一个立方单胞中，写出各原子的坐标。答案略。

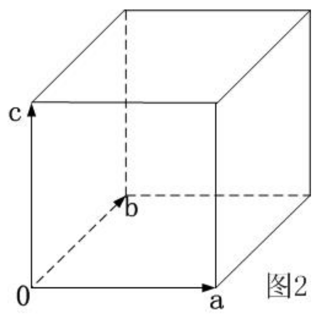
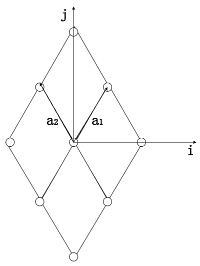


图2

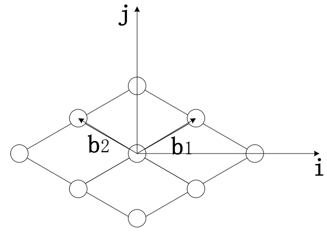
5、石墨有许多原子层，每层是由类似于蜂巢的六角形原子环组成，使每个原子有距离为 a 的三个近邻原子。1）试画出其正格子和倒格子；2）在合适的坐标系下写出原基矢和倒基矢的表达式；3）给出原胞和倒原胞面积并指出一个原胞包含的原子数。

解答：

1）



正格子



倒格子

2）选择$\vec{a}_3$为垂直$\vec{i}$，$\vec{j}$并指向纸面向上的单位矢量$\vec{k}$。原基矢和倒基矢分别为

$$\vec{a}_1=\frac{\sqrt{3}}{2}a\left(\vec{i}+\sqrt{3}\vec{j}\right)\qquad \vec{a}_2=\frac{\sqrt{3}}{2}a\left(-\vec{i}+\sqrt{3}\vec{j}\right)\text{ 和}$$

$$\vec{b}_1=\frac{2\pi}{3\mathrm{a}}\left(\sqrt{3}\vec{i}+\vec{j}\right)\qquad \vec{b}_2=\frac{2\pi}{3\mathrm{a}}\left(-\sqrt{3}\vec{i}+\vec{j}\right)$$

或者：选择$\vec{a}_3$为垂直$\vec{i}$，$\vec{j}$并指向纸面向上的单位矢量-$\vec{k}$

$$\vec{a}_1=\frac{\sqrt{3}}{2}a\left(\vec{i}+\sqrt{3}\vec{j}\right)\qquad \vec{a}_2=\frac{\sqrt{3}}{2}a\left(\vec{i}-\sqrt{3}\vec{j}\right)\text{ 和}$$

$$\vec{b}_1=\frac{2\pi}{3\mathrm{a}}\left(\sqrt{3}\vec{i}+\vec{j}\right)\qquad \vec{b}_2=\frac{2\pi}{3\mathrm{a}}\left(\sqrt{3}\vec{i}-\vec{j}\right)$$

或者：选择$\vec{a}_3$为垂直$\vec{i}$，$\vec{j}$并指向纸面向上的单位矢量-$\vec{k}$

$$\vec{a}_1=\frac{\sqrt{3}}{2}a\left(\sqrt{3}\vec{i}+\vec{j}\right)\qquad \vec{a}_2=\frac{\sqrt{3}}{2}a\left(\sqrt{3}\vec{i}-\vec{j}\right)\text{ 和}$$

$$\vec{b}_1=\frac{2\pi}{\mathrm{a}}\left(\frac{1}{3}\vec{i}+\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{j}\right)\qquad \vec{b}_2=\frac{2\pi}{\mathrm{a}}\left(\frac{1}{3}\vec{i}-\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{j}\right)$$

或者：选择$\vec{a}_3$为垂直$\vec{i}$，$\vec{j}$并指向纸面向上的单位矢量$\vec{k}$

$$\vec{a}_1=\sqrt{3}a\vec{i}\qquad \vec{a}_2=\frac{\sqrt{3}}{2}a\left(\vec{i}-\sqrt{3}\vec{j}\right)\text{ 和}$$

$$\vec{b}_1=\frac{2\pi}{\mathrm{a}}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\vec{i}-\frac{1}{3}\vec{j}\right)\qquad \vec{b}_2=\frac{4\pi}{3\mathrm{a}}\vec{j}$$

3）原胞原子数为 2、面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$，倒原胞面积为$\frac{8\sqrt{3}\pi^2}{9a^2}$

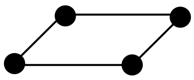
6、画出所有二维晶格的原胞和单胞。

二维的布拉伐格子有五种。

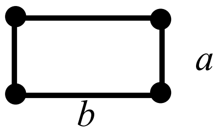
晶系	轴和角度	布拉伐格子
斜方	$a \neq b, \gamma \neq 90^0$	简单斜方
长方	$a \neq b, \gamma = 90^0$	简单长方 中心长方
正方	$a = b, \gamma = 90^0$	简单正方
六角	$a = b, \gamma = 120^0$	简单六方

对应的单胞和原胞分别为：

1) 简单斜方。原胞和单胞相同。

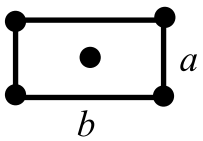


2) 简单长方。原胞和单胞相同。$a \neq b$

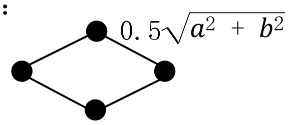


3)中心长方。$a \neq b, b \neq \sqrt{3}a$

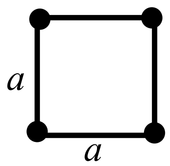
单胞：



原胞：

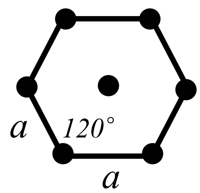


4）简单正方。原胞和单胞相同。

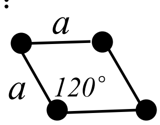


5）简单六方。

单胞：

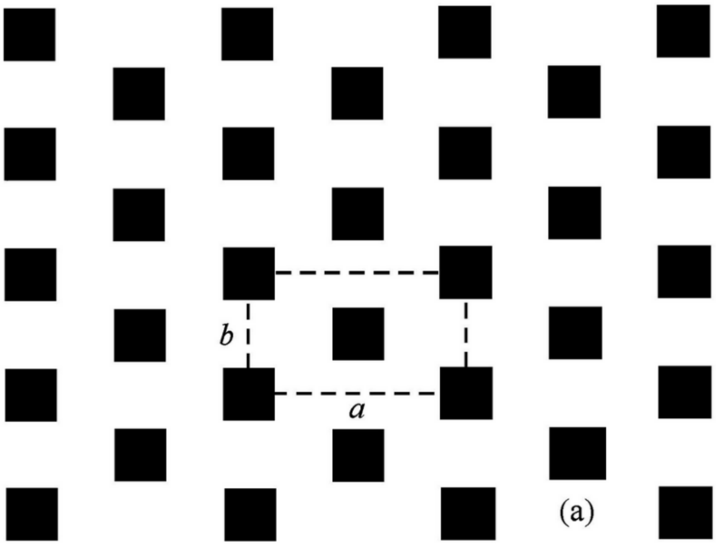


原胞：



思考题：

如下图的二维晶格，讨论改变 a 和 b 的比例及 a 和 b 之间的夹角时，二维晶格的原胞和单胞。（假设中间的原子始终位于 a 和 b 围成平行四边形的中心）



(a)

给出的这个结构类似于一个单胞，但是不一定是单胞，我们需要讨论的是原胞，这样就可以分清了。

两者垂直的时候不能出现简单长方和简单斜方

（1）当 a 和 b 垂直的时候，$a=\sqrt{3}b$ 的时候是简单六方，a=b 的时候是简单正方

其他的时候是中心长方

（2）当两者不垂直的时候，若夹角是 135 度或者 45 度，并且 $a=2\sqrt{2}b$ 的情况，那么也是简单正方。

（3）简单长方：关系比较复杂。

（4）简单斜方：除了（1）（2）（3）之外的所有情况

第二章 晶格振动和晶格缺陷

1、质量为 m 和 M 的两种原子组成如图 3 所示的一维双原子链。假设相邻原子间的弹性力常数都是β，试求出振动频谱。

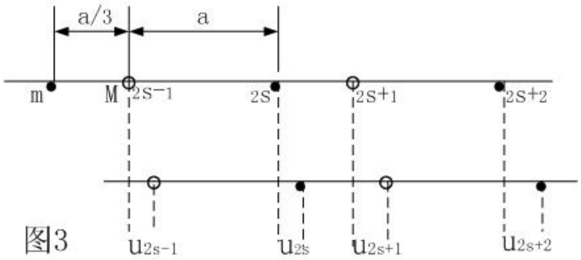


图3

解答：

该双原子链的周期或晶格常数为 a/3+a=4a/3。若用 u_{2s} 和 u_{2s+1} 分别表示第 $s(s=0,\pm1,\pm2,\cdots)$ 个原胞中小原子和大原子离开平衡位置的位移，则有

$$m\ddot{u}_{2s}=\beta(u_{2s+1}+u_{2s-1}-2u_{2s})$$
$$M\ddot{u}_{2s+1}=\beta(u_{2s+2}+u_{2s}-u_{2s+1})$$

取试探解为

$$u_{2s}=Ae^{i(2\times 2sqb-\omega t)}$$
$$u_{2s+1}=Be^{i[(2(2s+1)qb-\omega t]}$$

则得

$$(2\beta-m\omega^2)A-(2\beta\cos 2qb)B=0$$
$$-(2\beta\cos 2qb)A+(2\beta-M\omega^2)B=0$$

式中 b=a/3，由 A，B 不同时为零，解得

振动频谱为 $\omega^2=\frac{\beta}{mM}\left\{(m+M)\pm\left[m^2+M^2+2mM\cos(4qb)\right]^{1/2}\right\}$

或 $\omega^2=\frac{\beta}{mM}\left\{(m+M)\pm\left[m^2+M^2+2mM\cos(\frac{4}{3}qa)\right]^{1/2}\right\}$

2、 设有一个一维原子链，原子质量均为 m，其平衡位置如图 4 所示。如果只考虑相邻原子间的相互作用，试在简谐近似下，求出振动频率 ω 与波矢 q 之间的函数关系。

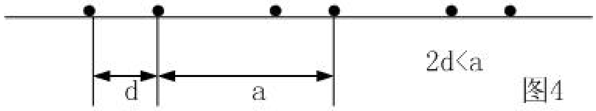


图4

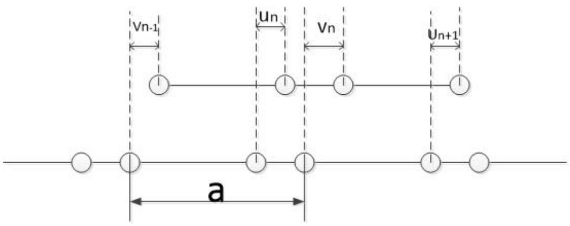
解答：

d〈a/2，

$$\omega^2=\frac{\beta}{m^2}\left\{2m\pm\left(2m^2+2m^2\cos qa\right)^{1/2}\right\}=\frac{\beta}{m^2}\left\{2m\pm\left[2m^2\left(1+\cos qa\right)\right]^{1/2}\right\}=\frac{2\beta}{m}\left(1\pm\cos\frac{qa}{2}\right)$$

3、若把聚乙烯链—CH=CH—CH=CH—看作是具有全同质量 m、但弹性力常数是以 β_1， β_2 交替变化的一维链，链的重复距离为 a，如下图所示。试证明该一维链振动的特征频率为

$$\omega^2=\frac{\beta_1+\beta_2}{m}\{1\pm[1-\frac{4\beta_1\beta_2\sin^2\frac{qa}{2}}{(\beta_1+\beta_2)^2}]^{1/2}\}$$ 并画出色散曲线。



解答：

由题意有：

$$m\ddot{u}_n=\beta_2(v_n-u_n)-\beta_1(u_n-v_{n-1}),\quad m\ddot{v}_n=\beta_1(u_{n+1}-v_n)-\beta_2(v_n-u_n)$$

其试探解为 $\begin{aligned}u_n&=Ae^{i(qna-\omega t)}\\ v_n&=Be^{i(qna-\omega t)}\end{aligned}$，其余和书上的内容完全相同。

第三章 半导体中的电子状态

1、设晶格常数为 a 的一维晶格，导带极小值附近的能量 $E_c(k)$ 为

$$E_c(k)=\frac{\hbar^2k^2}{3m}+\frac{\hbar^2(k-k_1)^2}{m} \qquad （1.1）$$

价带极大值附近的能量 $E_v(k)$ 为

$$E_v(k)=\frac{\hbar^2k_1^{\,2}}{6m}-\frac{3\hbar^2k^2}{m} \qquad （1.2）$$ ， 式中 m 为电子质量。

试求：

（1） 禁带宽度；

（2） 能带宽度；

（3） 导带底电子的有效质量；

（4） 价带顶电子的有效质量（空穴有效质量）。

解答：

（1）禁带宽度

由 $\dfrac{dE_c}{dk}=0$ 和 $\dfrac{dE_v}{dk}=0$ 有： $E_{Cmin}=\dfrac{\hbar^2k_1^2}{4m}$， $E_{Vmax}=\dfrac{\hbar^2k_1^2}{6m}$

从而 $$E_g=E_{Cmin}-E_{Vmax}=\frac{\hbar^2k_1^2}{12m}$$

能带宽度

（2）导带电子有效质量 m_n

$$\frac{d^2E_c}{dk^2}=\frac{2\hbar^2}{3m}+\frac{2\hbar^2}{m}=\frac{8\hbar^2}{3m}$$ ，从而 $m_n=\dfrac{\hbar^2}{d^2E/dk^2}=\dfrac{3m}{8}$

（3）价带电子有效质量 m_n'

$$\frac{d^2E_v}{dk^2}=-\frac{6\hbar^2}{m}$$ 从而 $m_n'=\dfrac{\hbar^2}{d^2E_v/dk^2}=-\dfrac{m}{6}$，或空穴的有效质量 $m_p=m/6$

2、一个晶格常数为 a 的一维晶体，其电子能量 E 与波矢 k 的关系可表示为

$$E = E_1 + (E_2 - E_1)\sin^2\frac{ka}{2} \qquad (E_2 > E_1)$$

（1）讨论在这个能带中的电子，其有效质量和速度如何随 k 变化；

（2）设一个电子最初在能带底，受到与时间无关的电场 ε 作用，最后达到大约由 $k = \pi/2a$ 标志的状态，试讨论电子在真实空间中位置的变化。

解答：

（1） $v = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial E}{\partial k} = \frac{a}{2\hbar}(E_2 - E_1)\sin ka$

$$m^* = \hbar^2 / \partial^2 E / \partial k^2 = \frac{2\hbar^2}{a^2(E_2 - E_1)\cos ka}$$

（2） $-e\in = \hbar\frac{\partial k}{\partial t}$ 　　 $k = -e\in t/\hbar$

$$v = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial E}{\partial k} = \frac{a}{2\hbar}(E_2 - E_1)\sin ka = -\frac{a}{2\hbar}(E_2 - E_1)\sin(\frac{e\in a}{\hbar}t)$$

$$x = -\frac{1}{2e\in}(E_2 - E_1)(1 - \cos\frac{e\in a}{\hbar}t)$$

当 k=π/2a 时, x= $-\frac{1}{2e\in}(E_2 - E_1)$

3、 已知一维晶体的电子能带可表示为

$$E(k)=\frac{\hbar^2}{ma^2}\left(\frac{7}{8}-\cos ka+\frac{1}{8}\cos 2ka\right),$$

式中 a 是晶格常数。试求：

（1） 能带宽度；

（2） 电子在波矢 k 状态时的速度；

（3） 电子在波矢 k=0 时的有效质量。

解答：

（1）由 $\frac{dE}{dk}=0\Rightarrow\frac{\hbar^2}{ma}(\sin ka-\frac{1}{4}\sin 2ka)=\frac{\hbar^2}{ma}\sin ka(1-\frac{1}{2}\cos ka)=0$

当 ka=0 时，$E=E_{\min}=0$，当 ka=±π时，$E=E_{mam}=\frac{2\hbar^2}{ma^2}$，

能带宽度=E_{max}-E_{min}=$\frac{2\hbar^2}{ma^2}$

（2）$V(k)=\frac{\hbar}{ma}\sin ka(1-\frac{1}{2}\cos ka)$

（3）$m^*=\frac{\hbar^2}{\frac{d^2E}{dk^2}}=\frac{2m}{2\cos ka-\cos 2ka}$，当 k=0 时，$m^*=m^*_{max}=2m$

第四章 半导体中载流子的统计分布

1、在硅样品中掺入密度为$10^{14}cm^{-3}$的磷，试求出：

（1） 室温下的电子和空穴密度；

（2） 室温下的费米能级位置（要求用E_f-E_i表示出来，E_i是本征费米能级。

硅的本征载流子密度$n_i=1.5\times10^{10}cm^{-3}$）。

解答：

1） $\dfrac{n_d}{N_d}=g_d\dfrac{N_d}{N_c}\exp\dfrac{E_I}{K_0T}$，$E_I$=0.044eV，室温下$\frac{n_d}{N_d}=3.88\times10^{-5}\ll\frac{1}{10}$; （P42 页）

又由于$n_i<<N_d/10$，因此半导体属于杂质饱和电离情况，并且本征激发可以忽略。

$$故 n=N_d=10^{14}cm^{-3},p=\frac{n_i^2}{N_d}=2.25\times10^6cm^{-3}$$

2） 由

$$n=n_ie^{(E_f-E_i)/K_0T}\Rightarrow E_f-E_i=K_0T\ln\frac{n}{n_i}=K_0T\ln\frac{N_d}{n_i}=0.026\ln\frac{10^{14}}{1.5\times10^{10}}=0.23eV$$

2、计算施主密度$N_d=10^{14}cm^{-3}$的锗材料中，室温下施主完全电离，求电子和空穴密度

（室温下锗的本征载流子密度$n_i=2.3\times10^{13}cm^{-3}$）。（P39 本征激发）

解答：

由于 $n_i>N_d/10$，本征激发不能忽略。由 $n=N_d+p$ 和 $np=n_i^2$ 得

$$n=\frac{1}{2}N_d[(1+\frac{4n_i^2}{N_d^2})^{1/2}+1]\approx N_d+\frac{n_i^2}{N_d}=1.05\times10^{14}cm^{13},$$

$$\Rightarrow p=\frac{n_i^2}{\mathrm{n}}=5.038\times10^{12}cm^{-3}$$

3、对于 p 型半导体，在杂质电离区，证明

$$\frac{p(p+N_d)}{N_a-N_d-p}=\frac{N_v}{g_a}\exp-\frac{E_a-E_v}{K_0T}$$

并分别求出 $p\langle\langle N_d$ 和 $N_d\langle\langle p\langle\langle N_a$ 两种情况下，空穴密度 p 和费米能级 E_f，说明它们的物理意义。式中 g 是受主能级的自旋简并度。

解答：略，见讲义第四章相关内容略。

4、两块 n 型硅材料，在某一温度 T 时，第一块与第二块的电子密度之比为 $n_1/n_2=e$（e 是自然对数的底）。

（1）如果第一块材料的费米能级在导带底之下 $3K_0T$，试求出第二块材料中费米能的位置；

（2）求出两块材料中空穴密度之比 p_1/p_2。

解答：

(1)

$$\frac{n_1}{n_2}=\frac{e^{-(E_c-E_{f1})/K_0T}}{e^{-(E_c-E_{f2})/K_0T}}=e\Rightarrow\frac{E_{f1}-E_{f2}}{K_0T}=1\Rightarrow E_{f2}=E_{f1}-K_0T\Rightarrow E_c-E_{f2}=3K_0T+K_0T=4K_0T$$

(2) $\dfrac{p_1}{p_2}=\dfrac{n_2}{n_1}=1/e$

5、 制作 p-n 结需要一种 n 型材料，工作温度是 100℃，试判断下面两种材料中哪一种适用，并说明理由。（注：忽略禁带随温度的变化）

（1） 掺入密度为 $10^{14}cm^{-3}$ 磷的硅材料；

（2） 掺入密度为 $10^{14}cm^{-3}$ 砷的锗材料。

解答：

由 $n_i^2=N_CN_Ve^{-E_G/K_0T}$ $N_C\propto T^{3/2}$ 对于 Si：$N_C(300K)=2.8\times10^{19}cm^{-3}$

$N_C(T)=\frac{2.8\times10^{19}}{300^{3/2}}T^{3/2}$ $N_V(T)=\frac{1.04\times10^{19}}{300^{3/2}}T^{3/2}$ $K_0T=0.026eV$ $T=300K$ $K_0=0.026eV/300K$ $n_i^2=N_C(T)N_V(T)e^{-E_G\times300/0.026\times T}$

则: 对于 Si 有 $n_i(373)\approx7.09\times10^{11}cm^{-3}\ll\frac{N_d}{10}$，对于 Ge 有 $n_i(373)\approx3.458\times10^{14}cm^{-3}\gg\frac{N_d}{10}$，故 Si 适合。

6、一块有杂质补偿的硅材料，已知掺入受主密度 $N_a = 1\times10^{15} cm^{-3}$，室温下测得其 E_f 恰好与施主能级重合，并得知热平衡电子密度为 $n = 5\times10^{15} cm^{-3}$。已知室温下硅的本征载流子密度 $n_i = 1.5\times10^{10} cm^{-3}$，试求：

（1） 热平衡少子密度是多少？杂质电离能是多少？

（2） 掺入材料中的施主杂质密度是多少？

（3）电离杂质和中性杂质的密度各是多少？

解答：

(1) $p = \dfrac{n_i^2}{n} = \dfrac{(1.5\times10^{10})^2}{5\times10^{15}} = 4.5\times10^4 cm^{-3}$

(2) $n = N_C exp\left[-\left(E_C - E_f\right)/K_0T\right]$ 求出 $E_I = E_C - E_f \approx 0.22eV$

在杂质电离区，$n + N_a = N_d - n_d = \dfrac{N_d}{2e^{(E_f - E_d)/K_0T} + 1} = N_d / 3$

$$\Rightarrow N_d = 3(n + N_a) = 1.8\times10^{16} cm^{-3}$$

（3）电离施主密度=$n + N_a = 6\times10^{15} cm^{-3}$，电离受主密度=$N_a = 1\times10^{15} cm^{-3}$，中性施主密度=$N_d - (n + N_a) = (18 - 6)\times10^{15} = 1.2\times10^{16} cm^{-3}$， 中性受主密度=0。

第五章 半导体中的电导和霍尔效应

1、 在室温下，高纯锗的电子迁移率 $\mu_n = 3900cm^2/V\cdot S$。设电子的有效质量 $m_n = 0.3m \approx 3\times10^{-28}g$，试计算：

（1）热运动速度平均值 $\bar{v}$（取方均根速度）；

（2）平均自由时间 τ；

（3）平均自由路程 l；

（4）在外加电场为 10V/cm 时的漂移速度 v_d，并简单讨论（3）和（4）中所得的结果。

解答：

(1) $\bar{v} = (3K_0T/m_n)^{1/2} = (\dfrac{3\times0.026\times1.6\times10^{-12}}{3\times10^{-28}})^{1/2} \approx 2.04\times10^7 cm/s$

（$1eV = 1.602\times10^{-19}J$）

(2) $\bar{\tau} = \dfrac{\mu_n m_n}{e} = \dfrac{0.39\times3\times10^{-31}}{1.6\times10^{-19}} \approx 7.3\times10^{-13}s$

(3) $l = \bar{v}\,\bar{\tau} = 2.04\times10^7\times7.3\times10^{-13} \approx 1.4\times10^{-5}cm$

(4) $v_d = -\mu_n\varepsilon = -3900\times10 = -3.9\times10^4 cm/s$

讨论： ①l >> 晶格原子间距，说明散射是由杂质或缺陷而不是由晶格原子引起的；

② $v_d << \bar{v}$，说明电子被频繁地散射，在电场作用下积累起来的速度较小。

2、在一块掺硼的非简并p型硅样品中含有一定浓度的铟，在室温（300K）下测得电阻率 $\rho = 2.84\Omega \cdot cm$ 。已知所掺的硼浓度 $N_{a_1} = 10^{16} cm^{-3}$，硼的电离能 $E_{a_1} - E_v = 0.045eV$，铟的电离能 $E_{a_2} - E_v = 0.16eV$，试求样品中铟的浓度 N_{a_2}（室温下 $N_v = 1.04\times 10^{19} cm^{-3}$，$\mu_p = 200cm^2/V\cdot s$）。

解答：

$$p = \frac{1}{\rho e \mu_p} = \frac{1}{2.84\times 1.6\times 10^{-19}\times 200} = 1.1\times 10^{16} cm^{-3},$$

$$E_f - E_v = K_0 T \ln\frac{N_v}{p} = 0.026\ln\frac{1.04\times 10^{19}}{1.1\times 10^{16}} = 0.178eV$$

设 $N_{a_2}^-$ 为电离的铟，则 $N_{a_2}^- = \dfrac{N_{a_2}}{g_a e^{(E_{a_2}-E_f)/K_0T}+1} = \dfrac{N_{a_2}}{4e^{-(0.178-0.16)/0.026}+1} = \dfrac{N_{a_2}}{3}$

$$p = N_{a_1} + N_{a_2}^- \Rightarrow N_{a_2} = 3(p - N_{a_1}) = 3(1.1\times 10^{16} - 10^{16}) = 3\times 10^{15} cm^{-3}$$

3、如图 5 所示的硅样品，尺寸为 H=1.0 毫米，W=4.0 毫米，$L=8.0$ 毫米。在霍尔效应实验中，I=1 毫安，B=4000 高斯。实验中测出在 77-400K 的温度范围内霍尔电势差不变，其数值为 $V_{ac}=V_a-V_c=-5.0$ 毫伏，在 300K 测得 $V_{ab}=V_a-V_b=200$ 毫伏。试确定样品的导电类型，并求出：

（1） 300K 的霍尔系数 R 和电导率 σ；

（2） 样品的杂质密度；

（3） 300K 时电子的迁移率。

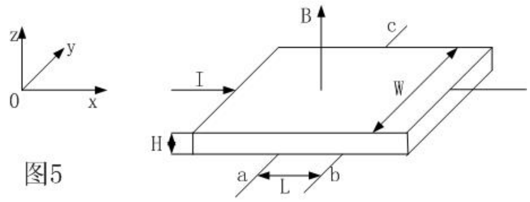


图5

解答：

由于 $V_{ac}<0$，故为 n 型

1） 由 $\varepsilon_y=Rj_xB_z\Rightarrow R=\dfrac{\varepsilon_y}{j_xB_z}=\dfrac{V_{ac}H}{IB}=\dfrac{-5\times10^{-3}\times0.1}{10^{-3}\times4000\times10^{-8}}=-1.25\times10^{4}cm^3/c$

（1 高斯=10^{-4}T=10^{-8} 韦伯/cm^2）

利用国际单位制计算

$$\sigma=\frac{IL}{V_{ab}HW}=\frac{1\times0.8}{200\times0.1\times0.4}=0.1(\Omega cm)^{-1}$$

电阻率的单位：Ωm

2） $N_d=\dfrac{1}{|R|e}=\dfrac{1}{1.25\times10^{4}\times1.6\times10^{-19}}=5\times10^{14}cm^{-3}$

3） $\mu_n=-R\sigma=1.25\times10^{4}\times0.1=1.25\times10^{3}cm^2/Vs$

注意前面的符号

4、设 $\mu_n \neq \mu_p$，试证明：

（1）　半导体的电导率取极小值 $\sigma_{\min}$ 的条件是

$$n = n_i(\frac{\mu_p}{\mu_n})^{1/2} \text{和} \ p = n_i(\frac{\mu_n}{\mu_p})^{1/2}$$

（2）　$\sigma_{\min} = \sigma_i \dfrac{2b^{1/2}}{b+1}$

其中 σ_i 是本征半导体的电导率，$b = \mu_n / \mu_p$。

解答：

证：1）由 $\sigma = e\mu_n n + e\mu_p p = e\mu_n n + e\mu_p n_i^2 / n$ 和 $\dfrac{d\sigma}{dn} = 0$

$$\Rightarrow e\mu_n - e\mu_p n_i^2 / n^2 = 0 \Rightarrow n = n_i(\frac{\mu_p}{\mu_n})^{1/2} = n_i b^{-1/2} \ \text{和} \ p = n_i(\frac{\mu_n}{\mu_p})^{1/2} = n_i b^{1/2}$$

2）

$$\sigma_{\min} = en_i\mu_n b^{-1/2} + en_i\mu_p b^{1/2} = en_i(\mu_n + \mu_p)\frac{\mu_n b^{-1/2} + \mu_p b^{1/2}}{\mu_n + \mu_p} = \sigma_i \frac{\frac{\mu_n}{\mu_p} b^{-1/2} + b^{1/2}}{1 + \frac{\mu_n}{\mu_p}} = \sigma_i \frac{2b^{1/2}}{1+b}$$

5、含有受主密度和施主密度分别为N_a和N_d的p型样品，如果两种载流子对电导的贡献都不可忽略，试导出电导率公式：

$$\sigma = \frac{1}{2} e\mu_p (N_a - N_d)(1+b) \times \{[1 + \frac{4n_i^{\ 2}}{(N_a - N_d)^2}]^{1/2} + \frac{1-b}{1+b}\}$$

如果样品进入本征导电区，上式又简化成什么形式？式中n_i是本征载流子密度，

$b = \mu_n / \mu_p$。

解答：

由$p = n + (N_a - N_d)$，$b = \mu_n / \mu_p$和$np = n_i^2$，得

$$n = \frac{N_a - N_d}{2}[\sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{(N_a - N_d)^2}} - 1]$$

$$p = \frac{N_a - N_d}{2}[\sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{(N_a - N_d)^2}} + 1]$$

$$\sigma = e(\mu_n n + \mu_p p) = e\mu_p (bn + p) = \frac{1}{2} e\mu_p (N_a - N_d)(1+b)\{[1 + \frac{4n_i^2}{(N_a - N_d)^2}]^{1/2} + \frac{1-b}{1+b}\}$$

当进入本征区时：$\sigma = \frac{1}{2} e\mu_p (1+b) 2n_i = en_i(\mu_n + \mu_p)$

第六章 非平衡载流子

1、用光照射 n 型半导体样品（小注入），假设光被均匀地吸收，电子-空穴对的产生率为 g，空穴的寿命为τ。光照开始时，即 t=0，$\Delta p = 0$。试求出：

（1）光照开始后任意时刻 t 的过剩空穴密度$\Delta p(t)$；

（2）在光照下达到稳定态时的过剩空穴密度。

解答：

（1）$\Delta p(t) = g\tau(1-e^{-t/\tau})$ 当$t \to \infty, \Delta p = \Delta p_s = g\tau$

2、一个 n 型硅样品，$N_d = 10^{15} cm^{-3}, \tau_p = 1\mu s$。设非平衡载流子的产

$$g = 5\times10^{19} cm^{-3}\cdot s^{-1},$$

试计算室温下电导率和准费米能级。

室温下，$\mu_n = 1350 cm^2/Vs, \mu_p = 480 cm^2/Vs, n_i = 1.5\times10^{10} cm^{-3}$

解答：

1）
$$\begin{aligned}\sigma &= e\mu_n n_0 + e(\mu_n+\mu_p)\Delta p_s = e\mu_n N_d + e(\mu_n+\mu_p)g\tau \\ &= 1.6\times10^{-19}\times10^{15}\times1350 + 1.6\times10^{-19}(1350+480)\times5\times10^{19}\times10^{-6} = 0.23(\Omega cm)^{-1}\end{aligned}$$

2）
$$E_f^n - E_f = K_0 T\ln\frac{N_d+\Delta p_s}{N_d} = 0.026\ln\frac{10^{15}+5\times10^{13}}{10^{15}} = 0.00127eV = 1.27mV$$

$$E_f - E_f^p = K_0 T\ln\frac{p_0+\Delta p_s}{p_0} = 0.026\ln\frac{5\times10^{13}}{2.25\times10^5} = 0.499eV$$

3、一个均匀的 p 型硅样品，左半部被光照射（图 6），电子−空穴对的产生率为 g（g 是与位置无关的常数），试求出在整个样品中稳态电子密度分布 $n(x)$，并画出曲线。设样品的长度很长和满足小注入条件。

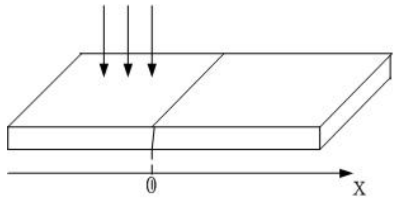


图6

解答：

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau} + G \qquad x \le 0$$

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau} \qquad x > 0$$

稳态时，$D_n \dfrac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \dfrac{\Delta n}{\tau} + G = 0 \qquad x \le 0$

$$D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{\Delta n}{\tau} = 0 \qquad x > 0$$

解为：$\Delta n(x) = g\tau + Ae^{x/L_n} \qquad x \le 0$

$$\Delta n(x) = Be^{-x/L_n} \qquad x > 0$$

由 $\Delta n(0) = \Delta n(0_-) = \Delta n(0_+)$ 和 $\left.\dfrac{\partial \Delta n}{\partial x}\right|_{0-} = \left.\dfrac{\partial \Delta n}{\partial x}\right|_{0+}$ 得 $A = -B = -g\tau/2$

$$\Rightarrow n(x) = \begin{cases} n_0 + g\tau(1 - \frac{1}{2}e^{x/L_n}) & x \le 0 \\ n_0 + \frac{g\tau}{2}e^{-x/L_n} & x > 0 \end{cases} \qquad L_n = \sqrt{D_n \tau}$$

4、一个 n 型锗样品（施主密度 $N_d=10^{14}cm^{-3}$），截面积为 $10^{-2}cm^2$，长为 1cm。电子和空穴的寿命均为$100\mu s$。假设光被均匀地吸收，电子-空穴对产生率 $g=10^{17}/cm^3\cdot s$，试计算有光照时样品的电阻。（纯锗的迁移率数值：$\mu_n=3900cm^2/V\cdot s,\ \mu_p=1900cm^2/V\cdot s$。）

解答：

$$n_0=N_d+p_0=N_d+n_i^2/n_0\Rightarrow n_0=\frac{N_d}{2}+\sqrt{\frac{N_d^2}{4}+n_i^2}=1.05\times10^{14}cm^{-3}$$

$p_0=n_i^2/n_0=5.04\times10^{12}cm^{-3}$， 又 $\Delta n=\Delta p=g\tau=10^{13}cm^{-3}$

$$\Longrightarrow\quad n=n_0+\Delta n=1.15\times10^{14}cm^{-3}$$
$$p=p_0+\Delta p=1.5\times10^{13}cm^{-3}$$ 故有

$$\sigma=e(\mu_n n+\mu_p p)=1.6\times10^{-19}(3900\times1.15\times10^{14}+1900\times1.5\times10^{13})=7.63\times10^{-2}(\Omega cm)^{-1}$$

$$\rho=1/\sigma=13.1\Omega cm\qquad R=\rho\frac{l}{s}=13.1\times\frac{1}{10^{-2}}=1.31K\Omega$$

5、一个半导体棒，光照前处于热平衡态、光照后处于稳定态的条件，分别由图 7（a）和（b）给出的能带图来描述。设室温（300K）时的本征载流子密度 $n_i = 10^{10} cm^{-3}$，试根据已知的数据确定：

(1) 热平衡态的电子和空穴密度 n_0 和 p_0；

(2) 稳定态的空穴密度 p；

(3) 当棒被光照设时，“小注入”条件成立吗？试说明理由。

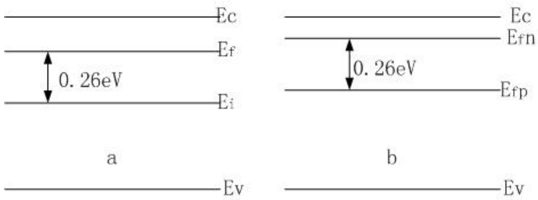


图7

解答：

（1） $n_0 = n_i e^{(E_f - E_i)/K_0 T} = 10^{10} e^{10} = 2.2 \times 10^{14} cm^{-3}, p_0 = n_i^2 / n_0 = 4.54 \times 10^5 cm^{-3}$

（2）由 $n = n_0 + \Delta n, p = p_0 + \Delta p, \Delta n = \Delta p$ 和 $np = n_i^2 e^{(E_f^n - E_f^p)/K_0 T}$

$$\Rightarrow \Delta p^2 + (n_0 + p_0)\Delta p + n_i^2 = n_i^2 e^{10} \Rightarrow \Delta p = 10^{10} cm^{-3} \Rightarrow p = \Delta p + p_0 \approx \Delta p = 10^{10} cm^{-3}$$

（3）由于 $\Delta n = \Delta p << n_0$，故小注入条件成立。

6、如图 8 所示，一个很长的 n 型半导体样品，其中心附近长度为 2a 的范围内被光照射。假定光均匀地穿透样品，电子-空穴对的产生率为 g（g 为常数），试求出小注入情况下样品中稳态少子分布。

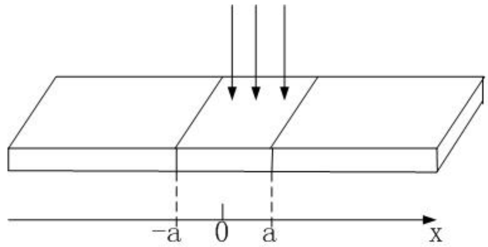


图8

解答：

$$
\text{由}\ \begin{array}{ll}
D_p \dfrac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \dfrac{\Delta p}{\tau} = 0 & x \le -a \\
D_p \dfrac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \dfrac{\Delta p}{\tau} + g = 0 & -a < x \le a \\
D_p \dfrac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \dfrac{\Delta p}{\tau} = 0 & x > a
\end{array}\ \text{得}
$$

$$
\Delta p(x) = \begin{cases} Ae^{x/L_p} & x \le -a \\ Be^{-x/L_p} + Ce^{x/L_p} + g\tau & -a < x \le a \\ De^{-x/L_p} & x > a \end{cases}
$$

由 $\Delta p(-a), \Delta p(a)$ 连续和 $\left.\dfrac{\partial \Delta p}{\partial x}\right|_{-a}, \left.\dfrac{\partial \Delta p}{\partial x}\right|_{a}$ 连续得 $A = D = g\tau sh\dfrac{a}{L_p}, C = B = -\dfrac{g\tau}{2}e^{-a/L_p}$

$$
\Rightarrow \Delta p(x) = \begin{cases} (g\tau sh\dfrac{a}{L_p})e^{x/L_p} & x \le -a \\ g\tau(1 - e^{-a/L_p} ch\dfrac{x}{L_p}) & -a < x \le a \\ (g\tau sh\dfrac{a}{L_p})e^{-x/L_p} & x > a \end{cases}
$$

第七章 半导体的接触现象

1、试推导出计算理想 pn 结的电压电流关系式。

解答：详见本章的第 6 节，略。

2、 锗 pn 结中 p 及 n 区的室温电阻率均为 $10^{-2}\Omega\cdot m$ 时，计算该 pn 结的接触电势差。如果电阻率变为 $10^{-4}\Omega\cdot m$ 时，其值又是多少？

解答：

（1）由于 Ge 的 $\mu_n = 3900cm^2/V.s, \mu_p = 1900cm^2/V.s$， $n_i = 2.3\times10^{13}cm^{-3}$

$$n_n = \frac{1}{e\mu_n\rho_n} = \frac{1}{1.6\times10^{-19}\times3900\times1} = 1.6\times10^{15}cm^{-3}$$

$$p_p = \frac{1}{e\mu_p\rho_p} = \frac{1}{1.6\times10^{-19}\times1900\times1} = 3.3\times10^{15}cm^{-3}$$

$$V_0 = \frac{K_0T}{e}\ln\frac{n_n p_p}{n_i^2} = 0.026\ln\frac{3.3\times1.6\times10^{30}}{5.29\times10^{26}} = 0.24V$$

（2）此时，$n_n = \frac{1}{e\mu_n\rho_n} = \frac{1}{1.6\times10^{-19}\times3900\times10^{-2}} = 1.6\times10^{17}cm^{-3}$

$$p_p = \frac{1}{e\mu_p\rho_p} = \frac{1}{1.6\times10^{-19}\times1900\times10^{-2}} = 3.3\times10^{17}cm^{-3}$$

$$V_0 = \frac{K_0T}{e}\ln\frac{n_n p_p}{n_i^2} = 0.026\ln\frac{3.3\times1.6\times10^{34}}{5.29\times10^{26}} = 0.48V$$

3、已知锗 pn 结 300K 时的 n 型层电阻率为 $10^{-4}\Omega\cdot m$，p 型层电阻率为 $10^{-2}\Omega\cdot m$。设电子迁移率为 0.36m²/V·s,空穴迁移率为 0.17m²/V·s,在热平衡时结电势 V_D 等于 0.5V，试求该结的势垒区厚度（$\varepsilon=16$ ）。

解答： $\varepsilon_0=8.854\times10^{-12}F/m$

$$x_0=[\frac{2\varepsilon_0\varepsilon(n_n+p_p)V_0}{en_np_p}]^{1/2}=[2\varepsilon_0\varepsilon(\mu_n\rho_n+\mu_p\rho_p)V_0]^{1/2}$$

$$=[2\times8.854\times10^{-12}\times16\times(0.36\times10^{-4}+0.17\times10^{-2})\times0.5]^{1/2}=0.49\mu m$$

4、在 Ge 突变结中，p 区电阻率为 $10^{-4}\Omega\cdot m$，n 区电阻率为 $10^{-2}\Omega\cdot m$，热平衡时势垒高度为 $0.5V$，$\varepsilon=16$，结面是直径为 $0.15mm$ 的圆面，试求出这时的结电容。如果加 3V 反向偏电压时，它的电容又是多少？

解答：

（1）热平衡时，

$$C_0=\left[\frac{e\varepsilon_0\varepsilon n_np_p}{2V_0(n_n+p_p)}\right]^{1/2}=\left[\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{2V_0(\mu_n\rho_n+\mu_p\rho_p)}\right]^{1/2}=\left[\frac{8.854\times10^{-12}\times16}{2\times0.5\times(0.36\times10^{-2}+0.17\times10^{-4})}\right]^{1/2}$$

$$=1.979\times10^{-4}F/m^2$$

$$C=C_0S=1.979\times10^{-4}\times3.14\times0.15^2\times10^{-6}/4=3.49\times10^{-12}F=3.49\mu\mu F$$

（2）加 3V 反偏压时

$$C_0=\left[\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{2(V_0+V)(\mu_n\rho_n+\mu_p\rho_p)}\right]^{1/2}=\left[\frac{8.854\times10^{-12}\times16}{2\times3.5\times(0.36\times10^{-2}+0.17\times10^{-4})}\right]^{1/2}=7.48\times10^{-5}F/m^2$$

$$C=C_0S=7.48\times10^{-5}\times3.14\times0.15^2\times10^{-6}/4=1.32\times10^{-12}F=1.32\mathrm{p}F$$

第八章 半导体表面

1、对于由金属/氧化物/n 型半导体构成的理想 MOS 结构：

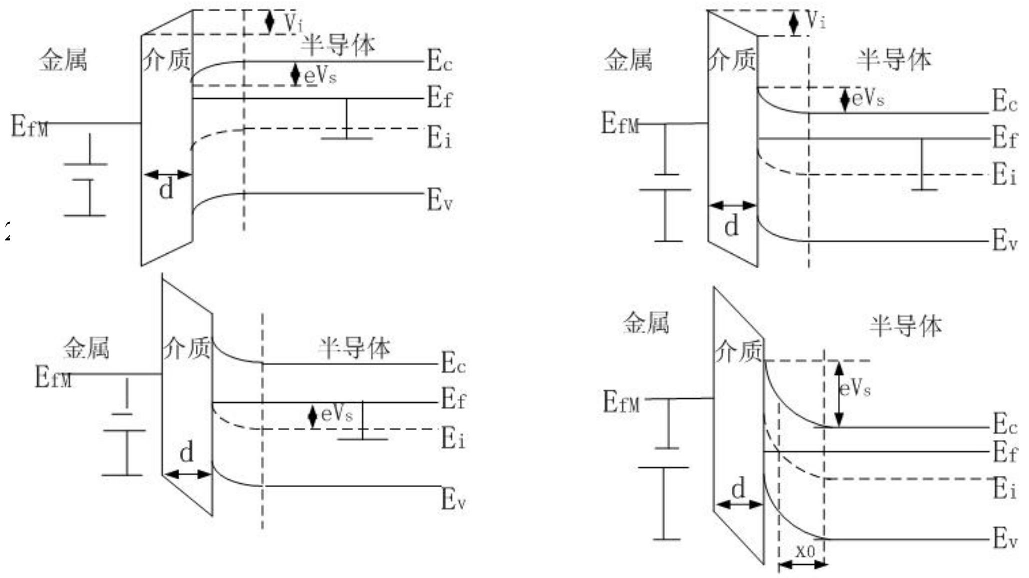
（1）分别画出积累层和耗尽层的能带图；

（2）画出开始出现反型层时的能带图，并求出开始出现反型层的条件；

（3）画出开始出现强反型层时的能带图，并求出开始出现强反型层的条件。

解答：

各种情况下的能带图如下：



开始出现反型层的能带图　　开始出现强反型层的能带图

讨论：1）如果以 n_s 和 p_s 分别表示表面电子密度和空穴密度，E_{is} 表示表面本征费米能级，则开始出现反型层的条件是: $n_s=p_s$ 或 $E_{is}=E_f$。由于 $E_{is}=E_i-eV_s$，$E_f=E_i+e\phi_B$，从而有 $V_s=-\phi_B$。即开始出现反型层的条件是表面势等于负的体内静电势。

2）出现强反型条件是：$p_s=n_0$，由于 $p_s=n_i e^{-e\phi_s/K_0T}, n_0=n_i e^{e\phi_B/K_0T}$

从而得 $\phi_s=-\phi_B$，故有 $V_s=\phi_s-\phi_B=-\phi_B-\phi_B=-2\phi_B$

2、对于 n 型半导体，利用耗尽层近似，求出耗尽层宽度 x_d 和空间电荷面密度 Q_{sc} 随表面势 V_s 变化的公式。

解答： $\dfrac{d^2V}{dx^2}=-\dfrac{eN_d}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$ 解为 $V(x)=-\dfrac{eN_d}{2\varepsilon_0\varepsilon_r}(x-x_d)^2$，$V_s=-\dfrac{eN_d}{2\varepsilon_0\varepsilon_r}x_d^2$

$\Rightarrow x_d=(\dfrac{-2\varepsilon_0\varepsilon_r V_s}{eN_d})^{1/2}$，空间电荷面密度 $Q_{sc}=N_d e x_d=(-2\varepsilon_0\varepsilon_r eN_d V_s)^{1/2}$

3、利用载流子密度的基本公式

$$n=N_c\exp(-\frac{E_c-E_f}{k_0T}) \text{ 和 } p=N_v\exp(-\frac{E_f-E_v}{k_0T}) ,$$

证明在表面空间电荷区中，载流子密度可以写成：

$$n(x)=n_0\exp[\frac{eV(x)}{k_0T}], \qquad p(x)=p_0\exp[-\frac{eV(x)}{k_0T}]$$

式中 n_o 和 p_0 是体内的电子和空穴密度，$V(x)$ 是表面空间电荷区中的电势。

解答: 证: $n=N_ce^{-(E_c+U-E_f)/K_0T}=N_ce^{-(E_c-eV-E_f)/K_0T}=N_ce^{-(E_c-E_f)/K_0T}e^{eV/K_0T}=n_0e^{eV/K_0T}$

$$p=N_ve^{-(E_f-U-E_v)/K_0T}=N_ve^{-(E_f-E_v+eV)/K_0T}=N_ve^{-(E_f-E_v)/K_0T}e^{-eV/K_0T}=p_0e^{-eV/K_0T}$$

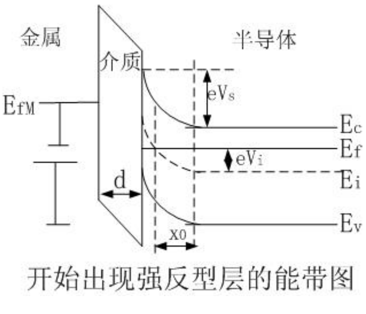
4、一个 n 型硅样品，电阻率为 $3\Omega\bullet cm$，试在开始出现强反型时（见下图），求出表面空间电荷区中恰好为本征点的位置与空间电荷区边界的距离。硅的相对介电常数 $\varepsilon_s=12$，$\mu_n=1350cm^2/V\cdot s$。

解答： $n_0=\dfrac{1}{e\mu_n\rho}=\dfrac{1}{1.6\times10^{-19}\times1350\times3}=1.5\times10^{15}cm^{-3}$

$$V_i=-\frac{eN_d}{2\varepsilon_0\varepsilon_r}x_0^2=\frac{en_0}{2\varepsilon_0\varepsilon_r}x_0^2 \quad \Rightarrow x_0=(\frac{-2\varepsilon_0\varepsilon_r V_i}{en_0})^{1/2}=(\frac{-2\varepsilon_0\varepsilon_r\phi_B}{en_0})^{1/2}$$

$$\varphi_B=\frac{K_0T}{e}\ln\frac{n_0}{n_i}=0.026\ln\frac{10^{15}}{10^{10}}=0.3V\Rightarrow$$

$$x_0=(\frac{2\times8.854\times10^{-14}\times12\times0.3}{1.6\times10^{-19}\times1.5\times10^{15}})^{1/2}=5.15\times10^{-5}cm$$



开始出现强反型层的能带图