§3 微观粒子的波动性

一、德布罗意假设

物质：实物粒子（原子，分子）和 场物质（ 光）

实物粒子 $(m_0 \neq 0)$ 光 $(m_0 = 0)$

- 光（场物质）：
  - 很早认识到光的波动性；
  - 直到1905年认识到光的粒子性。
- 实物粒子：
  - 很早认识到实物粒子的粒子性；
  - 实物粒子是否也有波动性？

§3 微观粒子的波动性

一、德布罗意假设

“看来光的本性具有奇怪的两重性. 如果说, 在整整几个世纪的长时间里, 在谈论光的理论时, 人们过分地倾向于用波的概念而忽略了“微粒”的概念, 那么在谈论物质的理论时, 人们是否又犯了与此相反的错误呢? 物理学家是否有权利只考虑微粒的概念而忽略波的概念呢? ”

一个具有确定能量 E 和动量 p 的粒子, 它的行为相当于沿动量方向传播的单色平面波, 其波长和频率

$$\nu = \frac{E}{h} \qquad \lambda = \frac{h}{p}$$

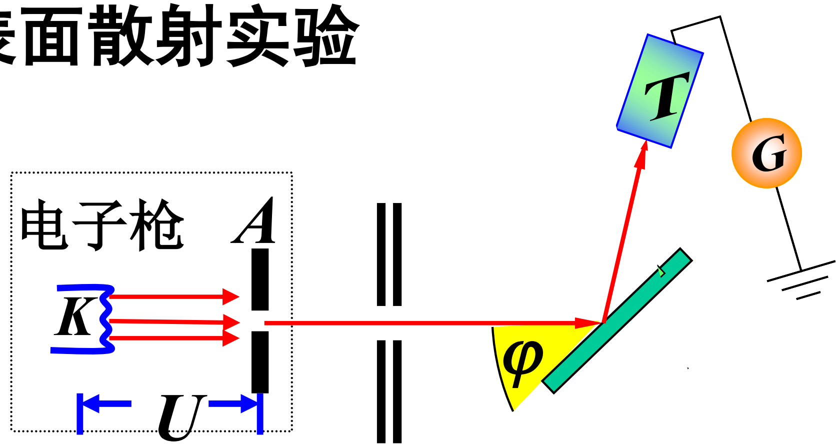
与粒子相联系的波称为物质波 或德布罗意波

他明确指出: 可以用电子波贯穿晶片进行验证。

§3 微观粒子的波动性

二、实验验证

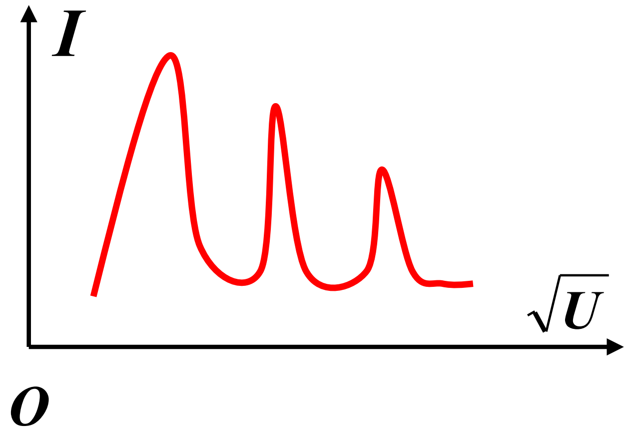
1927年 戴维孙和革末 电子束在晶体表面散射实验



实验：固定φ， 改变U， 测电流值

测量数据 $\varphi = 65^\circ$

$U = 54\ \mathrm{V}$ **出现第一个峰值**



晶格常数：$d = 0.091\ \mathrm{nm}$

布拉格衍射公式：$2d\sin\varphi = k\lambda$

$\lambda = 0.165\ \mathrm{nm}$

§3 微观粒子的波动性

二、实验验证

德布罗意波长（理论计算） $\lambda = \dfrac{h}{p}$

$$p = mv \approx m_0 v \ (v \ll c)$$

$$eU = E_k = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

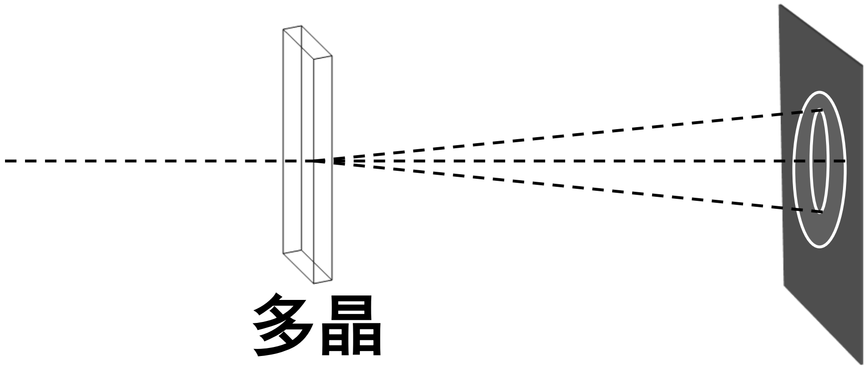
$$= m_0 \sqrt{2eU/m_0} = \sqrt{2em_0 U}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2em_0 U}} = \frac{1.225}{\sqrt{U}}\ \mathrm{nm}$$

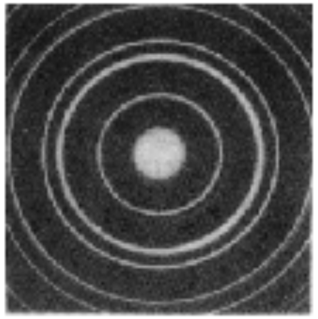
实验数据： $k = 1,\ \lambda = 0.165\ \mathrm{nm},\ U = 54\ \mathrm{V}$

二、实验验证

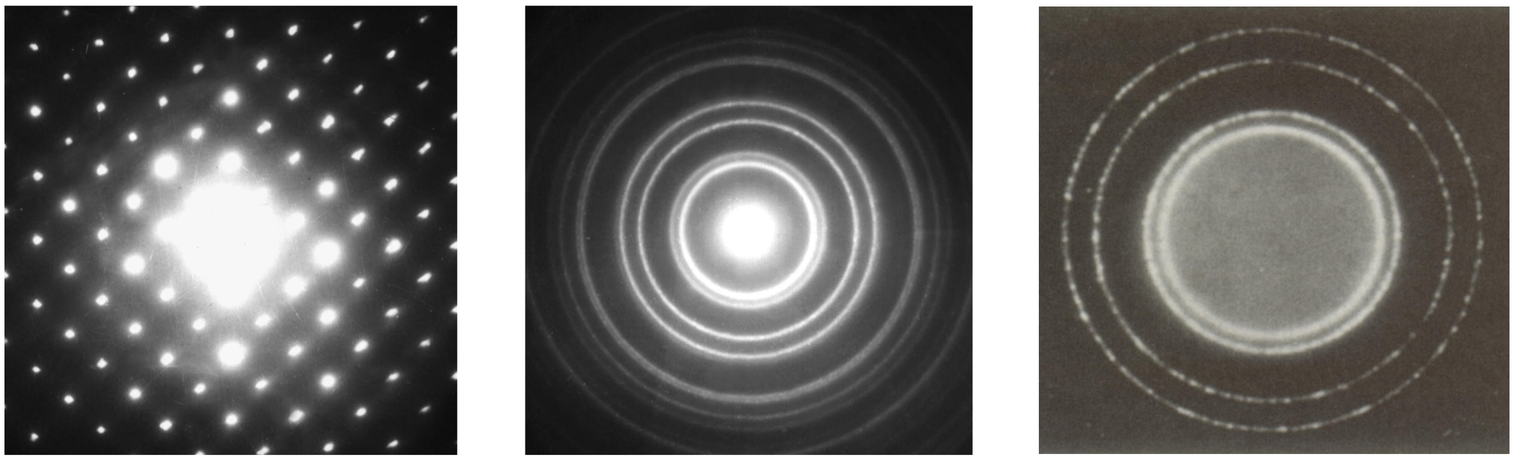
汤姆逊（1927）



多晶
铝箔



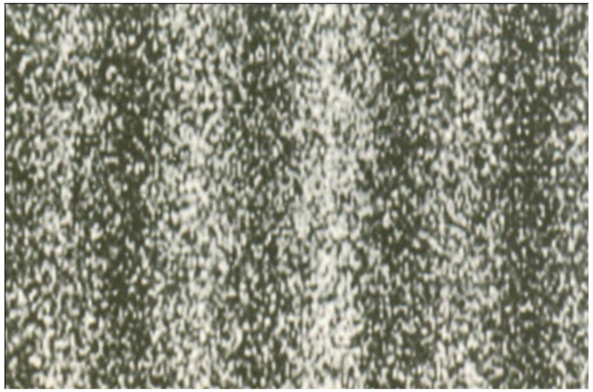
衍射图象



电子衍射图样

二、实验验证

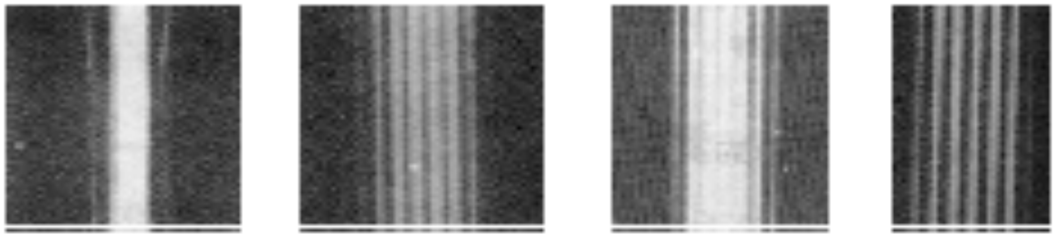
约恩孙电子单逢、双缝、多缝衍射实验(1961年)



电子双缝干涉图样

杨氏双缝干涉图样

电子的单缝、双缝、三缝和四缝衍射实验图象



单缝　双缝　三缝　四缝

§3 微观粒子的波动性

讨论：德布罗意波的波速 u **与粒子运动的速度** v

	速度	动量	能量
粒子	v	$p=mv$	$E=mc^2$
波	$u=\dfrac{c^2}{v}$	$p=\dfrac{h}{\lambda}$	$E=h\nu$

$$\left.\begin{aligned}\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{mv}\\ \nu=\frac{E}{h}=\frac{mc^2}{h}\end{aligned}\right\}\quad u=\lambda\nu=\frac{c^2}{v}$$

电子被电势差U=100kV的电场加速，如果考虑相对论效应，试计算其德布罗意波的波长。若不用相对论计算，则相对误差是多少？

解：用相对论计算

$$eU = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}c^2 - m_0c^2$$

$$p = mv = \frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}v$$

$$\lambda = \frac{hc}{[eU(eU+2m_0c^2)]^{1/2}}$$
$$= 3.71 \times 10^{-12}\ \mathrm{m}$$

若不考虑相对论效应

$$eU = m_0v^2/2$$

$$\lambda' = h/\sqrt{2m_0eU}$$
$$= 3.88 \times 10^{-12}\ \mathrm{m}$$

相对误差：$\dfrac{\lambda'-\lambda}{\lambda} = 4.7\%$

§3 微观粒子的波动性

德布罗意波波长、频率 $\lambda=\dfrac{h}{p}=\dfrac{h}{mv}$ $\nu=\dfrac{E}{h}=\dfrac{mc^2}{h}$

(1) $v\to c,\ m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

$v\ll c,\ m=m_0$

(2) 宏观物质的德布罗意波波长的数量级

地球: $m_0=5.98\times10^{24}\ \mathrm{kg},\ v=29.8\ \mathrm{km/s},\ \lambda=3.72\times10^{-63}\ \mathrm{m}$

子弹: $m_0=0.01\ \mathrm{kg},\ v=300\ \mathrm{m/s},\ \lambda=2.21\times10^{-34}\ \mathrm{m}$

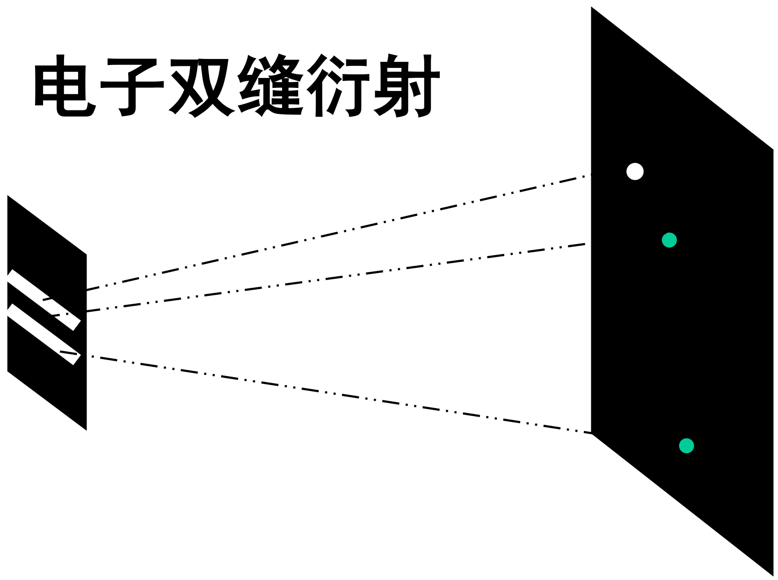
h **极其微小 → 宏观物体波长小得实验难测量 → 宏观物体只表现出“粒子性”**

§4 概率幅与概率波

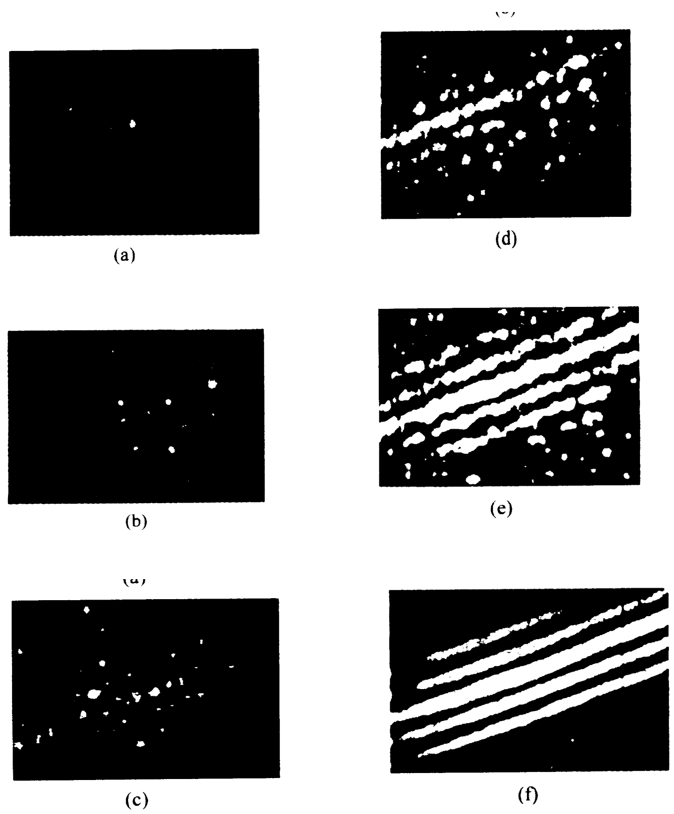
一、概率波–德布罗意波的统计解释

1926年波恩：德布罗意波是**概率波**，它描述了粒子在各处被发现的概率

电子双缝衍射



多个电子间断入射
——开始时出现零散的亮斑，



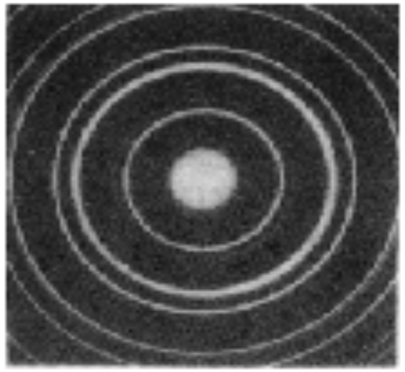
电子数多时则出现衍射斑

一、概率波-德布罗意波的统计解释

电子枪发射电子是间断的：

一个电子入射

—到达电子波强的地方的概率大



1. 与实物粒子相联系的物质波是一个概率波。个别粒子出现在某处是偶然的，大量粒子出现在某处的概率是确定的。

2. 这个概率的分布是由物质波的强度决定的。物质波的强度大，粒子出现的概率就大—波动性

3.电子只能作为一个整体出现，而不会被分割—粒子性

实物粒子具有波粒二象性

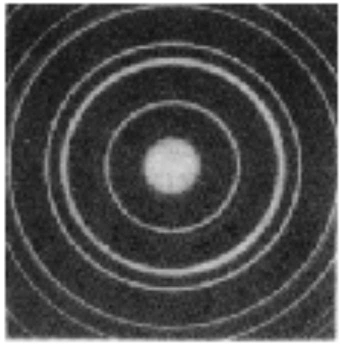
§4 概率幅与概率波

二、概率与概率幅

粒子的波动性强调的是统计结果

物质波的强度大，粒子出现的概率就大

概率 $\propto$ 波的强度 $\propto$ 振幅的平方



衍射图象

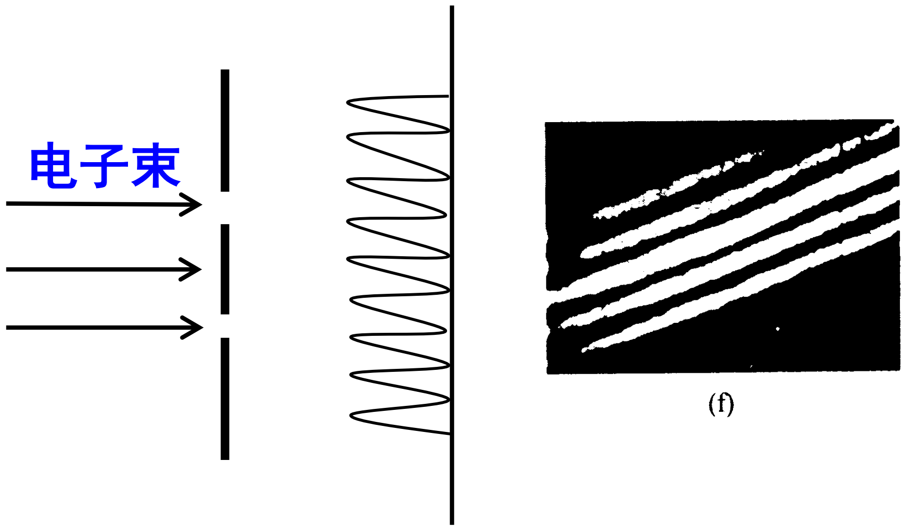
波函数 Ψ— 描述粒子的状态, 是复数

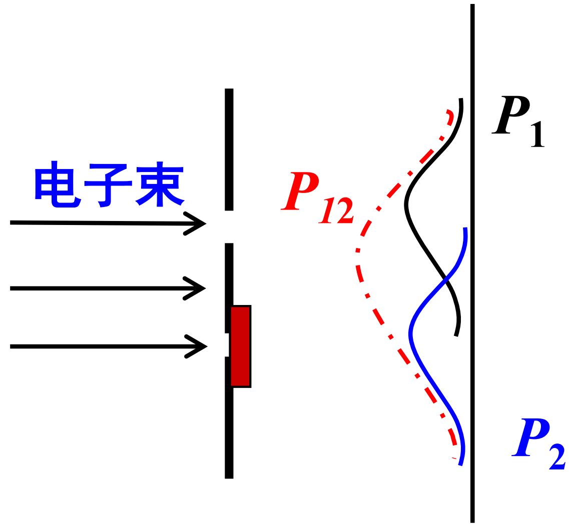
$$(\text{振幅})^2 = \left|\text{模}\right|^2 = \Psi\Psi^*$$

波函数 Ψ—概率幅

二、概率与概率幅

电子双缝衍射





1. 两缝依次打开 $P_1=|\Psi_1|^2$， $P_2=|\Psi_2|^2$

2. 两缝同时打开

经典：概率叠加 $P_{12}=|\Psi_1|^2+|\Psi_2|^2$

量子：概率幅叠加 $\Psi_{12}=\Psi_1+\Psi_2$

$$P_{12}=|\Psi_1+\Psi_2|^2=|\Psi_1|^2+|\Psi_2|^2+\Psi_1^*\Psi_2+\Psi_1\Psi_2^*$$

概率的概念没变，计算概率的方法不同了

三、不确定关系

经典粒子：具有确定的坐标、动量和轨道

微观粒子：具有波动性，在空间出现具有一定概率 ，不能再用坐标、动量、轨道描述

在任意时刻粒子不具有确定的位置和动量！

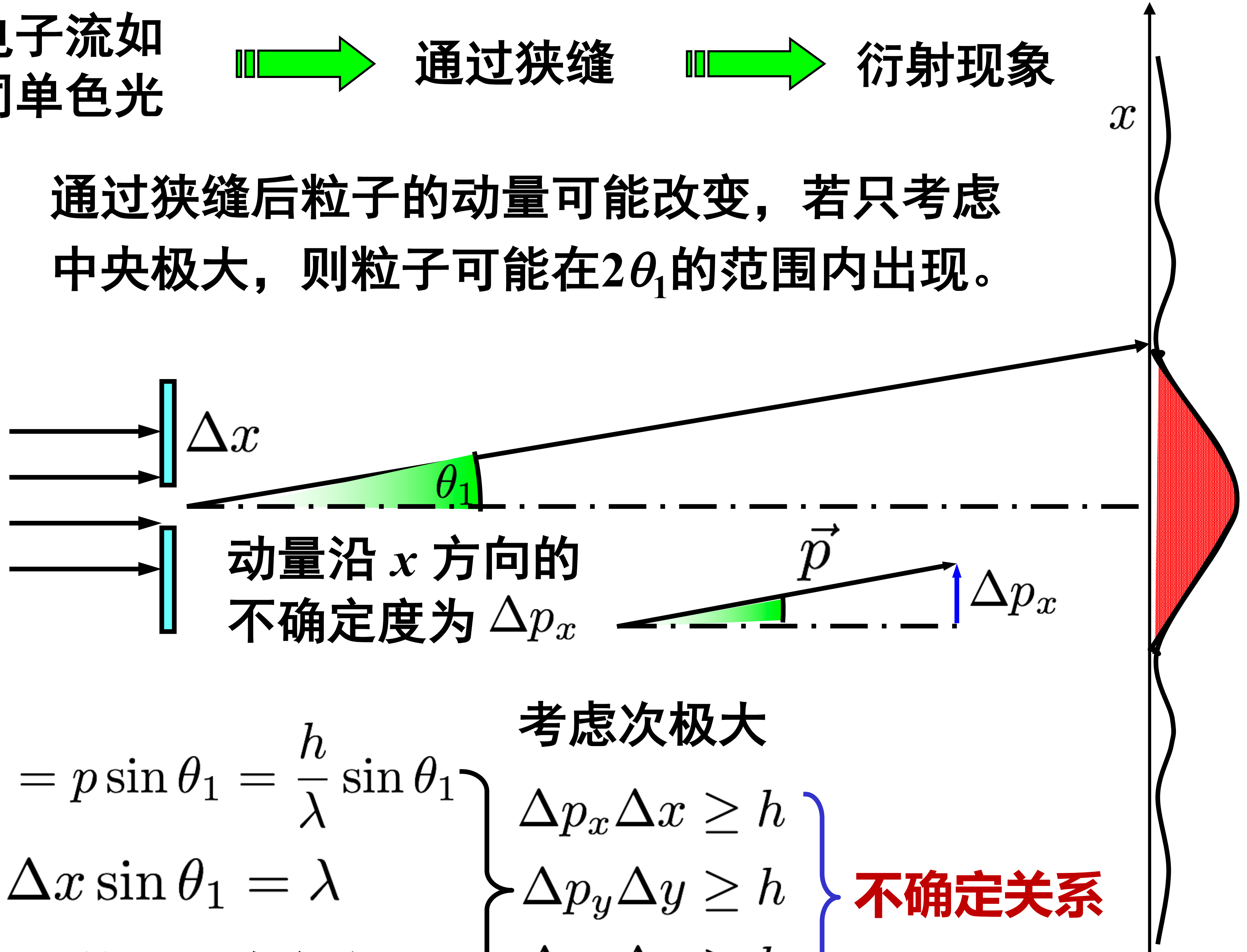
粒子位置的不确定量 Δx 与该方向上动量的不确定 Δp_x 量满足一定的关系——不确定关系

1927年海森堡提出

物理根源是粒子的波粒二象性

电子流如同单色光 → 通过狭缝 → 衍射现象

通过狭缝后粒子的动量可能改变，若只考虑中央极大，则粒子可能在$2\theta_1$的范围内出现。



动量沿 x 方向的不确定度为 Δp_x

$$\Delta p_x = p\sin\theta_1 = \frac{h}{\lambda}\sin\theta_1$$

$$\Delta x\sin\theta_1 = \lambda$$

Δx :位置不确定度

考虑次极大

$$\left.\begin{aligned}\Delta p_x\Delta x &\geq h\\ \Delta p_y\Delta y &\geq h\\ \Delta p_z\Delta z &\geq h\end{aligned}\right\}$$ 不确定关系

§4 概率幅与概率波

三、不确定关系

严格的理论给出**不确定性关系：**

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar/2$$

$$\Delta p_y \Delta y \geq \hbar/2$$

$$\Delta p_z \Delta z \geq \hbar/2$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

能量与时间的不确定性关系

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$$

例题：质量为0.01kg的子弹枪口直径0.5cm， 由不确定关系估算子弹出枪口时的横向速度。

解：

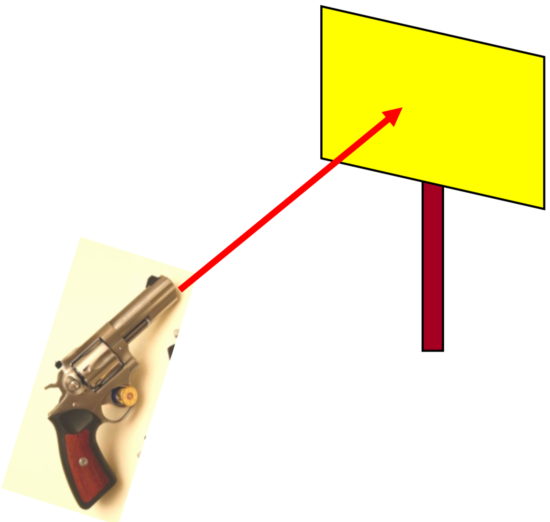
$$\Delta x \approx 0.5 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}$$

$$\Delta v \geq \frac{\hbar}{2m\Delta x} = 1.1 \times 10^{-30}\ \mathrm{m/s}$$

$$\Delta v \geq \frac{h}{m\Delta x} = 1.3 \times 10^{-30}\ \mathrm{m/s}$$

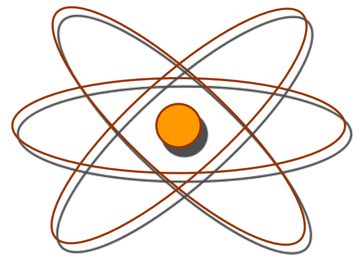
子弹速度 $v \approx 10^2\ \mathrm{m/s}$

$$v \gg \Delta v$$



宏观物体的不确定度远远小于物理量，干扰可忽略。

例题： 原子线度为10^{-10}m，计算原子中电子速度的不确定度。



解：

$$\Delta x = 10^{-10}$$

$$\Delta p = m\Delta v$$

$$\Delta v \geq \frac{h}{m\Delta x} = 7.28 \times 10^{6}\ \mathrm{m/s}$$

按经典力学计算，氢原子中电子的轨道速度 $v \sim 10^{6}\ \mathrm{m/s}$

物理量与其不确定度一样数量级，物理量没有意义了！

在微观领域内，经典的决定论和粒子的轨道概念一同被取消！