课程信息

- 第七次作业：

  1. 阅读黄昆《固体物理》第七章7-1至7-8小结，并总结其主要知识结构或知识点（不超过半页A4纸）

  2. 画出直接带隙半导体与间接带隙半导体的光吸收过程。

  3. 画出霍尔效应的实验示意图，通过霍尔效应能得到半导体的那些信息？

  4. 书后习题7.2

氢原子电子基态能量 $E_{Hi} = -\dfrac{mq^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2(2\hbar^2)}$ $\begin{cases} m \to m^* \\ q^2 \to \dfrac{q^2}{\varepsilon_r} \end{cases}$

施主的电离能 $E_i = -\dfrac{m^* q^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 \varepsilon_r^2 (2\hbar^2)}$

施主态与氢原子中电子的电离能之比 $\dfrac{E_i}{E_{Hi}} = \dfrac{m^*}{m} \cdot \dfrac{1}{\varepsilon_r^2}$

因为 $m^* < m, \ \varepsilon_r >> 1$ $\dfrac{m^*}{m} \cdot \dfrac{1}{\varepsilon_r^2} \sim 10^{-2}$

—— 施主态的电离能较小

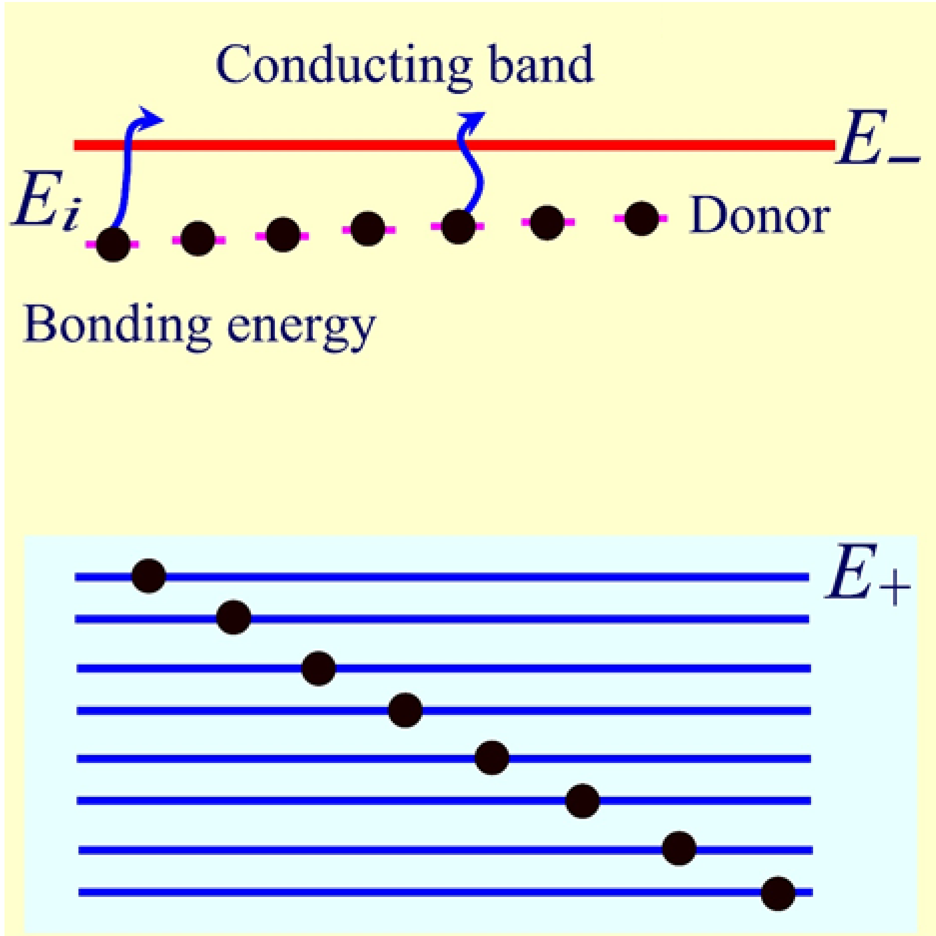
电子电离 —— 电子摆脱施主束缚能在导带中运动

施主的能量在导带底**E_**下面

带隙中的电子获得能量

$$E_i = -\frac{m^* q^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 \varepsilon_r^2 (2\hbar^2)}$$

—— 激发到导带中



氢原子中电子的薛定谔方程 $$(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$$

电子的基态波函数 $$\psi_i(\vec{r}) = Ce^{-\frac{r}{a_0}} \qquad a_0 = \frac{4\pi\hbar^2\varepsilon_0}{mq^2}$$

施主杂质电子的薛定谔方程 $$(-\frac{\hbar^2}{2m^*}\nabla^2 - \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r})F(\vec{r}) = E_d F(\vec{r})$$

电子的基态波函数 $$F(\vec{r}) = C'e^{-\frac{r}{a}}$$

$$a = \frac{4\pi\hbar^2\varepsilon_r\varepsilon_0}{m^* q^2} >> a_0 = 0.052\,nm$$

对于掺入少一个电子的原子构成受主的情况是类似的

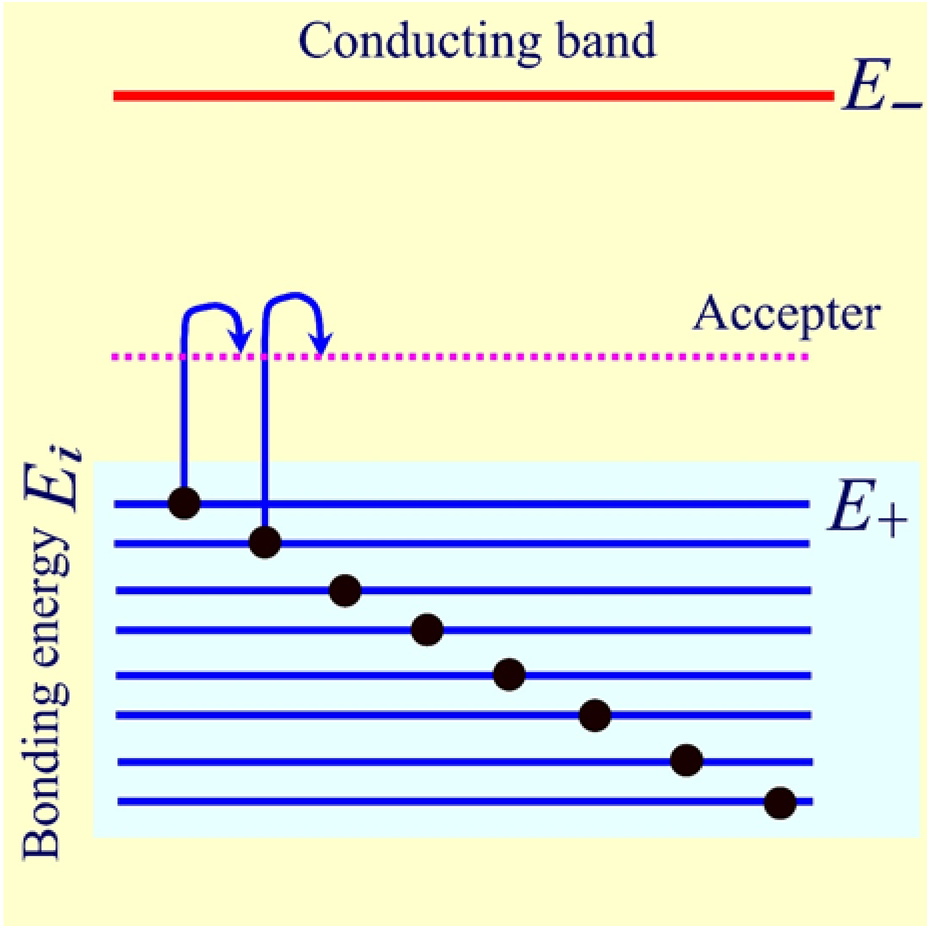
—— 满带中的空穴可以被杂质的负离子所束缚

一个束缚空穴的受主能级位于满带$\mathbf{E}_+$上面

—— 满带中的一个电子需要吸收能量

$$E_i$$

—— 才可以从满带跃迁到受主能级，而在满带中留下一个自由空穴



—— 以上形成的施主或受主，称为类氢杂质能级

特点 —— 束缚能很小，对于产生电子和空穴特别有效，施主或受主的能级非常接近导带或价带，称浅能级杂质

3. 深能级杂质

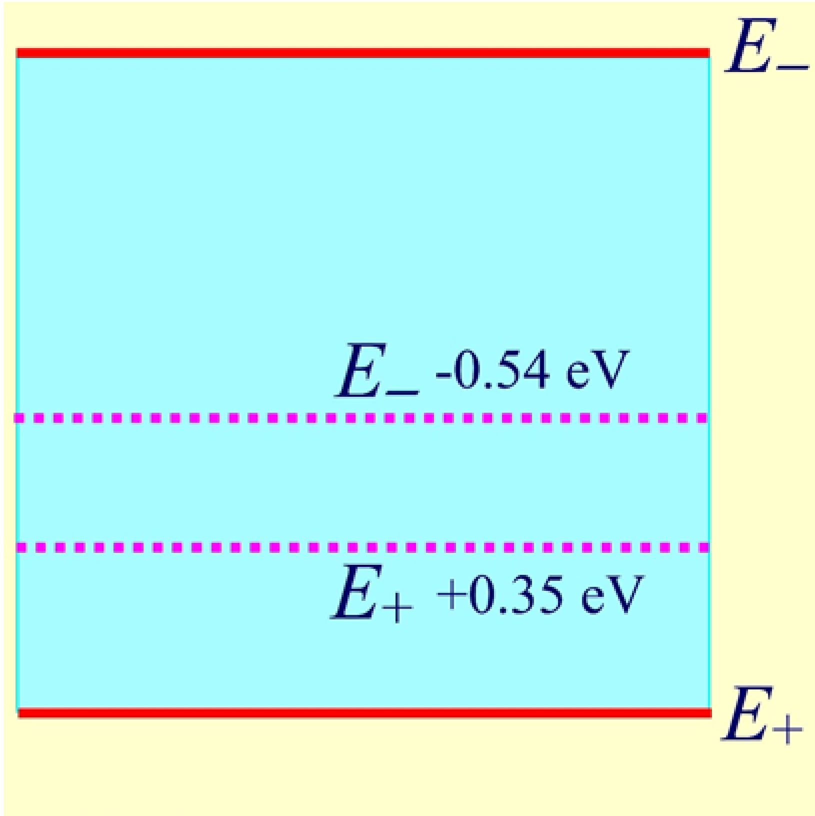
一些掺杂半导体中的杂质或缺陷在带隙中引入的能级较深

—— 深能级杂质

—— 掺**Au**的**Si**半导体

—— 受主能级：导带下**0.54 eV**

—— 施主能级：价带上**0.35 eV**



⌧ 深能级杂质的多重能级与荷电状态

一般情况下深能级杂质大多为多重能级

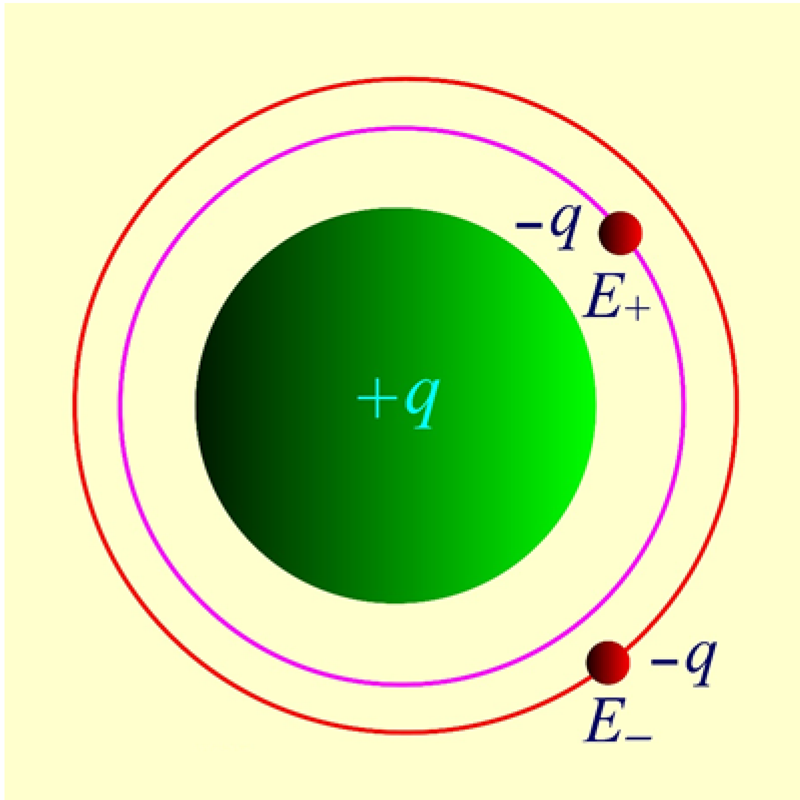
—— 在**Si**中掺杂的**Au**原子为两重能级

—— 多重能级反映了杂质带电的情况

1) 两个能级均无电子填充时，**Au**杂质带正电

2) 受主能级填充一个电子，施主能级无电子填充时，**Au**为中性带电状态；

3) 受主能级和施主能级都有电子填充时，**Au**杂质带负电

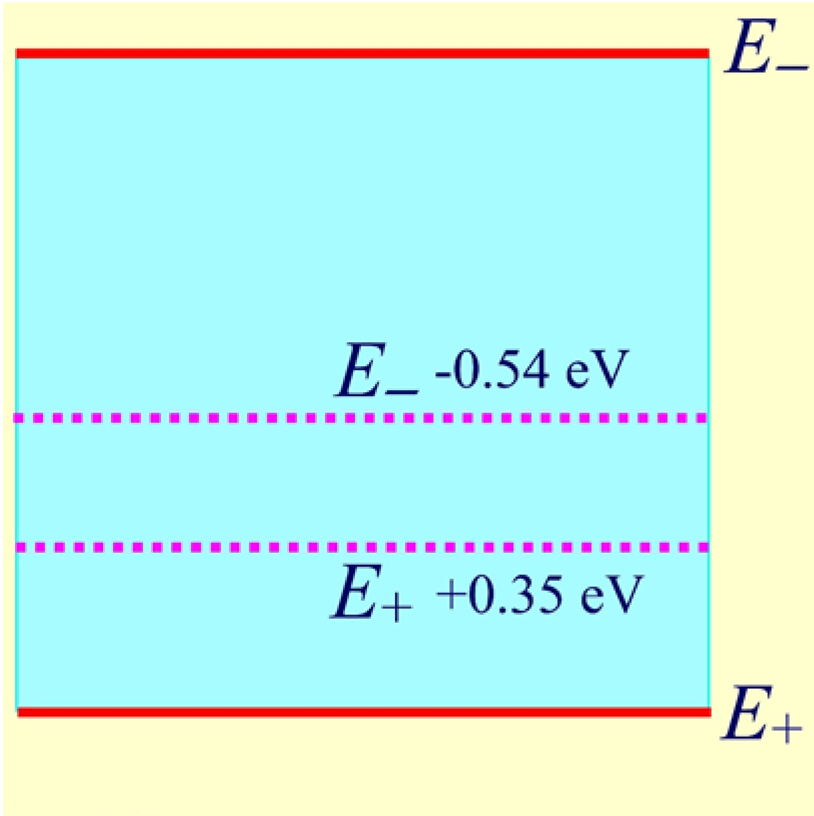


⌧ 深能级杂质和缺陷的作用

1) 可以成为有效复合中心，大大降低载流子的寿命；

2) 可以成为非辐射复合中心，影响半导体的发光效率；

3) 可以作为补偿杂质，大大提高半导体材料的电阻率



§ 7.3 半导体中电子的费米统计分布

1. 半导体载流子

半导体中的电子服从费米 —— 狄拉克统计

—— 在金属中，电子填充空带的部分形成导带，相应的费米能级位于导带中

—— 对于掺杂不太多的半导体，热平衡下，施主电子激发到导带中，同时价带中还有少量的空穴

—— 半导体中电子的费米能级位于带隙之中

半导体中费密能级位于带隙之中　且有

$$E_{-} - E_F >> k_B T$$

$$E_F - E_{+} >> k_B T$$

电子在导带各能级分布的几率

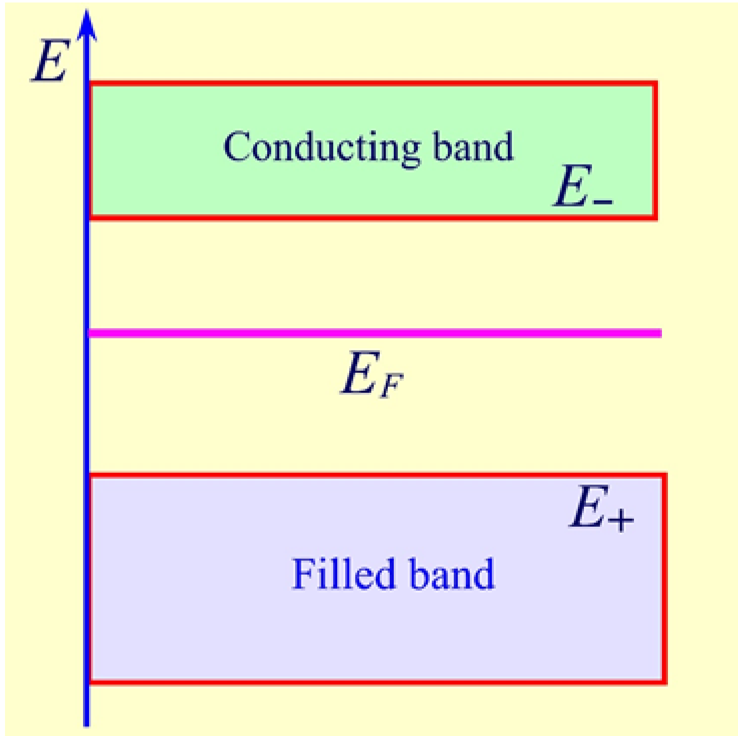
$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1}$$

$$f(E) \approx e^{-(E-E_F)/k_B T}$$

—— 导带中的电子接近经典玻耳兹曼分布

$$f(E) << 1$$

—— 导带中每个能级上电子的平均占据数很小



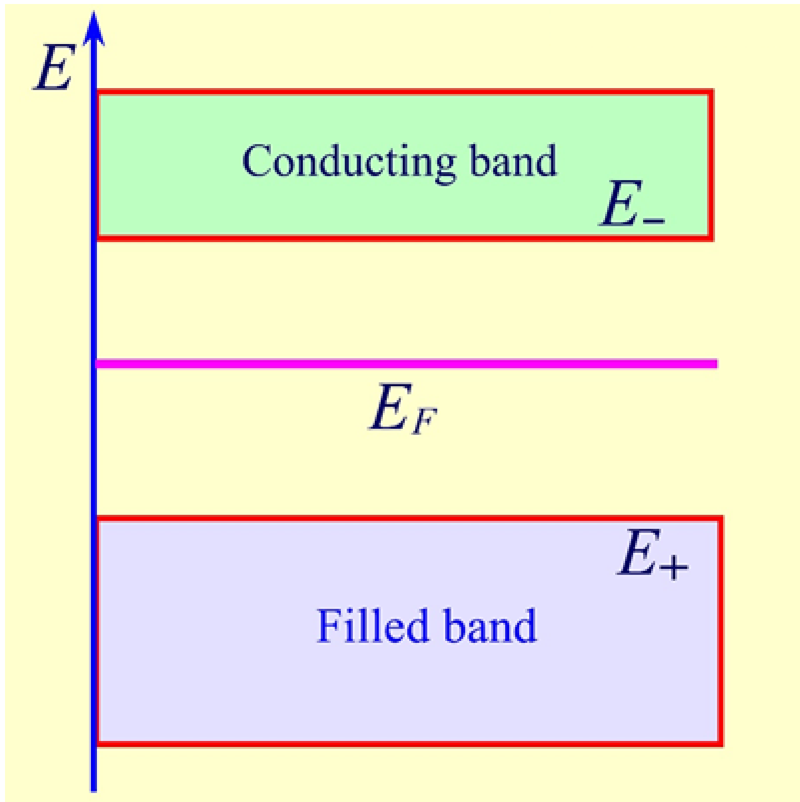
满带中空穴占据的几率 —— 能级不被电子占据的几率

$$1-f(E)=1-\frac{1}{e^{(E-E_F)/k_BT}+1}=\frac{1}{e^{(E_F-E)/k_BT}+1}$$

应用 $E_F-E>E_F-E_+>>k_BT$

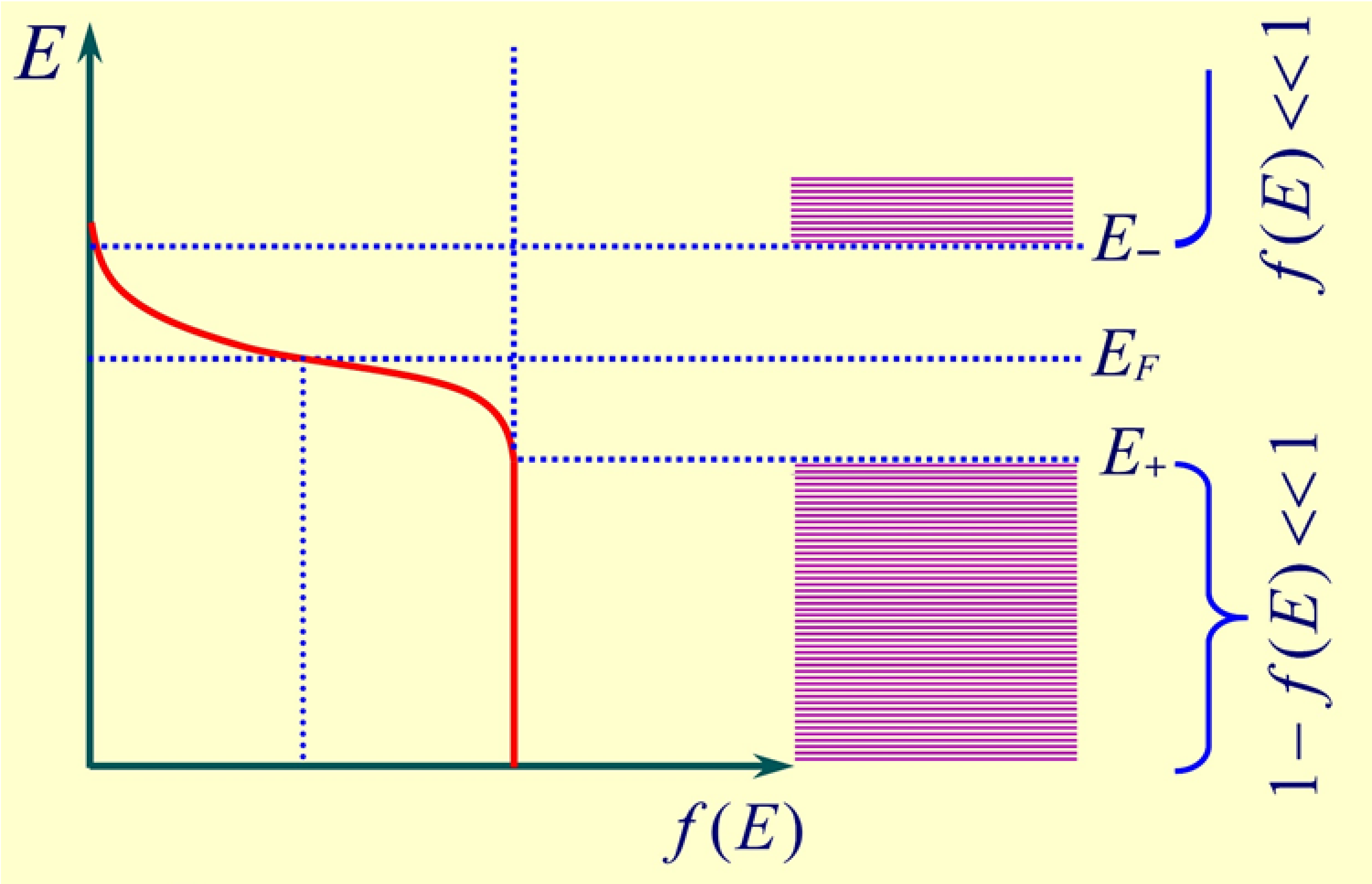
$$1-f(E)\approx e^{-\frac{E_F-E}{k_BT}}$$

—— 空穴占据状态的$\boldsymbol{E}$越低(电子的能量)，空穴的能量越高，空穴平均占据数越小(电子占据数越大)



—— 半导体中的导带能级和满带能级远离费密能量

—— 导带接近于空的，满带接近于充满



2. 费密能级和载流子浓度

导带底附近的能量 $E(\vec{k}) = E_- + \dfrac{\hbar^2 k^2}{2m_-^*}$

满带顶附近的能量 $E(\vec{k}) = E_+ - \dfrac{\hbar^2 k^2}{2m_+^*}$

$$N(E) = \frac{V}{4\pi^3 \left|\nabla_k E\right|}\int dS$$

应用自由电子能态密度 $N(E) = \dfrac{V}{4\pi^3}\dfrac{m}{\hbar^2 k}\cdot 4\pi k^2$

$$k_- = \sqrt{2m_-^*(E - E_-)} / \hbar \qquad N_-(E) = \frac{4\pi V}{h^3}(2m_-^*)^{3/2}\sqrt{E - E_-}$$

$$k_+ = \sqrt{2m_+^*(E_+ - E)} / \hbar \qquad N_+(E) = \frac{4\pi V}{h^3}(2m_+^*)^{3/2}\sqrt{E_+ - E}$$

导带中电子的浓度

$$n = \int_{E_-}^{\infty} f(E) N_-(E) dE \qquad f(E) = e^{-(E-E_F)/k_B T}$$

$$N_-(E) = \frac{4\pi V}{h^3} (2m_-^*)^{3/2} \sqrt{E - E_-}$$

$$n = \frac{4\pi}{h^3} (2m_-^*)^{3/2} \int_{E_-}^{\infty} e^{-\frac{E-E_F}{k_B T}} \sqrt{E - E_-} dE$$

$$n = \frac{4\pi}{h^3} (2m_-^*)^{3/2} e^{-\frac{E_- - E_F}{k_B T}} \int_{E_-}^{\infty} e^{-\frac{E-E_-}{k_B T}} \sqrt{E - E_-} dE$$

$$n=\frac{4\pi}{h^3}(2m_-^*)^{3/2}e^{-\frac{E_- - E_F}{k_BT}}\int_{E_-}^{\infty}e^{-\frac{E-E_-}{k_BT}}\sqrt{E-E_-}\,dE$$

令 $\xi=\dfrac{E-E_-}{k_BT}$

$$n=\frac{4\pi}{h^3}(2m_-^*k_BT)^{3/2}e^{-\frac{E_- - E_F}{k_BT}}\int_0^{\infty}\xi^{1/2}e^{-\xi}d\xi$$

$$n=\frac{2(2\pi m_-^*k_BT)^{3/2}}{h^3}e^{-\frac{E_- - E_F}{k_BT}}$$

—— 有效能级密度 $N_-=\dfrac{2(2\pi m_-^*k_BT)^{3/2}}{h^3}$

导带电子浓度 $\boxed{n = N_{-} e^{-\frac{E_{-}-E_F}{k_B T}}}$ $N_{-} = \dfrac{2(2\pi m_{-}^{*} k_B T)^{3/2}}{h^3}$

—— 单位体积中导电电子数就是如同导带底 E_{-} 处的 N_{-} 个能级所应含有的电子数

空穴浓度 $p = \int_{-\infty}^{E_{+}} [1 - f(E)] N_{+}(E) dE$

$$\boxed{p = N_{+} e^{-\frac{E_F - E_{+}}{k_B T}}} \qquad N_{+} = \frac{2(2\pi m_{+}^{*} k_B T)^{3/2}}{h^3}$$

$$np = N_{-} N_{+} e^{-\frac{E_{-}-E_{+}}{k_B T}}$$

—— 温度不变，导带中电子越多，空穴越少，反之亦然

3. 杂质激发

如果N型半导体主要含有一种施主，施主的能级: E_D

施主的浓度: N_D

—— 足够低的温度下，载流子主要是从施主能级激发到导带的电子

导带中电子的数目是空的施主能级数目 $n = N_D[1 - f(E)]$

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_BT} + 1} \qquad n = N_D[\frac{1}{1 + e^{(E_F - E_D)/k_BT}}]$$

因为 $n = N\_e^{-(E\_ - E_F)/k_BT}$ —— 两式消去 E_F

$$n=\frac{N_D}{1+\frac{n}{N_\_}\boxed{e^{(E_\_-E_D)/k_BT}}}$$

$E_\_-E_D$ —— 导带底与施主能级差

施主的电离能 $\boxed{E_i=E_\_-E_D}$

$$\frac{1}{N_\_}e^{E_i/k_BT}n^2+n=N_D$$

导带中电子的数目 $$n=\frac{-1+[1+4(\frac{N_D}{N_\_})e^{E_i/k_BT}]^{1/2}}{(2/N_\_)e^{E_i/k_BT}}$$

$$n=\frac{-1+[1+4(N_D/N_-)e^{E_i/k_BT}]^{1/2}}{2e^{E_i/k_BT}/N_-}$$

温度很低时 $k_BT<<E_i$　　$n\approx(N_-N_D)^{1/2}e^{-E_i/2k_BT}$

——很少的施主被电离

温度足够高时 $N_-=\frac{2(2\pi m_-^*k_BT)^{3/2}}{h^3}$　　$\frac{N_D}{N_-}e^{E_i/k_BT}<<1$

$$n=\frac{-1+[1+2(N_D/N_-)e^{E_i/k_BT}+\cdots]}{2e^{E_i/k_BT}/N_-}$$

—— 施主几乎全被电离，导带中的电子数接近于施主数

P型半导体

受主的能级位置: $\mathbf{E_A}$　受主浓度: $\mathbf{N_A}$

—— 足够低的温度下，载流子主要是从受主能级激发到满带的空穴

满带中空穴的浓度 $$p=\frac{-1+[1+4(\frac{N_A}{N_+})e^{E_i/k_BT}]^{1/2}}{2e^{E_i/k_BT}/N_+}$$

$$E_i=E_A-E_+$$ —— 受主的电离能

在足够低的温度下 $k_BT<<E_i$　　$p\approx(N_+N_A)^{1/2}e^{-E_i/2k_BT}$

—— 只有很少的受主被电离

4. 本征激发

—— 足够高的温度下，本征激发占主导地位

满带到导带的电子激发

—— 特点为每产生一个电子同时将产生一个空穴 $n \approx p$

$$np = N_- N_+ e^{-\frac{E_- - E_+}{k_B T}} \qquad n \approx p = \sqrt{N_- N_+} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

$$E_g = E_- - E_+ \text{ —— 带隙宽度}$$

因为 $E_g >> E_i$

—— 本征激发随温度变化更为陡峭

—— 测量分析载流子随温度的变化，可以确定带隙宽度

§ 7.4 电导和霍耳效应

1. 半导体电导率

在一般电场情况下，半导体的导电服从欧姆定律

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$ —— σ为电导率

—— 半导体中可以同时有两种载流子

电流密度 $\vec{j} = nq\vec{v}_- + pq\vec{v}_+$

$\vec{v}_+$，$\vec{v}_-$ —— 空穴和电子在外场下获得的平均漂移速度

平均漂移速度和外场的关系 $\vec{v}_+ = \mu_+ \vec{E}, \quad \vec{v}_- = \mu_- \vec{E}$

$\mu_+, \ \mu_-$ —— 空穴和电子的迁移率

欧姆定律 $\vec{j} = nq\mu_- \vec{E} + pq\mu_+ \vec{E}$

电导率 $\sigma = nq\mu_- + pq\mu_+$

载流子的漂移运动是电场加速和半导体中散射的结果

散射来自于晶格振动和杂质

—— 温度较高时，晶格振动对载流子的散射是主要的

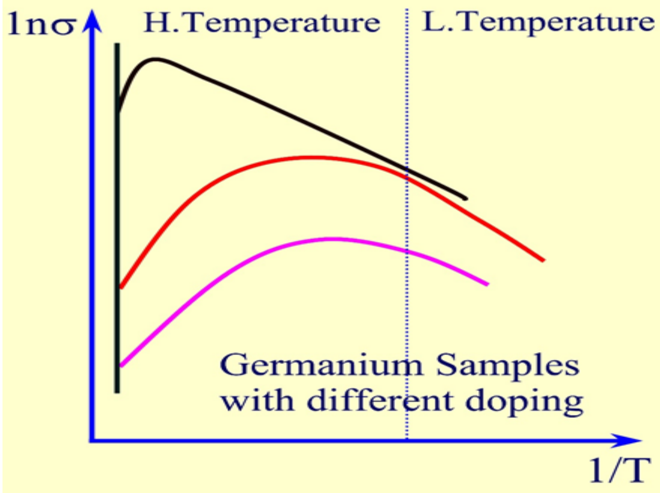
—— 温度较低时，杂质的散射是主要的

—— 迁移率一方面决定于有效质量 ______ 加速作用
另一方面决定于散射几率

杂质激发的范围，主要是一种载流子 $\sigma = \begin{cases} nq\mu_- & N \\ pq\mu_+ & P \end{cases}$

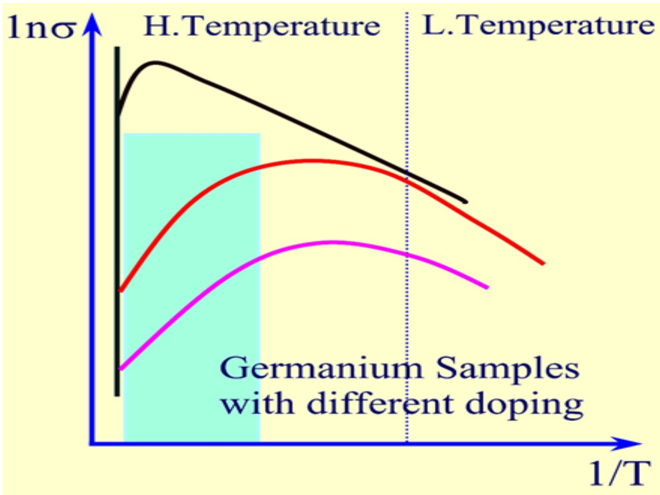
掺杂不同的Ge半导体 —— 导电率随温度变化

1) 低温范围，杂质激发的载流子起主要作用 —— 载流子的数目与掺杂的情况有关



2) 高温范围，本征激发的载流子起主要作用 —— 载流子的数目与掺杂的情况无关

3) 中间温度区间，温度升高时，导电率反而下降 —— 晶格散射作用



2. 半导体的霍耳效应

半导体片置于xy平面内

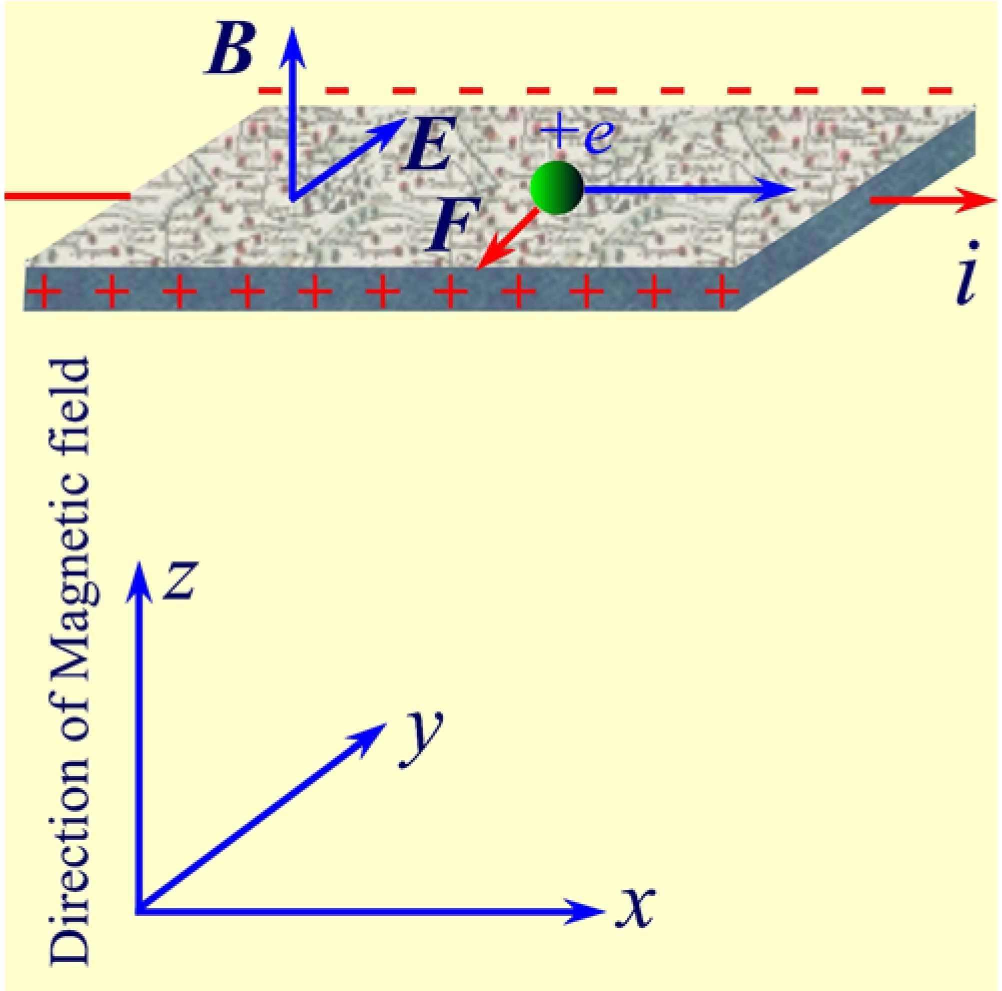
—— 电流沿x方向

—— 磁场垂直于半导体片沿z方向

空穴导电的P型半导体，载流子受到洛伦兹力

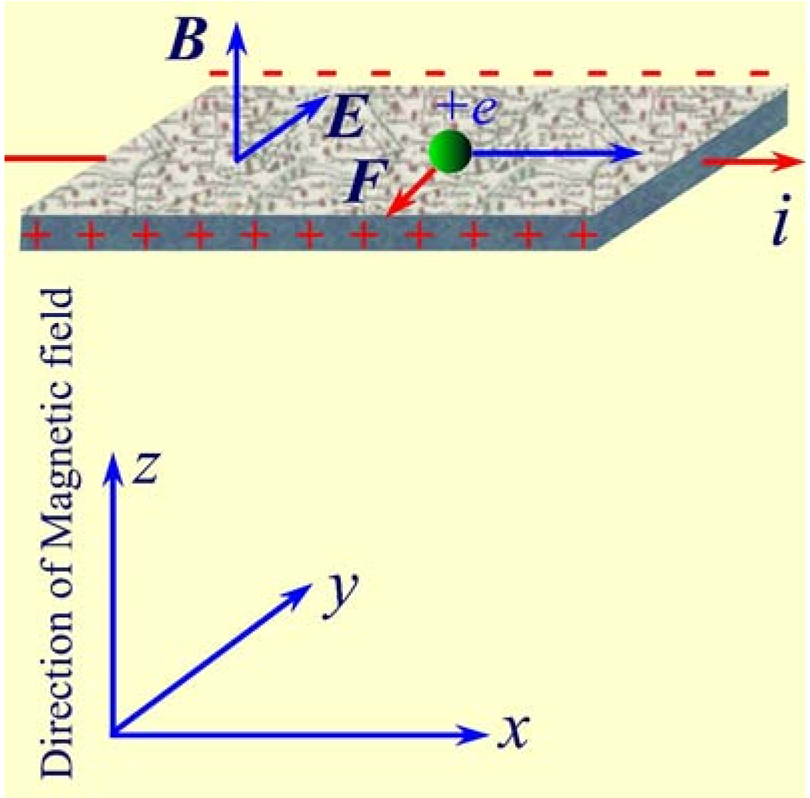
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F_y = -qv_x B_z$$



半导体片两端形成正负电荷的积累，产生静电场

达到稳恒，满足 $qE_y = qv_x B_z$



电流密度 $j_x = pqv_x$

电场强度 $E_y = \dfrac{1}{pq} j_x B_z$

$1/pq$ —— 霍耳系数

电子导电的**N**半导体　电场强度 $E_y = -\dfrac{1}{nq} j_x B_z$

$-1/nq$ —— 霍耳系数

$$E_y = \frac{1}{pq} j_x B_z \qquad 1/pq \text{ —— 霍耳系数}$$

$$E_y = -\frac{1}{nq} j_x B_z \qquad -1/nq \text{ —— 霍耳系数}$$

—— 半导体的霍耳系数与载流子浓度成反比

—— 半导体的霍耳效应比金属强得多

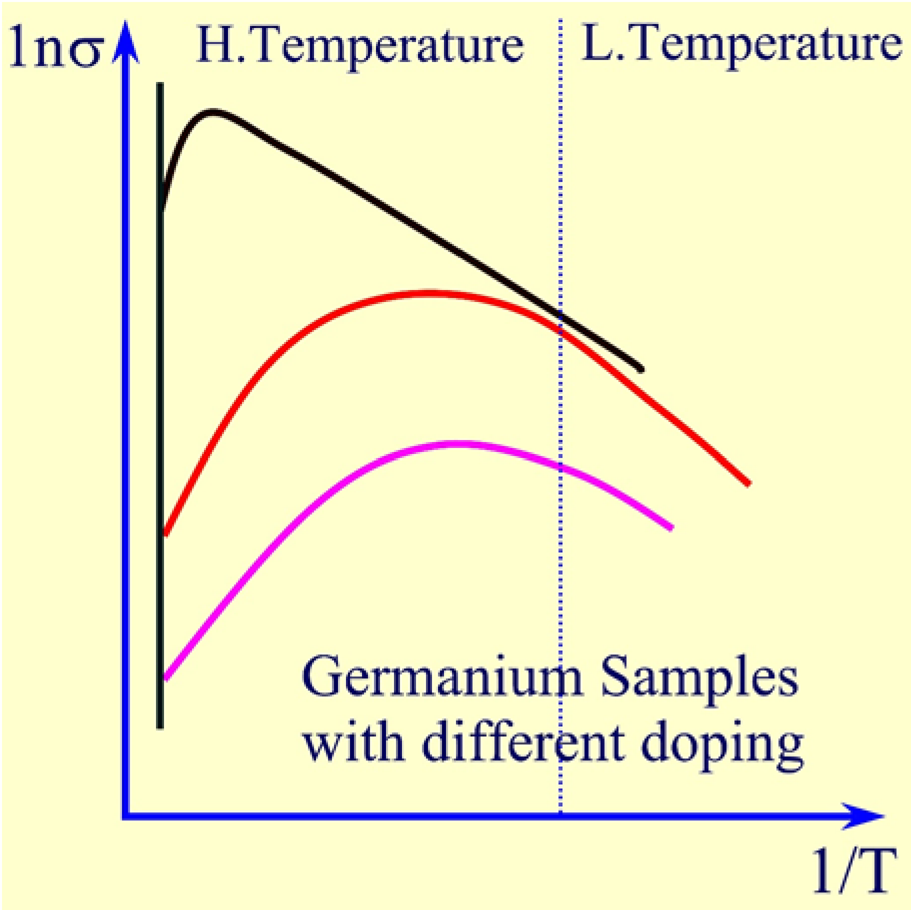
—— 测量霍耳系数可以直接测得载流子浓度

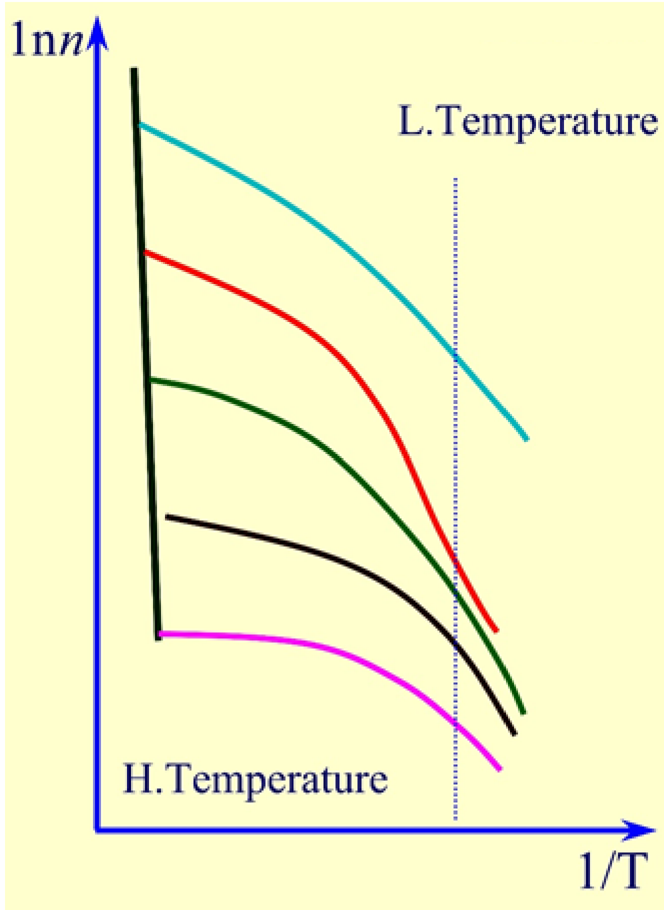
—— 确定载流子的种类

霍耳系数为正 —— 空穴导电

霍耳系数为负 —— 电子导电

—— 根据电导和载流子浓度的测量结果，与理论计算的结果进行比较可以获得带隙宽度、杂质电离能和杂质浓度等信息





§ 7.5 非平衡载流子

N型半导体 —— 主要载流子是电子，也有少量的空穴载流子

电子 —— 多数载流子 —— 多子

空穴 —— 少数载流子 —— 少子

P型半导体 —— 主要载流子是空穴，也有少量的电子载流子

空穴 —— 多数载流子 —— 多子

电子 —— 少数载流子 —— 少子

热平衡下电子和空穴的浓度

半导体中的杂质电子，或价带中的电子通过吸收热能，激发到导带中 —— 载流子的产生

电子回落到价带中和空穴发生复合 —— 载流子的复合

—— 达到平衡时，载流子的产生率和复合率相等

电子和空穴的浓度有了一定的分布

电子和空穴的浓度满足 $$n_0 p_0 = N_- N_+ e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

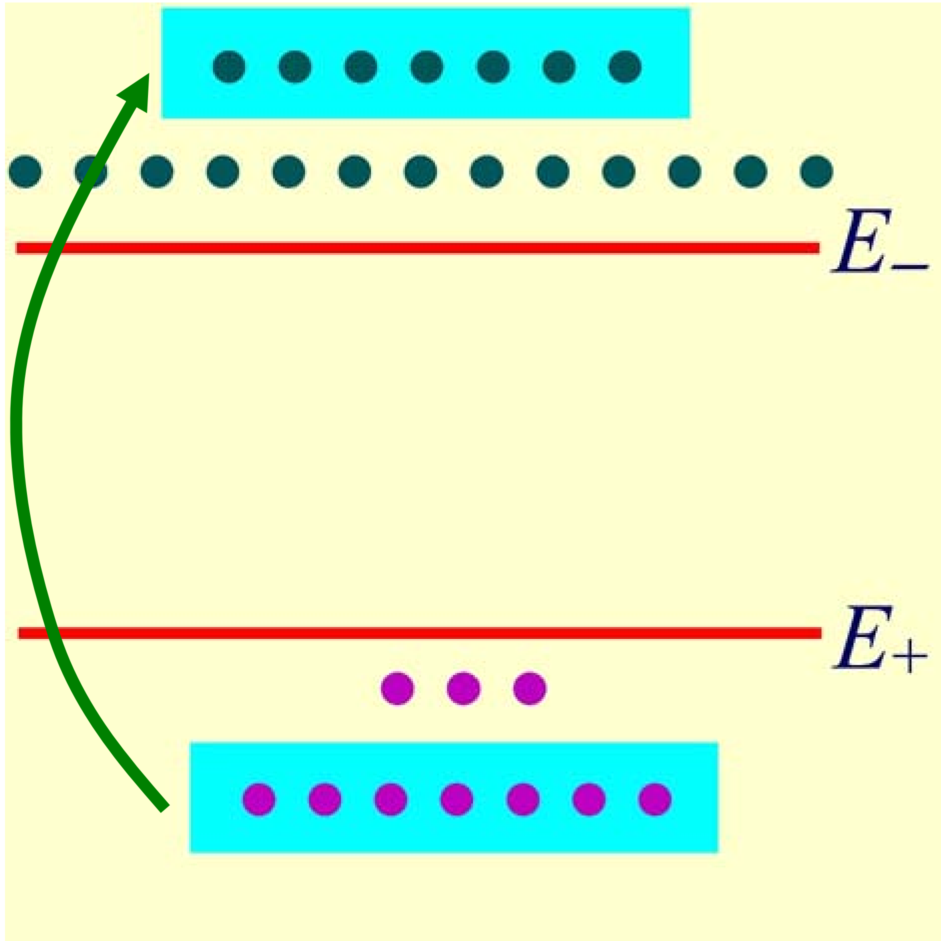
—— 热平衡条件

在外界的影响作用下，电子和空穴浓度可能偏离平衡值

—— 本征光吸收产生电子 — 空穴对

即有 $\Delta n = n - n_0$

$$\Delta p = p - p_0$$



—— 非平衡载流子

非平衡电子和非平衡空穴的浓度相同

$$\Delta n = \Delta p$$

—— 如本征光吸收

非平衡载流子对多子和少子的影响

多子的数目很大 —— 非平衡载流子对多子的影响不明显

—— 对少子将产生很大影响

—— 在讨论非平衡载流子的问题时
主要关心的是非平衡少数载流子

1. 非平衡载流子的复合和寿命

在热平衡下，载流子的浓度具有稳定值

非平衡载流子 —— 光照可以产生载流子