2. 什么是声子？声子与光子有哪些共同特点？

声子是晶格振动的能量量子（或答晶格振动的元激发、描述量子化晶格振动的准粒子等答案都正确）。声子与光子的共同特点：1）都是玻色子；2）都具有动量和能量；3）都是准粒子；4）都可以与电子相互作用；5）其他合理答案。

3. 为什么晶体中电子的能量会形成不连续的能带？

简单地说，由于晶体中**周期势场**的作用，电子能量在布里渊区边界断开形成不连续的能带。（回答至此即可）

具体地说，在近自由电子近似条件下，由非简并微扰论得到的电子能量在布里渊区边界发散，其原因为在布里渊区边界附近存在两个以上能量相近的状态，故应使用简并微弱论。在简并微扰论中，这些能量相近的态的进行相互作用后，使得原本能量高的状态能量更高，原本能量低的状态能量更低，导致了能量的不连续。

3.6 求出一维单原子链的频率分布函数 g(w)

解答：

一维单原子链的色散关系为：

$$\omega(q)=\sqrt{\frac{4\beta}{m}}\,|\sin\frac{1}{2}aq|=\omega_m\,|\sin\frac{1}{2}aq|$$

其中ω_m为最大振动频率。

对上式微分可得 ：

$$d\omega=\frac{a}{2}\omega_m\,|\cos\frac{1}{2}aq|\,dq=\frac{a}{2}\sqrt{\omega_m^2-\omega^2}\,dq$$

一维下，波矢 q 的分布密度为 Na/2π，在线元 dq 中的振动模式数目为：

$$dn=2\times\frac{Na}{2\pi}dq=2\times\frac{Na}{2\pi}\frac{dq}{d\omega}d\omega$$

注意，每一个ω对应正负两个 q，故乘以 2

则振动模式密度为：

$$g(\omega)=\frac{dn}{d\omega}=\frac{2N}{\pi\sqrt{\omega_m^2-\omega^2}}$$

4.1、根据 $k=\pm\frac{\pi}{a}$ 状态简并微扰结果，求出与 E_- 及 E_+ 相应的波函数 ψ_- 及 ψ_+ ?，并说明它们的特性. 说明它们都代表驻波，并比较两个电子云分布 $|\psi|^2$ 说明能隙的来源(假设 V_n=V_n^*)。

<解>令 $k=+\frac{\pi}{a}$，$k'=-\frac{\pi}{a}$，简并微扰波函数为 $\psi=A\psi_k^0(x)+B\psi_k^0(x)$

$$\begin{cases}\left[E^0(k)-E\right]A+V_n^*B=0\\ V_nA+\left[E^0\left(k'\right)-E\right]B=0\end{cases}\qquad 取 E=E_+$$

带入上式，其中 $E_+=E^0(k)+|V_n|$

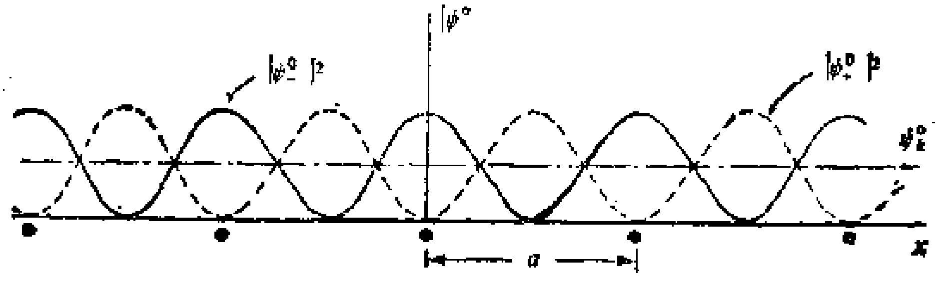
V(x)<0, $V_n<0$,从上式得到 B= -A,于是

$$\psi_+=A\left[\psi_k^0(x)-\psi_{k'}^0(x)\right]=\frac{A}{\sqrt{L}}\left[e^{i\frac{n\pi}{a}x}-e^{-i\frac{n\pi}{a}x}\right]=\frac{2A}{\sqrt{L}}\sin\frac{n\pi}{a}x$$

取 $E=E_-$，$E_-=E^0(k)-|V_n|$　　$|V_n|A=-V_nB$, 得到 $A=B$

$$\psi_-=A\left[\psi_k^0(x)-\psi_{k'}^0(x)\right]=\frac{A}{\sqrt{L}}\left[e^{i\frac{n\pi}{a}x}-e^{-i\frac{n\pi}{a}x}\right]=\frac{2A}{\sqrt{L}}\cos\frac{n\pi}{a}x$$

由教材可知，Ψ_+ 及 Ψ_- 均为驻波.　在驻波状态下，电子的平均速度 $v(k)$ 为零. 产生驻波因为电子波矢 $k=\frac{n\pi}{a}$ 时，电子波的波长 $\lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2a}{n}$，恰好满足布拉格发射条件，这时电子波发生全反射，并与反射波形成驻波由于两驻波的电子分布不同，所以对应不同代入能量。



例 2 图　ψ_+ 及 ψ_- 的电子云分布

4.2、写出一维近自由电子近似，第 n 个能带(n=1，2，3)中，简约波数 $k=\frac{\pi}{2a}$ 的 0 级波函数。

<解> $\psi_k^*(x)=\frac{1}{\sqrt{L}}e^{ikx}=\frac{1}{\sqrt{L}}e^{i\bar{k}x}e^{i\frac{2\pi}{a}mx}=\frac{1}{\sqrt{L}}e^{i\frac{\pi}{2a}x}\cdot e^{i\frac{2\pi}{a}mx}=\frac{1}{\sqrt{L}}e^{i\frac{2\pi}{a}(m+\frac{1}{4})x}$

第一能带：$m\cdot\frac{\pi}{2a}=0,m=0,\psi_k^*(x)=\frac{1}{\sqrt{L}}e^{i\frac{\pi}{2a}x}$

第二能带：$b=b'$则$b'\to b,m\cdot\frac{2\pi}{a}=-\frac{2\pi}{a}$,即$m=-1$,（$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{a}x}=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{2\mathrm{a}}}$）$\therefore\psi_k^*(x)=\frac{1}{\sqrt{L}}e^{i\frac{3\pi}{2a}x}$

第三能带：$c'\to c,m\cdot\frac{2\pi}{a}=\frac{2\pi}{a}$,即$m=1,\psi_k^*(x)=\frac{1}{\sqrt{L}}e^{i\frac{\pi}{2a}x}\cdot e^{i\frac{2\pi}{a}x}=\frac{1}{\sqrt{L}}e^{i\frac{5\pi}{2a}x}$