§3. Maxwell方程组积分形式

Maxwell 的新思想：

1、**涡旋电场**

—变化的磁场产生电场

2、**位移电流**

—变化的电场产生磁场

前人的经验：

静电场

$$\oint_S \vec{D} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = Q$$

$$\oint_L \vec{E}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{r} = 0$$

稳恒磁场

$$\oint_S \vec{B}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{H}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{r} = I$$

§ 3. Maxwell方程组积分形式

静电场

$$\oint_S \vec{D}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = Q$$

$$\oint_L \vec{E}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{r} = 0$$

涡旋电场

$$\oint_S \vec{D}' \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{E}' \cdot \mathrm{d}\vec{r} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

稳恒磁场

$$\oint_S \vec{B}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{H}_0 \cdot \mathrm{d}\vec{r} = I$$

激发磁场

$$\oint_S \vec{B}' \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{H}' \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

两类场同时存在：

$$\vec{D} = \vec{D}_0 + \vec{D}', \vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}'$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = Q = \iiint_V \rho \mathrm{d}V$$

$$\oint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

Maxwell 方程组积分形式

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \iint_S (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

Maxwell 方程组微分形式

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

各向同性、静止的介质中物态方程：

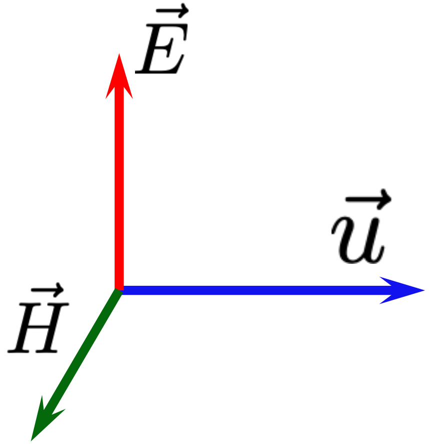
$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E},\ \vec{B} = \mu \vec{H},\ \vec{J} = \sigma \vec{E}$$

§4. 平面电磁波

一、电磁波的性质（实验得出）

（1）传播规律类似几何光线（反射、折射）

（2）有干涉、衍射现象



（3）**横波：场强的方向与波传播方向垂直**

$$\vec{u} \to \vec{E} \times \vec{H}$$

（4）波速 $u = \sqrt{\dfrac{1}{\varepsilon\mu}}$ 真空中 $u = \sqrt{\dfrac{1}{\varepsilon_0\mu_0}} = c$

（5）能穿透绝缘体，但被导体屏蔽

§ 4. 平面电磁波

二、由电磁场理论讨论平面电磁波的性质

以简单的平面电磁波为例

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\xrightarrow{\left\{\begin{array}{l} \rho = 0,\ J = 0 \\ D = \varepsilon E \\ B = \mu H \end{array}\right\}}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

§4. 平面电磁波

矢量→ 标量

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

假设平面电磁波沿 x 方向传播，则波面与 x 轴垂直，电磁场与 y 和 z 无关

§ 4. 平面电磁波

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}$$

比较

波动方程

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

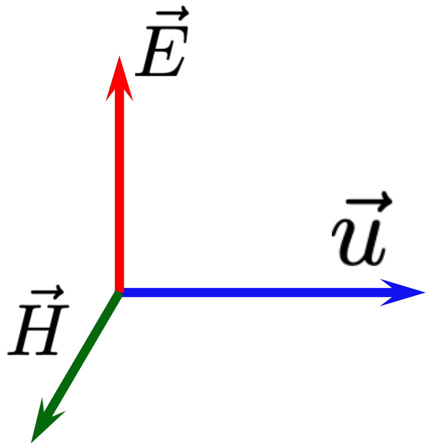
ξ 任一物理量

x 传播方向

物理量是 E, H

波速是：$u = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

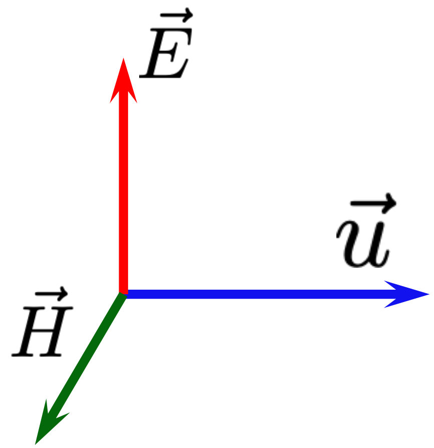
光是电磁波，真空中光速 c



§4. 平面电磁波

结论：

1. 横波 场强的方向与波传播方向垂直



2. $\vec{E}, \vec{H}, u$ 依次呈右手螺旋关系

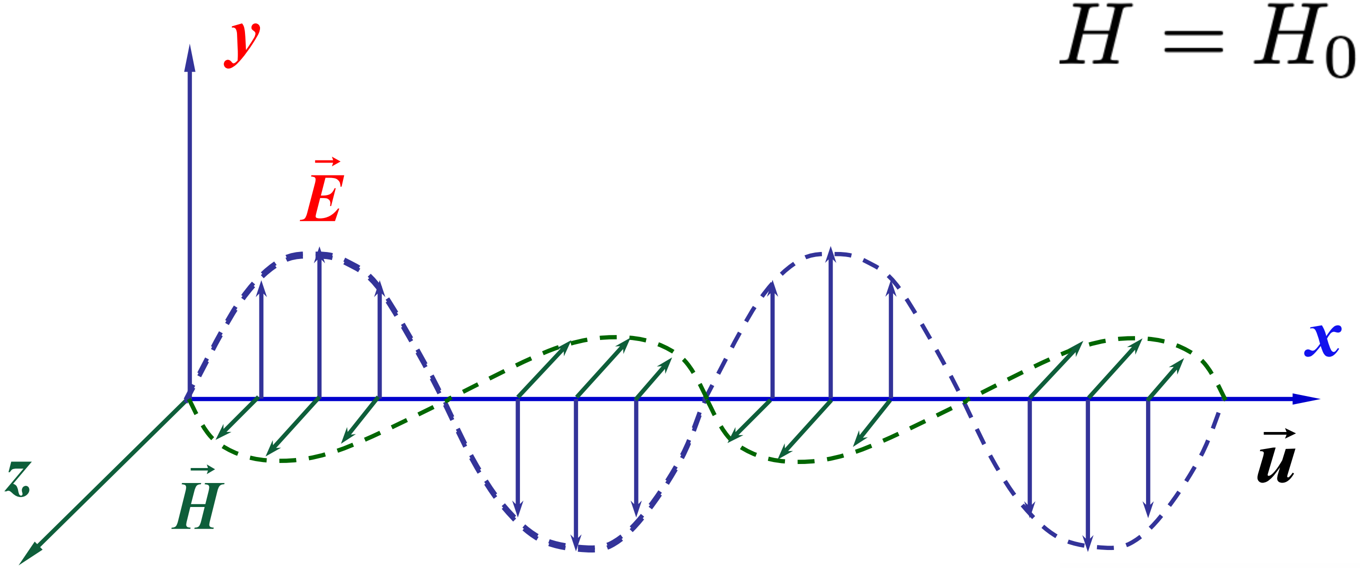
3. 波速 $u = \dfrac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$

4. $\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{H}$ 同步（同相、同频）$\begin{cases} \sqrt{\mu}H = \sqrt{\varepsilon}E \\ \sqrt{\mu}H_0 = \sqrt{\varepsilon}E_0 \end{cases}$

4. E、H 同步（同相、同频）

$$E = E_0\cos[\omega(t-\frac{x}{u})]$$

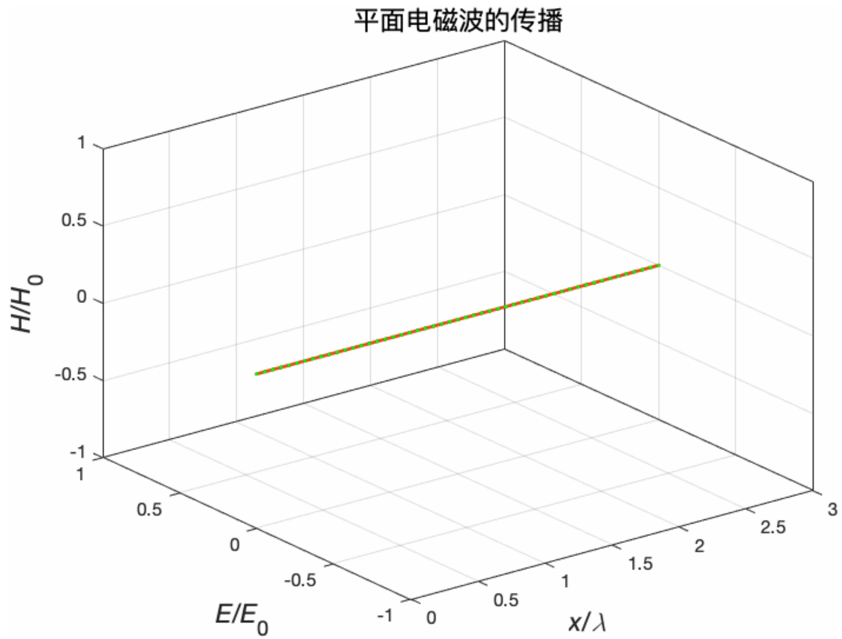
$$H = H_0\cos[\omega(t-\frac{x}{u})]$$



$$\sqrt{\mu}H = \sqrt{\varepsilon}E$$

1865年Maxwell提出电磁信号以波的形式在空间传播，并发现真空中的电磁波速与光速相等，于是推断：

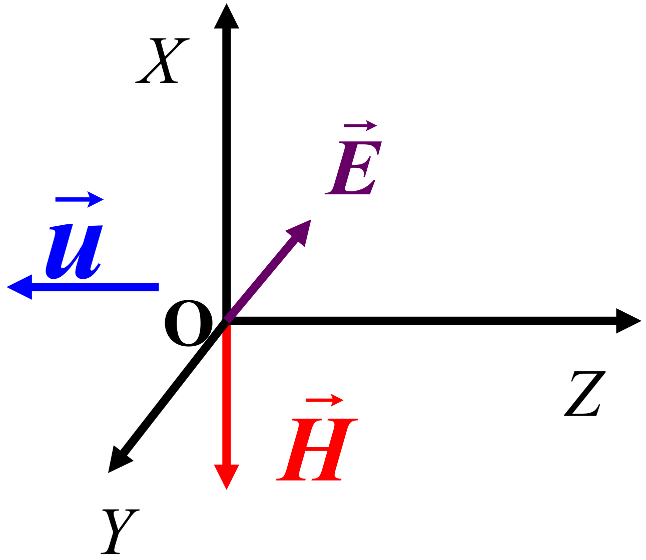
光就是特定频率段的电磁波！



例： **真空中传播的平面电磁波，其磁场强度的波动表达式为**

$$\vec{H}=-\vec{i}H_0\cos\omega(t+\frac{z}{c})$$

求电场强度的波动表达式



该波沿 Z **轴负方向传播，**H **沿** X **轴方向**

$$\sqrt{\varepsilon}E_0=\sqrt{\mu}H_0$$

$$\vec{E}=-\vec{j}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}H_0\cos\omega(t+\frac{z}{c})$$

§5. 电磁波能量与电磁波谱

电磁波的传播伴随能量的传播 — 辐射能

一、 电磁波的能量密度——单位体积内的能量

真空中电磁波的能量密度：

$$w_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}(\sqrt{\varepsilon_0}E \cdot \sqrt{\mu_0}H)$$

$$w_m = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 = \frac{1}{2}(\sqrt{\varepsilon_0}E \cdot \sqrt{\mu_0}H)$$

$$\sqrt{\mu_0}H = \sqrt{\varepsilon_0}E$$

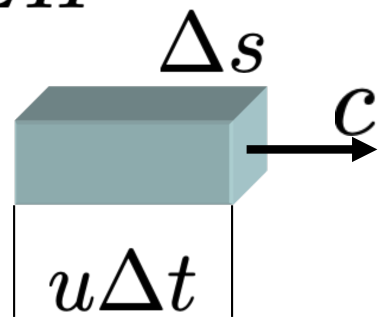
$$w = w_e + w_m = 2w_e = 2w_m$$

是时间空间的函数

§5. 电磁波能量与电磁波谱

二、电磁波的能流密度—单位时间通过单位面积的能量

波的能流密度大小： $S=\dfrac{wc\Delta t\Delta s}{\Delta t\Delta s}=wc=EH$



$\vec{S}=w\vec{c}=\vec{E}\times\vec{H}$ 玻印亭矢量

$$\overline{S}=\overline{EH}=\overline{H_0E_0\cos^2[\omega(t-\frac{x}{u})]}=\frac{1}{2}H_0E_0$$

电磁波的强度

§ 5. 电磁波能量与电磁波谱

三、 电磁波谱

γ射线	X射线	紫外线	可见光	红外线	微波	无线电波
10^{-12}	10^{-10}		$3.8\sim7\times10^{-7}$		10^{-3}	$10^{-1}\sim10^{5}$ $\lambda(\mathrm{m})$
核内粒子作用	内层电子跃迁		外层电子跃迁	分子振动转动	核、电子自旋	晶体、电子线路振荡

← 能量渐增　　　　波长渐增 →

电离辐射	非电离辐射