作业：

3 . 8 (1, 2, 3, 8, 9, 10, 11, 18, 19, 20)

3 . 11 (1, 3, 7)

3 . 12 (1, 3, 5)

3 . 15 (1, 3, 6)

3 . 18 (1, 3, 7)

3 . 19 (1, 3)

3 . 20

3 . 21(1, 3, 5)

3 . 22(1, 3, 5)

3 . 23 (2)

3 . 24 (2)

课堂练习

用公式法化简下式

$$F_1(A, B, C) = \overline{A}BC + \overline{B} + \overline{C} \quad = \overline{A}C + \overline{B} + \overline{C}$$

$$= \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$

$$F_2(A, B, C, D) = AC + \overline{A} + \overline{C} + \overline{A\overline{B}C + ABD} \quad = \overline{A} + C + \overline{C} + \cdots$$

$$= 1$$

$$F_3(A, B) = A \oplus A\overline{B} \quad = A \cdot \overline{A\overline{B}} + \overline{A} \cdot A\overline{B} \quad = A \cdot (\overline{A} + B)$$

$$= AB$$

§2.4 卡诺图化简逻辑函数

Simplification Using K-Maps

用公式法化简逻辑函数时，有时很难看出是否达到最简式。用卡诺图（Karnaugh Map）化简逻辑函数具有简单、直观、方便的特点，较容易判断出函数是否得到最简结果。

2.4.1 卡诺图 Karnaugh Map

卡诺图 (K-map)与真值表相似，可以给出输入所有可能组合所对应的输出值 。

卡诺图由小格构成。每个小格代表一个二进制输入的组合。

n 个变量的卡诺图中有2^n个小格, 每个小格表示一个**最小项**。

2 变量卡诺图：$F\,(A,B)$

F B \ A	0	1
0	$\bar{A}\,\bar{B}$ m_0	$A\bar{B}$ m_2
1	$\bar{A}B$ m_1	AB m_3

变量取值：0→1

$$\left.\begin{array}{l} 0 \ \text{for} \ \bar{A},\bar{B} \\ 1 \ \text{for} \ A,B \end{array}\right\}\text{最小项}$$

变量(A,B) 位置确定,每小格代表的最小项就确定。

3 变量卡诺图：$F(A,B,C)$

$C \backslash AB$	00	01	11	10
0	m_0	2	6	4
1	m_1	3	7	5

AB的排列顺序

排列方式要求：

保证相邻格之间只有一个变量变化

几何相邻：位置相邻

逻辑相邻：只有一个变量变化

} 相邻格

卡诺图其他排列方式

$A \backslash BC$	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

$AB \backslash C$	0	1
00	0	1
01	2	3
11	6	7
10	4	5

对于 n 变量卡诺图，每个小格有 n 个相邻格， <u>相邻格与排列方式无关</u>

4 变量卡诺图：*F* (*A*,*B*,*C*,*D*)

F $CD \backslash AB$	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

F $AB \backslash CD$	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

每个小格: 4 个相邻格

5变量卡诺图：$F(A,B,C,D,E)$

$2^5 = 32$ cells

F DE \ ABC	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	4	12	8	24	28	20	16
01	1	5	13	9	25	29	21	17
11	3	7	15	11	27	31	23	19
10	2	6	14	10	26	30	22	18

相邻格包括对称位置

14: 6, 15, 10, 12, 30

8 : 12, 9, 24, 0, 10

2.4.2 用卡诺图表示逻辑函数

Mapping a Logic Function

例 1： 将真值表转换成卡诺图

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

F C \ AB	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

例 2：用卡诺图表示标准与或式和标准或与式

$$F(X,Y,Z)=\sum m(0,4,6) \qquad F(X,Y,Z)=\prod M(1,2,3,5,7)$$

F 何时为 1 （最小项） **F 何时为 0 （最大项）**

F Z \ XY	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	0	0	0

F Z \ XY	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	0	0	0

等 价

例3：将与或式填入卡诺图

$$F(X,Y,Z) = XY + \overline{Y}Z + \overline{X}\,\overline{Z}$$

$$= XY(Z+\overline{Z}) + \overline{Y}Z(X+\overline{X}) + \overline{X}\,\overline{Z}(Y+\overline{Y})$$

$$= XYZ + XY\overline{Z} + X\overline{Y}Z + \overline{X}\,\overline{Y}Z + \overline{X}Y\overline{Z} + \overline{X}\,\overline{Y}\,\overline{Z}$$

$$= \sum m(0,1,2,5,6,7)$$

F (Z \ XY)	00	01	11	10
0	1	1	1	
1	1		1	1

直接填　XY:

在 XY = 11 的两个格中填1

F (Z \ XY)	00	01	11	10
0	1	1	1	
1	1		1	1

2.4.3 卡诺图化简逻辑函数

K-Map Simplification

1. 求最简与或式

方法：圈相邻格中的1, 合并最小项

圈 1：根据下面规则将含有 1 的相邻格圈在一起

尽可能多地把相邻的矩形的 2^n 个 1 圈在一起，消去变化了的变量，留下不变的变量，是 1 写原变量，是 0 写反变量，组成“与”项；每个圈中至少有一个别的圈没圈过的 1，所有的 1 都要圈；1 可以重复圈；圈之间为“或”的关系。

圈 1个1，2个1，4个1，8个1，16个1

例 1: 用卡诺图化简下列函数

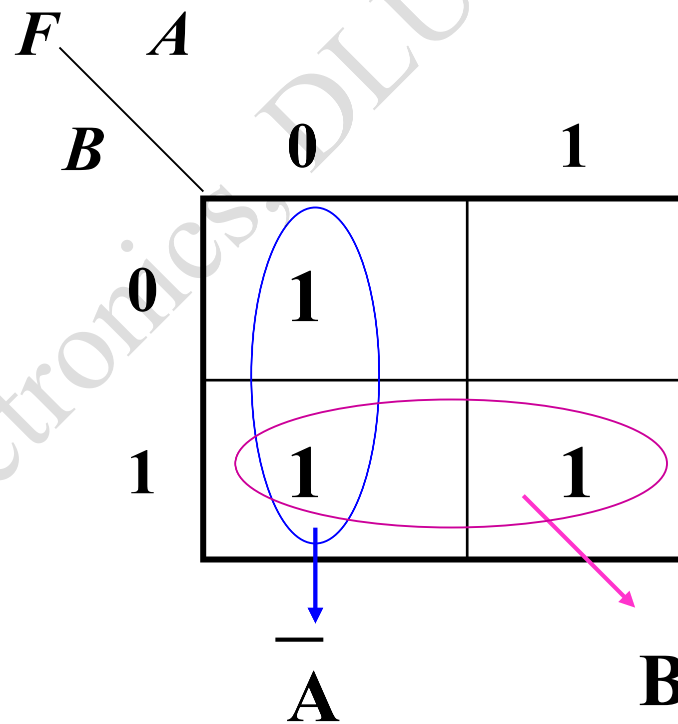
$$F(A,B)=\sum(0,1,3)$$

解:

① 填卡诺图

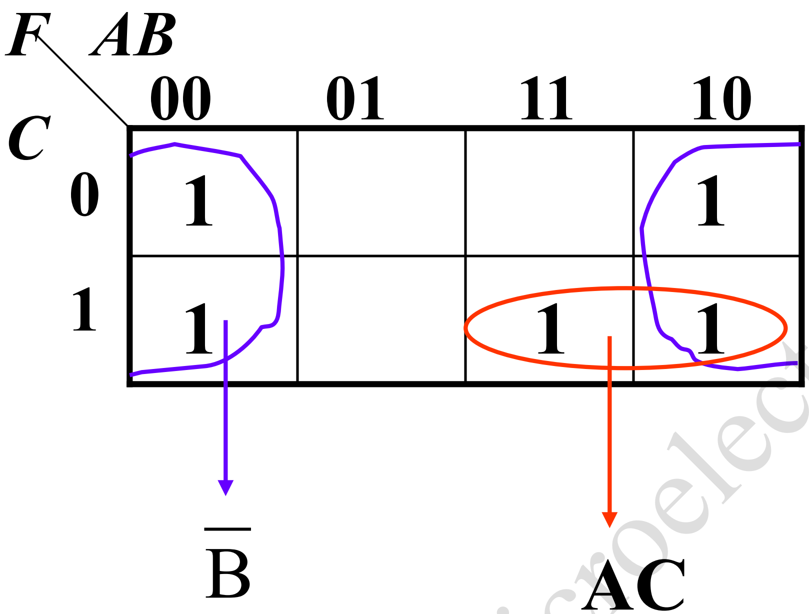
② 圈 1

③ 将与项相或



$$F=\overline{A}+B$$

例 2: 化简函数



$$F = \overline{B} + AC$$

例 3:

F CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01			1	
11			1	
10	1	1	1	1

$$F(A, B, C, D) = \overline{D} + AB$$

2. 求最简**或与式**

尽可能多的把相邻矩形中 2^n个0 圈在一起, 消去变化了的n 个变量, 留下不变的变量, (**是0写原变量, 是 1 写反变量**)组成**或项**; 每个圈中至少有一个别的圈没圈过的0, 所有0 都要圈, 0 可重复圈, 圈之间为**与**的关系。

例 4　圈 0

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01			1	
11			1	
10	1	1	1	1

$A+\overline{D}$

$B+\overline{D}$

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01			1	
11			1	
10	1	1	1	1

$$F=\overline{D}+AB$$

$$\therefore F=(A+\overline{D})(B+\overline{D})$$
$$=AB+\overline{D}$$

与或式和或与式可以互相转换

总结：　与或式圈 1

或与式圈 0

例 5 将下图化简成最简与或表达式

与或式 圈 1

G CD \ AB	00	01	11	10
00		1	1	
01		1		
11				1
10		1	1	

$$G = B\overline{D} + \overline{A}B\overline{C} + A\overline{B}CD$$

孤立的 1 一定要圈

例 6 将下图化简成最简与或式

F (C \ AB)	00	01	11	10
0			1	1
1	1	1	1	

F (C \ AB)	00	01	11	10
0			1	1
1	1	1	1	

$$\left.\begin{aligned} F &= A\bar{C} + \bar{A}C + AB \\ &= A\bar{C} + \bar{A}C + BC \end{aligned}\right\}$$ 取其一

最简式不是唯一的

例 7 分别将下式化简成最简与或式和最简或与式

$$F(A,B,C,D)=\overbrace{(\overline{A}+\overline{C})}^{0}\overbrace{(\overline{A}+B+\overline{D})}^{0}\overbrace{(\overline{B}+D)}^{0}\overbrace{(\overline{A}+B+\overline{C}+D)}^{0}$$

1 1 1 0 1 1 0 1 0 1 0

解: 在卡诺图中直接填 0

F $CD \backslash AB$	00	01	11	10
00		0	0	
01				0
11			0	0
10		0	0	0

最简或与式: 圈 0

$$F(A,B,C,D)=(\overline{B}+D)(\overline{A}+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{D})$$

最简与或式: 圈 1

$$F(A,B,C,D)=\overline{A}\cdot\overline{B}+\overline{A}D+B\overline{C}D+\overline{B}\cdot\overline{C}\cdot\overline{D}$$

例 8 化简

$$F(W,X,Y,Z)=\overline{\overline{W}\,\overline{X}+\overline{Y}Z+(\overline{W}+Y)X\overline{Z}+\overline{(W+Z)(\overline{W}+\overline{Y})}}$$

$$\overline{W+Z}+\overline{\overline{W}+\overline{Y}}$$

$$\overline{F}=\overline{W}\,\overline{X}+\overline{Y}Z+\overline{W}X\overline{Z}+XY\overline{Z}+\overline{W}\,\overline{Z}+WY$$

$\overline{F}$ YZ \ WX	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1	1	1
11	1		1	1
10	1	1	1	1

直接在 $\overline{F}$ K-Map中填1, 圈0

$$\overline{F}=(\overline{W}+Y+Z)(W+\overline{X}+\overline{Y}+\overline{Z})$$

$$F=\overline{\overline{F}}=\overline{\overline{W}+Y+Z}+\overline{W+\overline{X}+\overline{Y}+\overline{Z}}$$

$$=W\overline{Y}\,\overline{Z}+\overline{W}XYZ$$