

2008 年 7 月 (A 卷)

1. 简述在  $T \rightarrow 0\text{K}$  下玻色气体和费米气体的异同。(7 分)
2. 什么是一级相变?什么是二级相变?写出两相平衡共存的条件。(6 分)
3. 什么是统计系综?写出常用的三种系综的条件及其分布。简述他们之间的关系。(9 分)
4. 由热力学第二定律的数学表达式证明平衡判据。
  - (1) 孤立系统,稳定的平衡态  $S$  最大
  - (2) 在  $T, V$  不变的情形下,稳定的平衡态  $F$  最小(8 分)

计算题

1. 已知某种气体的  $\alpha = \frac{1}{PV} \left( R + \frac{2bP}{T^3} \right)$ ,  $\kappa = \frac{RT}{P^2 V}$ , 其中  $b$  为常数, 试求其状态方程(10 分)
2. 对于封闭的  $P, V$  系统(1)写出  $U$ 、 $H$ 、 $F$ 、 $G$  的全微分关系(2)导出麦氏关系(3)证明  $S = \int \left[ \frac{C_V}{T} dT + \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV \right] + S_0$  (18 分)
3. 气柱的高度为  $H$ , 处在重力场中, 其中装有  $N$  个质量为  $m$  的单原子气体分子, 试利用正则分布计算此气柱的内能、比热、熵。(15 分)【P223, 7.17】
4. 金属中自由电子做三维运动, 导出三维自由粒子在  $\epsilon$  到  $\epsilon + d\epsilon$  能量范围内的量子态数, 计算体系费米能、内能和简并压。(10 分)
5. 一个三维谐振子的能级  $\epsilon_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \frac{h}{2\pi} \omega$ 。试求  $N$  个谐振子组成的定域系统不考虑其能级简并度时的内能、自由能、熵,  $C_V$ 。(17 分)

2008 年 7 月 ( B 卷 )

1. 什么是孤立系统? 简述孤立系统的熵增加原理、等概率原理, 写出等概率原理的数学表达式。( 9 分 )
2. 已知声子的能量动量关系为  $\varepsilon = c_1 p$ ,  $c_1$  为声速导出在体积  $V$  内在  $P$  到  $P+dP$  范围内三维粒子的量子态数。( 7 分 )
3. 写出近独立粒子的三种分布, 简述他们的区别和联系。
4. 由热力学第二定律的数学表达式证明平衡判据。( 6 分 )
  - ( 1 ) 孤立系统, 稳定的平衡态  $S$  最大
  - ( 2 ) 在  $S, V$  不变的情形下, 稳定的平衡态  $U$  最小 ( 8 分 )

计算题

1. 已知某种气体的  $\alpha = \frac{1}{T} \left( 1 + \frac{3a}{VT^2} \right)$ ,  $\kappa = \frac{1}{p} \left( 1 + \frac{a}{VT^2} \right)$ , 其中  $a$  为常数, 试求其状态方程 ( 10 分 )
2. 对于封闭的  $P, V$  系统 ( 1 ) 写出  $U$ 、 $H$ 、 $F$ 、 $G$  的全微分关系 ( 2 ) 导出麦氏关系 ( 3 ) 证明  $U = \int \{ C_V dT + [T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V - P] dV \} + U_0$  ( 18 分 )
3. 用正则分布计算体积为  $V$ , 温度为  $T$  的  $N$  个刚性双原子理想气体分子的内能、自由能、熵、焓、物态方程。( 15 分 )
4. 一个一维线性谐振子, 能谱为  $\varepsilon_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \frac{h}{2\pi} \omega$ ,  $n=1, 2, \dots$ 。试求 ( 1 ) 谐振子处于基态、第一激发态的几率, 以及处于第一激发态与基态的几率之比; ( 2 ) 若温度足够低, 可认为谐振子仅占据基态和第一激发态, 试计算其平均能量。( 17 分 )
5. 总角动量为 1 的  $N$  个磁性原子, 在外磁场  $B$  下, 原子磁矩  $\mu$  可以有三个不同的取向, 平行, 垂直, 反平行于外磁场, 假设磁矩之间的相互作用可以忽略。试求温度为  $T$  时 ( 1 ) 晶格的磁化强度、内能、熵、 $C_V$  ( 2 ) 原子磁矩处于平行于外磁场状态的几率。( 12 分 )

2009 年 6 月 ( B 卷 )

1. 试计算理想气体的体胀系数 $\alpha$ 、压强系数 $\beta$ 和等温压缩系数 $\kappa_T$  ( 9 分 )
2. 何为能量均分定理? 试根据能量均分定理推求 : ( 1 ) 单原子分子理想气体的内能  $U$  ; ( 2 ) 定压热容量与定容热容量之比  $C_P/C_V$ 。( 6 分 )
3. 简述吉布斯定律的内容和意义。( 6 分 )
4. 写出微正则分布、正则分布、巨正则分布, 简述他们之间的关系。( 9 分 )

计算题

1. ( 1 ) 试根据热力学基本方程推导麦氏关系表达式 ; ( 2 ) 证明  $(\frac{\partial U}{\partial V})_T = T(\frac{\partial P}{\partial T})_V - P$  ( 15 分 )
2. 试从粒子观点出发, 根据玻色分布推导平衡辐射的 Planck 公式 ( 12 分 )
3. 总角动量为 1 的  $N$  个磁性原子, 在外磁场  $B$  下, 原子磁矩 $\mu$ 可以有三个不同的取向, 平行, 垂直, 反平行于外磁场, 假设磁矩之间的相互作用可以忽略。试求温度为  $T$  时 ( 1 ) 晶格的磁化强度、内能、熵、 $CV$  ( 2 ) 原子磁矩处于平行于外磁场状态的几率。( 16 分 )
4.  $1\text{mol}$  理想气体与温度为  $T$  的热源接触, 经历了体积  $V_1$  到  $2V_1$  的可逆等温膨胀过程, 问 :  
( 1 ) 气体的熵变是多少?  
( 2 ) 气体与热源的总熵变是多少?  
( 3 ) 如果同样的膨胀为自由膨胀, 上述结果如何? ( 15 分 )
5. 试由巨正则分布求单原子分子理想气体的物态方程、内能和熵。( 12 分 )

2014 ( A 卷 )

1. 简述热力学三大定律的基本内容与对应的数学表述 ( 6 分 )
2. ( 1 ) 简述单元系的复平衡条件 ( 2 ) 若存在相变 , 如何判断其属于哪一种相变 ? ( 3 ) 二元系统最多能呈现几相 ? ( 8 分 )
3. 近独粒子系统的玻尔兹曼、玻色、以及费米分布的表达形式是什么 ? 简述三种分布的关系 ? ( 8 分 )
4. 什么是特性函数 ? 选取哪两种对应收的独立变量时 , 内能和自由能可以作为特性函数 ? ( 4 分 )
5. 什么是量子统计关联 ? 玻色子和费米子系统等效的相互作用分别有什么特点 ? ( 4 分 )
6. 什么是玻色-爱因斯坦凝聚 ? 该凝聚有什么特点【P229】 ?

计算题

1. 已知 : 由  $N$  个非相对论的、无相互作用的、质量为  $m$  的电子组成中子气体 , ( 1 ) 沿长度为  $L$  的线段上运动 ; ( 2 ) 在一个二维平面  $s$  上运动 ; ( 3 ) 在一个三维体积  $V$  中运动。 ( 15 分 )  
求 ( 1 ) 分别计算量子态密度  $D(\epsilon)$   
( 2 )  $T \rightarrow 0$  时各自的费米能量  $\epsilon_F$
2. 试用麦克斯韦关系 , 导出方程  $Tds = C_V dT + T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V dV$  , 假定  $C_V$  可视为常量 , 由此导出理想气体的绝热过程方程  $TV^{\gamma-1} = C$  ( 常量 )
3. 若一温度为  $T_1$  的高温热源向另一温度为  $T_2$  的低温物体传送热量  $Q$  , 用熵增加原理证明 , 这一过程即热传导为不可逆过程。 ( 12 分 )【P44】
4. 固体由  $N$  个无相互作用、自旋为 1、磁矩为  $\mu$  的粒子构成 , 处在外场  $B$  中 , 在温度为  $T$  时 ,  
( 1 ) 计算配分函数 ( 3 分 )  
( 2 ) 计算粒子平均能量 ( 3 分 )  
( 3 ) 计算系统的熵并说明在恒温下磁化 , 然后绝热去磁 , 会经过制冷效应 ( 6 分 )  
( 4 ) 系统最大的熵、最小的熵分别是多少 , 对应什么状态 ?
5. 被吸附在液体表面 ( 面积  $s$  ) 的分子形成一种二维气体。不考虑分子间的相互作用 ( 12 分 )  
( 1 ) 由正则系综求物态方程  
( 2 ) 证明正则系综的涨落 :  $\overline{E^2} - \bar{E}^2 = KT^2 \frac{\partial \bar{E}}{\partial T} = KT^2 C_V$  ( 3 分 )  
( 3 ) 计算气体的能量涨落 ( 3 分 )

## 一、简答题

- 1、(8分)什么是一级相变？什么是二级相变？各有什么特点？请分别举出一个例子。
- 2、(8分)写出近独立子系统的 *Boltzman* (玻耳兹曼)、*Bose* (玻色) 以及 *Fermi* (费米) 分布的表达式，并简述它们之间的关系。
- 3、(6分)你知道的哪些过程可以用来降温？列举出两种降温的热力学过程。
- 4、(6分)简述能量均分定理，已知粒子遵从能量均分定理，其能量表达式为  $\varepsilon = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) + ax^2 + bx + cy^2 + dy$ ，求粒子的平均能量。
- 5、(8分)什么是吉布斯相律？一个二元系统，假设每一个相都有两个组元，该系统最多有几个相？

## 二、计算题

- 1、(15分)(1)对于封闭系统，证明气体的自由膨胀过程中温度随着压强的变化率为  $(\frac{\partial T}{\partial p})_s = \frac{VT\alpha}{C_p}$ ；  
(2)对于开放系统，证明  $(\frac{\partial \mu}{\partial p})_{T,n} = (\frac{\partial V}{\partial n})_{T,p}$ 。
- 2、(10分)已知 1mol 某物质的定压膨胀系数和等温压缩系数分别为  $\alpha = \frac{R}{pV}$ ， $\kappa_T = \frac{V+ap}{pV}$ ，求该物质的物态方程。
- 3、(12分)定域系统含有  $N$  个近独立粒子，每个粒子仅有两个非简并能级  $\varepsilon_1$  和  $\varepsilon_2$ ，求温度为  $T$  的热平衡状态下系统内能、定容热容  $C_V$ 。
- 4、(12分)  $N$  个自由电子在体积  $V$  内，试求在极端相对论条件下：  
(1)导出三维自由电子在  $\varepsilon$  到  $\varepsilon + d\varepsilon$  能量范围内的量子数；  
(2)计算该自由电子系统 0K 时的费米能量、内能和简并压。
- 5、(15分)  $N$  个单原子分子理想气体气柱处于重力场中，高度是  $H$ ，利用正则系综方法计算此气柱的配分函数和熵。

## 一、简答题 ( 36 分 ):

1、( 6 分 ) 请设计两个热力学过程分别满足下面条件 :

- ( 1 ) 热力学过程前后系统和外界的总熵变为零 ;
- ( 2 ) 热力学过程前后系统和外界的总熵大于零。

2、( 8 分 ) 相变如何分类 ? 各有什么特点 ? 请分别举出两种不同类型相变的例子。

3、( 6 分 ) 什么是吉布斯相律 ? 一个三元系统 , 假设每一个相都有三个组元 , 该系统最多有几个相 ?

4、( 8 分 ) 写出近独立子系统的 *Boltzman* ( 玻耳兹曼 ) 分布 , *Bose* ( 玻色 ) 分布以及 *Fermi* ( 费米 ) 分布的表达式 , 并简述它们之间的关系。

5、( 8 分 ) 什么是系综 ? 写出几种系综的分布以及它们之间的关系。

## 二、计算题 ( 64 分 )

1、( 10 分 ) 已知  $7mol$  某物质的定压膨胀系数和定容压力系数分别为  $\alpha = \frac{R}{pV}$ 、 $\beta = \frac{R}{p(V+a)}$  , 其中  $R$  和  $a$  为常数 , 求该物质的物态方程。

2、( 12 分 ) 证明正则系综的能量涨落 :  $\overline{(E - \bar{E})^2} = kT^2 \frac{\partial \bar{E}}{\partial T} = kT^2 C_V$

3、( 12 分 ) ( 1 ) 写出开系的吉布斯函数的全微分表达式 , 并写出相应的 *Maxwell* ( 麦克斯韦 ) 关系表达式 ;

( 2 ) 证明 : 
$$U = \left( \frac{\partial V}{\partial n} \right)_{T,p} + p \left( \frac{\partial U}{\partial p} \right)_{T,n} + T \left( \frac{\partial U}{\partial T} \right)_{p,n}$$

4、( 15 分 ) 假设自由电子在二维平面上运动 , 面密度为  $n$  , 试求  $0K$  时二维电子气体的费米能量、内能和简并压。

5、( 15 分 )  $N$  个质量为  $m$  的单原子理想气体气柱处于重力场 *Boltzman* ( 玻耳兹曼 ) 统计方法计算此气体气柱的内能、定容热容和熵。

一、简述及简单计算题 (40 分)

1. 写出多元系的复相平衡条件, 什么是一级相变? 什么是二级相变? (8 分)
2. 简述热力学四个定律的基本内容及其物理意义。(8 分)
3. 请写出能量均分定理的基本内容, 并利用能量均分定理计算单原子分子理想气体的内能与热容量 (不考虑原子内电子运动)。(8 分)
4. 简要说明在趋近于绝对零度的条件下, *Fermi*系统和*Bose*系统的粒子数分布, 能量, 动量, 熵各有什么特点? (8 分)
5. 什么是系综? 请写出微正则、正则、巨正则系综的基本定义和分布。(8 分)

二、计算题 (60 分)

1. 选取 $(T, V)$ 为状态参量, 利用麦克斯韦关系

(1) 试导出能态方程 $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$ ,

(2) 若已知系统的定容热容量 $C_V = \alpha VT^3$ 和压强 $p = \beta T^4$ , 其中 $\alpha, \beta$ 为常数, 试求该系统的内能和吉布斯函数。(10 分)

2.  $N$ 个近独粒子组成的温度为 $T$ 的热力学系统, 服从玻尔兹曼统计, 每个粒子可以占据三个简并能级 $-\varepsilon, 0, \varepsilon$ 中的任意一个, 试求:

- (1)  $T = 0K$ 时系统的熵,
- (2) 系统的最大熵,
- (3) 系统的配分函数,
- (4) 系统的平均能量,
- (5) 如果 $C(T)$ 是系统的热容, 求 $\int_0^\infty \frac{C(T)}{T} dT = ?$ 。(10 分)

3. 已知 $(T, p)$ 为自由变量的系统, 其等温压缩系数为 $\kappa_T$ , 体胀系数 $\alpha$ ,

- (1) 写出求该体系物态方程的公式。
- (2) 若 $\alpha = \frac{1}{T}$ ,  $\kappa_T = \frac{1}{p}$ , 求出物态方程的具体表达式。(10 分)

4. 在极端相对论的条件下,  $N$ 个粒子自由电子气体在三维体积 $V$ 内运动, 其能量和动量满足关系 $\varepsilon = cp$ ,

- (1) 求在单位体积内,  $\varepsilon$ 到 $\varepsilon + d\varepsilon$ 能量范围内的量子态数。
- (2) 求温度在 $0K$ 时, 此三维电子气体的费米能, 内能, 简并压。(15 分)

5. 温度为 $T$ 的 $N$ 粒子单原子理想气体, 经历了体积从 $V_A$ 到 $V_B$ 的绝热自由膨胀的不可逆过程

- (1) 利用热力学基本方程, 计算系统变化前后熵的增量。
- (2) 计算体系的正则配分函数 $Z$ 。
- (3) 利用正则系综原理计算体系体积变化前后的熵以及熵的增量。(15 分)