

## 1. 关于解析几何这个学科的理解

解析几何学是用代数的方法来研究几何问题的一门学科。它的标志是直角坐标系，通过直角坐标系将点与坐标对应起来，将图形与方程对应起来，这个过程就将几何问题转换成了代数问题。坐标和方程可看成代数里面的量，再通过代数的方法对坐标和方程做进一步的研究，就可解决我们所研究的一些几何问题。

当然有时也可以用几何的方法来研究对应的代数问题。

注：（1）如果坐标系不是直角的，这样的坐标系称为仿射坐标系，对应的几何学称为仿射几何。仿射几何主要用于测量、建筑、摄影等。

（2）解析几何的产生在历史上具有划时代的意义，有了解析几何以后，我们才有办法通过方程、函数来表示几何和物理中的一些问题，才进一步有办法通过微积分来研究几何和物理中的一些问题。

## 2. 怎样理解自由向量这个概念？

可以这样来理解：

- （1）与起点无关，起点在哪儿都行，也可以说起点是自由的。
- （2）可以在空间中自由地平行移动，并认为平移以后所得的向量总与原来的向量相等。
- （3）自由向量关注的是向量的大小和方向，不关注起点。

## 3. 单位向量主要用来干什么？

答：单位向量主要用来刻画方向。

4. 注意：我们现在用的空间直角坐标系都要求满足右手法则，怎样验证满足右手法则要会。

5. 注意：由于我们这门课既要在代数部分讲向量又要在几何部分讲向量，它们有联系也有区别，刚开始学习的时候还是需要加以区分的，不然会造成混乱。

（1）在几何部分，一个既有大小又有方向的量称为向量，也可称为几何向量。一个几何向量就代表一条有向线段，几何向量通常用带箭头的字母表示，例如： $\vec{a}, \vec{b}$ 。

（2）代数向量将在第一章第二节讲，用黑体小写字母表示，例如： $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 。

在代数中，一组有次序的数 $a_1, a_2, a_3$ 所组成的数组称为一个向量，可以写成一行的形式

$[a_1, a_2, a_3]$ ，也可写成一列的形式 $\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ ，分别称为行向量和列向量。

注意： $[a_1, a_2, a_3]^T = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$ ，将来会在第一章第一节详细讨论。

（4）可以这样理解：几何向量代表的是几何中的有向线段，代数向量指的是有向线段的坐标。等相关内容学完了，也可不加细分，都说成向量。

6.  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 是专用记号，专门用来表示与 $x$ 轴、 $y$ 轴、 $z$ 轴同方向的单位向量。

7. 通常用  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$  和  $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$  中的一个来表示向量的坐标。

$\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$  是几何向量的表达格式， $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$  是代数向量的表的格式。

$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$  也可写成  $\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3]^T$ 。

另外注意： $a_1, a_2, a_3$  就是向量  $\vec{a}$  在  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴上的投影。

8. (1) 向量  $\vec{p}$  与  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴的正方向的夹角  $\alpha, \beta, \gamma$  称为  $\vec{p}$  的方向角，方向角的余弦  $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$  称为  $\vec{p}$  的方向余弦。

(2) 若已知向量  $\vec{p}$  的长度  $|\vec{p}|$  和方向角  $\alpha, \beta, \gamma$ ，则可根据公式：

$p_x = |\vec{p}| \cos \alpha, p_y = |\vec{p}| \cos \beta, p_z = |\vec{p}| \cos \gamma$  来求向量  $\vec{p}$  在三个坐标轴上的坐标。

(3) 若已知向量  $\vec{p}$  在  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴上的坐标  $p_x, p_y, p_z$ ，则可根据公式：

$|\vec{p}| = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}, \cos \alpha = \frac{p_x}{|\vec{p}|}, \cos \beta = \frac{p_y}{|\vec{p}|}, \cos \gamma = \frac{p_z}{|\vec{p}|}$  来求向量  $\vec{p}$  的长度和方向余弦。

注： $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

(4) 设非零向量  $\vec{p} = p_x\vec{i} + p_y\vec{j} + p_z\vec{k}$ ，则与  $\vec{p}$  同方向的单位向量为

$$\frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} = \frac{p_x}{|\vec{p}|}\vec{i} + \frac{p_y}{|\vec{p}|}\vec{j} + \frac{p_z}{|\vec{p}|}\vec{k} = \cos \alpha \vec{i} + \cos \beta \vec{j} + \cos \gamma \vec{k}$$

可见，向量  $\vec{p}$  的方向余弦  $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$  是与  $\vec{p}$  同方向的单位向量的三个坐标。

9. 注意：(1) 如果一个点  $P$  在  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴上的坐标分别为  $p_1, p_2, p_3$ ，则记作  $P(p_1, p_2, p_3)$ 。

这与向量坐标的表示方式是不一样的。

(2) 如果已知点  $P(p_1, p_2, p_3)$  和点  $Q(q_1, q_2, q_3)$ ，则向量  $\overrightarrow{PQ}$  对应的坐标向量为

$[q_1 - p_1, q_2 - p_2, q_3 - p_3]^T$ ，也可以说  $\overrightarrow{PQ}$  的坐标等于终点的坐标减去起点的坐标。