第二章 逻辑代数 作业答案

3.8 用公式法化简下列逻辑函数。

（1）$A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B$

解：

方法一：$\begin{aligned}F_1 &= A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B + A\overline{C}\\ &= \overline{B}C + \overline{A}B + A\overline{C}\end{aligned}$

方法二：$\begin{aligned}F_1 &= A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{B}C + \overline{A}B + \overline{A}C\\ &= A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{A}C\end{aligned}$

（2）$\overline{\overline{\overline{A}\,\overline{B}}\,\overline{\overline{B}\overline{C}}\,\overline{\overline{B}\overline{C}D}\,\overline{\overline{A}\,\overline{B}CD}} + \overline{A}\,\overline{B}\,CD$

解：$F_2 = A + B + B\overline{C} + \overline{B}\overline{C}D + \overline{A}BCD + \overline{A}\overline{B}CD = A + B + \overline{A}\overline{B}D = A + B + D$

（3）$(A+B)(B+D)(\overline{C}+\overline{D})(A+C+\overline{D})(\overline{B}+\overline{C}+D)$

解：取对偶式

$\begin{aligned}F'_3 &= AB + BD + \overline{C}\overline{D} + AC\overline{D} + \overline{B}\overline{C}D\\ &= AB + BD + \overline{C}\overline{D} + A\overline{D} + \overline{B}\overline{C}D\\ &= AB + BD + \overline{C}\overline{D} + A\overline{D} + \overline{B}\overline{C}\\ &= AB + BD + \overline{C}\overline{B}D + A\overline{D}\\ &= AB + BD + \overline{C} + A\overline{D} = BD + \overline{C} + A\overline{D}\end{aligned}$

$\begin{aligned}F_3 &= (B+D)(A+\overline{D})\overline{C}\\ \text{再对偶} \quad &= (AD + B\overline{D})\overline{C}\\ &= A\overline{C}D + B\overline{C}\overline{D}\end{aligned}$

（8）$\overline{AB + A\overline{B} + \overline{A}B} \cdot (\overline{A}\,\overline{B} + CD)$

解：$F_8 = \overline{A + B} \cdot (\overline{A}\,\overline{B} + CD) = \overline{A}\,\overline{B} \cdot (\overline{A}\,\overline{B} + CD) = \overline{A}\,\overline{B}$

（9）$(A+C+D)(A+C+\overline{D})(A+\overline{C}+D)(A+\overline{B})$

解：取对偶式

$F_9' = ACD + AC\overline{D} + A\overline{C}D + A\overline{B} = AC + AD + A\overline{B}$

再对偶

$F_9 = (A+C)(A+D)(A+\overline{B}) = A + \overline{B}CD$

（10）$ABC + \overline{\overline{A}\,\overline{C}(B+\overline{D})\overline{C}D}$

解：$F_{10} = ABC + A + C + \overline{B}D + C + \overline{D} = A + \overline{B} + C + \overline{D}$

（11）$\overline{X+Y} \cdot \overline{\overline{X+Y}}$

解：$F_{11} = \overline{X}\overline{Y} \cdot XY = 0$

（18）$\overline{(A+B\overline{C})(\overline{A}+\overline{D}E)}$

解：$F_{18}=\overline{A}\overline{B}\overline{C}+A\overline{\overline{D}E}=\overline{A}\overline{B}+\overline{A}C+AD+A\overline{E}$

（19）$A\overline{B}CD+ABD+A\overline{C}D$

解：$F_{19}=ABD+ACD+A\overline{C}D=AD$

（20）$AC(\overline{C}D+\overline{A}B)+BC(\overline{\overline{\overline{B}+AD}+CE})$

解：$F_{20}=BC(\overline{B}+AD)(\overline{C}+\overline{E})=ABCD\overline{E}$

3.11 化简下列各式为最简或与式。

（1）$X=(\overline{A}+B)(B+\overline{C})(\overline{A}+C)(A+\overline{C})(\overline{B}+C)$

解：
$$X'=\overline{A}B+B\overline{C}+\overline{A}C+A\overline{C}+\overline{B}C$$
$$=\overline{A}B+A\overline{C}+\overline{B}C$$
$$X=(\overline{A}+B)(A+\overline{C})(\overline{B}+C)$$

（3）$X=(B+C+D)(A+\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+D)$

解：$X'=BCD+\overline{A}\overline{C}\overline{D}+\overline{A}\overline{C}\overline{D}+\overline{A}\overline{B}D=BCD+\overline{C}\overline{D}+\overline{A}\overline{B}D$

$X=(B+C+D)(\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{D})$

（7）$X=A\overline{B}D+\overline{A}\overline{B}\overline{C}D+\overline{B}CD+(\overline{A\overline{B}+C})(B+D)$

$X=A\overline{B}D+\overline{A}\overline{B}\overline{C}D+\overline{B}CD+(\overline{A}+B)\overline{C}(B+D)$

解：$=A\overline{B}D+\overline{A}\overline{B}\overline{C}D+\overline{B}CD+B\overline{C}+\overline{A}\overline{C}D$

$=(B+D)(\overline{B}+\overline{C})$

3.12 化简下列各式成最简与或式。

（1）$G=\overline{AB+\overline{B}C+AC}$

解：$G=\overline{AB+\overline{B}C}=(\overline{A}+\overline{B})(B+\overline{C})=\overline{A}B+\overline{B}\overline{C}$

（3）$G=\overline{(A\oplus B)C+(B\oplus\overline{C})D}$

$$G = \left(A \odot B + \overline{C}\right)\left(B \odot \overline{C} + \overline{D}\right)$$
$$= (AB + \overline{A}\,\overline{B} + \overline{C})(B\overline{C} + \overline{B}C + \overline{D})$$

解： $= AB\overline{C} + AB\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}C + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + B\overline{C} + \overline{C}\,\overline{D}$
$= \overline{A}\,\overline{B}C + AB\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{D} + B\overline{C} + \overline{C}\,\overline{D}$
$= \overline{A}\,\overline{B}C + AB\overline{D} + B\overline{C} + \overline{C}\,\overline{D}$

（5） $G = B\overline{C} + ABCE + B\left(\overline{\overline{A}\,\overline{D} + AD}\right) + B\left(A\overline{D} + \overline{A}D\right)$

解： $G = B\overline{C} + A\overline{D} + \overline{A}D$

3.15 用卡诺图化简下列函数，并求出最简与或表达式。

（1） $F_1(A,B,C) = m\sum(2,\ 3,\ 6,\ 7)$

解： $F_1(A,B,C) = B$

C\ AB	00	01	11	10
0		1	1	
1		1	1	
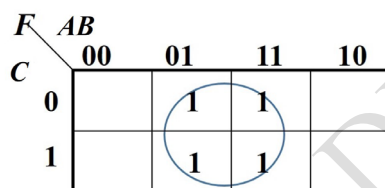
（3） $F_3(A,B,C,D) = m\sum(1,\ 3,\ 4,\ 6,\ 7,\ 9,\ 11,\ 12,\ 14,\ 15)$

解： $F_3(A,B,C,D) = \overline{B}D + B\overline{D} + BC$ 或 $F_3(A,B,C,D) = \overline{B}D + B\overline{D} + CD$

X\ AB	00	01	11	10
00		1	1	
01	1			1
11	1	1	1	1
10		1	1	

X\ AB	00	01	11	10
00		1	1	
01	1			1
11	1	1	1	1
10		1	1	
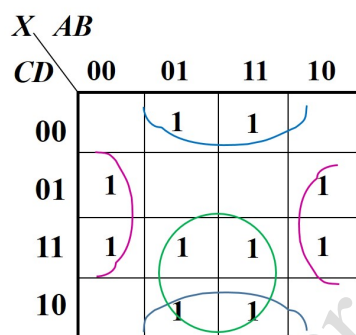
或
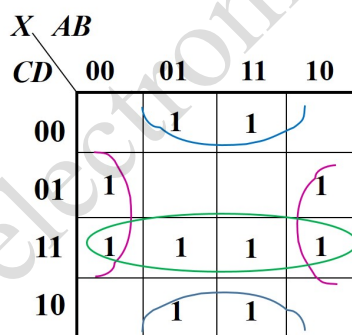
（6） $F_6(A,B,C,D) = m\sum(0,1,4,6,8,9,10,12,13,14,15)$

解： $F_6(A,B,C,D) = AB + \overline{B}\,\overline{C} + B\overline{D} + A\overline{D}$

X\ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1		1	1
11			1	
10		1	1	1
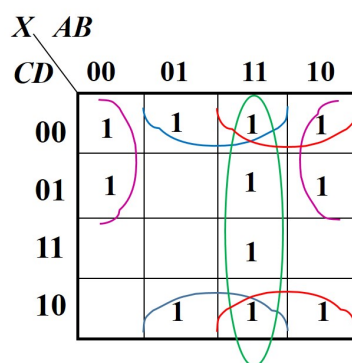
3.18 用卡诺图化简下列各式，并求出函数的最简与或式、最简或与式。

（1） $F_1 = \overline{X}\,\overline{Z} + \overline{Y}\,\overline{Z} + Y\overline{Z} + XYZ$

解： $F_1 = \overline{Z} + XY = (X + \overline{Z})(Y + \overline{Z})$

Z\ XY	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1			1	
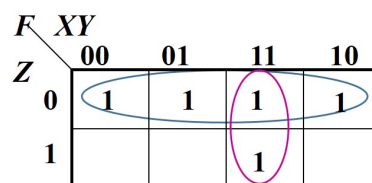
（3） $F_3 = (\overline{A} + \overline{B} + D)(\overline{A} + D)(A + B + \overline{D})(A + \overline{B} + C + D)$

解：$F_3 = BD + AD + \overline{A}\ \overline{B}\ \overline{D} + \overline{A}BC$ 　或 $= BD + AD + \overline{A}\ \overline{B}\ \overline{D} + \overline{A}C\overline{D}$

$= (A + B + \overline{D})(\overline{B} + C + D)(\overline{A} + D)$
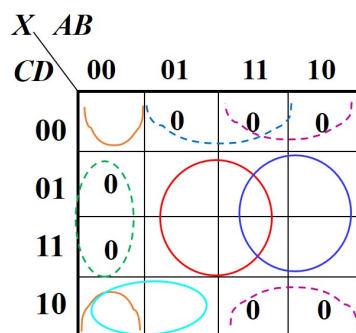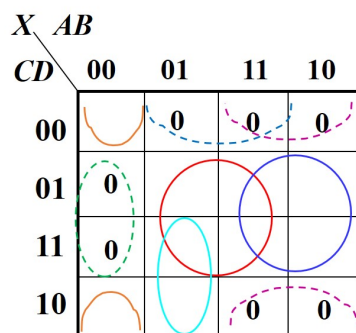
（7） $F_7 = A\overline{BC} + \overline{\overline{A}\overline{B}} + \overline{A}\overline{B} + BC + AD$

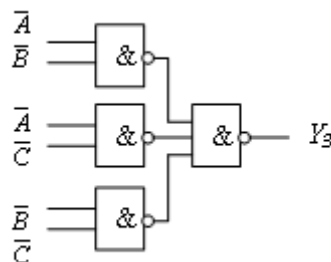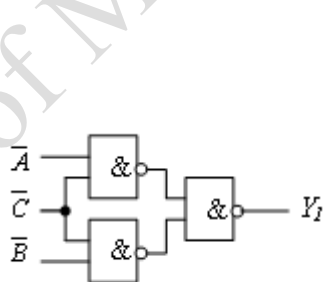解：$F_7 = A\overline{B} + A\overline{C} + AD = A(\overline{B} + \overline{C} + D)$
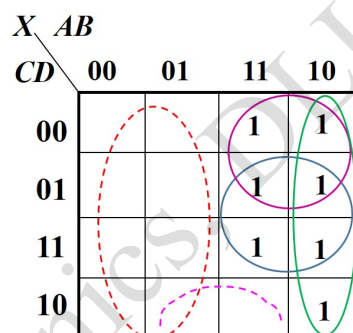
3.19　试用最少与非门实现下列逻辑函数。

（1） $Y = \overline{A}\ \overline{C} + A\overline{B}\ \overline{C} + \overline{A}B\overline{C}$

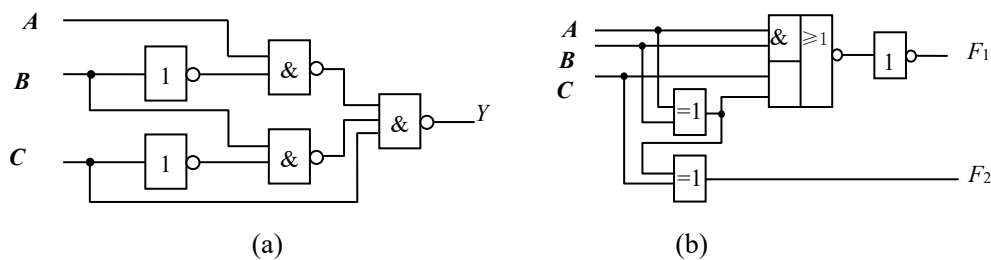解：$Y_1 = \overline{\overline{AC}} + \overline{\overline{ABC}} + \overline{\overline{ABC}} = \overline{\overline{AC}} + \overline{\overline{BC}} = \overline{\overline{\overline{AC}}\cdot\overline{\overline{BC}}}$

或　$Y_1 = (\overline{A} + A\overline{B} + \overline{A}B)\overline{C} = (\overline{A} + \overline{B})\overline{C} = \overline{\overline{\overline{AB}\cdot\overline{C}}}$

（3） $Y = \overline{\overline{AB} + AC + \overline{A}BC}$

解：$Y_3 = \overline{\overline{AB} + (A + B)C} = \overline{(A + B)(\overline{A}\cdot\overline{B} + C)} = \overline{A}\ \overline{B} + \overline{A}\ \overline{C} + \overline{B}\ \overline{C} = \overline{\overline{A}\ \overline{B}\cdot\overline{\overline{A}\ \overline{C}}\cdot\overline{\overline{B}\ \overline{C}}}$

3.20　写出题图 3.20 中各逻辑图的逻辑函数式，并化简为最简与或式。

4

(a)　　　　　　　　　　　　(b)

题图 3.20

解：(a) $Y = \overline{\overline{\overline{A\overline{B}} \cdot \overline{B\overline{C}} \cdot C}} = A\overline{B} + B\overline{C} + \overline{C} = A\overline{B} + \overline{C}$

(b) $F_1 = \overline{\overline{AB + A \oplus B \cdot C}} = AB + (A\overline{B} + \overline{A}B)C = AB + A\overline{B}C + \overline{A}BC = AB + AC + BC$

$F_2 = A \oplus B \oplus C$

3.21 利用函数的随意状态化简函数，并求出最简与或式。

（1）$G = \overline{Y} + \overline{X}\,\overline{Z}, \qquad d = YZ + XY$

解：$G_1 = 1$

F	XY			
Z	00	01	11	10
0	1	1	φ	1
1	1	φ	φ	1

（3）$G(A,B,C,D) = \sum m(0,\ 1,\ 5,\ 7,\ 8,\ 11,\ 14) + \sum d(3,\ 9,\ 15)$

解：$G_3 = \overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}D + ABC + CD$

或 $G_3 = \overline{B}\,\overline{C} + \overline{A}D + ABC + \overline{B}D$

X	AB			
CD	00	01	11	10
00	1			
01	1			φ
11	φ	1	φ	1
10			1	

X	AB			
CD	00	01	11	10
00	1			1
01	1	1		φ
11	φ	1	φ	1
10			1	

（5）$G(A,B,C,D) = \overline{A + C + D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + A\overline{B}\,\overline{C}D,\ d = AB + AC$

解：$G_5 = AD + \overline{A}\,\overline{C}D + \overline{A}\overline{B}\overline{D}$

　　或 $G_5 = AD + \overline{A}\overline{C}D + \overline{B}C\overline{D}$

5

X\AB	00	01	11	10
CD				
00	1	1	φ	
01			φ	1
11			φ	φ
10	1		φ	φ

X\AB	00	01	11	10
CD				
00	1	1	φ	
01			φ	1
11			φ	φ
10	1		φ	φ

3.22 化简下列具有约束条件为 $d=AB+AC$ 的逻辑函数。

（1）$Z_1=\overline{A}\,\overline{C}+\overline{A}B$, $d=AB+AC$

解：$Z_1=\overline{A}\,\overline{C}+B$

（3）$Z_3=\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}BCD+\overline{A}\,\overline{B}D+A\overline{B}\,\overline{C}D$, $d=AB+AC$

解：$Z_3=\overline{A}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{B}D+CD$

（5）$Z_5=\Sigma m(0,2,7,8,13,15)+\Sigma d(1,5,6,9,10,11,12)$

解：$Z_5=BD+\overline{B}\,\overline{D}=B\odot D$

G\AB	00	01	11	10
C				
0	1	1	φ	
1		1	φ	φ

X\AB	00	01	11	10
CD				
00	1	1	φ	
01	1			1
11	1	1	φ	
10			φ	φ

X\AB	00	01	11	10
CD				
00	1		φ	1
01	φ	φ	1	φ
11			1	1	φ
10	1	φ		1

3.23 用 VEM 化简逻辑函数。

（2）$X=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}B\overline{C}D+A\overline{B}\,\overline{C}D+A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}+A\overline{B}C\overline{D}+A\overline{B}CD$，将变量 D 作为引入卡诺图的变量。

解：$X_2=\overline{B}\,\overline{D}+A\overline{B}$

F\AB	00	01	11	10
C				
0	$\overline{D}$	0	0	$D+\overline{D}$
1	$\overline{D}$	0	0	$D+\overline{D}$

3.24 用 VEM 化简下列逻辑函数，将变量 C、D 作为引入卡诺图的变量。

（2）$Y=A\overline{B}CD+AB\overline{C}D+ABC\overline{D}+AB\overline{C}\,\overline{D}+\overline{A}BCD+A\overline{B}C\overline{D}+\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D+ABCD$

解：$Y_2=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}D+AC+BCD+AB$

F\A	0	1
B		
0	$\overline{C}D$	$CD+C\overline{D}=C$
1	CD	$\overline{C}D+C\overline{D}+\overline{C}\,\overline{D}$ $+CD=C+\overline{C}=1$