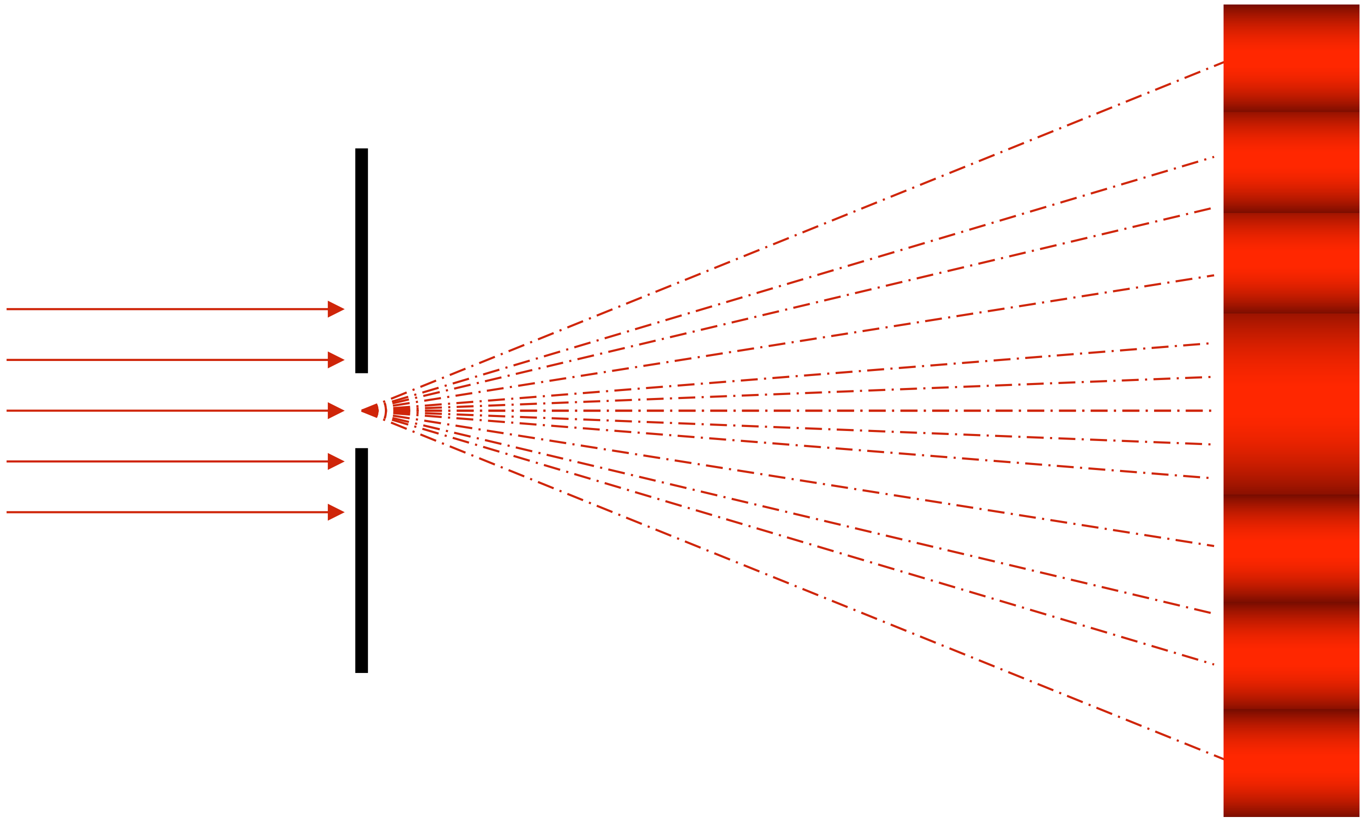
第13章 光的衍射

§1. 惠更斯—菲涅耳原理

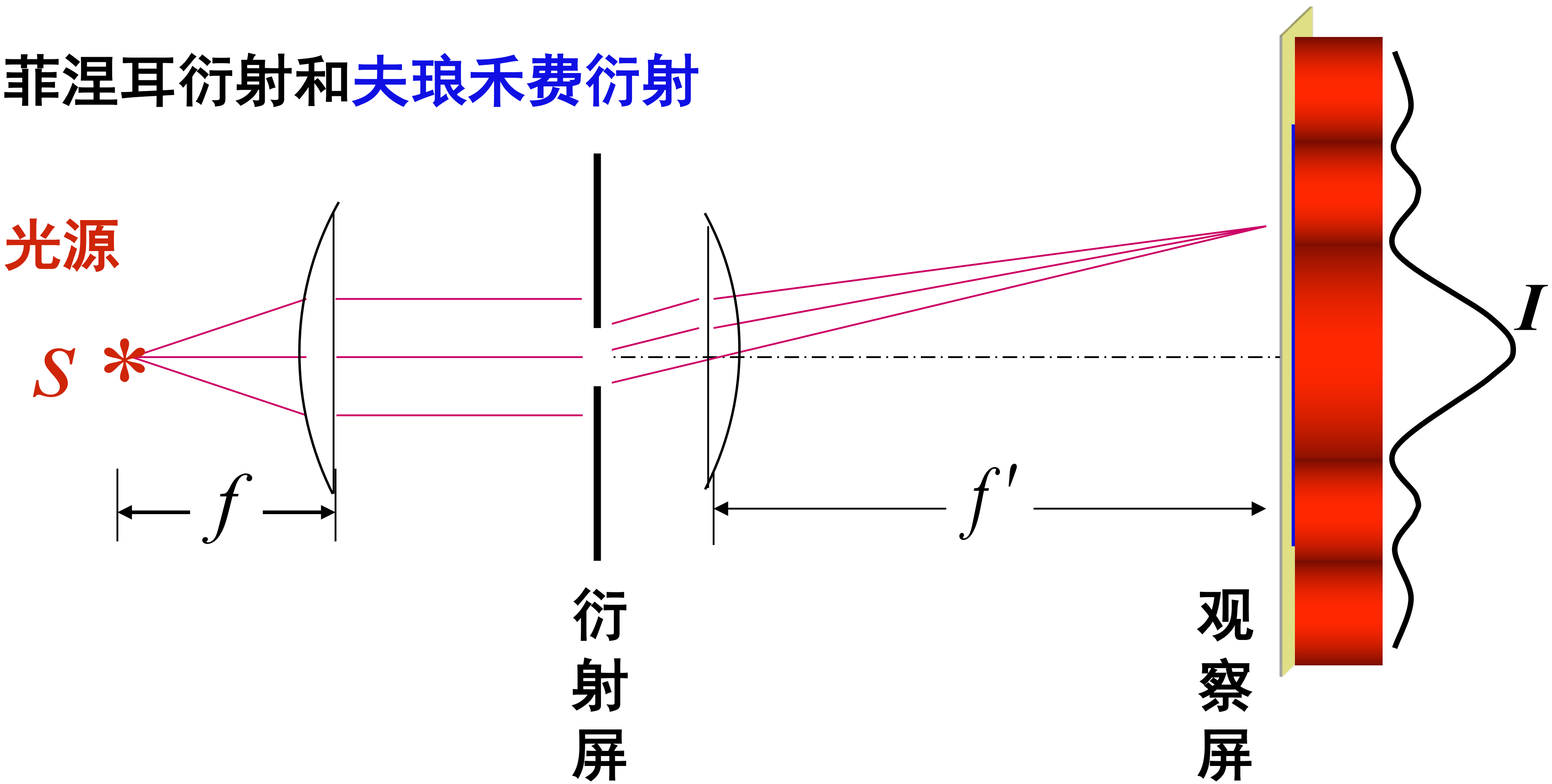
一、光的衍射现象

当障碍物的线度可以与光的波长可比拟时，
衍射现象尤其显著。



一、光的衍射现象

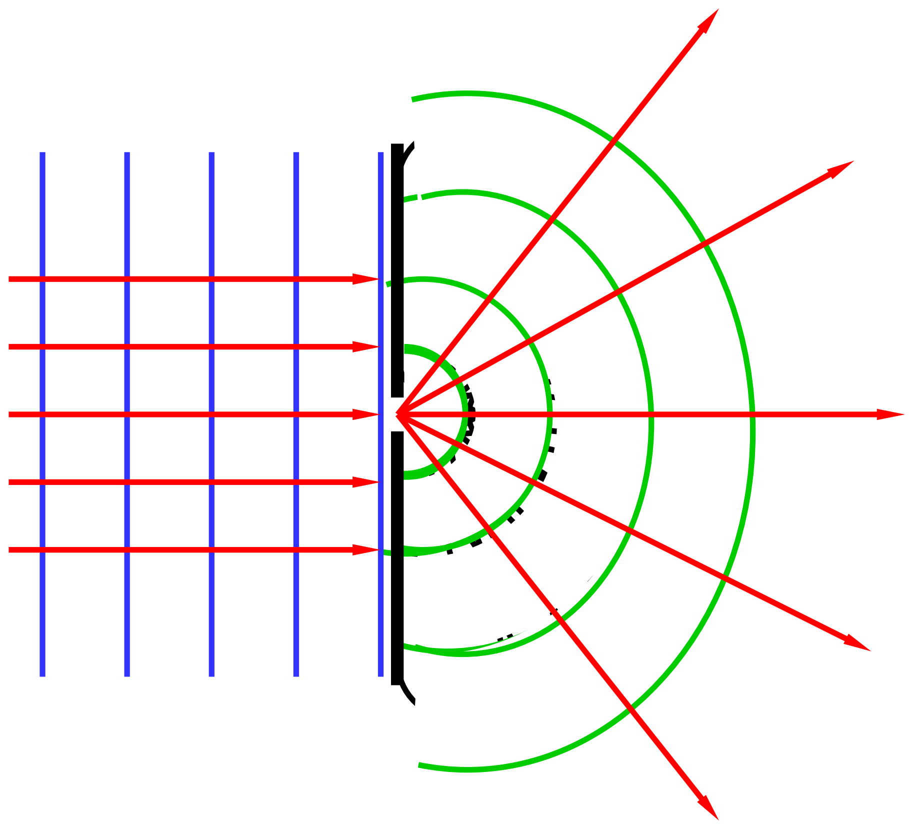
菲涅耳衍射和夫琅禾费衍射



光源或观察屏距衍射屏为有限远——菲涅耳衍射。

$$\left.\begin{aligned} r &\to \infty \\ R &\to \infty \end{aligned}\right\}$$ 为夫琅禾费衍射，否则为菲涅耳衍射。

二、惠更斯—菲涅耳原理

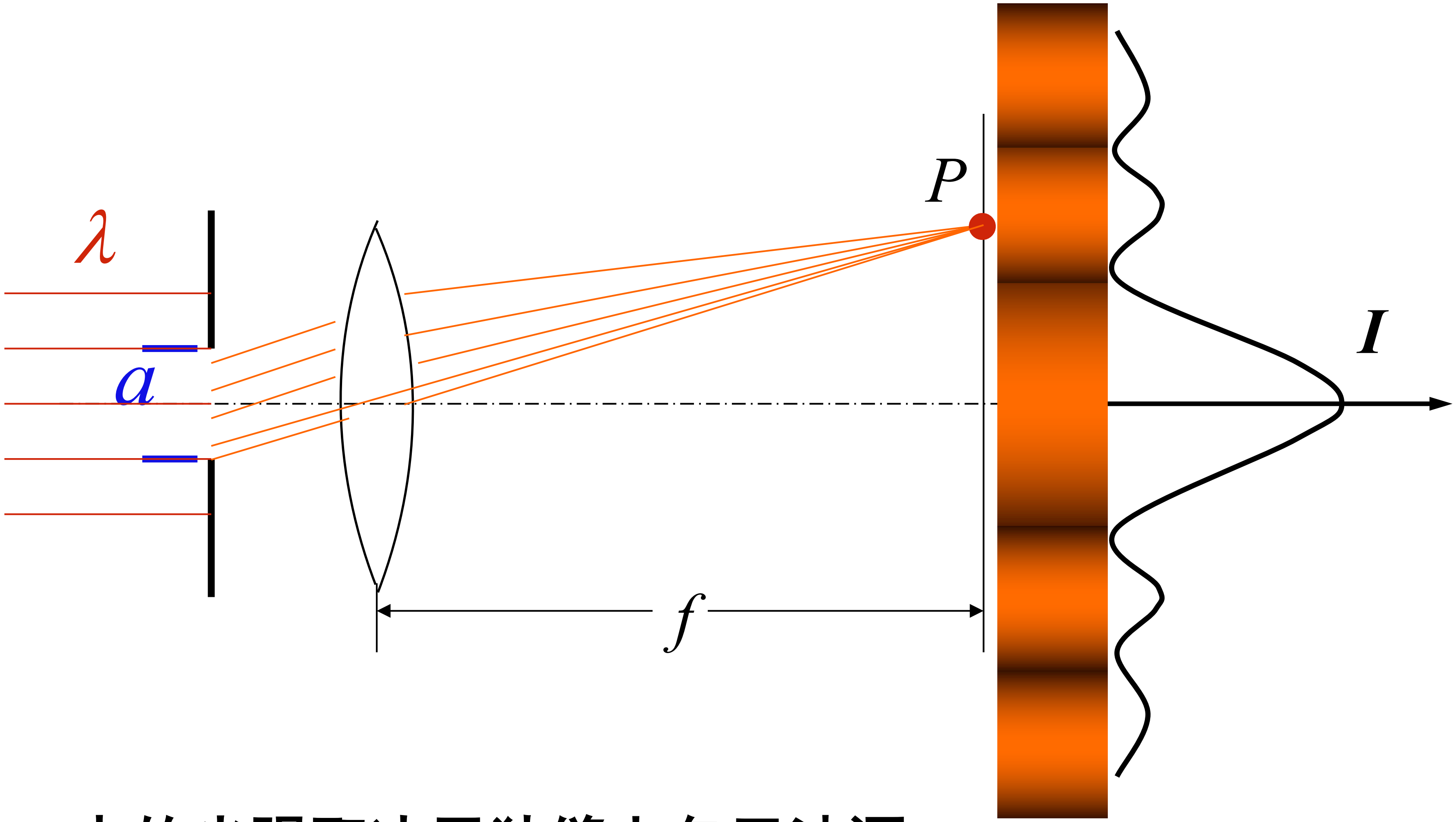


解释不了光强分布！

惠更斯：光波阵面上每一点都可以看作新的子波源，以后任意时刻，这些子波的包迹就是该时刻的波阵面

菲涅耳补充：衍射时从同一波阵面上各点发出的子波是相干波，空间某点的振动是这些子波振动的相干叠加。

§2. 单缝夫琅禾费衍射

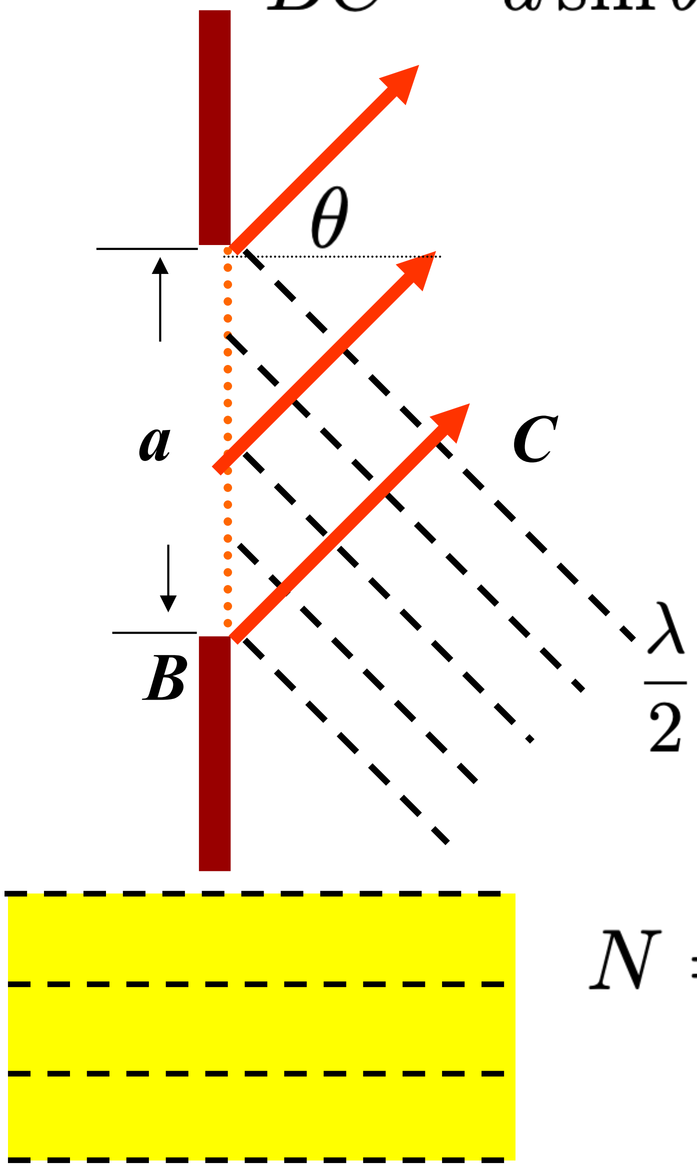


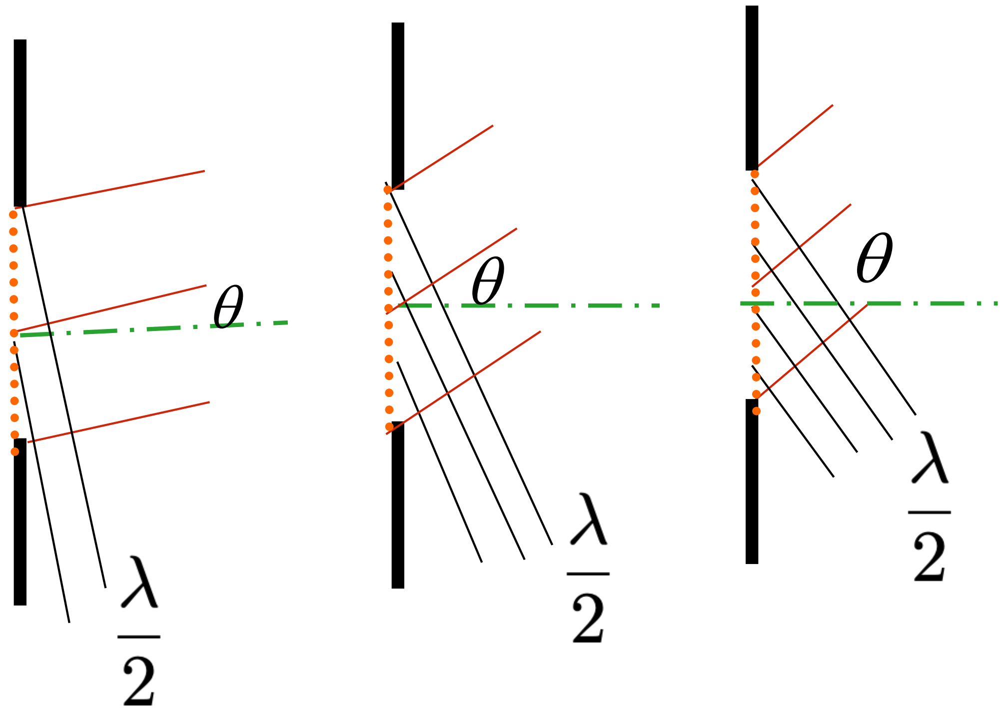
*P*点的光强取决于狭缝上各子波源到此的光程差。**光强分布?**

一、菲涅尔半波带法

对应沿不同方向传播的光，狭缝波阵面可分的半波带数*N*不同

$$\overline{BC} = a\sin\theta$$





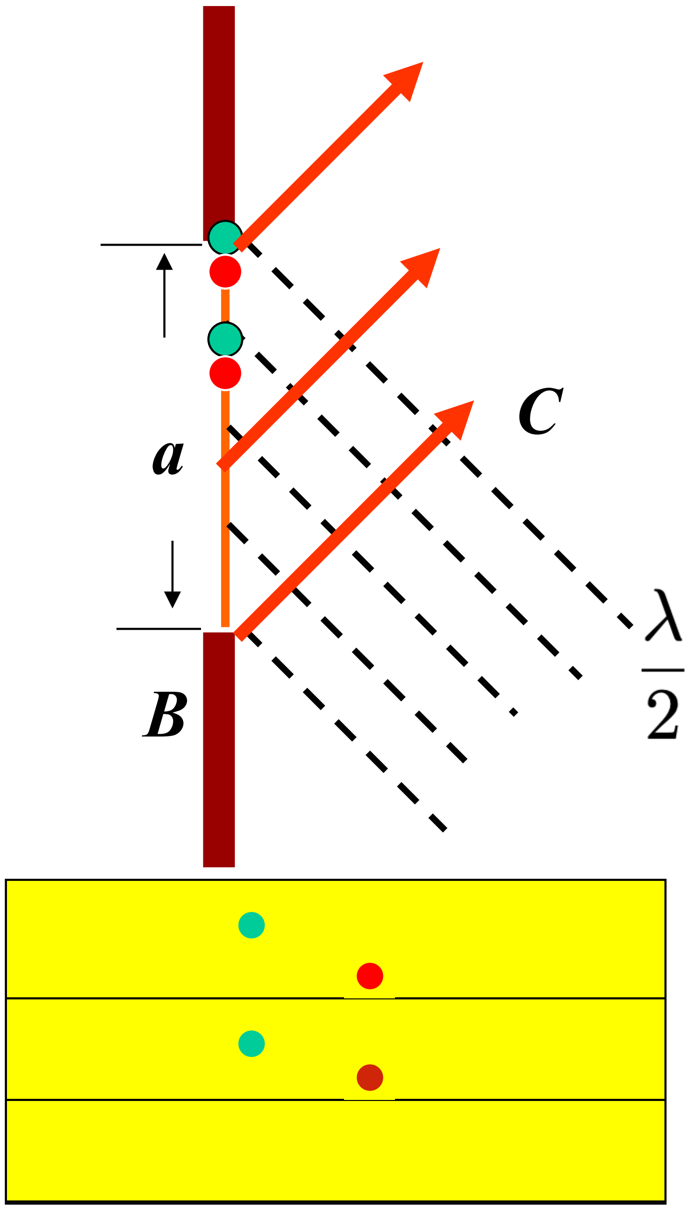
$$N = \frac{a\sin\theta}{\lambda/2}$$

1、N 由 a、λ、θ 确定

2、N 不一定是整数。

二、单缝衍射暗条纹公式

$$\overline{BC} = a\sin\theta$$



相邻两半波带上各对应点在*P*点干涉相消。

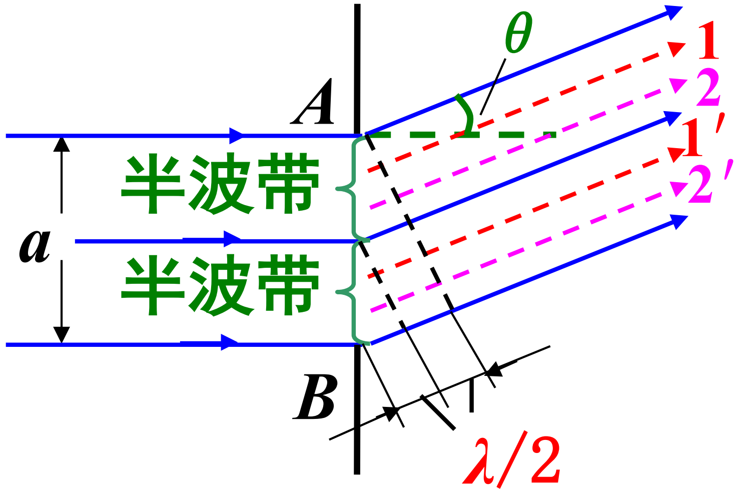
$$a\sin\theta = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2} = \pm k\lambda$$

$$k = 1, 2, \ldots$$

$$a\sin\theta = \pm k\lambda \ (k = 1, 2, \ldots)$$

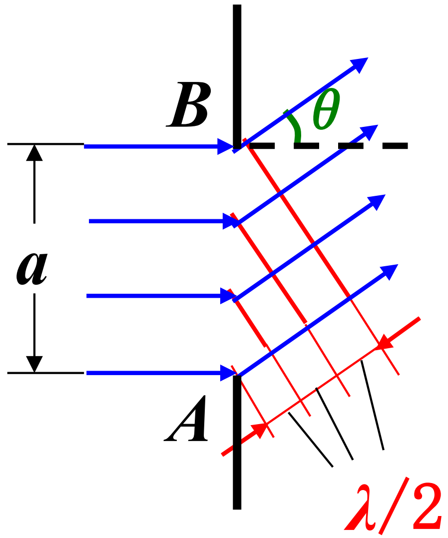
暗纹

$a\sin\theta=\lambda\rightarrow$ 2个“半波带”



两个“半波带”上发的光在P处干涉相消(暗纹)

$a\sin\theta=\frac{3}{2}\lambda\rightarrow$ 3个“半波带”

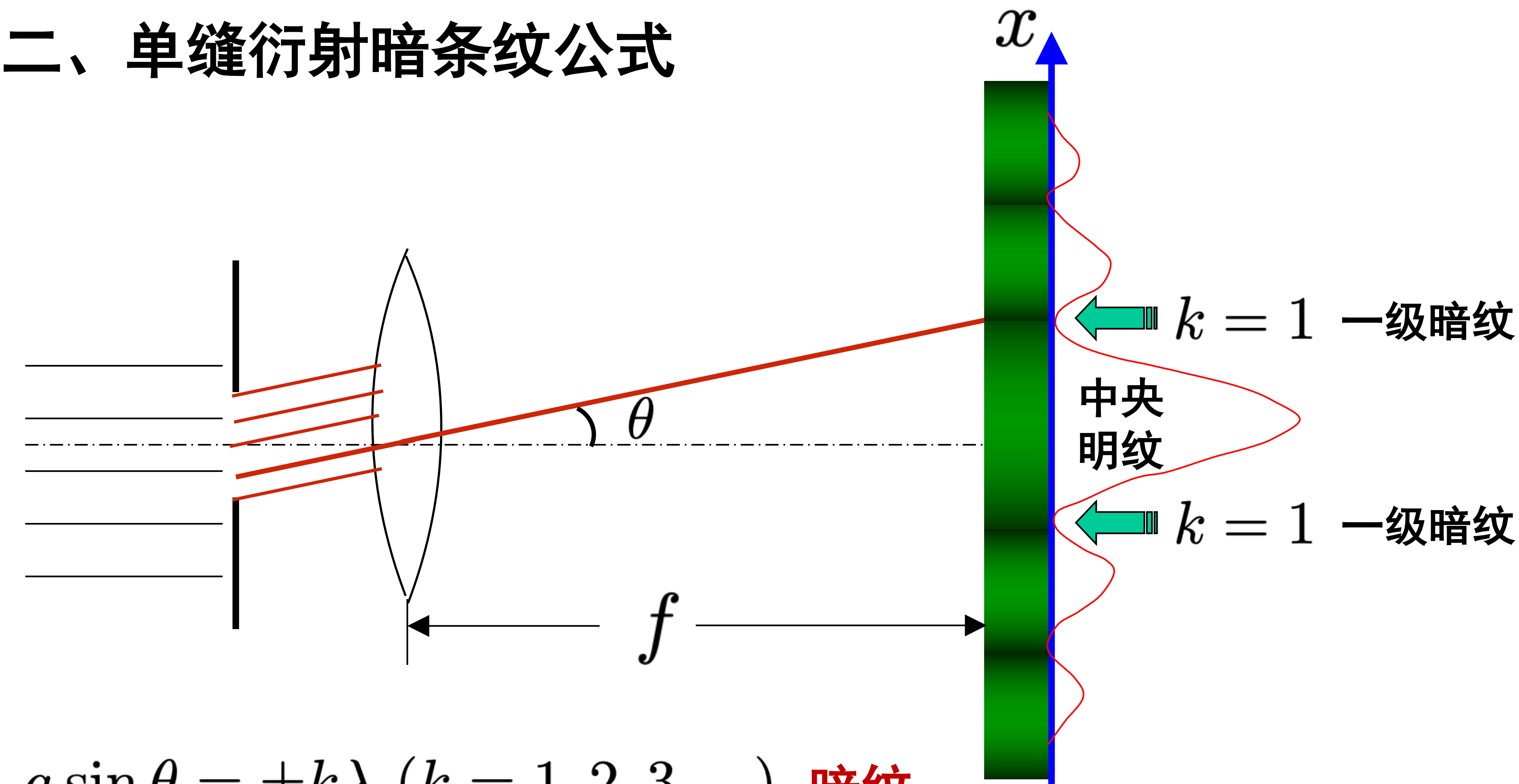


P处近似为明纹中心

4个“半波带”　形成暗纹中心

5个“半波带”　近似明纹中心

二、单缝衍射暗条纹公式

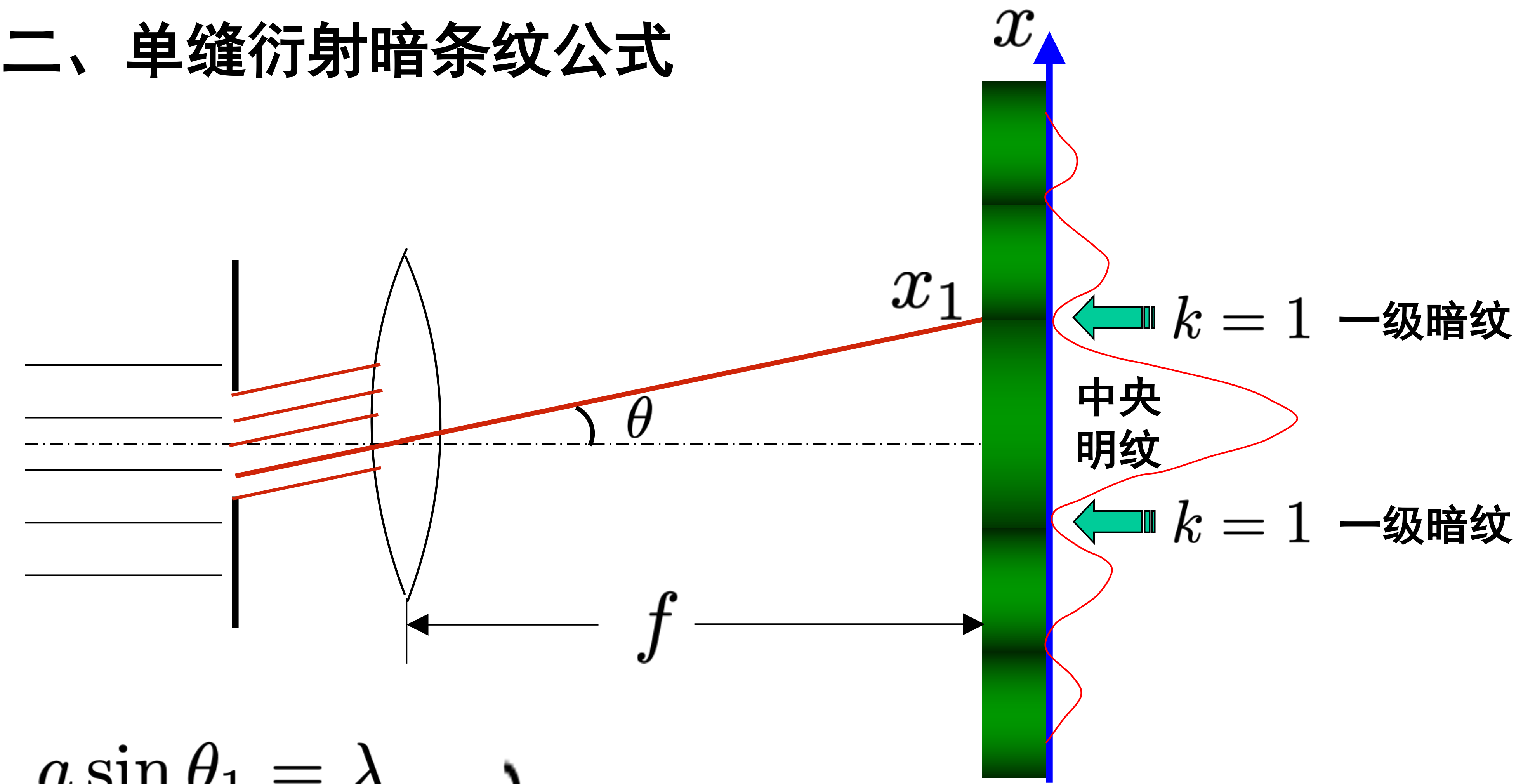


$$a\sin\theta = \pm k\lambda \ (k=1,2,3,\ldots)$$ 暗纹

$$a\sin\theta = \pm(2k'+1)\frac{\lambda}{2} \ (k'=1,2,3,\ldots)$$ 近似明纹（中心）

$$a\sin\theta = 0$$ 中央明纹（中心）

二、单缝衍射暗条纹公式



$$\left.\begin{aligned} a\sin\theta_1 &= \lambda \\ \tan\theta_1 &= \frac{x_1}{f} \\ \tan\theta_1 &\approx \sin\theta_1 \end{aligned}\right\} \quad x_1 = \frac{f\lambda}{a}$$ 一级暗纹

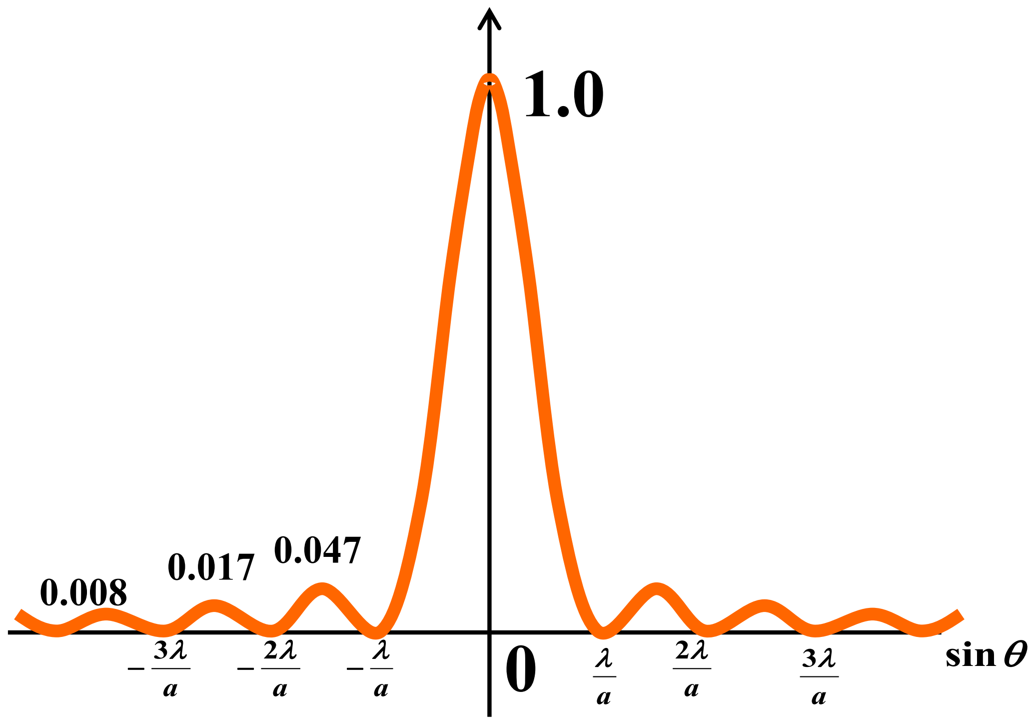
中央明条纹宽度：$\Delta x = 2x_1 = \dfrac{2f\lambda}{a}$

三、光强分布

设中央明纹中心光强I_0

$$I(\theta)=I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2$$

$$\beta=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$$



$$\frac{\sin 0}{0}=1$$

$$\downarrow$$

$$I(0)=I_0$$

明纹中心衍射角:

$$a\sin\theta_1=\pm 1.43\lambda$$

$$a\sin\theta_2=\pm 2.46\lambda$$

$$a\sin\theta_3=\pm 3.47\lambda$$

半波带法:

$$a\sin\theta=\pm(2k'+1)\frac{\lambda}{2}$$

注意：

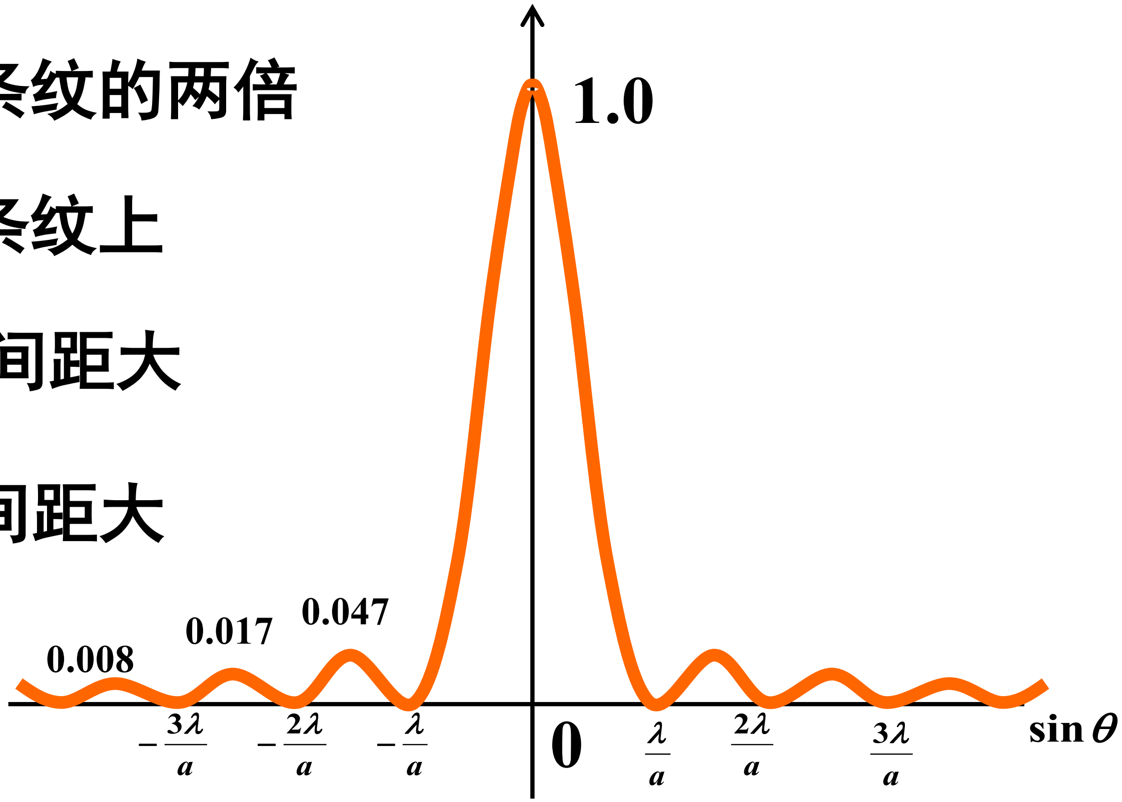
（1）中央明条纹宽度是其他条纹的两倍

（2）光强主要集中在中央明条纹上

（3）λ一定，a ↓、θ↑,条纹间距大

（4）a一定，λ↑、θ↑,条纹间距大

白光照射出现衍射光谱

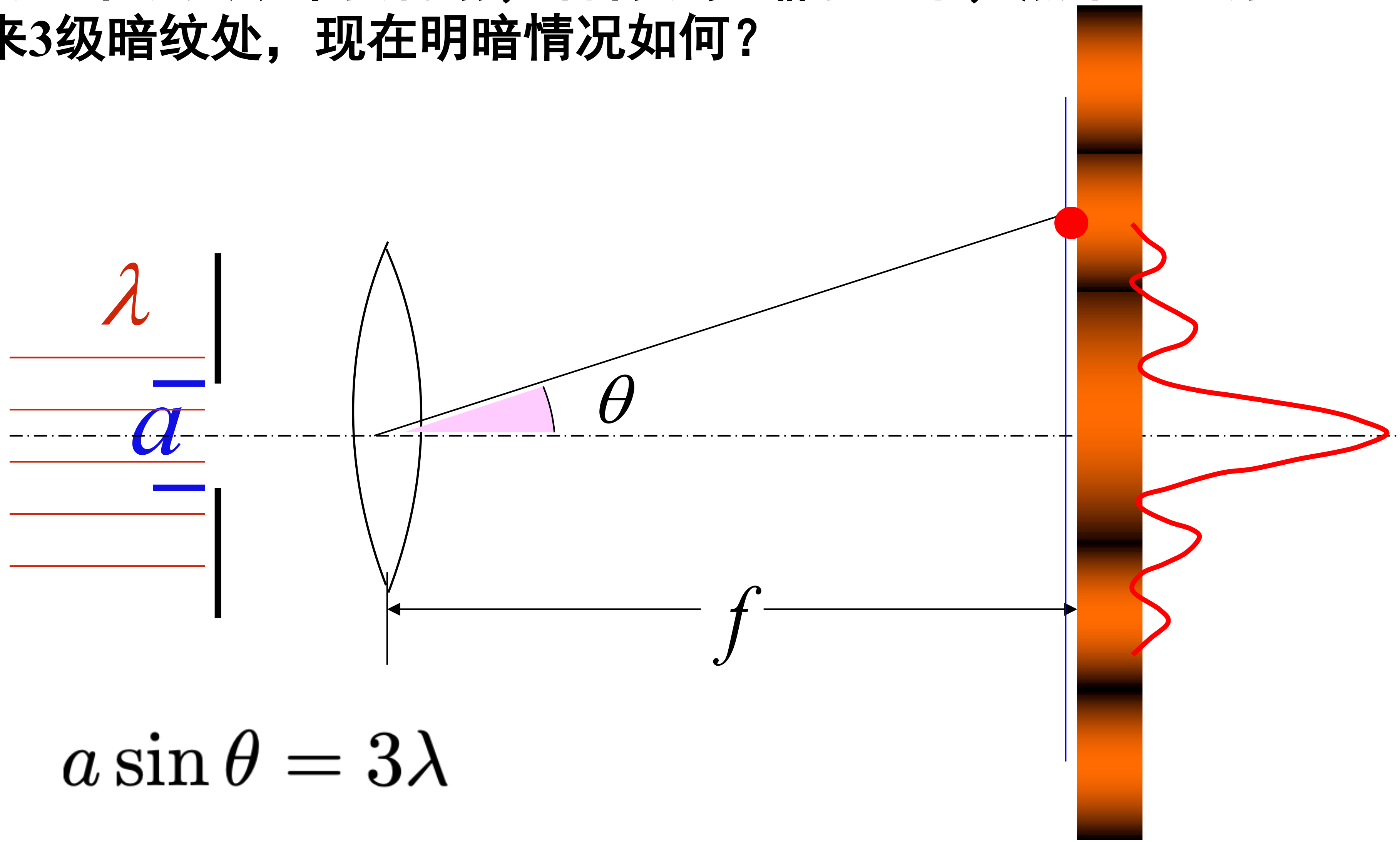


(5) $\dfrac{\lambda}{a} \to 0,\ \theta \to 0$

只显出单一的明条纹 ——单缝的几何光学像

几何光学是波动光学在$\lambda/a \to 0$时的极限情形

例：单缝夫琅禾费衍射，若将缝宽缩小一半，焦平面上原来3级暗纹处，现在明暗情况如何？



$$a \sin\theta = 3\lambda$$

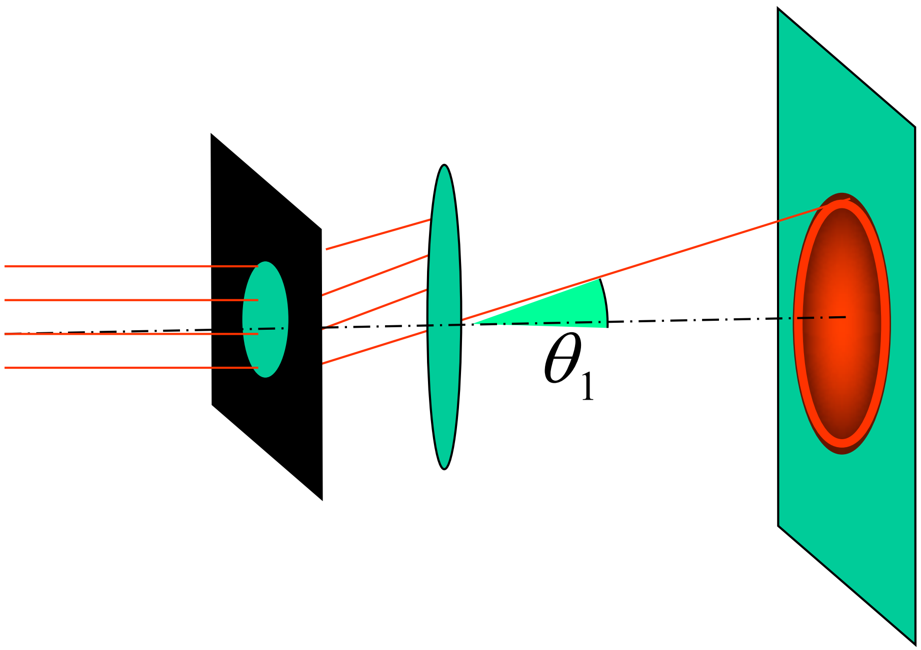
$$\frac{a}{2} \sin\theta = 3\frac{\lambda}{2}$$

$$2k' + 1 = 3$$

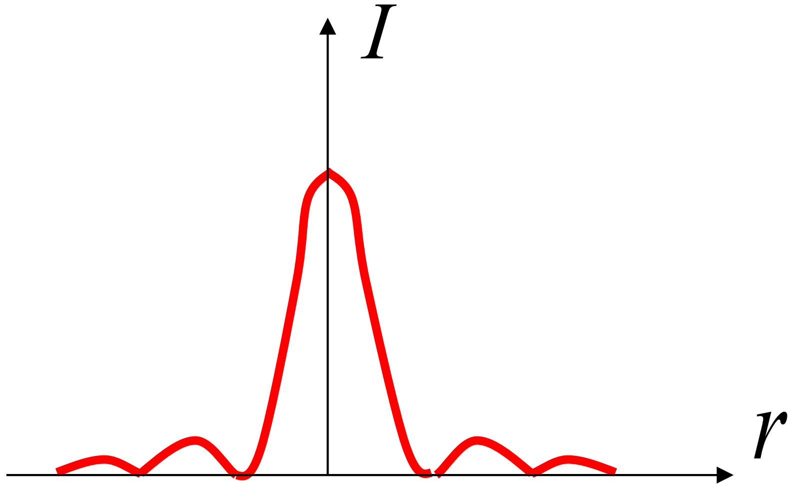
1级明纹

§ 3. 圆孔衍射 光学仪器的分辨本领

一、夫琅禾费圆孔衍射



爱里斑



84% 能量

$$D\sin\theta = 1.22k\lambda\ (k = 1, 2, \ldots)$$ 各级暗纹对应的衍射角

$$\sin\theta_1 = \frac{1.22\lambda}{D}$$

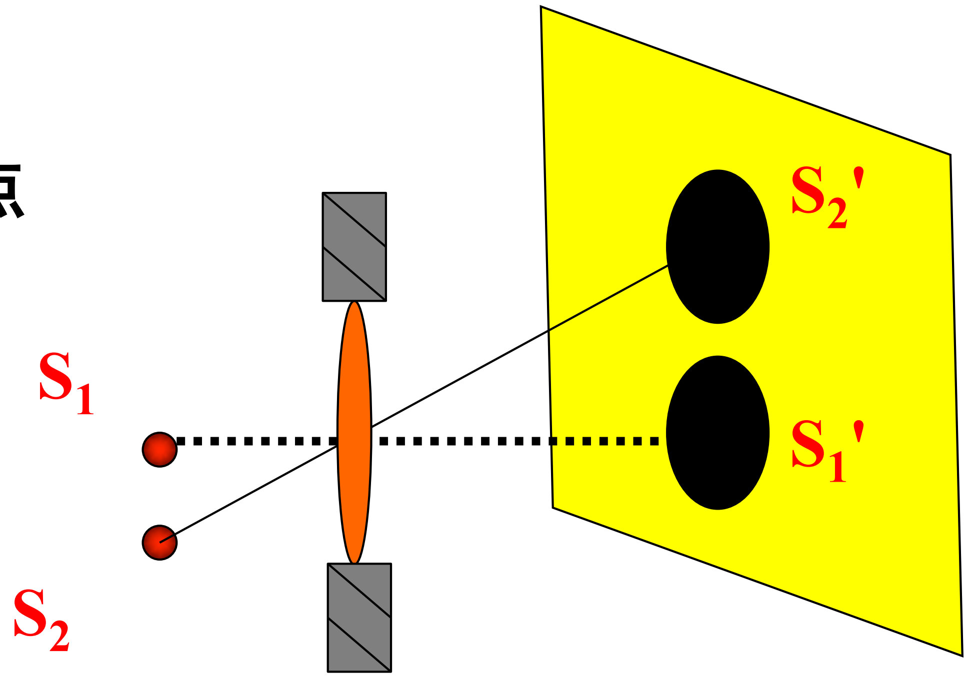
爱里斑的角半径：$\theta_1 \approx \dfrac{1.22\lambda}{D}$

二、光学仪器的分辨本领

看到—看清？———分辨本领

分辨本领问题的根源，在于光学仪器中的透镜对光进行限制，产生衍射。

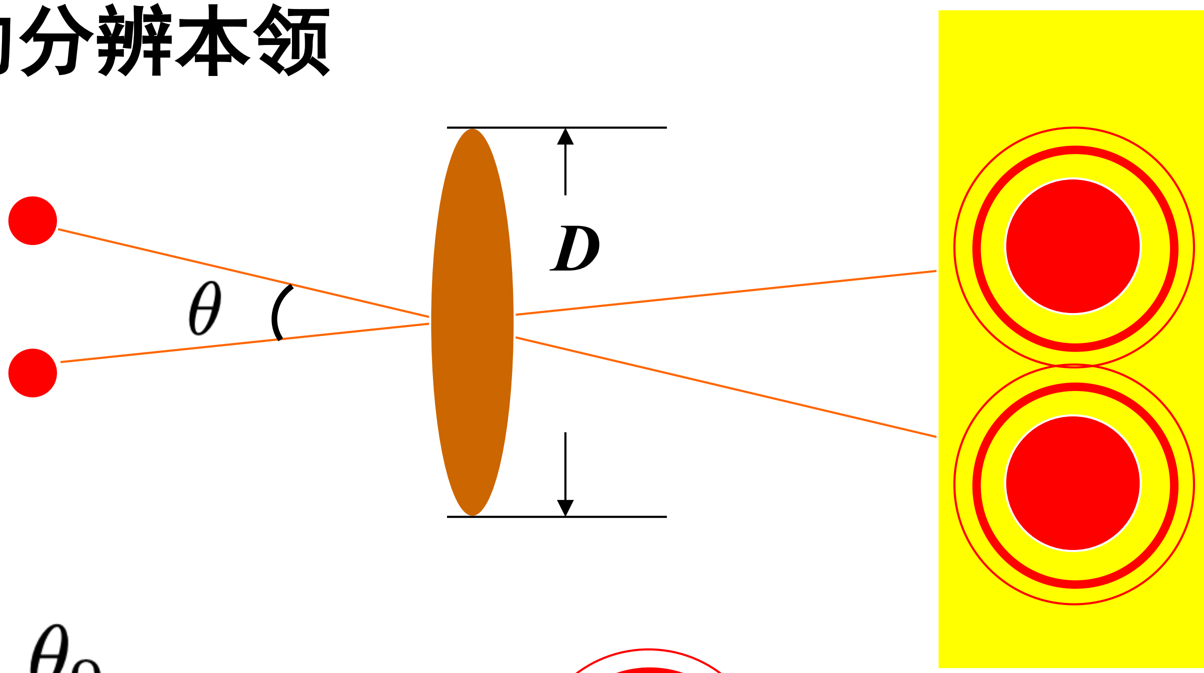
几何光学：点光源的像，几何点



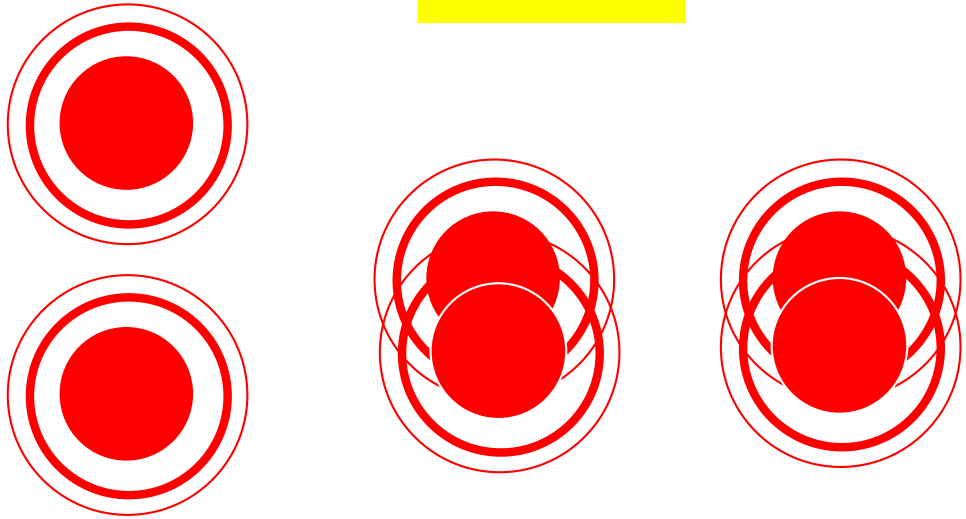
波动光学：

点光源的像，一个斑（爱里斑）

光学仪器的分辨本领



最小分辨角 θ_0



$\theta > \theta_0$ $\theta = \theta_0$ $\theta < \theta_0$

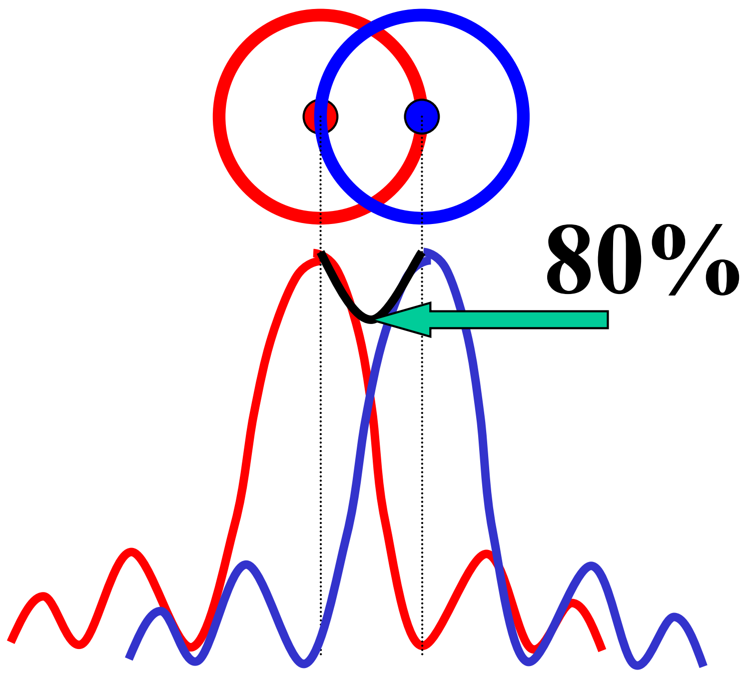
怎样才能算分辨？

$\theta_0 = ?$

§3. 圆孔衍射 光学仪器的分辨本领

瑞利判据： 第一个光斑的中心与第二个光斑的边缘重合时恰好可分辨

最小分辨角 $\theta_0 = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$



分辨角的倒数称系统的**分辨本领**

$$R = \frac{1}{\theta_0} = \frac{D}{1.22\lambda}$$

§3. 圆孔衍射 光学仪器的分辨本领

二、光学仪器的分辨本领

$$R = \frac{1}{\theta_0} = \frac{D}{1.22\lambda}$$

人眼瞳孔：D 2~6mm

θ_0 68″~23″

望远镜： D_M 2.4 m

θ_0 0.1″

§3. 圆孔衍射 光学仪器的分辨本领

例：在通常亮度下，人眼睛瞳孔直径约为 3 mm, 问人眼的最小分辨角是多大？远处两根细丝之间的距离为 2 mm, 问细丝离开多远时人眼恰能分辨？

人视觉最敏感的黄绿光波长：λ=0.552μm

$$\theta_0 = 1.22\frac{\lambda}{D} = 2.24\times10^{-4}\ \text{(rad)} \approx 1'$$

两细丝对人眼的张角为：$\theta = \dfrac{\Delta s}{L}$

恰能分辨时：$\theta = \theta_0$

$$L = \frac{\Delta s}{\theta_0} = \frac{2\times10^{-3}}{2.24\times10^{-4}} = 8.9\ \text{m}$$