

姓名: _____

学号: _____

学院(系): _____

____ 级 ____ 班

教师: _____

大 连 理 工 大 学

课程名称: _____ 高等数学 1 试卷: A 考试形式: 闭卷

授课院(系): 数学科学学院 考试日期: 2018 年 11 月 29 日 试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七				总分
标准分	30	20	10	10	10	10	10				100
得 分											

得 分	
--------	--

一、填空题 (每题 6 分,共 30 分)

1. 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t^2 + 2t \\ y = \ln(1+t) \end{cases}$ 确定, $\frac{dy}{dx} =$ _____, 曲线

$y = y(x)$ 在 $x = 3$ 处的法线与 x 轴交点的横坐标为 _____.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[6]{n^6 + n^5} - \sqrt[6]{n^6 - n^5}) =$ _____, $\lim_{x \rightarrow 0} x \left[\frac{3}{x} \right] =$ _____.

3. 已知函数 $y = y(x)$ 由方程 $xe^y + y - 1 = 0$ 确定, 则 $dy =$ _____, $y''(0) =$ _____.

4. 已知极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \tan \sqrt{x}} - \sqrt{1 + \sin \sqrt{x}}}{x^k} = c \neq 0$, 则 $k =$ _____, $c =$ _____.

5. 设 $f(x) = x^2 \ln(2+x)$, $f^{(2)}(0) =$ _____, $f^{(2019)}(0) =$ _____.

得 分	
--------	--

二、单项选择题 (每题 4 分,共 20 分)

1. 设函数 $f(x) = x \tan x e^{\sin x}$, 则 $f(x)$ 是 _____.

(A) 偶函数 (B) 无界函数 (C) 周期函数 (D) 单调函数

2、若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x + x f(x)}{x^3} = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+f(x)}{x^2} =$ _____.

- (A) 0 (B) $-\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $-\frac{1}{3}$

3、曲线 $y = \frac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$ 有_____条渐近线.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

4、设 $F(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & x \neq 0 \\ f(0), & x = 0 \end{cases}$, 其中 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导 $f'(0) \neq 0, f(0) = 0$, 则 $x=0$ 是 $F(x)$ 的_____.

- (A) 连续点 (B) 第一类间断点
(C) 第二类间断点 (D) 连续点或间断点不能确定

5、设 $f(x)$ 在 $x=0$ 某邻域内有二阶连续导数, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x f''(x)}{1 - \cos x} = 1$, 则_____.

- (A) $f''(0) \neq 0$, 但 $(0, f(0))$ 是 $y = f(x)$ 的拐点
(B) $f''(0) = 0$, 且 $f(0)$ 是 $y = f(x)$ 的极小值
(C) $f''(0) = 0$, 且 $(0, f(0))$ 是 $y = f(x)$ 的拐点
(D) $f''(0) \neq 0$, 且 $f(0)$ 是 $y = f(x)$ 的极小值

得分	
----	--

三、(10分) 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{(1+x)^{\frac{1}{x}}}{e} \right]^{\frac{1}{2x}}$.

得 分	
--------	--

四、（10 分）求数列 $\{\sqrt[n]{n}\}$ 的最大项.

得分	
----	--

五、（10 分）若 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上二阶可导， $f(1) = f(2) = 0$ ， $g(x) = (x-1)^2 f(x)$ ，证明必存在 $\xi \in (1,2)$ 使 $g''(\xi) = 0$ 。

得 分	
--------	--

六、（10 分）设 $x > 0$ ，常数 $a > e$ ，证明： $(a+x)^a < a^{a+x}$.

得分	
----	--

七、（10 分）设 $f_n(x) = x^n + x^{n-1} + \cdots + x$,

1. 证明：对任意自然数 $n > 1$, 方程 $f_n(x) = 1$ 在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 内只有一个根;
2. 若 $x_n \in (\frac{1}{2}, 1)$ 是方程 $f_n(x) = 1$ 的根, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.