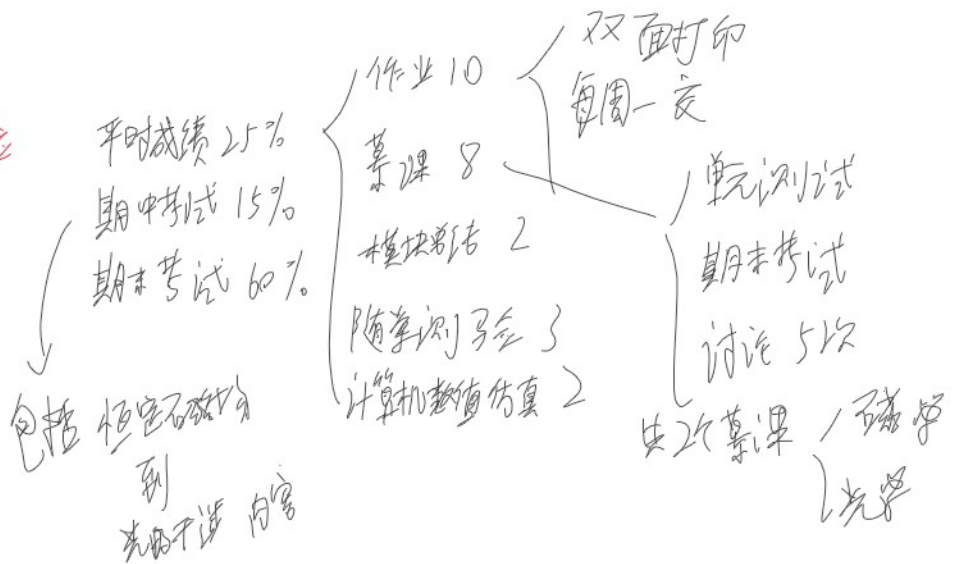


大物下笔记磁学

2021年9月3日 19:46

磁学 - 电磁感应
光学
量子物理基础



恒定磁场

1. 磁感应强度

磁现象的本质: 电流

磁场对运动电荷有力的作用; 磁场有能量有质量

恒定电流产生的磁场叫恒定磁场

\vec{F}_m 与 \vec{v} 方向有关, $\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ 可使用 $\vec{B} = \frac{|\vec{F}_m|}{q|\vec{v}|\sin\theta}$ 进行计算

单位: 特斯拉 T

常用高斯 G $1G = 10^{-4}T$

磁场满足叠加原理 $\vec{B} = \int d\vec{B}$

根据叠加原理可计算通电直导线在空间产生的磁感应强度

毕奥-萨伐尔定律: 磁场上由电流定律

电流元 $I d\vec{l}$ 对点 P 处产生的磁感应强度 $\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}$ 积分化 $d\vec{B} = \frac{\mu_0 I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$

其中 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N/A^2$ 真空中的磁导率

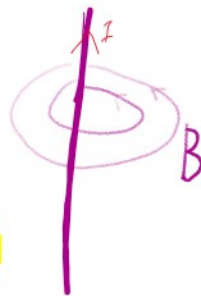
根据叠加原理, 多条电流在同一点产生的磁感应强度

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

载流直导线周围磁场 $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

式中 x 为 P 与直导线的距离; θ_1, θ_2 为直导线两端点

与点 P 的夹角



特例: 无限长载流直导线 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$

点 P 在直导线延长线上 $B = 0$

载流圆环中心轴上的磁场: $B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$

圆心处磁感应强度最大, 为 $\frac{\mu_0 I}{2R}$

若圆环半径为 R , 则圆环中心轴上各点的磁感应强度

无限长直导线磁感应强度最

大, 为 $\frac{\mu_0 m}{2\pi x^3}$, m 为磁偶极矩

↓

$\vec{m} = q\vec{r}$

圆心处磁感应强度最大, 为 $\frac{\mu_0 I}{2R}$ $2(R+x)^{-2}$ A , 为 $\frac{\mu_0 I}{2ax^3}$, m 为磁偶极矩
 磁矩: 载流线圈的磁偶极矩
 用面积 $\vec{m} = I \vec{S}$ 方向沿 \times 轴正向, 与圆电流方向相同或右手法则
 $B = \frac{I \mu_0 R^2}{x^3}$

2. 有磁场的安培环路定理

$$\Phi = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$d\vec{S}$ 表示面元, 以面元法向为磁通量方向

正方向: 由闭合面内指向外

负方向: 由外向内

$\vec{B} \cdot d\vec{S} < 0$: 磁感线穿入

$\vec{B} \cdot d\vec{S} > 0$: 磁感线穿出

磁场的安培定理: $\oint_m \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{in}$ (磁感线穿入)

结论: 磁场无源

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

散度为0

梯度: ∇B 梯度方向量

散度: $\nabla \cdot \vec{B}$ 散度方向量

3. 安培环路定理

安培环路定理: 恒定磁场中, 磁感线强度 B 沿任何闭合路径 L 的线积分

(环路线积分为) 等于路径 L 包围电流强度代数和的 μ_0 倍

表达式: $\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{in}$

环路线积分为磁感线强度

磁感线

与 L 套链的电流

当与 L 套链方向为右手螺旋时, 电流取正

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_{in} \rightarrow \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

磁感线强度不为0

结论: 磁场无源有旋

对应电场有源无旋

应用: 求无限长载流直导线附近磁感线的问题简化

选其中一个同心圆作为安培环路

$\mu_0 I$ 已知

$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}$ 是积分, 要找出不变的微元来化简积分

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$B \oint_L dl = 2\pi r B = \mu_0 I$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

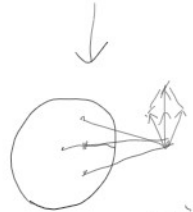
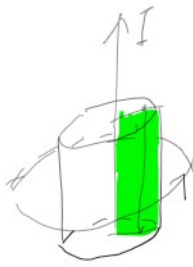
无限长圆柱的磁场分布:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, r > R_0$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R_0^2}, r \leq R_0$$



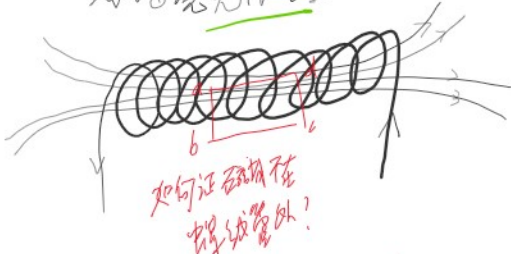
R_0 为圆柱半径



安培环路

同轴圆

均匀密绕无限长直螺线管的磁场分布:



如何证磁场在螺线管外?

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \oint_a^b \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_b^c + \int_c^d + \int_d^a$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \vec{B} \cdot \vec{ab} = n \mu_0 I \vec{ab}$$

匝数 长度

在螺线管外取回路, 无穷远处 $\vec{B} = 0$,

依次靠近螺线管, $\vec{B}_1 = \vec{B}_2 = \dots = \vec{B} = 0$ 得到 $\vec{B} = n \mu_0 I$

即螺线管外无磁场

当 $L \gg R$ 时, 有限长螺线管中部也有此结论

均匀密绕螺线管的磁场
中心半径 R , 总匝数 n , 电流强度 I



$$\vec{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0 n I}{2\pi R} = \mu_0 n I & (R_1 < r < R_2) \\ 0 & (r > R_2 \text{ 或 } r < R_1) \end{cases}$$



安培环路定理主要用于求磁场分布

步骤:

1. 找对称路径
2. 找特殊地方求磁场
3. 写安培环路定理
4. 求未知量得 \vec{B}

4. 带电粒子在磁场中的运动

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

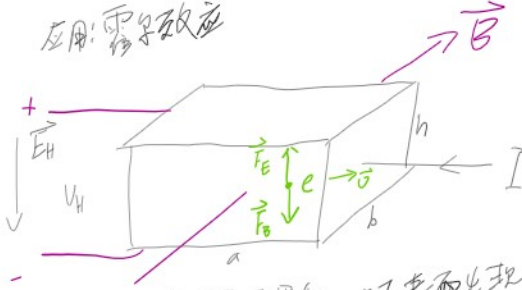
\perp 洛伦兹力 \Rightarrow 磁力不做功 \vec{v} 与 \vec{F}_m 垂直

$$\vec{F}_m = q \vec{v} \times \vec{B}$$

右手定则 \Rightarrow 磁力不做功 \vec{v} 与 \vec{F}_m 垂直

特别地, 当速度与磁场成夹角时, 粒子做螺旋运动
带电粒子在非均匀磁场中运动时, 也会做螺旋运动

应用: 霍尔效应



电子在下表面聚集, 上下表面出现电势差 E_H
平衡条件: $\vec{F}_E = \vec{F}_B \Rightarrow q \vec{v} \times \vec{B} = q E_H$ $q = -e$

$$|E_H| = \frac{V_H}{h}$$

$$V_H = h \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\text{又由 } I = nqsv = nebh\vec{v}$$

$$\text{得 } |\vec{v}| = \frac{I}{nebh}$$

$$V_H = \frac{I}{nebh} B$$

$$V_H = \frac{IB}{neb}$$

$$\text{推广到其他载流子 } V_H = \frac{IB}{nqb} = R_H \frac{IB}{b}$$

$$\text{霍尔系数 } R_H = \frac{1}{nq}$$

R_H 为负, V_H 为负, 载流子是负电荷

R_H 为正, V_H 为正, 载流子是正电荷

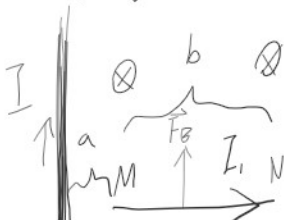
也可用磁判断磁矩 (霍尔元件)

一段载流导线所受合力 — 安培力

$$\vec{F} = \int_a^b I d\vec{l} \times \vec{B}$$

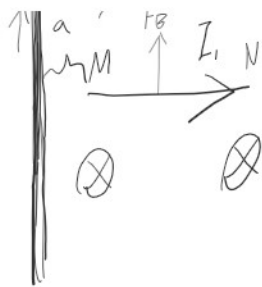
电流元 $d\vec{l}$ 所受合力

无限长直导线对另一载流直导线的安培力



$$dF = I_1 B dl = I_1 \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dl$$

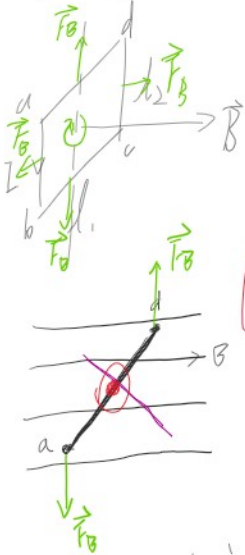
$$F = \int_a^b \frac{\mu_0 I I_1}{2\pi r} dl$$



$$F = \int_0^{N \cdot dl} \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2a} dl$$

$$\vec{F} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2a} \ln \frac{a+b}{a}$$

磁场作用在一平面刚性载流线圈上的安培力矩



$$M = F_{cd} l_1 \cos \alpha = I B l_1 l_2 \cos \alpha$$

$$= I B S \sin \theta$$

方向如图向上

$$\text{磁矩 } \vec{m} = I S \vec{n}$$

$$\vec{m} = \vec{r} \times \vec{B}$$

磁力矩会使磁矩与外磁场同向
对任意形状平面线圈都成立

恒定磁场中安培力做功 = 载流回路磁通量的增量

$$\text{保持 } I \text{ 不变, 有 } A = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int I l B dr = I B \Delta S$$

$$A = I \Delta \phi_m$$

5. 磁介质与磁化

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_0$$

抗磁质: $\frac{B}{B_0} < 1$ 会使附加磁场抵消部分外磁场

$\frac{B}{B_0} = \mu$: 磁介质的相对磁导率
顺磁质: $\frac{B}{B_0} > 1$ 会加强外磁场

若 $\mu \gg 1$, 则这种磁介质的称为铁磁质, 以铁、钴、镍为典型

轨道磁矩: 电子轨道运动"的磁矩"用 m_l 表示

$$\text{轨道磁矩 } L = m_e v r$$

$$m_l = \frac{e v}{2 \pi r} \pi r^2 = \frac{e v r}{2} = \frac{e}{2 m_e} L$$

$$\text{自旋磁矩 } m_s = \frac{e}{m_e} \cdot \frac{\hbar}{2}$$

6. 磁介质磁化机理

"分子电流"模型

$$\text{原子磁矩 } \vec{m}_i = \sum \vec{m}_j$$

电子轨道磁矩

电子自旋磁矩

“分子电流” $\vec{m} = \sum \vec{m}_i$

原子磁矩 $\vec{m}_i = \sum \vec{m}_i$
 原子磁矩等效
 于一个载流线圈(分子
 电流), 其磁矩为

$$\vec{m} = \vec{m}_i$$

电子自旋磁矩

核磁矩 (一般略去, 因为它
 比其他磁矩 $\times 10^{-3}$)

分子分类:
 1. $\vec{m} = 0$ 无磁分子 \rightarrow 例: He, Ne 分子
 分子内电子磁矩之和为 0
 2. $\vec{m} \neq 0$ 有磁分子 \rightarrow 例: H, Na, Fe 分子
 分子内电子磁矩之和不为 0

无磁分子时, 介质介壳对外是不显磁性的
 但引入磁矩后, 磁矩会受外磁场影响,
 导致所有磁矩方向都会朝向外磁场的方向,
 导致介质介壳对外界产生附加磁矩

分子电流的等效等于
 介质表面传导电流

磁化强度: 单位体积内分子磁矩的矢量和

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{m}_i}{\Delta V}$$

顺磁度 $M \uparrow \uparrow B$
 抗磁度 $M \downarrow \downarrow B$

单位: A/m

$$\vec{M} = \frac{\mu_r - 1}{\mu_0 \mu_r} \vec{B}$$

有磁介壳存在时, 磁矩由自由电流 I_0 和束缚电流 I' 共同产生

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum (I_0 + I')$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

\vec{H} 的安培环路定理
 磁化强度

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

条件: 各向同性均匀的介壳 \rightarrow 介壳磁导率 $\mu = \mu_0 \mu_r$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\chi_m = \mu_r - 1$$

磁化率

分析思路:

$$I_0 \xrightarrow{\text{H 的安培环路定理}} \vec{H} \xrightarrow{\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{r} = \sum I_0} \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \xrightarrow{\vec{M} = \chi_m \vec{H}} \vec{M} \xrightarrow{\oint_L \vec{M} \cdot d\vec{r} = \sum I'} I'$$

$$\vec{M} = \frac{\mu_r - 1}{\mu_0 \mu_r} \vec{B} = \frac{\chi_m}{\mu} \vec{B}$$

束缚电流

... 磁化强度 ... 磁化率 ...

$$\chi_m = \mu_r - 1 \rightarrow \mu_r = \frac{\oint \vec{M} \cdot d\vec{r}}{\oint \vec{H} \cdot d\vec{r}} = \frac{2l}{I} \rightarrow I'$$

无限长直导线管中，单位长度匝数为 n ，电流为 I ，

管内有相对磁导率 μ 的均匀介质，

$$\text{则 } |H| = nI \Rightarrow B = \mu H = \mu_0 \mu_r n I$$

7. 铁磁物质

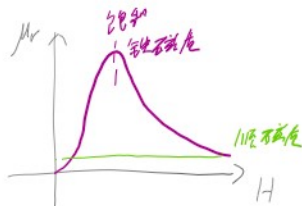
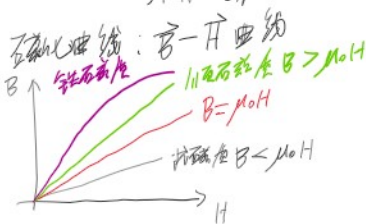
基本特点：1. $\frac{B}{B_0} = \mu_r \gg 1$ ，相对磁导率高

2. $\mu_r \sim B$ ，相对磁导率与磁感应强度有关

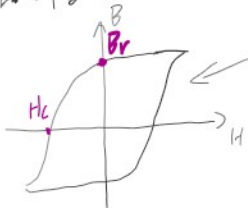
3. 存在磁滞现象

4. 升温到居里温度后，会变成顺磁物质

5. 有饱和状态



磁滞回线



永磁材料：

磁滞回线较粗，剩磁很大的材料。

充磁后不易退磁，因此适合做

永久磁铁

B_r ：剩磁

H_c ：矫顽力



软磁材料：

磁滞损耗小，适合用在交变磁场中，不会导致发热损耗



硬磁材料：

由于存在“窄带”，可用于描述“0”“1”

可作为磁性记忆元件

磁畴：铁磁体中由于原子间强相互作用，在磁体中形成的区域，约为 10^{-12} m^3 的小区域（但对于原子来说很大）

磁化机理

无磁畴时，磁畴指向杂乱无章

外加弱磁场时，会发生畴壁运动，与外加磁场方向相同/相异的磁畴体积逐渐扩大

外加强磁场时，所有磁畴沿外加磁场方向排列，达到饱和

去除外加磁场时，畴壁分裂，但由于存在阻力，不能恢复到磁化前状态，表现出磁滞现象

温度升高时，热运动加剧，导致 $T > T_c$ 时，磁畴全部被破坏， T_c 即居里温度

1. 磁化机理

磁通量增加时，感应电动势的方向与磁通量增加的方向相反，即阻碍磁通量的增加。

8. 法拉第电磁感应定律

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

对于 N 匝线圈, $\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d\Psi}{dt}$

方向判断: 负号表示感应电动势方向, 可用楞次定律判断

$$\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

磁通量不变, 回路变化 回路面积, 磁通量

动生电动势 — 感生电动势

$$\mathcal{E} = BLv \cos\theta$$

方向由楞次定律判断

源于洛伦兹力, 但可在

源于外加的磁场力

受到洛伦兹力的力

只要磁通量变化

就会产生感生电动势

电场, 也就是

感生电场, 而

线圈运动到了

了切割作用

在不同角度(坐标系)看, 没有严格区分

涡旋电场的电场线闭合, 是非保守场 ($\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$)

与静电场不同

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq 0$

涡旋电场

↓ 导体在磁场中运动

形成感生电动势

不再有电势概念

一段导线在磁场中, 两端电势

差与导线形状有关

还与导线形状有关

圆面切割的计算

$$v = \omega r$$

$$d\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

$$\mathcal{E} = - \int_0^L v B dx$$

$$= - \int_0^L \omega x B dx$$

$$= - \frac{1}{2} \omega B L^2$$

例: 空间均匀磁场被限制在半径为 R 的圆柱形空间 $\frac{dB}{dt} > 0$

求: 涡旋电场

解: 对称的磁场 \rightarrow 对称的涡旋电场 \rightarrow 电场线是一系列同心圆、方向逆时针。

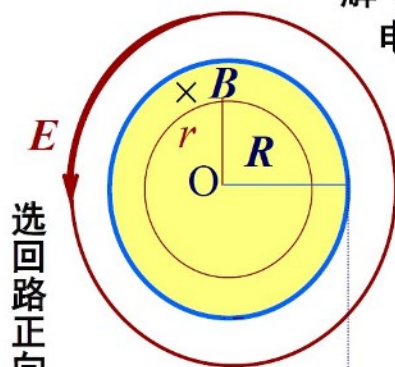
半径 r 的圆周上感应电动势

$$\mathcal{E} = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \begin{cases} \pi r^2 \frac{dB}{dt} & (r < R) \\ \pi R^2 \frac{dB}{dt} & (r > R) \end{cases}$$

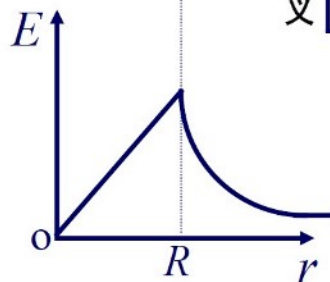
由定义

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = E \oint dl = 2\pi r E$$

$$E = \begin{cases} \frac{r}{2} \frac{dB}{dt} & (r < R) \\ \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} & (r > R) \end{cases}$$



选回路正向沿逆时针方向



↓
空间各处也有涡旋电场

9. 自感与互感

9. 自感与互感

自感: $\mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$ L越大, 导致自感电动势越大, L也就反映了线圈中电流变化的难易程度

互感: $M_{12} = M_{21} = M$

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{12} = -M \frac{di_1}{dt} \\ \mathcal{E}_{21} = -M \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

自感与互感往往同时存在

理想耦合: $M = \sqrt{L_1 L_2}$ 非理想耦合 $M^2 < L_1 L_2$

电感储能: $A = \frac{1}{2} L I^2 \rightarrow$ 电感储能 $W_m = \frac{1}{2} L I^2$

由电感公式: $L = \mu n^2 l, B = \mu n I$

代入上式, $W_m = \frac{1}{2} B H V$

单位体积磁场的能量: 磁能密度 $w_m = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}$ 真空中

$W_m = \int w_m dV \leftarrow$ "不均匀" 介质中
"均匀"

匀速运动点电荷的磁场与电场

$$\begin{aligned} di &= v dt \\ I &= \frac{dq}{dt} \end{aligned} \Rightarrow I d\vec{l} = v dq$$

由毕塞-萨伐尔定律, 比较产生的电场 $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq \vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$ $\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}$

可得 $\vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 (\vec{v} \times \vec{E}) = \frac{1}{c^2} (\vec{v} \times \vec{E})$

10. 麦克斯韦方程组

产生电场的原由 $\begin{cases} \text{电荷} \\ \text{变化的磁场} \end{cases}$ 产生磁场的原由 $\begin{cases} \text{电流} \\ \text{变化的电场} \end{cases}$

位移电流 \rightarrow 就产生磁场的而言, 变化的电场与传导电流等价 由麦克斯韦方程组可得

极板电量 $q = Q$
极板间电势 $U = \frac{q}{C}$
电位移通量 $\Phi_D = \vec{D} \cdot \vec{S} = q$
 $I = \frac{dq}{dt} = \frac{d\Phi_D}{dt}$
 $\Rightarrow I_D = \frac{d\Phi_D}{dt}$ 位移电流

不适用于可用

$\Phi_D = \iint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$ 计算 $I_D = \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

位移电流密度: $\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

其大小与电场随时间变化率有关

位移电流不是真正电流, 只是电位移在产生磁场的方面与真空电流等效

全电流安培环路定理

$I_{\text{总}} = I + I_D \Rightarrow \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot d\vec{S} \Rightarrow \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

位移电流的特点

- 只要有变化的电场, 就会产生位移电流 在真空中 $I_D = I$, 但在介质中 $I_D < I$, 但高介电常数 I_D 接近 I
- 位移电流与传导电流不同, 若两者在产生磁场的方面等效 传导电流 I 是电荷运动, 位移电流 I_D 是电场的变化, 两者都会产生磁场, 且等效于传导电流

位移电流的特点

1. 只要有变化的磁场，就会产生位移电流
2. 位移电流与传导电流不同，二者均存在，产生磁场的等效

麦克斯韦方程组的形式

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho \cdot d\mathbf{V}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int \left(\mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{d\mathbf{E}}{dt} \right) \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int \left(\mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{d\mathbf{E}}{dt} \right) \cdot d\mathbf{S}$$

▽拉普拉斯算符

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{cases}$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho \cdot d\mathbf{V} \\ \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 0 \\ \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \int \left(\mathbf{J} + \frac{1}{c^2} \frac{d\mathbf{E}}{dt} \right) \cdot d\mathbf{S} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \\ \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \end{cases}$$

电磁波

电磁波是波，满足波动方程

电磁波是横波

电磁波是横波，传播方向同时与电场和磁场方向垂直： $\mathbf{u} \parallel (\mathbf{E} \times \mathbf{H})$

$$\text{波速 } u = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad \text{真空中 } u = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$$



电磁波能穿透绝缘体

但会被导体屏蔽

其方程为：(平面电磁波)

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \end{cases}$$

$$\text{结合波动方程 } \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

波形式

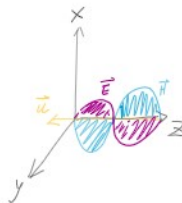
$$\text{解 } \frac{1}{u^2} = \mu \epsilon \text{ 可得波速}$$

$$\mathbf{E}, \mathbf{H} \text{ 同频同相} \Leftrightarrow \mathbf{E}, \mathbf{H} \text{ 同步} \quad \begin{cases} \sqrt{\mu} H = \sqrt{\epsilon} E \\ \sqrt{\mu} H_0 = \sqrt{\epsilon_0} E_0 \end{cases}$$

$$\text{例: 已知平面电磁波 } \mathbf{H} = -\hat{y} H_0 \cos \omega(t + \frac{z}{c})$$

求电场强度随波传播关系

$$\mathbf{E} = -\hat{y} \frac{H_0 \sqrt{\mu_0}}{\sqrt{\epsilon_0}} \cos \omega(t + \frac{z}{c})$$



电磁波的能量

真空中的电场和磁场的能量密度相等

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E \cdot \sqrt{\mu_0} H)$$

$$w_m = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 //$$

$$\Rightarrow w = w_e + w_m = 2w_e = 2w_m = \sqrt{\epsilon_0} E \sqrt{\mu_0} H$$

电磁波的能量流密度：单位时间通过单位面积的能量

$$\mathbf{S} = \frac{w \cdot \Delta t \cdot \Delta S}{\Delta t \cdot \Delta S} = w \mathbf{c} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \text{ 坡印廷矢量}$$

$$\text{电磁波的强度 } I = \frac{1}{2} H_0 E_0$$

功率密度:单位时间通过单位面积的能量

$$S = \frac{W \cdot \Delta t \cdot \Delta S}{\Delta t \cdot \Delta S} = W = E \times H \quad \text{坡印廷矢量}$$

电磁波的强度 $S = \frac{1}{2} H_0 E_0$