例9 已知 $F = A\overline{B}C + \overline{A}\,\overline{D} + AB\overline{D} + \underline{\overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}} + \underline{ABC\overline{D}}$ **吸收**

化简上式，并分别用最少的与非门和或非门实现

解：填卡诺图

F CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	
01				
11				1
10	1	1	1	1

1) 用与非门实现

$\Longrightarrow$ **圈 1**

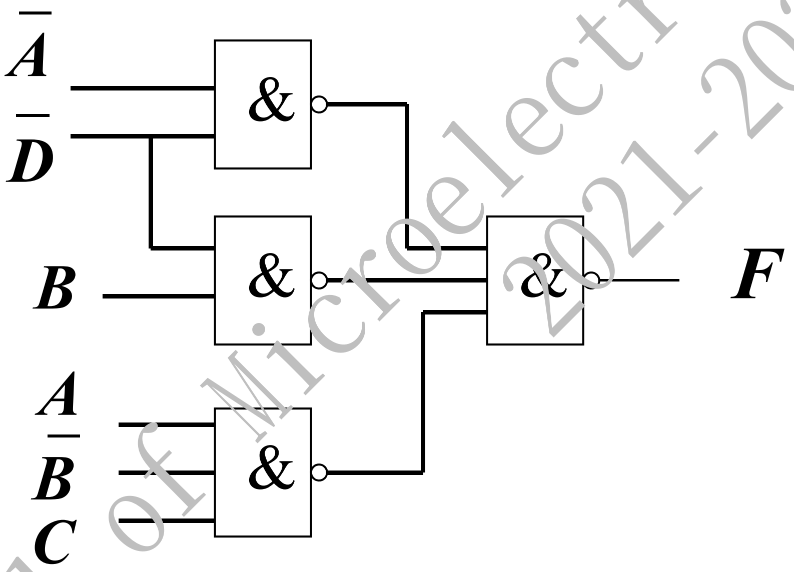
$$F = \overline{\overline{\overline{A}\,\overline{D} + B\overline{D} + A\overline{B}C}}$$

$$= \overline{\overline{\overline{A}\,\overline{D}} \bullet \overline{B\overline{D}} \bullet \overline{A\overline{B}C}}$$

与或 $\Longrightarrow$ **与非 - 与非**

$$F = \overline{\overline{\bar{A}\bar{D}} \cdot \overline{B\bar{D}} \cdot \overline{A\bar{B}C}}$$

与非－与非门



◊**最少的与非门实现→与非与非式→与或式→圈1**

化简为最简与或式+两次取非（摩根定理）

2) 或非门 ⟹ 圈 0

CD \ AB (F)	00	01	11	10
00	1	1	1	
01				
11				1
10	1	1	1	1

$$F=\overline{\overline{(A+\overline{D})(\overline{B}+\overline{D})(\overline{A}+B+C)}}$$

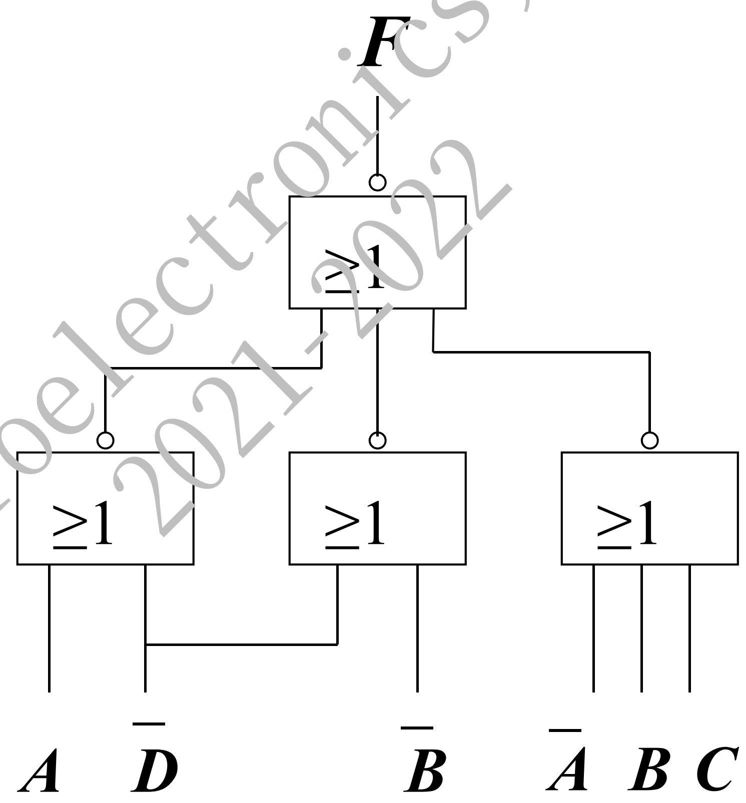
$$F=\overline{\overline{A+\overline{D}}+\overline{\overline{B}+\overline{D}}+\overline{\overline{A}+B+C}}$$

或与 ⟹ 或非 - 或非

化简: 每个圈需一个门实现, 各圈之间加一个门

$$F = \overline{\overline{A + \overline{D}} + \overline{\overline{B} + \overline{D}} + \overline{\overline{A} + B + C}}$$

或非－或非门



◊最少的或非门实现→或非或非式→或与式→圈0化简为最简或与式+两次取非（摩根定理）

2.4.4 具有随意项的逻辑函数的化简

Simplification of Logic Function with “Don’t Care” Terms

实际逻辑电路中, 有些变量(输入)组合不会出现或不允许出现（如 BCD 码中 1010~1111）；

这些组合对输出不产生任何影响(是 1 是 0 不影响输出), 称为“随意项”　(Don’t care)　。

例:

用 A, B, C 分别表示电机的正转、反转和停止三种状态:

A=1　正转

B=1　反转　　任何时刻只存在一个状态

C=1　停

$$ABC\begin{cases}100\ \text{or}\\ 010\ \text{or}\\ 001\end{cases}\qquad \left.\begin{matrix}000\\011\\101\\110\\111\end{matrix}\right\}$$

没有意义

"随意项"

随意项

卡诺图
真值表 } X 或 φ

逻辑函数 $\begin{cases} \sum d(\quad) \\ = 0 \end{cases}$

$d(\;)$ 括号中为最小项编号

- 化简时，根据需要，φ可作1或0，但不能同时既当1又当0
- 随意项取值目标：结果最简

例 1: 用卡诺图化简函数

$$F(A,B,C,D)=\sum m(1,3,7,11,15)+d(0,2,5)$$

解：卡诺图

标脚标： Φ_1,Φ_2,Φ_3

F $CD \backslash AB$	00	01	11	10
00	Φ_1			
01	1	Φ_3		
11	1	1	1	1
10	Φ_2			

采用 $\Phi_3=1,$

$\Phi_1=\Phi_2=0$

圈 1 :

$$F=CD+\overline{A}D$$

圈 0 :

$$F=D(\overline{A}+C)$$

若采用 $\Phi_1 = \Phi_2 = 1,\quad \Phi_3 = 0$

F CD \ AB	00	01	11	10
00	Φ_1			
01	1	Φ_3		
11	1	1	1	1
10	Φ_2			

圈 1:

$$F = \overline{A}\,\overline{B} + CD$$

是否可令: $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = 1$

例 2: Simplify the logic function with don't care terms:

$G = \overline{A}\overline{C} + \overline{A}B$ ，　　$AB + AC = 0$

$AB = \Phi$　　　$AC = \Phi$

物理意义：这两项在函数中不起作用，不是数学上的等于0

G: C \ AB	00	01	11	10
0	1	1	φ	
1		1	φ	φ

$G = B + \overline{A}\overline{C}$

2.4.5 引入变量卡诺图 (VEM)

Variable Entered Map

一般，变量超过5个时，采用引入变量卡诺图方法化简逻辑函数。

将n 变量函数中一个变量作为引入变量，填入 (n-1) 变量卡诺图中。

例 1: 用VEM方法化简下列逻辑函数

$$F(A,B,C)=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}+AB\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}+ABC$$，　3变量

将变量 C 拿出作为引入变量，将函数填入2变量卡诺图中

F \ A ; B	0	1
0	$\overline{C}$	$\overline{C}$
1	0	$C+\overline{C}\rightarrow 1$

当 A=0, B=0 时，$F=\overline{C}$，在 m_0 格填 $\overline{C}$

圈的原则与圈1相同，合并相同变量

$$F=\overline{B}\,\overline{C}+AB$$

例 2: $F(C,D,E)=C\overline{D}+C\overline{E}+\overline{C}E+\overline{D}E+CDE$

将 E 分出作为引入变量 （一般最后一个变量作为引入变量）

F: D \ C	0	1
0	E	E + $\overline{\text{E}}$
1	E	E + $\overline{\text{E}}$

1

$F=E+C$

F: D \ C	0	1
0	E	E + $\overline{\text{E}}$
1	E	E + $\overline{\text{E}}$

F: D \ C	0	1
0	E	E + $\overline{\text{E}}$
1	E	E + $\overline{\text{E}}$

例 3: 化简

F \ A / B	0	1
0	C	$C+\overline{C}$
1	C	$\overline{C}$

$$F = \overline{A}C + A\overline{C} + \overline{B}C$$

F \ A / B	0	1
0	C	$C+\overline{C}$
1	C	$\overline{C}$

$$F = \overline{A}C + A\overline{C} + A\overline{B}$$

答案不是唯一的！

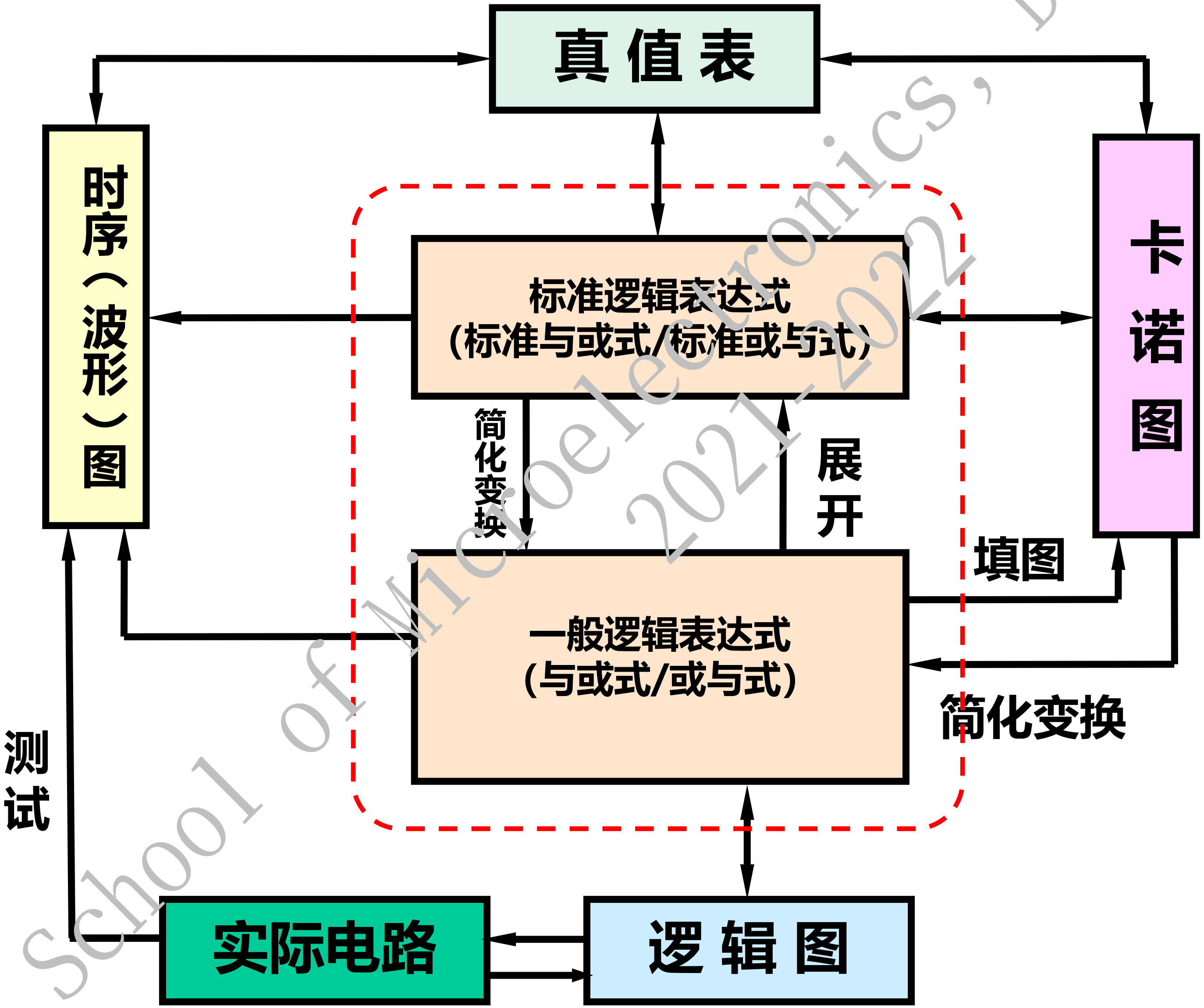
例 4: 化简下面引入变量卡诺图（VEM）：

F: C \ AB	00	01	11	10
0	1	1	1	D
1	D	D	1	D

$$F = D + AB + \overline{A}\,\overline{C}$$

逻辑函数的描述方法

- 真值表
- 逻辑表达式（标准表达式、一般表达式）
- 逻辑图
- 卡诺图
- 波形图（时序图）


真值表
时序（波形）图
卡诺图
标准逻辑表达式
(标准与或式/标准或与式)
简化变换
展开
一般逻辑表达式
(与或式/或与式)
填图
简化变换
测试
实际电路
逻辑图

本章总结

- 掌握逻辑代数的基本运算以及复合运算的图形符号、表达式和真值表
- 掌握逻辑代数的基本定律（8）、基本规则（3）和常用公式（6）
- 掌握逻辑函数标准表达式（2）；逻辑函数的表示方法（5）及其互相转换；
- 掌握逻辑函数的化简（公式法，卡诺图）