姓名：__________

学号：__________

学院（系）：______

______级______班

装

订

线

大 连 理 工 大 学

课 程 名 称：复变函数　　试卷：A　　考试形式：闭卷

授课院（系）：数学科学学院　　考试日期：2011 年 7 月 19 日　　试卷共 6 页

	一	二	三	四	五	六	七	总分
标准分	30	48	22	/	/	/	/	100
得 分				/	/	/	/	

一 、填空(每空 3 分，共 30 分)

1. $\sqrt{i}=$__________; $\sin i=$__________.

2. 若 $z=e^{it}$，m 为整数，则 $z^m+z^{-m}=$__________.

3. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}(\sqrt{3}+i)^n z^n$ 的收敛半径为________，其在收敛圆内的和函数为__________.

4. $z=\infty$ 是 $f(z)=\left(z^2-\dfrac{2}{z}\right)^3$ 的______级极点.

5. 设函数 $f(z)=z\cos\dfrac{2}{z}+\sin\dfrac{1}{z}$，则

$\mathrm{Res}\left[f(z),\,0\right]=$__________.

6. 设 m 为整数，则 $\oint_C z^m dz=$__________，$C:|z|=1$，正向.

7. ____，则称 z_0 为函数 $f(z)$ 的孤立奇点.

8. 闭路变形原理的内容为____.

二、计算题(每题 8 分，共 48 分)

9．求 $\int_C \overline{z}\,dz$，其中C为抛物线$x=y^2$上自点 0 至点$1+i$的一段.

10．求 $\oint\limits_C \left[z^2\sin z+\dfrac{1}{(4z+1)(z^2-2)}\right]dz$，$C:|z|=\dfrac{1}{2}$，正向.

11．求 $\oint\limits_C \dfrac{1}{(z-3)(z^5-1)}dz$，$C:|z|=2$，正向.

12. $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2-2x+2} dx$.

13．把函数 $f(z)=\frac{1}{z\left(z+2\right)^2}$ 在以 $z=-2$ 为中心的圆环域内展开成洛朗级数.

14．已知解析函数 $f(z)=\frac{\mathrm{Re}(z)}{\left|z\right|^2}+iv(x,y)$, $z\neq 0$，求 $v(x,y)$.

三、证明题(共 22 分)

15．设n为正整数，证明：$Ln\sqrt[n]{z}=\frac{1}{n}Ln\,z$.

16．设$f\left(z\right)=\frac{1}{\left(1-z\right)^{2}}$，$0<R<1$，$n$为正整数. 证明：

(1) $f^{(n)}\left(0\right)=(n+1)!$.

(2) $\max\limits_{|z|=R}\left|f\left(z\right)\right|=\frac{1}{\left(1-R\right)^{2}}$.

(3) $n+1\leq\frac{1}{R^{n}\left(1-R\right)^{2}}$.