课程信息

- 第六次作业：

1. 阅读黄昆《固体物理》第六章6-1小节、第七章7-1至7-3小结，胡老师讲义3-3,3-4,4-1至4-4小节，并解释以下重要概念：回旋共振，空穴，直接（间接）带隙半导体，本征光吸收，吸收边，带边有效质量，施主，受主，n型半导体，p型半导体；

2.**理想晶体中**，当无外场时，晶体中的电子在实空间与k空间分别做怎样的运动？

3.**理想晶体中**，存在恒定外场时，晶体中的电子在实空间与k空间分别做怎样的运动？

4. 画出直接带隙半导体与间接带隙半导体的光吸收过程示意图；

5. 某种一维理想晶体的电子能量E与波矢k间的函数关系可表示为：

$$E(k) = \frac{\hbar^2}{ma^2}\left(\frac{3}{4} - \cos ka + \frac{1}{4}\cos 2ka\right)$$

试求：

1) 电子速度的表达式；

2) 电子在能量极小处的有效质量

3. 自由电子情况的量子理论（不作要求）

无磁场时自由电子哈密顿量 $$\mathscr{H}=\frac{\vec{p}^2}{2m}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$$

有磁场时 $$\mathscr{H}=\frac{1}{2m}(\vec{p}+q\vec{A})^2$$

磁场沿z轴 $\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$ $\quad \vec{A}=(-By,0,0)$

$$\hat{p}_x=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x},\ \hat{p}_y=-i\hbar\frac{\partial}{\partial y},\ \hat{p}_z=-i\hbar\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\mathscr{H}=\frac{1}{2m}[(\hat{p}_x-qBy)^2+\hat{p}_y^2+\hat{p}_z^2]$$

$$\mathscr{H}=\frac{1}{2m}[(\hat{p}_x-qBy)^2+\hat{p}_y^2+\hat{p}_z^2]$$

因为哈密顿量不含 x, z $\begin{cases}[\mathscr{H} \quad \hat{p}_x]=0\\ [\mathscr{H} \quad \hat{p}_z]=0\end{cases}$

选波函数为 $(\hat{p}_x, \hat{p}_z)$ 本征态 $\begin{cases}\hat{p}_x\psi=\hbar k_x\psi\\ \hat{p}_z\psi=\hbar k_z\psi\end{cases}$

波函数 $\psi=e^{i(k_x x+k_z z)}\phi(y)$

$$\frac{1}{2m}[(\hat{p}_x-qBy)^2+\hat{p}_y^2+\hat{p}_z^2]\psi=E\psi$$

得到 $$\frac{1}{2m}[(\hbar k_x - qBy)^2 + \hat{p}_y^2 + \hbar^2 k_z^2]\phi(y) = E\phi(y)$$

$$\hat{p}_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y} \longrightarrow \hat{p}_y^2 = -\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

$$[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{m}{2}(\frac{qB}{m})^2(\frac{\hbar}{qB}k_x - y)^2]\phi(y) = (E - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m})\phi(y)$$

令 $$\omega_0 = \frac{qB}{m},\ y_0 = \frac{\hbar}{qB}k_x,\ \varepsilon = E - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

$$[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{m}{2}\omega_0^2(y-y_0)^2]\phi(y)=\varepsilon\phi(y)$$

——简谐振子方程

简谐振子波函数 $\phi(y-y_0)\cong e^{-\frac{1}{2}\omega_0(y-y_0)^2}H_n[\omega_0(y-y_0)]$

能量本征值 $\varepsilon_n=(n+\frac{1}{2})\hbar\omega_0$

在磁场中自由电子的波函数

$$\psi = e^{i(k_x x + k_z z)} e^{-\frac{1}{2}\omega_0 (y-y_0)^2} H_n[\omega_0 (y-y_0)]$$

能量本征值

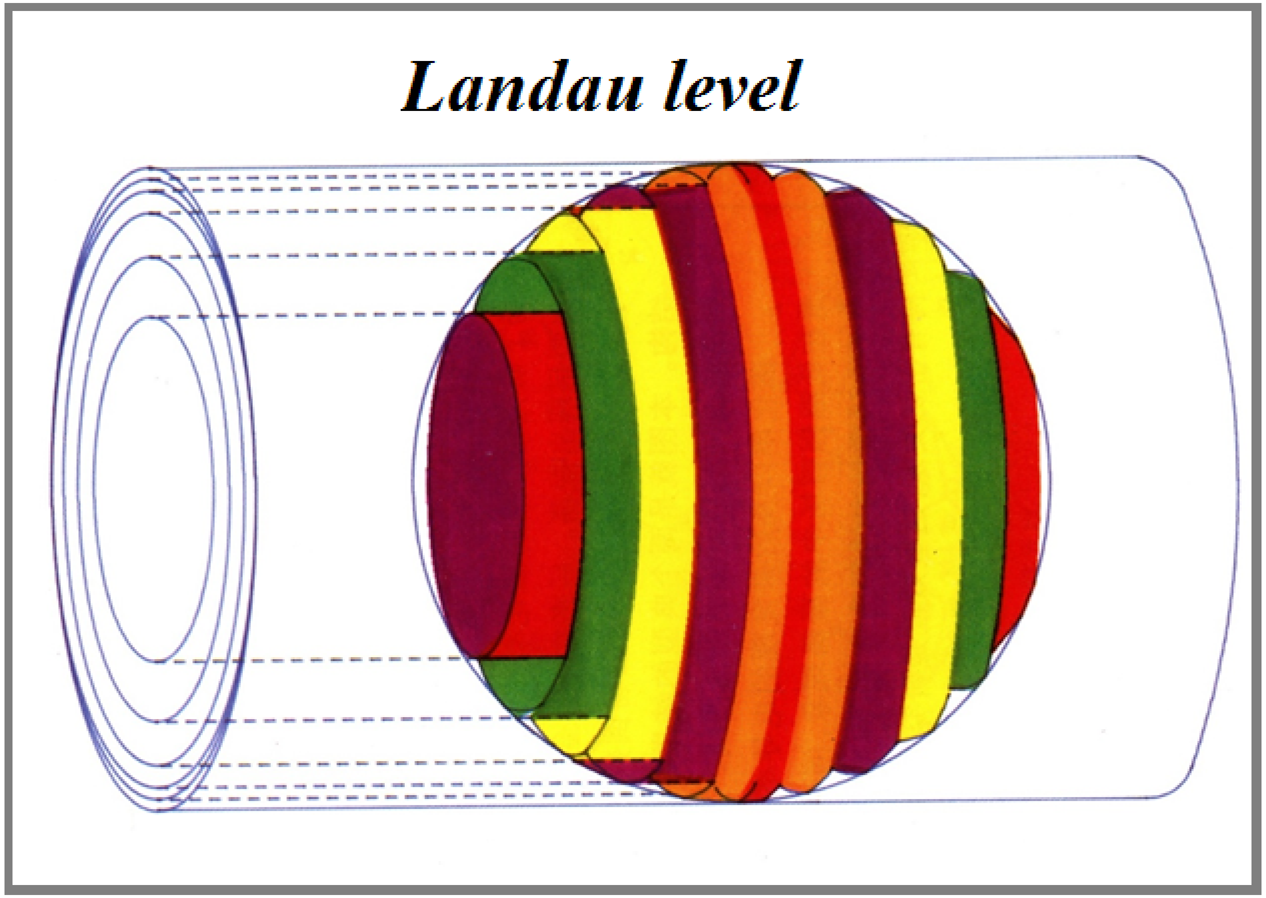
$$E = \varepsilon_n + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} = (n+\frac{1}{2})\hbar\omega_0 + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

—— 在**(*x*, *y*)**平面内的圆周运动对应一种简谐振荡，能量是量子化的

—— 这些量子化的能级称为朗道能级

能量本征值 $E=(n+\frac{1}{2})\hbar\omega_0+\frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$

—— 朗道能级



4. 晶体中电子的有效质量近似

—— 晶体中电子在磁场中的运动时，其哈密顿量

$$\mathscr{H} = \frac{1}{2m}(\vec{p} + q\vec{A})^2 + V(\vec{r})$$

—— 将周期性势场的影响概括为有效质量的变化

—— 有效质量近似方法

哈密顿量 $\mathscr{H} = \frac{1}{2m^*}(\vec{p} + q\vec{A})^2$

—— 半导体中能带底和能带顶附近采用有效质量近似处理

—— 碱金属也可以采用有效质量近似

—— 采用有效质量近似后，晶体中电子在磁场中的运动变为自由电子在磁场中的运动，前面的结果中将电子的质量***m***用有效质量***m****代替

磁场中自由电子的波函数

$$\psi = e^{i(k_x x + k_z z)} e^{-\frac{1}{2}\omega_0 (y-y_0)^2} H_n[\omega_0 (y - y_0)]$$

能量本征值 $E = \varepsilon_n + \dfrac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} = (n + \dfrac{1}{2})\hbar\omega_0 + \dfrac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}$

回转频率 $\omega_0 = \dfrac{qB}{m^*}$

§ 5.5 回旋共振

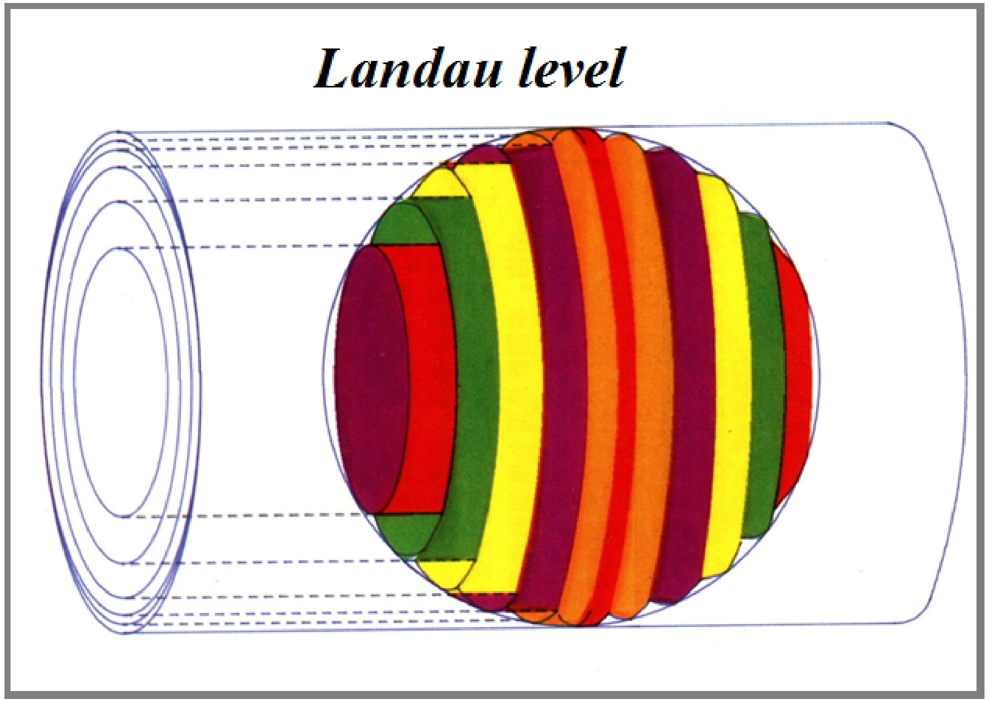
—— 晶体中电子在磁场中的运动时，采用有效质量近似后电子做螺旋运动

—— 回转频率 $\omega_0 = \dfrac{qB}{m^*}$

—— 能量本征值

$$E = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_0 + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*}$$

—— 朗道能级



—— 在垂直于磁场的方向施加一个交变电场，当

$$\omega = \omega_0 = \frac{qB}{m^*}$$ 电子将吸收交变电场的能量

—— 电子发生共振吸收，称为回旋共振

—— 电子吸收电场的能量，电子实现了从一个朗道能级跃迁到更高能量的朗道能级上

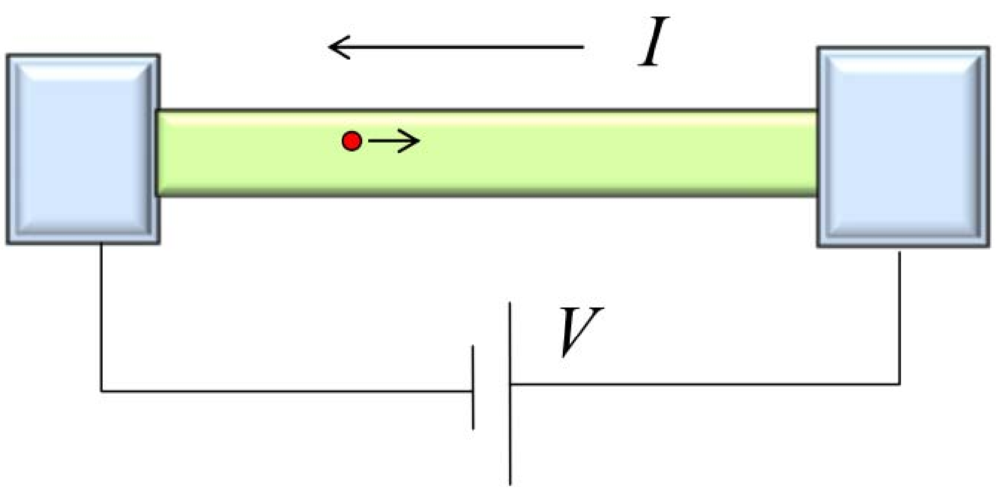
—— 半导体材料中能带底和能带顶附近，电子的有效质量不同，具有不同的回旋共振频率

—— 通过测量回旋共振频率，可以确定电子的有效质量

第六章

半导体电子论

研究半导体的目标



$$I = G \times V$$
$$= q \times n \times v \times A$$

载流子浓度　　速度

载流子浓度：大量电子（或空穴）系统的统计分布

速度：随外加电场的漂移 + 声子及杂质的散射

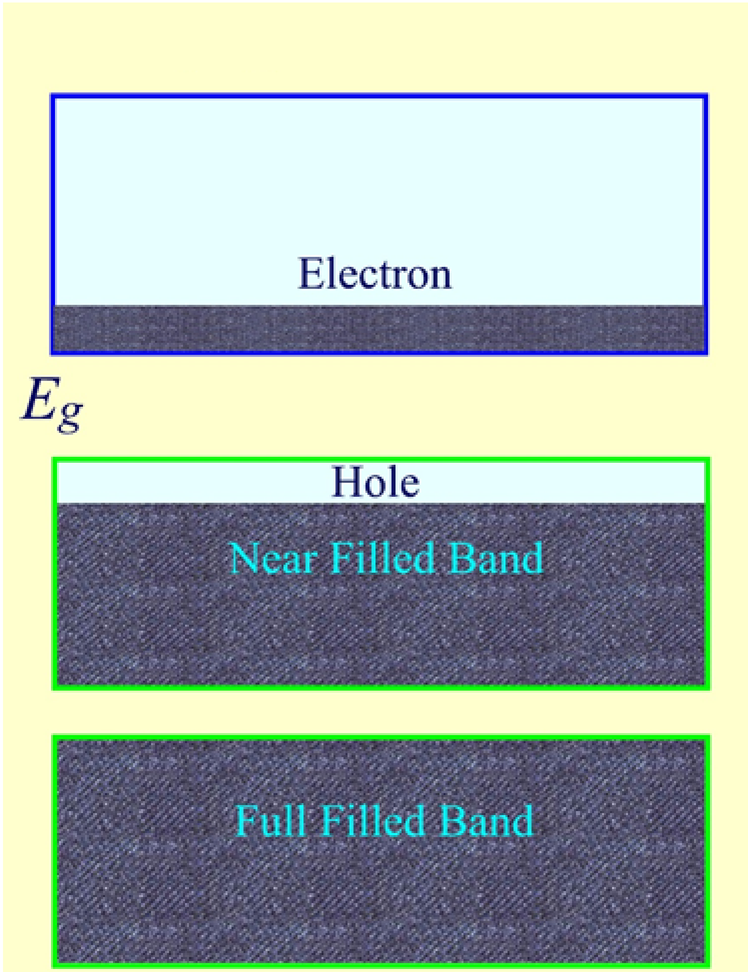
半导体的导电性受杂质、光照、温度等多种因素影响

§ 6.1 半导体的基本能带结构

—— 一般温度下，由于热激发价带顶部有少量的空穴，导带底部有少量的电子

—— 电子和空穴是半导体中的载流子，决定了半导体的导电能力

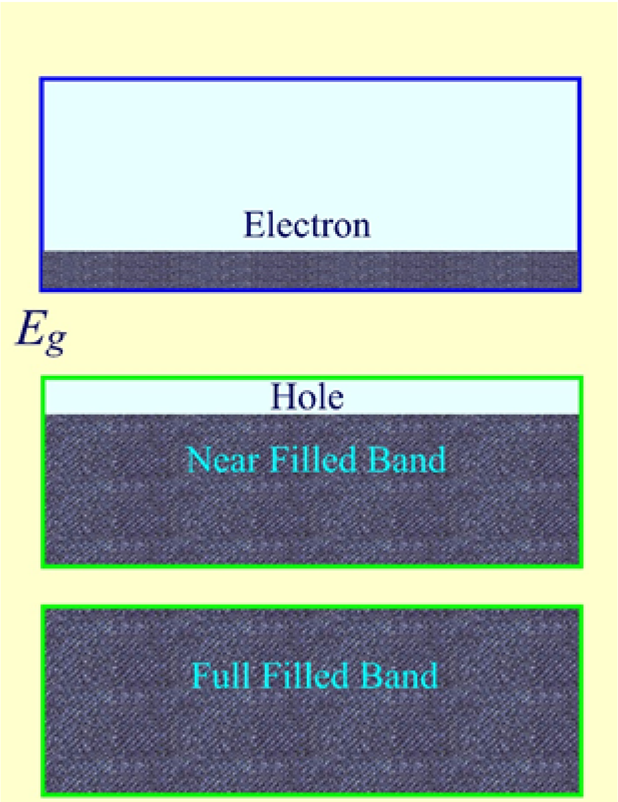
半导体的能带



1. 半导体的带隙

本征光吸收 —— 光照将价带中的电子激发到导带中

形成电子 — 空穴对



光子的能量满足 $\hbar\omega \geq E_g \quad \omega = \dfrac{2\pi c}{\lambda}$

$$\frac{2\pi\hbar c}{\lambda} \geq E_g$$

长波极限 $\lambda_0 = \dfrac{2\pi\hbar c}{E_g}$

—— 本征吸收边，发生本征光吸收的最大光的波长

本征边附近光的跃迁

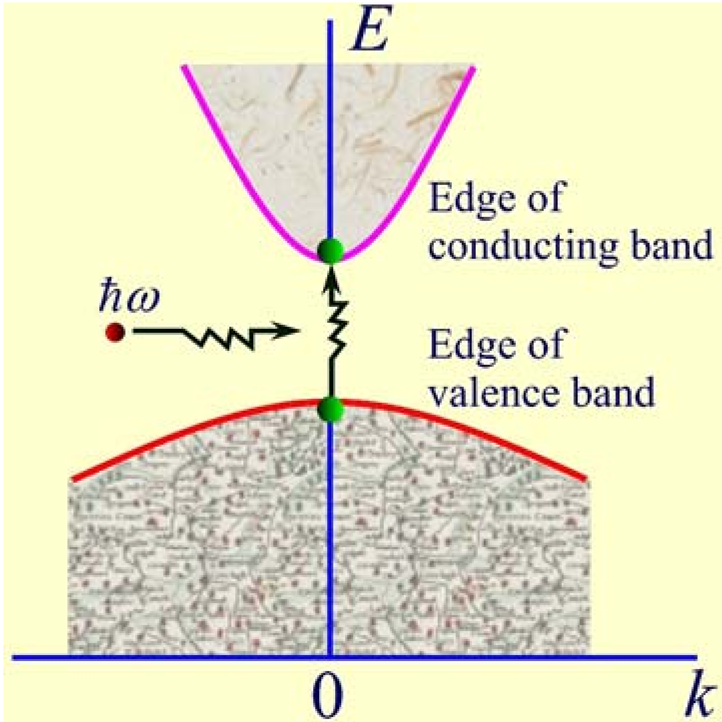
1) 竖直跃迁 —— 直接带隙半导体

k空间电子吸收光子从价带顶部 $\vec{k}$ 跃迁到导带底部 $\vec{k}'$状态

满足能量守恒 $\hbar\omega = E_g$

满足准动量守恒的选择定则

$$\hbar\vec{k}' - \hbar\vec{k} = \vec{p}_{photon} \qquad \hbar\vec{k}' \approx \hbar\vec{k}$$



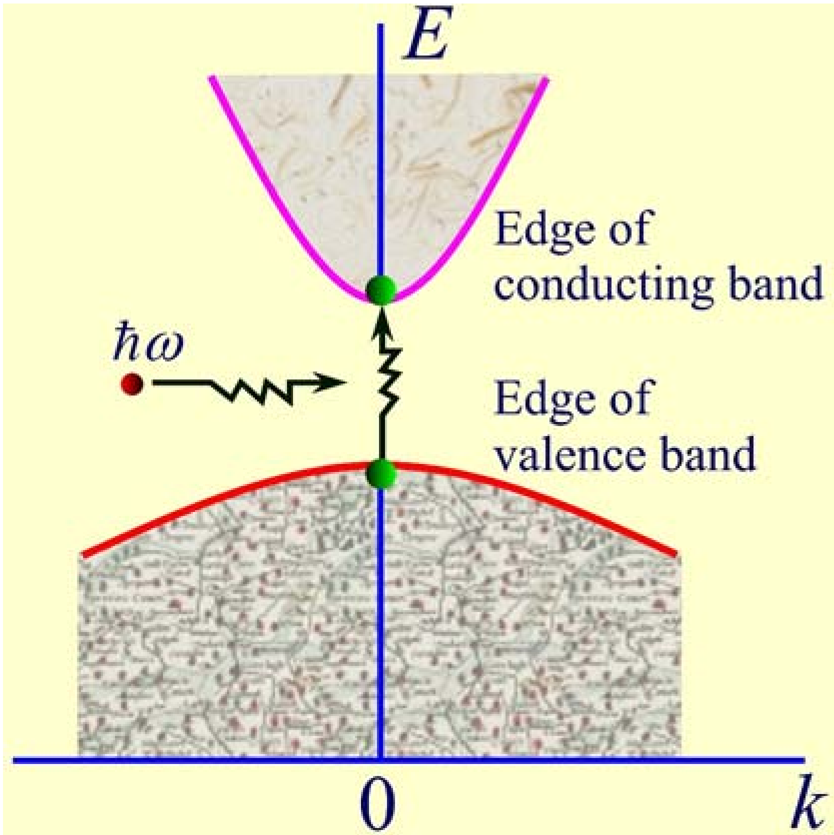
价带顶部电子的波矢 $\dfrac{2\pi}{a} \sim 10^8\ cm^{-1}$

光子的波矢 $\dfrac{2\pi}{\lambda} \sim 10^4\ cm^{-1}$

准动量守恒的选择定则 $\hbar\vec{k}' \approx \hbar\vec{k}$

—— 跃迁的过程中，电子的波矢可以看作是不变的

在能带的图示上，初态和末态几乎在一条竖直线上，价带顶和导带底处于**k**空间的同一点



—— 称为竖直跃迁

—— 直接带隙半导体

直接带隙半导体

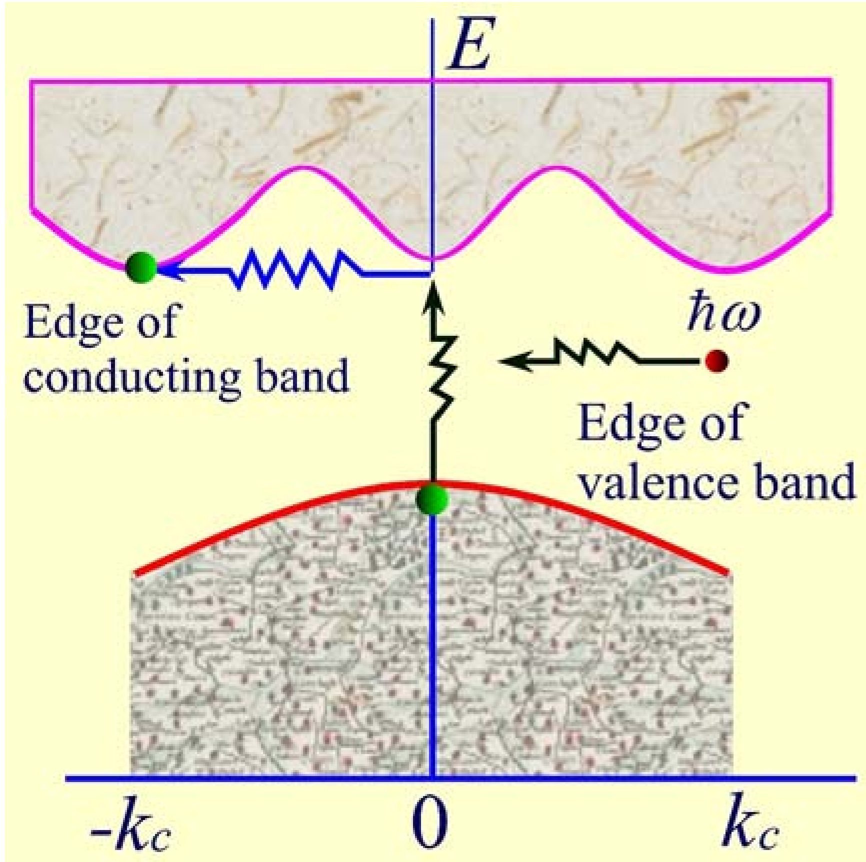
GaAs， *InSb*

2) 非竖直跃迁 —— 间接带隙半导体

k空间电子吸收光子从价带顶部 $\vec{k}$ 跃迁到导带底部 $\vec{k}\,'$状态

且 $\left|\vec{k}\,'\right| \neq \left|\vec{k}\right|$ 过程满足能量守恒

—— 单纯吸收光子不能使电子由价带顶跃迁到导带底，电子在吸收光子的同时伴随着吸收或者发出一个声子



能量守恒 $\Delta E_k = \hbar\omega \pm \hbar\Omega$

声子的能量 $\hbar\Omega \sim k_B\Theta_T \sim 10^{-2}\ eV$ —— 可忽略不计

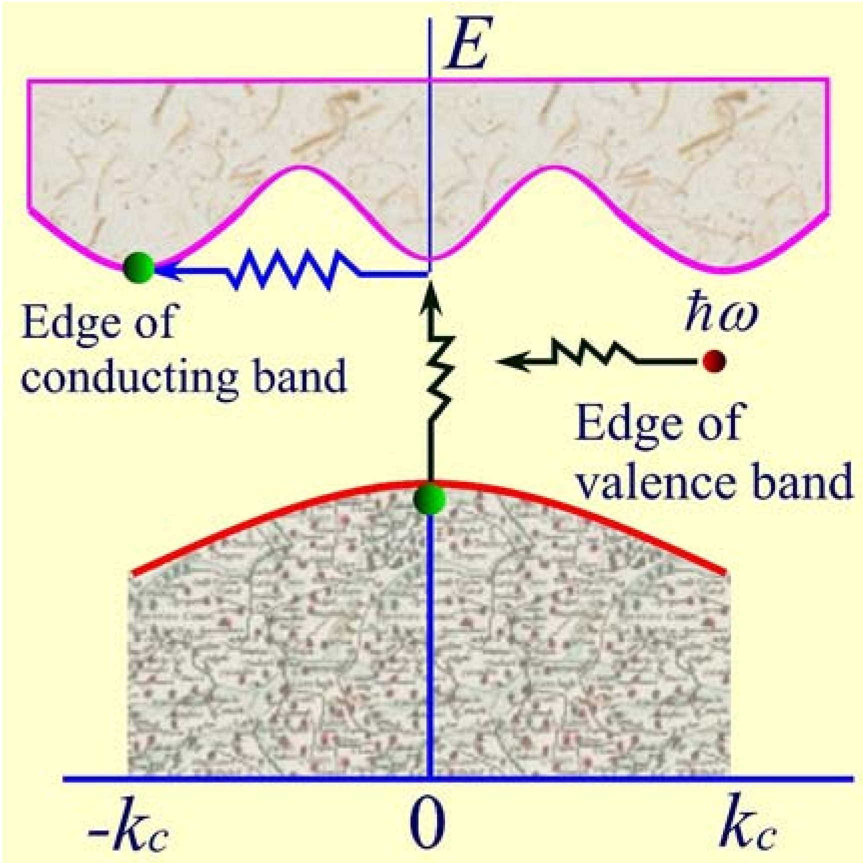
能量守恒 $\Delta E_k = \hbar\omega \pm \hbar\Omega$ $\Delta E_k \approx \hbar\omega$

准动量守恒的选择定则

$$\hbar\vec{k}' - \hbar\vec{k} = \vec{p}_{photon} \pm \hbar\vec{q}$$

—— 声子的准动量 $\hbar\vec{q}$ 和电子的准动量数量相仿，不计光子的动量

$$\hbar\vec{k}' - \hbar\vec{k} = \pm\hbar\vec{q}$$

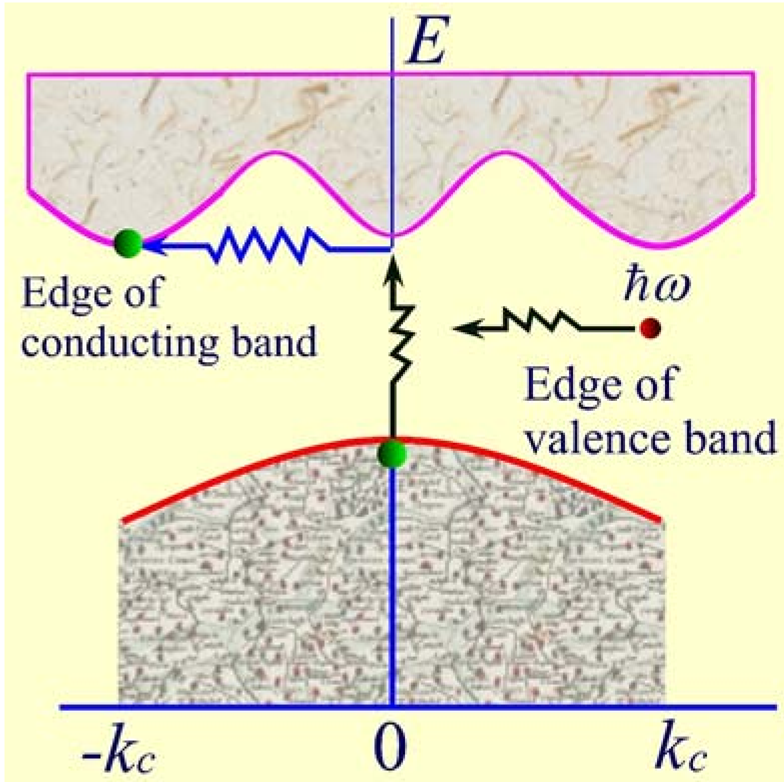


—— 非竖直跃迁过程中，光子提供电子跃迁所需的能量，声子提供跃迁所需的动量

$$\Delta E_k \approx \hbar\omega \qquad \hbar\vec{k}' - \hbar\vec{k} = \pm\hbar\vec{q}$$

非竖直跃迁是一个二级过程，发生几率比起竖直跃迁小得多

—— 间接带隙半导体



间接带隙半导体 $Ge,\ Si$

零带隙半导体 $\alpha - Sn$

—— 带隙宽度为零

—— 半导体带隙宽度和类别可以通过本征光吸收进行测定

—— 用电导率随温度的变化来测定

电子一空穴对复合发光

本征光吸收的逆过程

—— 导带底部的电子跃迁到价带顶部的空能级，发出能量约为带隙宽度的光子