

数理方程 2022 年 A 卷题目

Alivender

11/5 2023

一、利用分离变量法求解方程组

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0, & 0 < x < l, t > 0 \\ u(0, t) = u_x(l, t) = 0, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = 0, & 0 \leq x \leq l \\ u_t(x, 0) = 3 \sin \frac{3\pi x}{2l}, & 0 \leq x \leq l \end{cases}$$

二、判断方程类型并化为标准形式

$$4y^2 u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad y > 0$$

三、求解初值问题

$$\begin{cases} u_{tt} - 4(u_{xx} + u_{yy}) = 0, & (x, y) \in \mathbb{R}^2, t > 0 \\ u(x, y, 0) = xy \\ u_t(x, y, 0) = 0 \end{cases}$$

四、利用 Fourier 变换求解

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = 0, & x \in \mathbb{R}, t > 0 \\ u(x, 0) = \cos 2x \end{cases}$$

五、求点 M 的依赖区间, 点 M_0 的影响区域, 以及 M 是否落在了影响区域内

$$\begin{cases} u_{tt} = 3u_{xx} \\ M(-1, 1) \\ M_0(-1, 0) \end{cases}$$

六、利用行波法求解方程组

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0, & -at < x < at, t > 0 \\ u|_{x-at=0} = \varphi(x) \\ u|_{x+at=0} = \psi(x) \\ \varphi(0) = \psi(0) \end{cases}$$