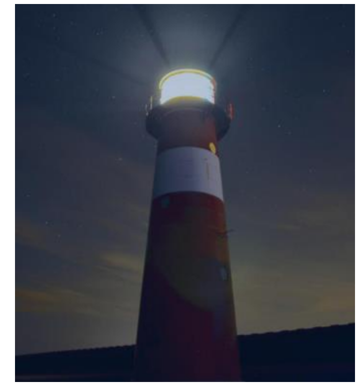
第一章　　绪　论

➢ 过去的信息传输工具

烽火台

冲锋号角



灯塔导航

➢ 现代的信息传输工具

手机、笔记本电脑

陆基/海基雷达

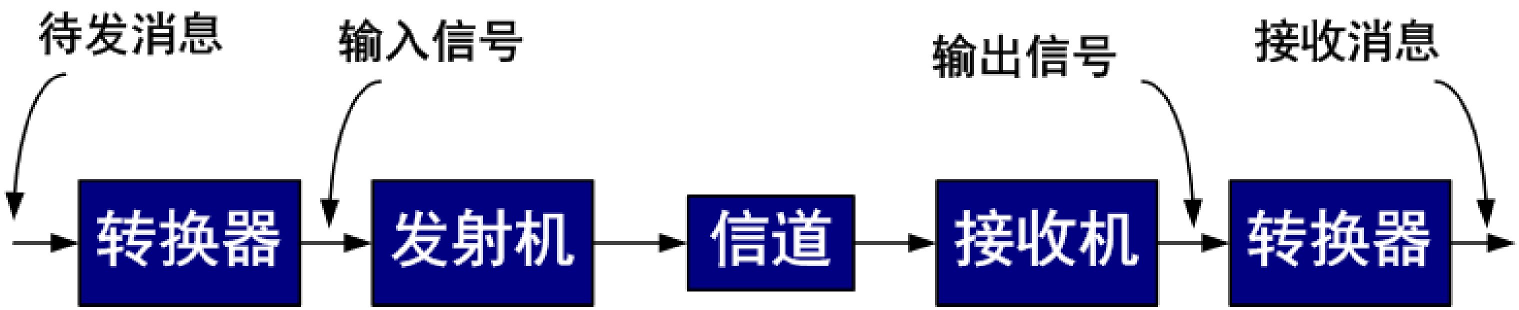
卫星导航

§1.1 信息传输系统

- 信息具有抽象性，需要用某种物理方式表达出来，如语言、文字、图片及编码等。这些用约定方式组成的符号称为消息（Message）。
- 消息一般不便于直接传输，需要将其转变成便于传输的信号（Signal），如电信号。
- 信息传输系统：将带有信息的信号通过某种系统由发送者传递给接收者。
- 信息传输在通信工程、信息工程、自动控制、电子器件、计算机技术等领域都有着非常重要的应用。

大连 → 海南

- 信息传递的过程就是一个通信的过程。首先将要传递的信息转换为便于传输的信号，然后将此信号在通信平台（系统）上进行传输，接收端再将接收的信号还原成便于理解的消息，从而构成了一个完整的通信系统。



通信系统的组成

研究的任务：

- 保证通过信道传输后，输出信号能够保持输入信号原来的样子(不失真传输)。

研究的问题：

- 信号通过系统的各个部分后会发生什么样的变化?
- 什么样的信号适合在系统中传输?
- 什么样的系统适合信号的传输?
- ……

信号与系统这门课程就是为了研究信号和系统的基本原理和基本方法而设置的。

§1.2 信号的概念

一、信号的定义

- 信号：随着时间变化的某种物理量。
- 电信号：随着时间变化的电压或电流，在某些情况下，也可以是电荷或磁通。
- 信号可以表示为一个时间的函数，所以在信号分析中，信号和函数二词是通用的。

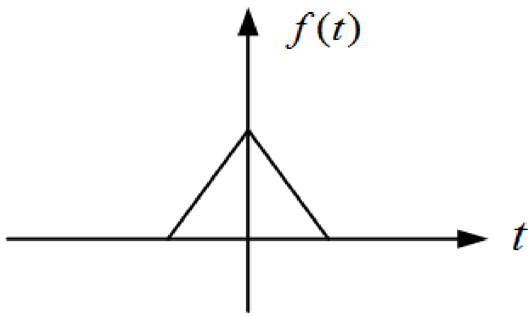
$$f(t)\,,\ \ i(t)\,,\ \ V(t),\ldots$$

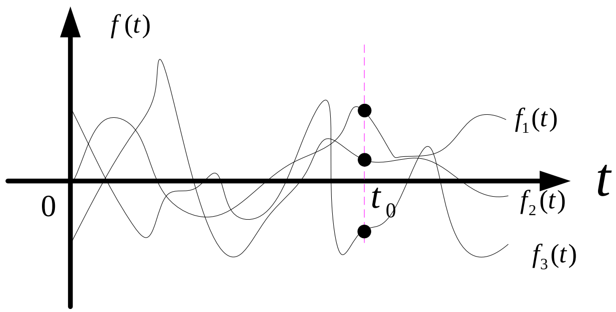
二、信号的分类

1. 从函数形式上划分

确定信号 Determinate signal —— 给定某一时间值，有一个确定函数值与之对应。

随机信号 Random signal —— 给定某一时间值，其函数值并不确定，只知道此信号取某一数值的概率。



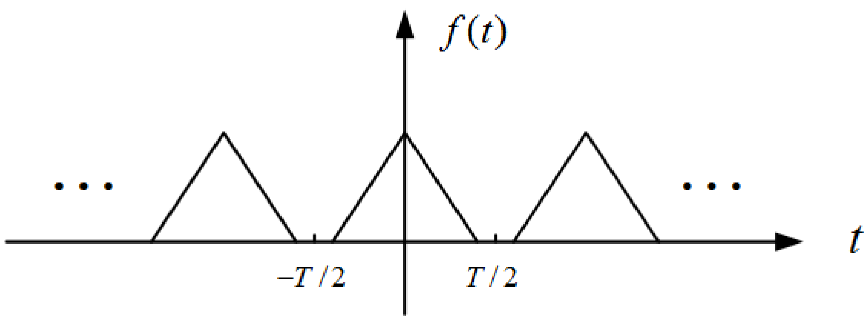


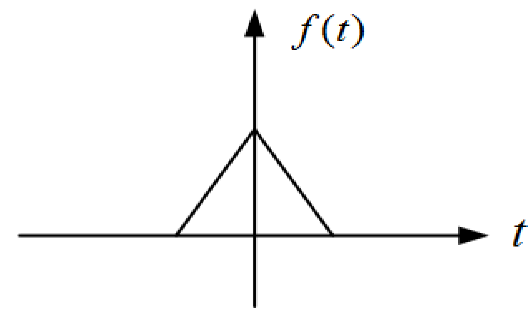
确定信号不含有信息，**随机信号**含有信息。

确定信号

周期信号 Periodic signal —— 依一定时间间隔周而复始且无始无终的信号。

非周期信号 Non-periodic signal —— 在时间上不具备周而复始特性的信号，也可以认为是T→∞时的周期信号。

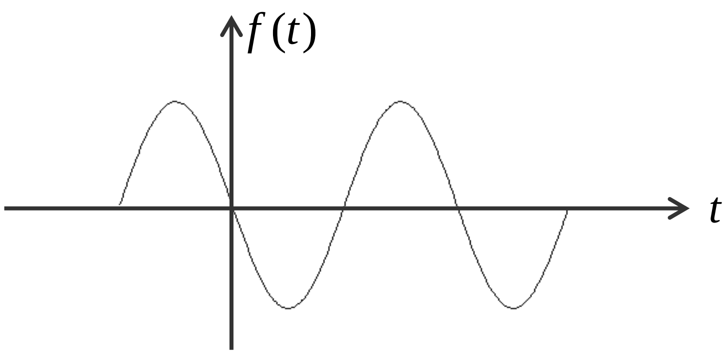


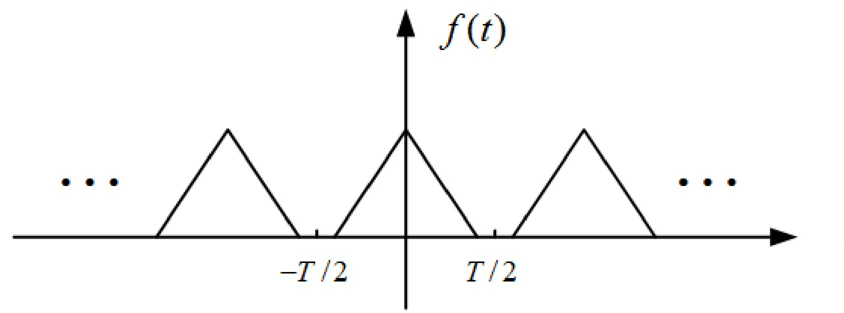


$$f(t) = f(t+nT) \quad n=\cdots,-1,0,1\cdots$$

周期信号

- **简谐周期信号** Harmonic periodic signal —— 只含有一个频率分量的周期信号，如 $f(t)=\sin\omega t$
- **非简谐周期信号** Anharmonic periodic signal —— 含有多个频率分量的周期信号。





实际工程中，不存在无始无终的理想周期信号，只要在相当长的时间内符合周期变化规律，就认为是周期信号。

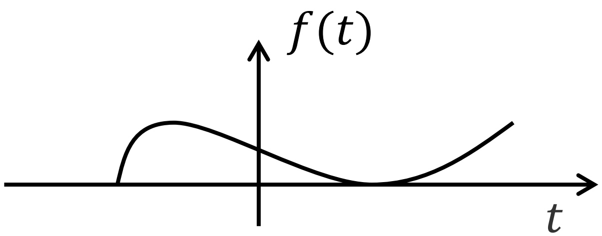
2. 从时间取值的连续性划分

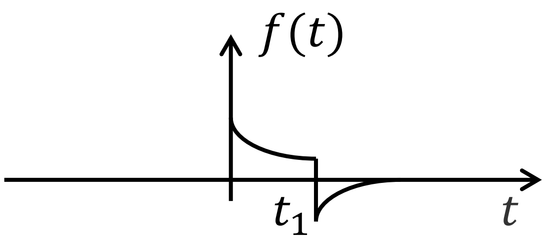
连续时间信号 —— 在某一时间间隔内，对于一切时间值，除了若干个不连续点外，都有确定的函数值。

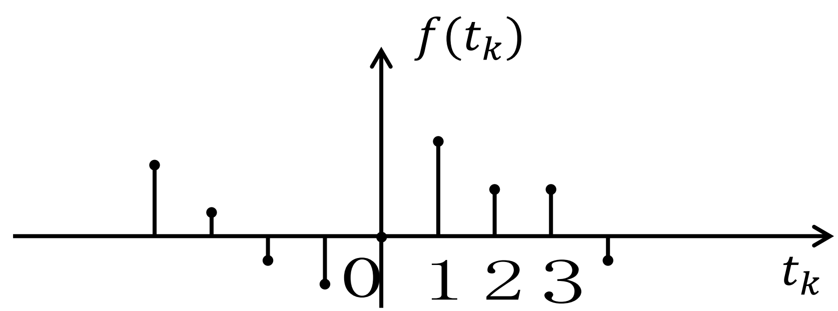
Continuous-time signal

离散时间信号 —— 只在某些不连续的时间值上有函数值，其它时间**没有定义**其函数值(不代表是0)。

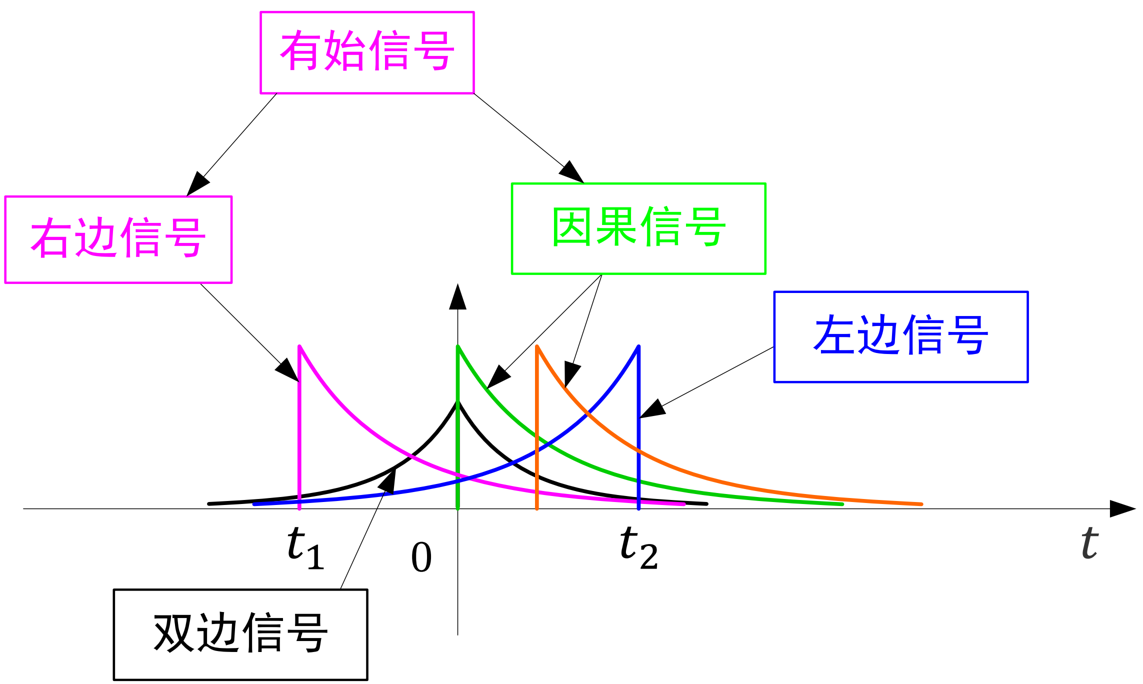
Discrete-time signal







- 若$t/t_k < t_1$时，$f(t) = 0$，则这种信号称为**有始信号**，或者称为**右边信号**。
- 若$t/t_k < 0$时，$f(t) = 0$，则这种信号称为**因果信号**。因果信号一定是有始信号，但有始信号不一定是因果信号。
- 若$t/t_k > t_2$时，$f(t) = 0$，则这种信号称为**左边信号**。



3. 从能量上划分

$\begin{cases} \text{能量信号} \text{ ——— 能量有限，平均功率为0。} \\ \text{Energy signal} \\ \text{功率信号} \text{ ——— 能量无穷大，平均功率有限。} \\ \text{Power signal} \end{cases}$

信号的能量：信号在全部时间内消耗在1Ω电阻上的总能量。

$$W = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T} f(t)^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)^2 dt$$

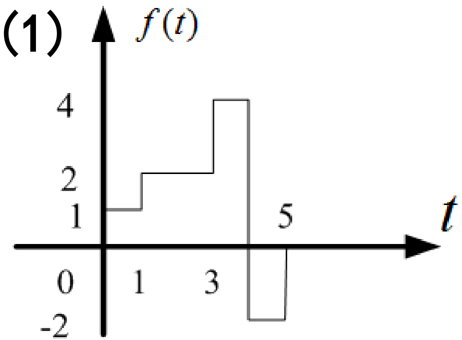
信号的平均功率：信号在单位时间内消耗于1 Ω 电阻上的总能量。

$$P = \overline{f(t)^2} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} f(t)^2 dt$$

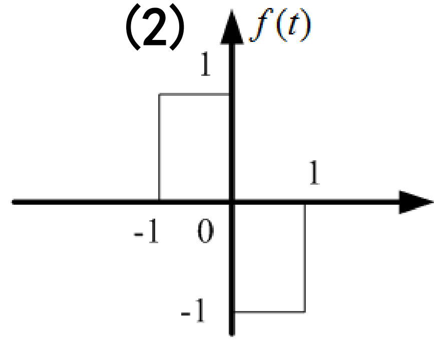
一个信号如果是能量信号，则其一定不是功率信号，反之亦然。

例：判断下列信号是连续时间信号还是离散时间信号？

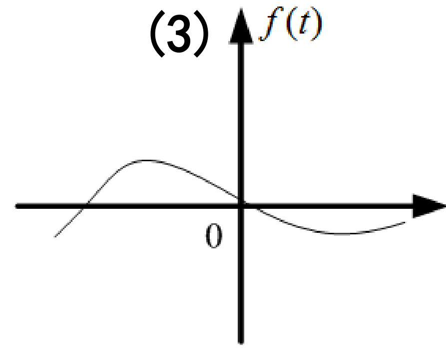
(1)



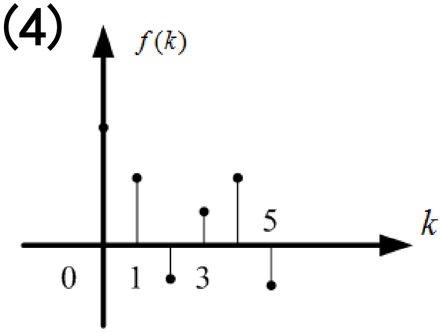
(2)



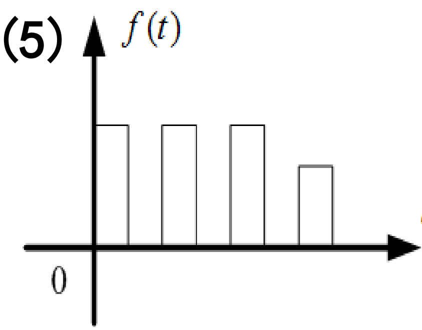
(3)



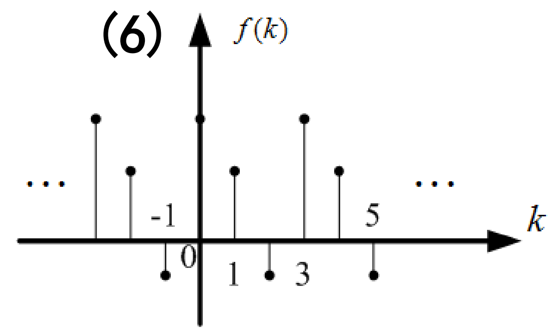
(4)



(5)



(6)



解:(1),(2),(3),(5)是连续时间信号；(4),(6)是离散时间信号。

例：判断下列信号是周期信号还是非周期信号？

(1) $\sin(100t)+2\cos(\pi t+\pi/4)$

(2) $\cos(2\pi t)\cos(\pi t)$　　　　(3) $2+\sin^2(\pi t)$

解： (1) $\sin(100t)+2\cos(\pi t+\pi/4)$

$T_1=2\pi/w=2\pi/100=\pi/50$　　$T_2=2\pi/w=2\pi/\pi=2$

T_1和T_2之间没有公倍数，所以是非周期信号；

(2) $\cos(2\pi t)\cos(\pi t)=\dfrac{1}{2}\cos(3\pi t)+\dfrac{1}{2}\cos(\pi t)$

$T_1=2\pi/w=2\pi/3\pi=2/3$　　　$T_2=2\pi/w=2\pi/\pi=2$

T_1和T_2之间的最小公倍数是2，所以是周期信号；

(3) $2+\sin^2(\pi t)=2+\dfrac{1-\cos 2\pi t}{2}=\dfrac{5}{2}-\dfrac{1}{2}\cos 2\pi t$

$T=2\pi/w=2\pi/2\pi=1$ **是周期信号。**

例：判断下列信号(1) $5\cos 10\pi t$; (2) $4e^{-2t}, t \geq 0$是能量信号还是功率信号？

解：(1) 根据信号能量的定义有

$$W = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T} f(t)^2 dt = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T} (5\cos 10\pi t)^2 dt = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T} 25\cdot\frac{\cos 20\pi t + 1}{2} dt$$

$$= \frac{25}{2}\lim_{T\to\infty}\left[\int_{-T}^{T}\cos 20\pi t\, dt + \int_{-T}^{T} dt\right] = \frac{25}{2}\lim_{T\to\infty}\left(\frac{\sin 20\pi T}{10\pi} + 2T\right) = \infty$$

根据信号平均功率的定义有

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} f(t)^2 dt = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} (5\cos 10\pi t)^2 dt = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} 25\cdot\frac{\cos 20\pi t + 1}{2} dt$$

$$= \frac{25}{2}\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\left[\int_{-T}^{T}\cos 20\pi t\, dt + \int_{-T}^{T} dt\right] = \frac{25}{2}\lim_{T\to\infty}\left(\frac{\sin 20\pi T}{20\pi T} + 1\right) = 12.5\, W$$

(2) 根据信号能量的定义有

$$W = \lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T} f(t)^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)^2 dt = \int_{0}^{\infty} (4e^{-2t})^2 dt = 16\int_{0}^{\infty} e^{-4t} dt = 16\cdot\frac{1}{-4}(e^{-4t})\Big|_{0}^{\infty} = 4\, J$$

故$5\cos 10\pi t$是功率信号，$4e^{-2t}, t \geq 0$是能量信号。

三、信号的特性

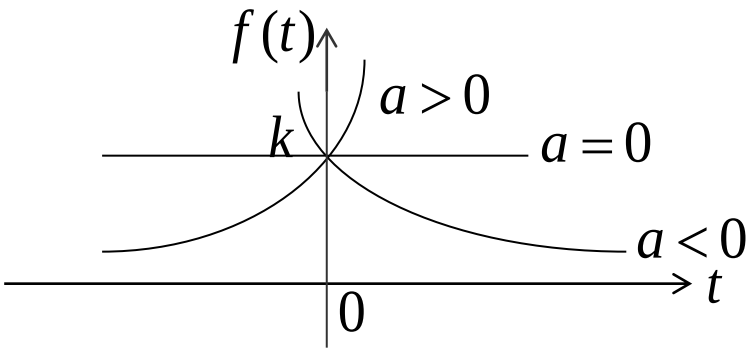
1. **时间特性**：主要表现为信号**随时间变化**快慢的特性。如周期大小、幅度高低、上升下降沿的快慢，脉冲持续时间长短等。

2. **频率特性**：主要表现为信号包含哪些**频率分量**。如各频率分量幅度大小、相位多少、信号占有的频带宽度等。

四、几种典型信号的表达式和波形

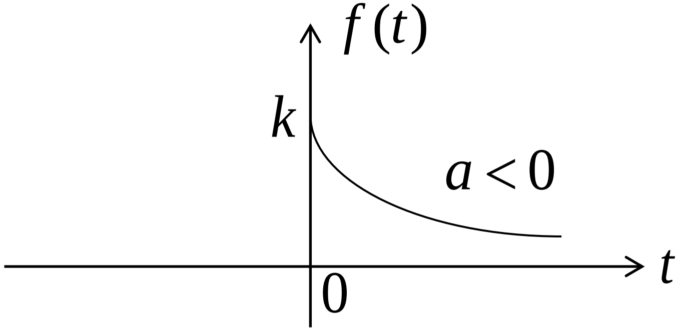
1. 指数信号（Exponential signal）

$$f(t)=ke^{at}\quad -\infty<t<+\infty$$



单边指数信号

$$f(t)=\begin{cases}ke^{at} & t>0\\ 0 & t<0\end{cases}$$



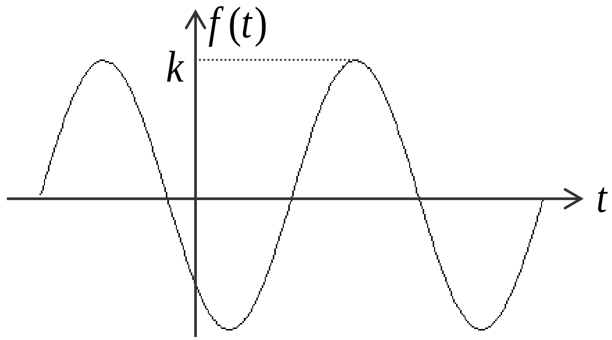
显然，单边指数信号是因果信号。

2. 正弦信号（Sinusoidal signal）

$$f(t)=k\sin(\omega t+\theta)$$

或

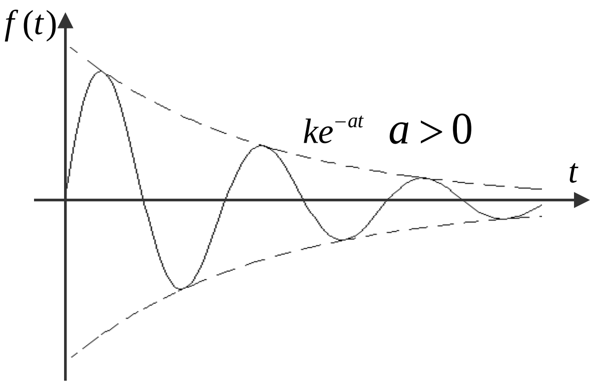
$$f(t)=k\cos(\omega t+\theta)$$



正弦信号的周期T与角频率ω、频率f的关系： $T=\dfrac{1}{f}=\dfrac{2\pi}{\omega}$

单边衰减正弦信号

$$f(t)=\begin{cases} ke^{-at}\sin\omega t & t>0 \\ 0 & t<0 \end{cases}$$



显然，单边衰减正弦信号也是因果信号。

3. 复指数信号（Complex exponential signal）

$$f(t) = Ke^{st}$$

其中，s 为一复数，$s = \sigma + j\omega$

实部　虚部

$$f(t) = Ke^{(\sigma + j\omega)t}$$

$$= Ke^{\sigma t} e^{j\omega t}$$

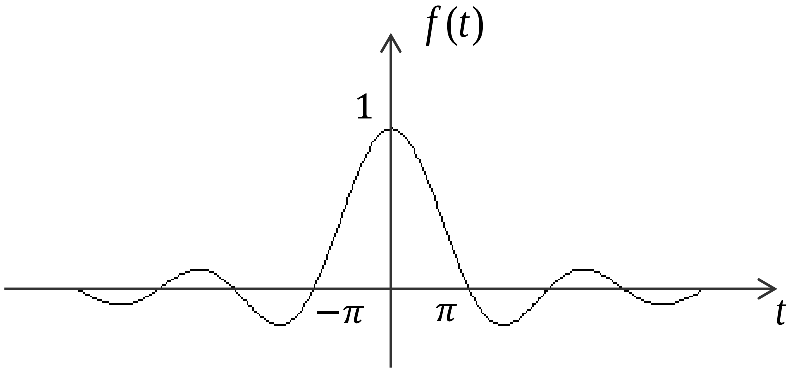
$$= Ke^{\sigma t}(\cos \omega t + j \sin \omega t)$$

$$= Ke^{\sigma t} \cos \omega t + jKe^{\sigma t} \sin \omega t$$

实部　虚部

4. 抽样信号（Sampling signal）

$$f(t) = Sa(t) = \frac{\sin t}{t}$$



$Sa(t)$ 是偶函数，当 $t = \pm\pi, \pm 2\pi, \ldots$ 时，函数值为0。

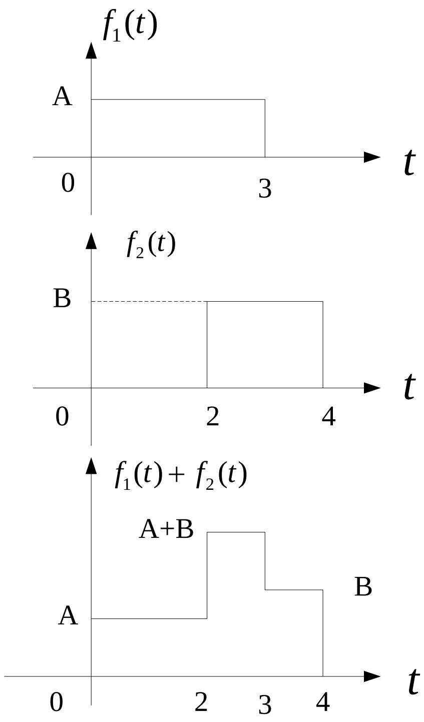
$$\int_0^{\infty} Sa(t)dt = \frac{\pi}{2} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} Sa(t)dt = \pi$$

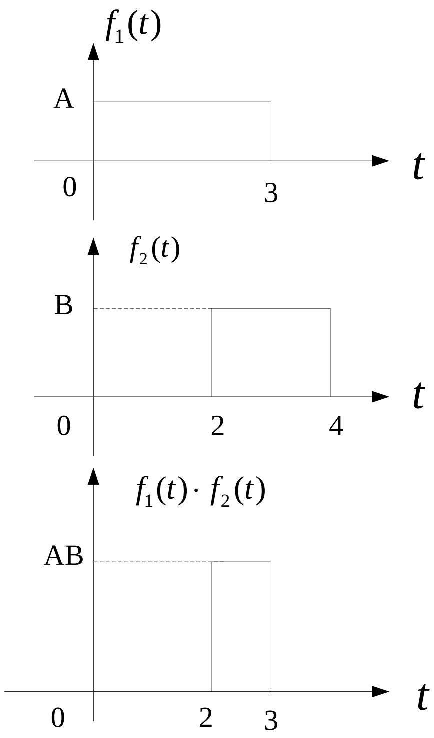
五、信号时域运算

1. 信号的求和与相乘

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t), \qquad g(t) = f_1(t) \cdot f_2(t)$$

坐标原点对齐，对应时刻的信号值相加或相乘。

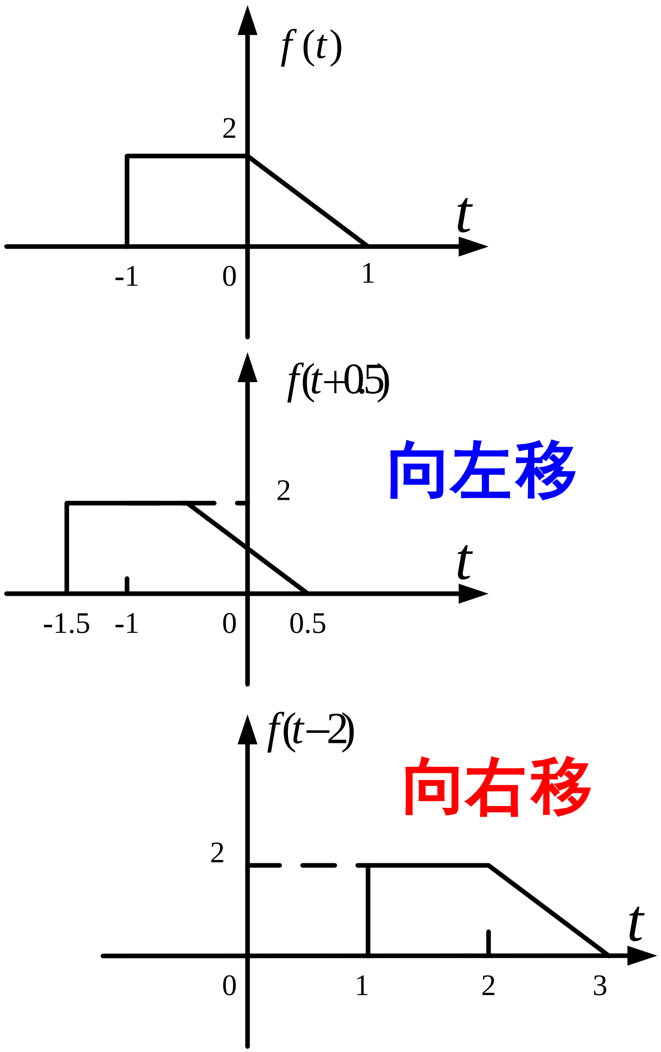




2. 信号的时移

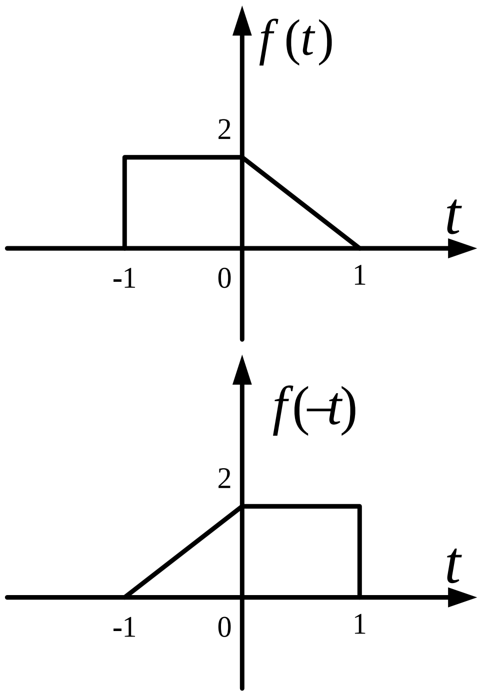
$$f(t) \rightarrow f(t - t_0)$$

$$\begin{cases} t_0 < 0 & \text{向左移} \\ t_0 > 0 & \text{向右移} \end{cases}$$



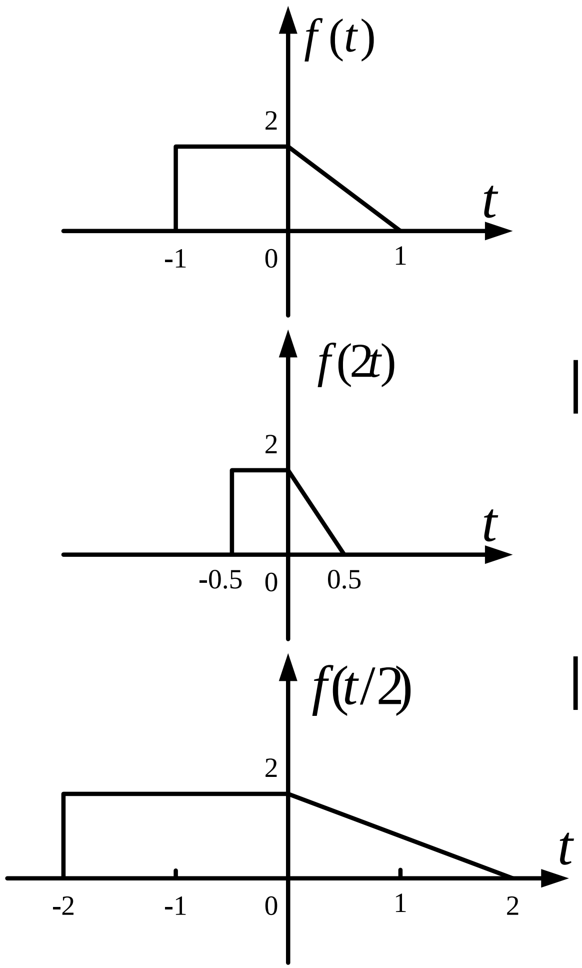
3. 信号的反褶

$$f(t) \rightarrow f(-t)$$



4. 信号的尺度变换

$$f(t) \rightarrow f(at)$$



$|a| > 1$

压缩

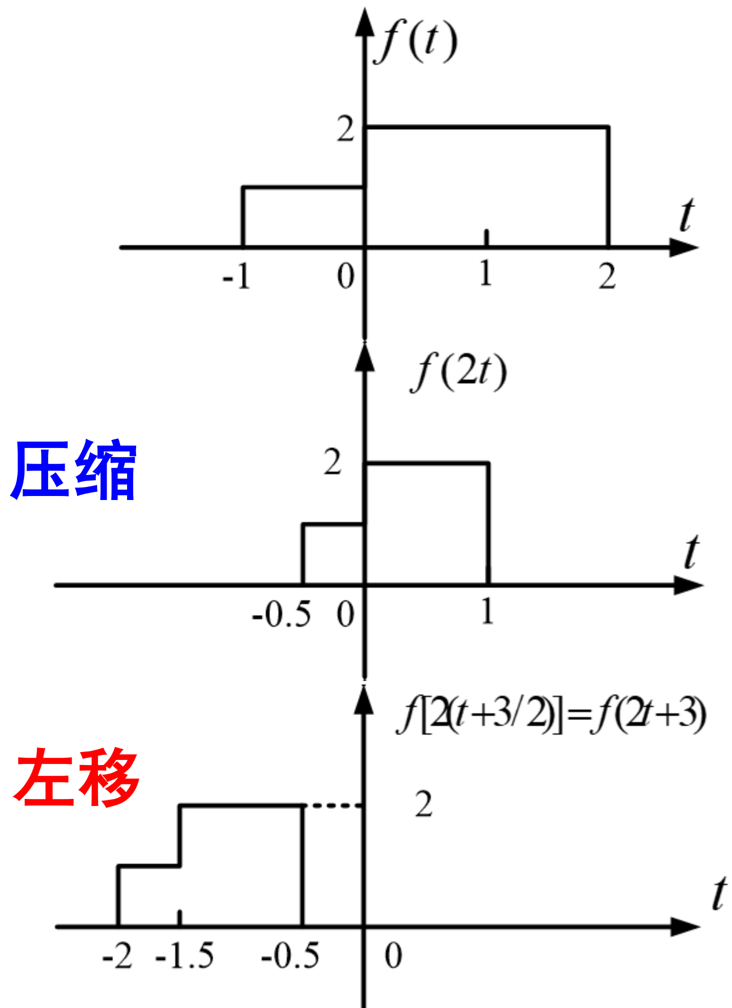
$|a| < 1$

展宽

例：信号$f(t)$如下图示，绘出$f(2t+3)$的波形图。

$$f_1(t) = f(2t) \rightarrow f_1(t+3/2) = f[2(t+3/2)] = f(2t+3)$$

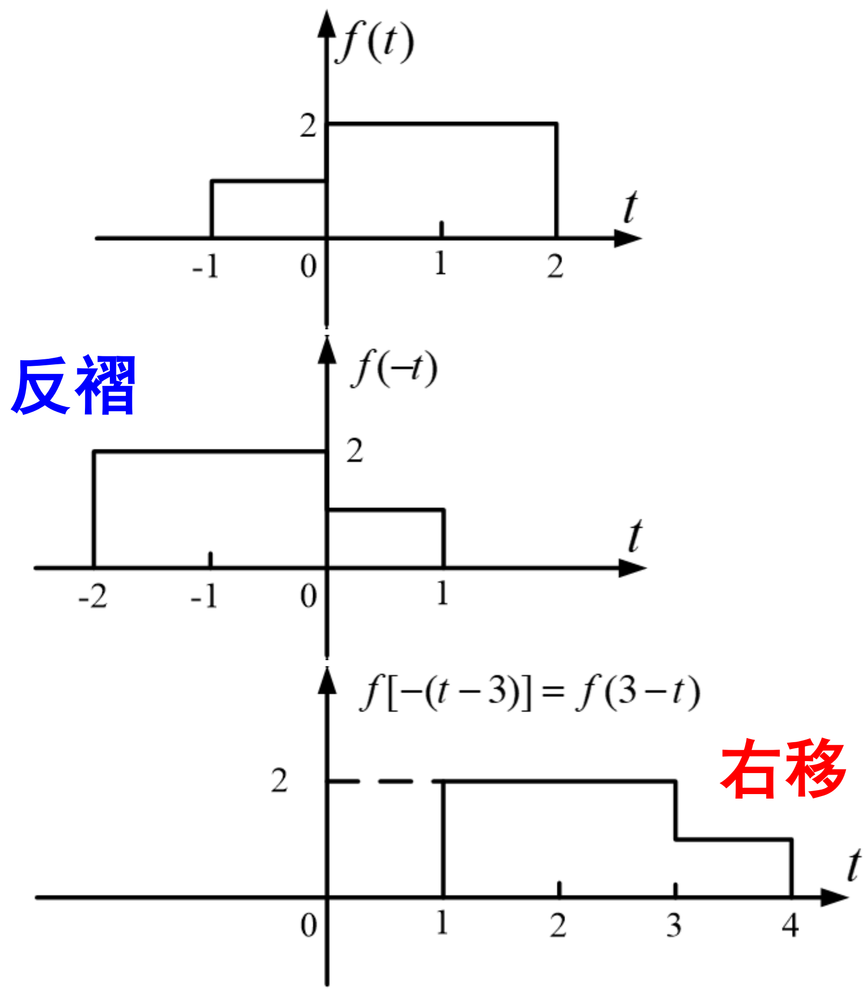
第一步：压缩　　　　**第二步：左移**



例：信号$f(t)$如下图示，绘出$f(3-t)$波形图。

$$f_1(t)=f(-t)\rightarrow f_1(t-3)=f[-(t-3)]=f(3-t)$$

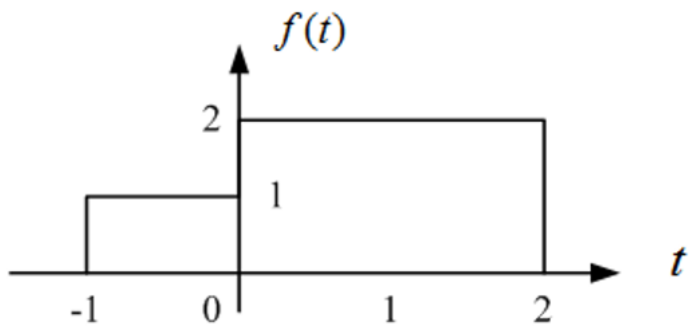
第一步：反褶　　　第二步：右移



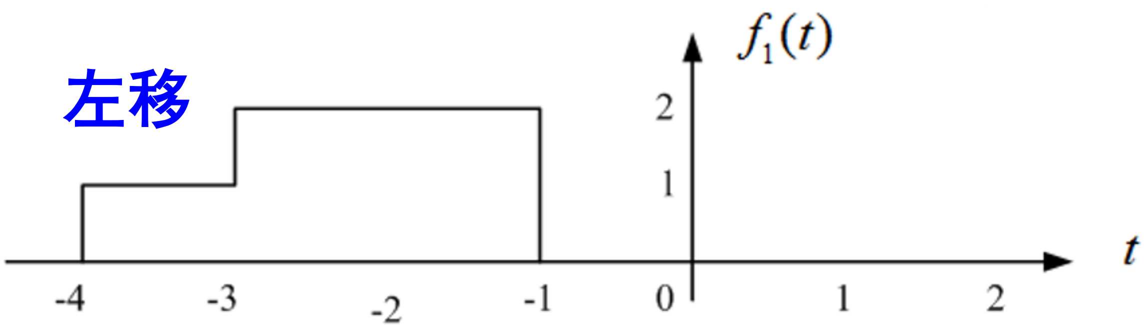
例：信号$f(t)$如下图示，绘出$f(3-t)$波形图。

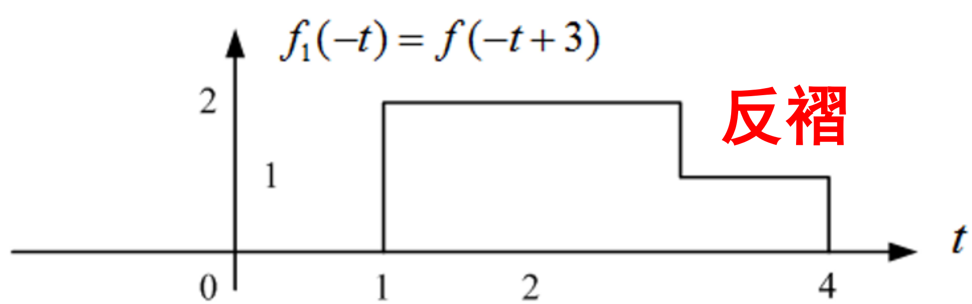
$$f_1(t) = f(t+3) \rightarrow f_1(-t) = f(-t+3) = f(3-t)$$

第一步：左移　　　**第二步：反褶**



左移





反褶

§1.3 系统的概念

一、系统的定义

- 一般而言，系统是一个由若干相互关联的单元组成的，用以达到某些特定目标的有机整体。
- 本课程主要以电路系统为主进行讨论。
- 电路系统指的是处理电信号电路的各种组合。

系统的功能，可以用下面的框图来表示

$e(t)$ 是输入信号，称为**激励信号**（**Excitation**）。

$r(t)$ 是输出信号，称为**响应信号**（**Response**）。

表示激励信号与响应信号之间关系的方法为：

$$\boxed{e(t) \to r(t)}$$

二、系统的分类

1. 从系统特性上划分

- **线性系统** ——— 同时满足齐次性和叠加性的系统。
  Linear system
- **非线性系统** ——— 不同时满足齐次性和叠加性的系统。
  Nonlinear system

2. 从系统参数上划分

- **时变系统** ——— 系统参数随时间变化的系统。
  Time-varying system
- **非时变系统** ——— 系统参数不随时间变化的系统。
  Time-invariant system

3. 从处理的信号上划分

- 连续时间系统 —— 激励信号与响应信号都是连续时间信号。
  Continuous-time system
- 离散时间系统 —— 激励信号与响应信号都是离散时间信号。
  Discrete-time system

4. 从因果性上划分

- 因果系统 —— 输入输出信号之间满足因果关系的系统。
  Causal system
- 非因果系统 —— 输入输出信号之间不满足因果关系的系统。
  Non-causal system

三、系统的数学模型

- 线性系统 —— 线性方程(Linear equation)
- 非线性系统 —— 非线性方程(Nonlinear equation)

- 时变系统 —— 变系数方程(Variable coefficient equation)
- 非时变系统 —— 常系数方程(Constant coefficient equation)

- 连续时间系统 —— 微分方程(Differential equation)
- 离散时间系统 —— 差分方程(Difference equation)

线性常系数微分方程 $\frac{d^2r(t)}{dt^2}+a_1\frac{dr(t)}{dt}+a_0r(t)=b_2\frac{d^2e(t)}{dt^2}+b_1\frac{de(t)}{dt}+b_0e(t)$

线性常系数差分方程 $y(k+2)+a_1y(k+1)+a_0y(k)=b_2e(k+2)+b_1e(k+1)+b_0e(k)$

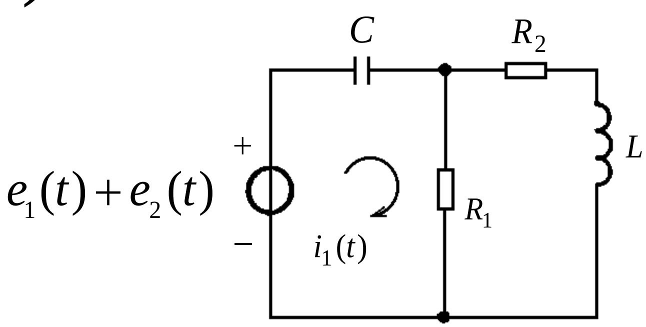
四、线性时不变(非时变)系统的性质

（Linear time-invariant system）

1. 齐次性（Homogeneity）

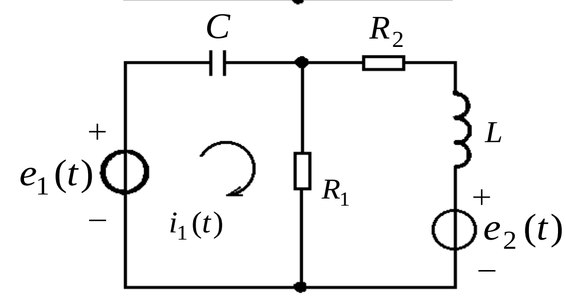
若 $e(t) \rightarrow r(t)$ 　则 $ke(t) \rightarrow kr(t)$

2. 叠加性（Superposition）



若 $e_1(t) \rightarrow r_1(t)$, $e_2(t) \rightarrow r_2(t)$

则 $e_1(t)+e_2(t) \rightarrow r_1(t)+r_2(t)$



3. 时不变性（Time-invariant）

若 $e(t) \rightarrow r(t)$ 　则 $e(t-t_0) \rightarrow r(t-t_0)$

综合性质1、2、3有：

$$\text{若 } e_1(t) \to r_1(t), e_2(t) \to r_2(t)$$

$$\text{则 } k_1 e_1(t-t_0) + k_2 e_2(t-t_1) \to k_1 r_1(t-t_0) + k_2 r_2(t-t_1)$$

由以上性质，还可以引出微分和积分的性质

$$\text{若 } e(t) \to r(t)$$

$$\text{则 } \frac{de(t)}{dt} \to \frac{dr(t)}{dt}, \qquad \int_{-\infty}^{t} e(\tau)d\tau \to \int_{-\infty}^{t} r(\tau)d\tau$$

例：已知某连续时间系统输入与输出的关系如下：

$$\frac{dr(t)}{dt} + r(t) = e(t) + 5$$

试判断系统的线性和时不变性。

方法：将齐次性、叠加性和时不变性的关系分别代入方程的两边，观察方程是否成立，从而得出结论。

解：(1) 判断齐次性，将 $ae(t), ar(t)$ 分别代入方程两边：

左边 $= \frac{dar(t)}{dt} + ar(t) = a\left[\frac{dr(t)}{dt} + r(t)\right] = a[e(t) + 5] = ae(t) + 5a$

右边 $= ae(t) + 5 \neq$ 左边，系统不满足齐次性。

$$\frac{dr(t)}{dt}+r(t)=e(t)+5$$

(2) 判断叠加性，将 $e_1(t)+e_2(t), r_1(t)+r_2(t)$ 分别代入方程两边：

$$\text{左边}=\frac{d[r_1(t)+r_2(t)]}{dt}+[r_1(t)+r_2(t)]=\frac{dr_1(t)}{dt}+r_1(t)+\frac{dr_2(t)}{dt}+r_2(t)$$

$$=e_1(t)+5+e_2(t)+5$$

右边 $=e_1(t)+e_2(t)+5\neq$ 左边，系统不满足叠加性。

(3) 判断时不变性，将 $e(t-t_0), r(t-t_0)$ 分别代入方程两边：

$$\text{左边}=\frac{dr(t-t_0)}{dt}+r(t-t_0)=e(t-t_0)+5$$

右边 $=e(t-t_0)+5=$ 左边，系统满足时不变性。

综上可知，该系统不满足齐次性和叠加性，所以是非线性系统。因该系统满足时不变性，所以是时不变系统。

系统的线性和时不变性是两个相互独立的概念。

五、线性时不变系统的响应

零输入响应 Zero-input response —— 外加激励为0时，仅由初始状态**单独作用**所产生的响应，记为$r_{zi}(t)$。

零状态响应 Zero-state response —— 初始状态为0时，仅由外加激励**单独作用**所产生的响应，记为$r_{zs}(t)$。

根据线性时不变系统的**叠加性**，系统的**全响应**为：

$$\boxed{r(t) = r_{zi}(t) + r_{zs}(t)}$$

例：已知一个线性时不变系统，当激励信号为$e_1(t)$时，系统的全响应为$r_1(t) = r_{zi}(t) + r_{zs}(t)$；在初始状态不变的情况下，当激励信号为$e_2(t) = 3e_1(t)$时，系统的全响应是多少？

$$A.\, r_2(t) = r_{zi}(t) + r_{zs}(t)$$

$$B.\, r_2(t) = r_{zi}(t) + 3r_{zs}(t)$$

$$C.\, r_2(t) = 3r_{zi}(t) + r_{zs}(t)$$

$$D.\, r_2(t) = 3r_{zi}(t) + 3r_{zs}(t)$$

解：正确答案是 B。

六、线性时不变系统的分析步骤

1. 把系统的工作状态表达成数学形式，即建立系统的数学模型。

2. 运用数学方法进行处理，即求解系统方程。

3. 对所求得的数学结果进行物理解释，赋予物理意义。

本章小结

基本概念：信号的定义、信号的分类、系统的定义、系统的分类、常用信号的表达式。

基本运算：信号的时域运算、线性时不变系统的性质、线性时不变系统的判断。