姓名__________　　班级_________　　学号_______________

191 级队工科数学第一次模拟测试

（测试时间 120 分钟，解答题需有必要的文字说明）

一．填空题（每题 6 分，共 30 分）

1. 已知下列数列：(1) $x_n=2+\frac{1}{n^2}$；(2) $x_n=\frac{2^n-1}{3^n}$；(3) $x_n=n(-1)^n$；(4) $x_n=n-\frac{1}{n}$；(5) $x_n=[(-1)^n+1]\frac{n+1}{n}$，当 $n\to\infty$时，是收敛数列的有______，其中较小的极限值为______。

2. 函数 $y=\frac{\sqrt{x+2}(3-x)^4}{(x+1)^5}$ 的导数为________________________；对$\begin{cases} x=ln\sqrt{1+t^2} \\ y=arctan\, t \end{cases}$，二阶导数$y''$ =___________________。

3. 已知 $\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt[3]{1-x^6}-ax^2-b)=0$，则$a$=________，$b$ =________。

4. $\lim\limits_{x\to\infty}(sin^2\frac{1}{x}+cos\frac{1}{x})^{x^2}$=__________；已知$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{1+f(x)sin2x}-1}{e^{3x^2}-1}=2$，则$\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$=_______。

5. 设 $y=y(x)$ 满足 $y''+(x-1)y'+x^2y=e^x$ 且 $y(0)=0, y'(0)=1$，则 $\lim\limits_{x\to0}\frac{y(x)-x}{x^2}$ =_____________；　在$[0,1]$区间上函数$f(x)=nx(1-x)^n$的最大值记为$M(n)$，则$\lim\limits_{x\to0}M(n)$=___________。

二．选择题（每题 4 分，共 20 分）

1. 已知：$e^x=\frac{1}{2}x^2+x+1+o(x^2)$，当 $x\to0$ 时，若$e^x-(ax^2+bx+1)$是比x^2高阶的无穷小，则a,b的值为（　）

A. $\frac{1}{2}$, 1　　B. 1, 1　　C. $-\frac{1}{2}$, 1　　D. -1, 1

2. 设$f(x)=\frac{(1-cosx)(x^3+x+1)}{x^3+x^2}$，则（　）

A. 存在 $\delta>0$及$X>0$，$f(x)$在$(0,\delta)$内有界，在$(X,+\infty)$内无界

B. 存在 $\delta>0$及$X>0$，$f(x)$在$(0,\delta)$内无界，在$(X,+\infty)$内有界

C. 对任意$X>0$，$f(x)$在$(0,X)$内有界，在$(X,+\infty)$内无界

D. $f(x)$在$(0,+\infty)$内有界

3. 下列说法正确的是（　）

A. 函数在某点有极限，则函数必有界

B. 若数列有界，则数列必有极限

C．若$\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(2h)-f(-2h)}{h}$=2,则函数在 0 处必有界

D．函数在x_0处可导，则在x_0处必连续

4.函数$f(x)$在$[a,b]$上有定义，在(a,b)内可导，则(　)

A.当$f(a)\bullet f(b)$<0 时，存在ξ∈(a,b),使 f(ξ)=0

B.对任何ξ∈(a,b)，有$\lim\limits_{x\to \xi}[f(x)-f(\xi)]$=0

C.当$f(a)=f(b)$时，存在ξ∈(a,b)，使 f′(ξ)=0

D.存在ξ∈(a,b),使$f(a)-f(b)=f'(\xi)$(b−a)

5.下列命题：

(1)设$|f(x)|$在$x=x_0$连续，则$f(x)$在$x=x_0$必连续

(2)设$\lim\limits_{h\to 0}[f(x_0+h)-f(x_0-h)]$=0，则$f(x)$在$x=x_0$必连续

(3)设$f(x)$在$x=x_0$连续，$g(x)$在$x=x_0$不连续，则$f(x)g(x)$在$x=x_0$必不连续

(4)设$f(x)$与$g(x)$在$x=x_0$都不连续，则$f(x)+g(x)$在$x=x_0$必不连续

其中正确的命题个数为(　)

A.0　　　B.1　　　C.2　　　D.3

三.（10 分）(1)用极限的定义证明：$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1+x^3}{2x^3}=\frac{1}{2}$.

(2)证明：$\lim\limits_{n\to\infty}n\bullet(\frac{1}{n^2+\Pi}+\frac{1}{n^2+2\Pi}+\cdots\cdots\cdots+\frac{1}{n^2+n\Pi})$=1

四.（10 分）近似计算下列数的值（精确到小数点后 4 位）.

(1) $\sqrt[3]{1.02}$

(2)$\ln 1.002$

五．已知常数$x>0,b\neq 0$，且$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+ax}+\sqrt[3]{1+bx}-2}{x^2}=-\frac{3}{2}$，求$a$与$b$的值.

六．（10 分）(1)证明方程$x^5+x-1=0$只有一个正根.

(2)证明当$x>1$时，$e^x>e\bullet x$.

姓名__________ 班级_________ 学号______________

七．（10 分）求下列极限值.

(1) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{\tan x}-e^{x}}{x-sinx}$

(2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^3}[\left(\frac{2+\cos x}{3}\right)^{x}-1]$