一. 填空（每一.填空题（每题 2 分）

1. 设 $P(A)=P(B)=0.4, P(A|B)=0.3,$，求 $P(\overline{A}|\overline{B})=$ ______________

2. 某房间有 n 个相同的窗户，只有一个窗户是开着的，一只鸟在房间中试图飞出去，假设鸟无记忆，用 X 表示这只鸟直到第 k 次才成功飞出的试飞次数，则 X 的分布列 $P(X=k)=$ ______________________.

3. 已知二维随机变量 $(X,Y)\sim N\left(0,4,2^2,1,\frac{1}{2}\right)$，且 $W=X+Y, V=X-aY,$ 则当 $a=$ ______________ 时 W 与 V 独立。

4. 已知随机变量 Y 的密度函数为 $f_Y(y)=9ye^{-3y}, y>0$，且在给定 $Y=y$ 的条件下，随机变量 X 服从区间 $[0,y]$ 上的均匀分布，则 $P(X\le 1|Y=2)=$ ______________。

5. 设总体 $X\sim N(0,1)$，X_1, X_2, X_3, X_4 为样本，则 $\frac{(X_1-X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2}}\sim$ ___________。

6. 设某车间生产的滚珠直径 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现从某日生产的滚珠中抽取 9 个，测得 $\sum_{i=1}^{9}x_i^2=916.18$，$\overline{x}_9=10.08$，则样本方差值 $s^2=$ ________

二. 选择题（每题 2 分，将正确答案填在空格里）

1. 设 A 和 B 是任意两个概率不为零的互不相容事件，则下列结论**一定正确**的是

（　　）　(A). $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 互不相容；　　(B). $\overline{A}$ 与 $\overline{B}$ 相容；

(C). $P(AB)=P(A)P(B)$；　　(D). $P(A-B)=P(A)$；

2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，$X \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$，$Y \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$，则下式中正确的是：

（　　）(A). $X=Y$；　(B). $P(X=Y)=0$；　(C). $P(X=Y)=1/2$；　(D). $P(X=Y)=1$。

3. 将一枚硬币重复掷 n 次，以 X 和 Y 分别表示正面向上和反面向上的次数，则 X 和 Y 的相关系数等于

（　　）　(A).1；　(B).1/2；　(C)0；　(D).-1；

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 原假设 H_0：$\mu = \mu_0$，如果在 $\alpha = 0.05$ 的显著性水平下接受 H_0，则在 $\alpha = 0.01$ 的显著性水平下，下列结论正确的是

（　　）　（A）可能接受 H_0，也可能接受 H_1；　(B). 必接受 H_0；

（C）不接受 H_0，也不接受 H_1；　(D). 必接受 H_1；

三. 已知随机变量 $X \sim N(0,1)$，$Y = 1 - e^{-X}$ 求随机变量 Y 的分布密度 $f_Y(y)$.

四. 将两个球装入编号为 1,2,3 的三个盒子中，X_1, X_2, X_3 分别表示 1,2,3 号盒中球的个数，求 $Z = X_1 X_2$ 的分布列。

五. 已知连续型随机变量 $X \sim U(0,1)$，且对 $0<x<1$，当 $X=x$ 时，$Y \sim U(0,x)$，求条件密度 $f_{X|Y}(x|y)$。

六. 设二维随机变量(X,Y)在 $D = \{(x,y) | 1 \le x \le 3, 1 \le y \le 3\}$ 上服从均匀分布，试求随机变量 $Z = |X - Y|$ 的分布密度。

七. 在区间$[0,1]$上任取两点 X,Y，求最大点与最小点之间距离的数学期望。

八. 某电子元件的使用寿命 X 的概率密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases}2e^{-2(x-\theta)}, x>\theta \\ 0, \quad x\le\theta\end{cases}$，其中 $\theta(\theta>0)$ 为未知参数，又设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是总体的一个样本，求 θ 的最大似然估计量。

九. 在甲乙两厂生产的产品中各抽取容量为 $n_1=36, n_2=40$ 的样本，测得两组样本的样本方差比为 $s_1^2/s_2^2=1.55$，设两样本相互独立，两总体分别为 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$，$N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的正态总体，求在 0.95 置信度下两总体方差比 σ_1^2/σ_2^2 的置信区间。（$F_{0.25}(39,35)=1.945$，$F_{0.025}(35,39)=1.91$）

十. 从一台机床的一批轴料中抽取 15 件测量其椭圆度。经计算样本标准差 $s=0.025$，假设轴料椭圆度服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$。在 $\alpha=0.1$ 的显著性水平下，试问总体方差与规定的 $\sigma^2=0.0004$ 有无显著差别？

（$\chi^2_{0.95}(14)=6.571$，$\chi^2_{0.05}(14)=23.685$）

一、填空题

1. $\frac{8}{15}$ 2. $\frac{1}{n}$ 3. $\frac{5}{2}$ 4. $\frac{1}{2}$

5. $t(2)$ 6. 0.2153

二、选择题

1. D 2. C 3. B

三、

$$f_X(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$x=\ln(1-y).\quad (\ln(1-y))'=\frac{-1}{1-y}$$

$$f_Y(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln(1-y))^2}{2}}\cdot\frac{1}{1-y}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}(1-y)}e^{-\frac{\ln^2(1-y)}{2}} \qquad y\in(0,1)$$

四、

$X_1 \backslash X_2$	0	1	2
0	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$
1	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	0
2	$\frac{1}{9}$	0	0

X_1X_2	0	1
P_k	$\frac{7}{9}$	$\frac{2}{9}$

五、

$$f_X(x)=1 \quad 0<x<1$$

$$f_{Y|X}(y|x)=\frac{1}{x} \quad 0<y<x$$

$$f(x,y)=\frac{1}{x} \quad 0<y<x<1$$

$$f_Y(y)=\int_y^1\frac{1}{x}dx=-\ln y \quad (0<y<1)$$

当 $0<y<1$ 时

$$f_{X|Y}(x|y)=\frac{\frac{1}{x}}{-\ln y}=-\frac{1}{x\ln y}\quad(y<x<1)$$

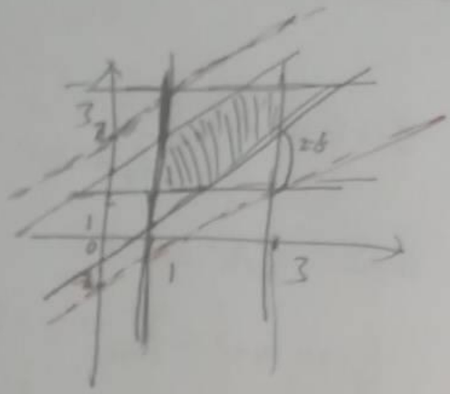
1.

$Z = |X-Y| \in [0\ \ 2]$

对∀ $z \in [0,\ 2]$

$F_Z(z) = P(\ |X-Y| \le z\ )$

$= \frac{(2-z)^2}{4}$



$f_Z(z) = \frac{z-2}{2} = \frac{z}{2} - 1 \qquad z \in [0,\ 2]$

2. $F_X(x) = x,\ x \in [0,1].\quad F_Y(y) = y \quad y \in [0,1]$

$F_{max}(z) = z^2,\ z \in [0,1]$

$f_{max}(z) = 2z,\ z \in [0,1]$

$E[\max\{X\ Y\}] = \int_0^1 z \cdot 2z\, dz = \frac{2}{3}$

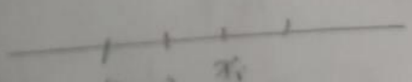
$F_{min}(z) = 1-(1-z)^2 \quad z \in [0,1]$

$f_{min}(z) = 2(1-z) \quad z \in [0,1]$

$E[\min\{X, Y\}] = \int_0^1 z \cdot 2(1-z)\, dz = \frac{1}{3}$

$E[\max\{X\ Y\} - \min\{X\ Y\}] = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

7) $\hat{\theta} = \min\{X_1, \cdots X_n\}$



九. 置信区间形式 $\left[\dfrac{S_1^2/S_2^2}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)},\ \dfrac{S_1^2/S_2^2}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)}\right]$

代入 $S_1^2/S_2^2=1.55$

$F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)=F_{0.025}(35,39)=1.91$

$F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)=\dfrac{1}{F_{0.025}(39,35)}=\dfrac{1}{1.945}$

得其置信区间 $[0.812,\ 3.01]$

十. $H_0\ \sigma^2=0.0004$　　$H_1\ \sigma^2\neq 0.0004$

$$U=\frac{(n-1)S^2}{0.0004}$$

拒绝域为 $\{U<\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\}\cup\{U>\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\}$

代入 $U=\dfrac{14\times 0.025^2}{0.0004}=21.875$

$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.95}(14)=6.571$

$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.05}(14)=23.685$

因为 $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)<U<\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$

所以 接受 H_0. 认为无显著差异.