

Скурыдина Алия Фиргатовна

**Регуляризованные алгоритмы на основе схем
Ньютона, Левенберга – Марквардта и
нелинейных аналогов α -процессов для решения
нелинейных операторных уравнений**

01.01.07 – Вычислительная математика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в *Федеральном государственном бюджетном учреждении науки
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения
Российской академии наук.*

Научный руководитель: *доктор физико-математических наук,
доцент Акимова Елена Николаевна*

Официальные оппоненты: *Танана Виталий Павлович
доктор физико-математических наук,
профессор, главный научный сотрудник кафедры Си-
стемного программирования ФГАОУ ВО «Южно-
Уральский государственный университет (нацио-
нальный исследовательский университет)» (г. Челя-
бинск),*

*Ягола Анатолий Григорьевич
доктор физико-математических наук,
профессор, профессор кафедры математики физиче-
ского факультета ФГБОУ ВО «Московский государ-
ственный университет имени М. В. Ломоносова»,*

Ведущая организация: *ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный
университет»*

Защита состоится «_____» _____ 2018 г. в _____ часов на заседании диссертаци-
онного совета Д 004.006.04 при ФГБУН Институт математики и механики им. Н. Н.
Красовского УрО РАН по адресу: 620990, Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской, 16, акто-
вый зал

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБУН Институт математики и ме-
ханики им. Н. Н. Красовского УрО РАН.

Автореферат разослан «_____» _____ 2018 г.

Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба
высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физ.-мат. наук, с.н.с.

Подпись

Скарин В. Д.

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. Построение итеративно регуляризованных алгоритмов востребовано для решения широкого круга некорректных прикладных задач. Например, решение структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии сводится к решению нелинейных интегральных уравнений первого рода. После дискретизации операторное уравнение сводится к системе нелинейных уравнений с большим числом неизвестных, поэтому необходимы параллельные программы для многопроцессорных и многоядерных вычислительных систем для уменьшения времени счета.

Цели и задачи диссертационной работы: построение новых устойчивых и экономичных по времени и памяти алгоритмов на основе методов ньютоновского типа и α -процессов для решения нелинейных операторных уравнений и исследование их сходимости; реализация параллельных алгоритмов в виде комплекса программ на многоядерных и графических процессорах (видеокартах) для вычислений на сетках большого размера.

Научная новизна. Результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми и имеют теоретическую и практическую ценность.

1. В рамках двухэтапного метода построения регуляризующего алгоритма доказаны теоремы о сходимости и сильной фейеровости метода Ньютона и нелинейных аналогов α -процессов: метода минимальной ошибки (ММО), метода наискорейшего спуска (МНС) и метода минимальных невязок (ММН). Обоснована сходимость модифицированных вариантов методов ММО, МНС, ММН, когда производная оператора вычисляется в начальной точке итераций. Рассмотрены два случая: оператор уравнения является монотонным, либо оператор является немонотонным, конечномерным и его производная имеет неотрицательный спектр.

2. Для решения систем нелинейных интегральных уравнений с ядром оператора структурной обратной задачи гравиметрии для модели двуслойной сре-

ды предложен новый экономичный по вычислениям и памяти покомпонентный метод, основанный на методе Ньютона. Для решения систем нелинейных уравнений структурных обратных задач гравиметрии в многослойной среде предложен новый экономичный покомпонентный метод типа Левенберга – Марквардта с весовыми множителями. Предложена вычислительная оптимизация метода Ньютона и его модифицированного варианта в виде перехода от плотно заполненной матрицы производной оператора к ленточной в силу особенности строения ядер интегральных операторов задач гравиметрии.

3. Разработан комплекс параллельных программ для решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии на сетках большой размерности, реализованный на многоядерных процессорах и на графических процессорах (видеокартах) для методов типа Ньютона и Левенберга – Марквардта и покомпонентных методов типа Ньютона и Левенберга – Марквардта.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы для решения нелинейных операторных уравнений. В частности, на практике можно применять для обратных задач теории потенциала, для различных обратных задач фильтрации.

Степень достоверности и апробация результатов. Результаты, полученные в работе над диссертацией, полностью подтверждаются численными экспериментами. Основные результаты по материалам диссертационной работы докладывались на конференциях:

1. XIV и XV Уральская молодежная научная школа по геофизике (Пермь, 2013 г., Екатеринбург 2014 г.);
2. Международная конференция «Параллельные вычислительные технологии» (Ростов-на-Дону, 2014 г., Екатеринбург, 2015 г., Казань, 2017 г.);
3. Международная конференция «Геоинформатика: теоретические и прикладные аспекты» (Киев 2014, 2015, 2016 г.)
4. Международная конференция «Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики» (Новосибирск, 2014 г.)

5. Международный научный семинар по обратным и некорректно поставленным задачам (Москва, 2015 г.)

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 13 печатных работах, из них 5 статей в рецензируемых научных изданиях [VasAkiMin2013; AkiMisSkur2014; AkMisSkurTre2015_2; VasSkur2017; Skur2017_2], 3 проиндексированных Scopus [AkSkur2014; AkSkur2015; AkSkur2016], 3 статей в сборниках трудов конференций и 2 тезисов докладов.

Личный вклад автора. Подготовка к публикации работ проводилась совместно с соавторами. Все результаты, представленные в данной работе, получены автором лично. Защищаемые положения отражают вклад автора в опубликованных работах. В работе [VasSkur2017] автору диссертации принадлежат построение методов для решения нелинейных уравнений на основе α -процессов, доказательства сходимости и сильной фейеровости регуляризованного метода Ньютона, сильной фейеровости нелинейных α -процессов для монотонного оператора и оператора, производная которого имеет неотрицательный спектр, результаты численного моделирования. В работах [VasAkiMin2013; MisMinDer2013; AkiMisMin2014; AkiMisSkur2014] автором проведено численное моделирование для методов ньютоновского типа с разработкой параллельных программ для метода Ньютона и его модифицированного варианта. В статьях [AkMisSkurTre2015_2] автор реализовал параллельный алгоритм линеаризованного метода минимальной ошибки. В работе [AkSkur2014] автором предложена вычислительная оптимизация метода Ньютона и поставлен вычислительный эксперимент, разработаны параллельная программы. В работах [AkiMinMis2015; AkSkur2015; AkSkur2016] автором предложены методы покомпонентного типа Ньютона и Левенберга – Марквардта, проведены численные эксперименты, написаны параллельные программы для задач с большими сетками. В работе [VasSkur2015] автору принадлежат доказательства сходимости модифицированных методов на основе α -процессов в случае монотонного оператора задачи, а также результаты расчетов на ЭВМ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, обзора литературы, 3 глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 9 страниц, включая 18 рисунков, 14 таблиц. Библиография включает 121 наименований, в том числе 13 публикаций автора.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

В первой главе В первой главе рассматриваются методы решения некорректных задач с монотонным оператором. Доказываются теоремы сходимости регуляризованного метода Ньютона. Построены методы минимальной ошибки, наискорейшего спуска и минимальных невязок решения нелинейных уравнений и доказывается их сходимость.

Рассматривается нелинейное уравнение

$$A(u) = f \quad (1)$$

в гильбертовом пространстве U с монотонным непрерывно дифференцируемым по Фреше оператором A , для которого обратные операторы $A'(u)^{-1}$, A^{-1} разрывны, что влечет некорректность задачи (1). Для построения регуляризующего алгоритма (РА) используется двухэтапный метод, в котором на первом этапе используется регуляризация по схеме Лаврентьева

$$A(u) + \alpha(u - u^0) - f_\delta = 0, \quad (2)$$

где $\|f - f_\delta\| \leq \delta$, u^0 — некоторое приближение к решению; а на втором этапе для аппроксимации регуляризованного решения u_α применяется регуляризованный метод Ньютона (РМН), предложенный ранее в [1] ($\gamma = 1$, $\bar{\alpha} = \alpha = \alpha_k$):

$$u^{k+1} = u^k - \gamma(A'(u^k) + \bar{\alpha}I)^{-1}(A(u^k) + \alpha(u^k - u^0) - f_\delta) \equiv T(u^k). \quad (3)$$

Здесь $\alpha, \bar{\alpha}$ — положительные параметры регуляризации, $\gamma > 0$ — демпфирующий множитель (параметр регулировки шага).

Результаты первой главы опубликованы в работе [VasSkur2017].

Во второй главе ...

Содержание второй главы.

Результаты второй главы опубликованы в работе [VasSkur2017; VasSkur2015].

В третьей главе ...

Содержание третьей главы.

Результаты третьей главы опубликованы в работах [AkSkur2014], [AkSkur2015], [AkSkur2016], [Skur2017_2].

В Заключении приводятся основные результаты.

Основные результаты диссертации

1. Для нелинейного уравнения с монотонным оператором доказаны теоремы о сходимости регуляризованного метода Ньютона. Построены нелинейные аналоги α -процессов: регуляризованные методы градиентного типа для решения нелинейного уравнения с монотонным оператором: метод минимальной ошибки, метод наискорейшего спуска, метод минимальных невязок. Доказаны теоремы сходимости и сильная фейеровость итерационных процессов. Для задачи с немонотонным оператором, производная которого имеет неотрицательный спектр, доказаны теоремы сходимости для метода Ньютона, нелинейных α -процессов и их модифицированных вариантов.

2. Для решения нелинейных интегральных уравнений обратных задач гравиметрии предложены экономичные покомпонентные методы типа Ньютона и типа Левенберга – Марквардта. Предложена вычислительная оптимизация метода Ньютона и его модифицированного варианта при решении задач с матрицей производной с диагональным преобладанием.

3. Разработан комплекс параллельных программ для многоядерных и графических процессоров (видеокарт) решения обратных задач гравиметрии и магнитометрии на сетках большой размерности методами ньютоновского типа и покомпонентными методами.

1. А. Б. Бакушинский. Регуляризирующий алгоритм на основе метода Ньютона – Канторовича для решения вариационных неравенств // ЖВМиМФ, 16:6 (1976). С. 1397–1604.

Основные публикации по теме диссертации

Научное издание

Скурыдина Алия Фиргатовна

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук на тему:

Регуляризованные алгоритмы на основе схем Ньютона, Левенберга – Марквардта и нелинейных аналогов α -процессов для
решения нелинейных операторных уравнений

Подписано в печать 25.01.2011. Формат 60 × 90 1/16. Тираж 100 экз. Заказ 256.

Санкт-Петербургская издательская фирма «Наука» РАН. 199034, Санкт-Петербург, Менделеевская линия, 1, <http://www.naukaspb.spb.ru>