

На правах рукописи

*Подпись*

Скурыдина Алия Фиргатовна

**Регуляризованные алгоритмы на основе схем  
Ньютона, Левенберга – Марквардта и  
нелинейных аналогов  $\alpha$ -процессов для решения  
нелинейных операторных уравнений**

01.01.07 – Вычислительная математика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Работа выполнена в *Федеральном государственном бюджетном учреждении науки  
Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения  
Российской академии наук.*

Научный руководитель: *доктор физико-математических наук,  
доцент Акимова Елена Николаевна*

Официальные оппоненты: *доктор физико-математических наук,  
профессор, главный научный сотрудник кафедры Си-  
стемного программирования ФГАОУ ВО «Южно-  
Уральский государственный университет (нацио-  
нальный исследовательский университет)» (г. Челя-  
бинск),*

*Танана Виталий Павлович*

*доктор физико-математических наук,  
профессор, профессор кафедры математики физиче-  
ского факультета ФГБОУ ВО «Московский государ-  
ственный университет имени М. В. Ломоносова»,  
Ягола Анатолий Григорьевич*

Ведущая организация: *ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный  
университет»*

Защита состоится «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г. в \_\_\_\_\_ часов на заседании диссертаци-  
онного совета Д 004.006.04 при ФГБУН Институт математики и механики им. Н. Н.  
Красовского УрО РАН по адресу: 620990, Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской, 16, акто-  
вый зал

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБУН Институт математики и ме-  
ханики им. Н. Н. Красовского УрО РАН.

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба  
высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
*доктор физ.-мат. наук, с.н.с.*

*Подпись*

*Скарин В. Д.*

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы исследования.** Построение итеративно регуляризованных алгоритмов востребовано для решения широкого круга прикладных некорректно поставленных задач. Так, решение структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии сводится к решению нелинейных интегральных уравнений Урысона первого рода. После дискретизации операторное уравнение сводится к системе нелинейных уравнений с большим числом неизвестных, поэтому есть необходимость в параллелизации алгоритмов для многопроцессорных и многоядерных вычислительных систем с целью уменьшения времени счета.

**Цели и задачи диссертационной работы:** построить новые методы решения нелинейных операторных уравнений первого рода в гильбертовом пространстве, исследовать их сходимость. Предложить методы решения обратной задачи гравиметрии, использующие особенности физической модели.

**Научная новизна.** Результаты, полученные в диссертационной работе, являются новыми и состоят в следующем:

в рамках двухэтапного метода построения регуляризующего алгоритма обоснованы сходимость метод Ньютона и нелинейные аналоги альфа-процессов: метод минимальной ошибки (ММО), метод наискорейшего спуска (МНС) и метод минимальных невязок (ММН). Также установлена сходимость модифицированных вариантов методов ММО, МНС, ММН, когда производная оператора вычисляется в начальной точке итераций. Рассмотрены два случая: оператор задачи является монотонным, либо оператор является конечномерным и его производная имеет неотрицательный спектр.

Для решения систем нелинейных интегральных уравнений с ядром оператора структурной обратной задачи гравиметрии для модели двуслойной среды предложен экономичный покомпонентный метод, основанный на методе Ньютона.

Для решения систем нелинейных уравнений структурных обратных задач гравиметрии в многослойной среде предложен метод на основе метода Левенберга – Марквардта — покомпонентный метод типа Левенберга – Марквардта.

Предложена вычислительная оптимизация метода Ньютона и его модифицированного варианта в виде перехода от плотно заполненной матрицы производной оператора к ленточной в силу особенности строения ядер интегральных операторов задач гравиметрии.

**Теоретическая и практическая значимость.** Результаты, изложенные в диссертации, могут быть использованы для решения нелинейных операторных уравнений. В частности, на практике можно применять для обратных задач теории потенциала, для различных обратных задач фильтрации.

**Положения, выносимые на защиту:** 1. Сформулированы и доказаны теоремы, устанавливающие сильную фейеровость оператора шага итераций методов:

- метод Ньютона;
- метод минимальной ошибки и его модифицированный вариант;
- метод наискорейшего спуска и его модифицированный вариант;
- метод минимальных невязок и его модифицированный вариант.

Доказана сильная фейеровость оператора шага итераций данных методов в случае монотонного оператора задачи и в случае конечномерного оператора с производной, имеющей неотрицательный спектр. Доказывается линейная скорость сходимости итерационных процессов.

2. Предложена вычислительная оптимизация метода Ньютона в приложении к задачам гравиметрии и магнитометрии для уменьшения объема вычислений. Предложены покомпонентные методы:

- покомпонентный основанный на методе Ньютона для решения нелинейного интегрального уравнения в задаче гравиметрии в двухслойной среде;

- покомпонентный метод типа Левенберга – Марквардта для решения систем нелинейных уравнений структурных обратных задач гравиметрии в многослойной среде.

3. Разработан комплекс параллельных программ для многоядерных и графических процессоров с использованием технологий OpenMP, CUDA для решения задач с большим объемом вычислений. Комплекс протестирован на модельных и квазиреальных задачах.

**Степень достоверности и апробация результатов.** Результаты, полученные в работе над диссертацией, полностью подтверждаются численными экспериментами. Основные результаты по материалам диссертационной работы докладывались на конференциях:

1. XIV и XV Уральская молодежная научная школа по геофизике (Пермь, 2013 г., Екатеринбург 2014 г.);
2. Международная конференция «Параллельные вычислительные технологии» (Ростов-на-Дону, 2014 г., Екатеринбург, 2015 г., Казань, 2017 г.);
3. Международная конференция «Геоинформатика: теоретические и прикладные аспекты» (Киев 2014, 2015, 2016 г.)
4. Международная конференция «Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики» (Новосибирск, 2014 г.)
5. Международный научный семинар по обратным и некорректно поставленным задачам (Москва, 2015 г.)

**Публикации.** Материалы диссертации опубликованы в 11 печатных работах, из них 3 статей в рецензируемых научных изданиях [; 1], 3 рекомендованных ВАК и проиндексированных Scopus [], 3 статей в сборниках трудов конференций и 2 тезисов докладов.

**Личный вклад автора.** Подготовка к публикации работ проводилась совместно с соавторами. Все результаты, представленные в данной работе, получены автором лично. Защищаемые положения отражают вклад автора в опубликованные работы.

ликованных работах. В работе [1] автору диссертации принадлежат построение методов для решения нелинейных уравнений на основе  $\alpha$ -процессов, доказательства сходимости и сильной фейеровости регуляризованного метода Ньютона, сильной фейеровости нелинейных  $\alpha$ -процессов для монотонного оператора и оператора, производная которого имеет неотрицательный спектр, результаты численного моделирования. В работах [ ] автором проведено численное моделирование для методов ньютоновского типа с разработкой параллельных программ для метода Ньютона и его модифицированного варианта. В статье [ ] автор реализовал параллельный алгоритм линеаризованного метода минимальной ошибки. В работе [ ] автором предложена вычислительная оптимизация метода Ньютона и поставлен вычислительный эксперимент, разработаны параллельная программы. В работах [ ] автором предложены методы покомпонентного типа Ньютона и Левенберга – Марквардта, проведены численные эксперименты, написаны параллельные программы для задач с большими сетками. В работе [ ] автору принадлежат доказательства сходимости модифицированных методов на основе  $\alpha$ -процессов в случае монотонного оператора задачи, а также результаты расчетов на ЭВМ.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, обзора литературы, 3 глав, заключения и библиографии. Общий объем диссертации ?? страниц, включая 18 рисунков, 14 таблиц. Библиография включает 112 наименований, в том числе 12 публикаций автора.

## Содержание работы

**Во Введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

**В первой главе ...**

Содержание первой главы.

Результаты первой главы опубликованы в работе [1].

**Во второй главе ...**

Содержание второй главы.

Результаты второй главы опубликованы в работе [1].

**В третьей главе ...**

Содержание третьей главы.

Результаты третьей главы опубликованы в работах [], [], [], [].

**В Заключение**

## Основные результаты диссертации

1. Для нелинейного уравнения с монотонным оператором доказаны теоремы сходимости для регуляризованного метода Ньютона, построены регуляризованные методы градиентного типа для решения нелинейного уравнения с монотонным оператором — метод минимальной ошибки, метод наискорейшего спуска, метод минимальных невязок, названные нелинейными аналогами  $\alpha$ -процессов, доказаны теоремы сходимости для них, доказана сильная фейеровость итерационных процессов.

Для задачи с немонотонным оператором, производная которого имеет неотрицательный спектр, доказаны теоремы сходимости методов Ньютона, нелинейных  $\alpha$ -процессов и их модифицированных вариантов.

2. Для решения систем нелинейных интегральных уравнений с ядром оператора структурной обратной задачи гравиметрии для модели двухслойной среды предложен покомпонентный метод, основанный на методе Ньютона. Предложена вычислительная оптимизация метода Ньютона и его модифицированного варианта при решении задач с матрицей производной, близкой к ленточной; на примере решения обратной задачи гравиметрии продемонстрирована вычислительная экономичность модификации. Для решения систем нелинейных урав-

нений структурных обратных задач гравиметрии для моделей двухслойной и многослойной сред предложен подход на основе метода Левенберга – Марквардта — покомпонентный метод типа Левенберга – Марквардта.

3. Разработан комплекс параллельных программ, с использованием многоядерных процессоров для всех предложенных методов и с вычислением на графических процессорах (видеокартах) для покомпонентных методов и метода Ньютона и модифицированного варианта.

В дальнейшей научной работе автора предполагается исследование на сходимость покомпонентных методов типа Ньютона и Левенберга – Марквардта.



# Основные публикации по теме диссертации

## Статьи в изданиях из перечня ВАК, SCOPUS

- . *Akimova E., Skurydina A.* A Componentwise Newton Type Method for Solving the Structural Inverse Gravity Problem // XIVth EAGE International Conference - Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects. — Kiev, Ukraine, 2015.
- . *Akimova E., Skurydina A.* On Solving the Three-Dimensional Structural Gravity Problem for the Case of a Multilayered Medium by the Componentwise Levenberg–Marquardt Method // XVth EAGE International Conference - Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects. — Kiev, Ukraine, 2016.
- . *Skurydina A. F.* Regularized Levenberg — Marquardt Type Method Applied to the Structural Inverse Gravity Problem in a Multilayer Medium and its Parallel Realization // Вестник Южно-Уральского государственного университета. — 2017. — Т. 6, № 3. — С. 5—15.
- . *Акимова Е. Н., Скурыдина А. Ф., Мартышко М. П.* Оптимизация и распараллеливание методов типа Ньютона для решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии // XIIIth EAGE International Conference - Geoinformatics: Theoretical and Applied Aspects. — Kiev, Ukraine, 2014.
- . *Васин В. В., Акимова Е. Н., Минахметова А. Ф.* Итерационные алгоритмы ньютоновского типа и их приложения к обратной задаче гравиметрии // Вестник Южно-Уральского государственного университета. — 2013. — Т. 6, № 3. — С. 26—37.
- 1. *Васин В. В., Скурыдина А. Ф.* Двухэтапный метод регуляризации для нелинейных некорректных задач // Труды ИММ УрО РАН. — 2017. — Т. 23, № 1. — С. 57—74.

## Другие публикации

- . *Akimova E. N., Miniakhmetova A. F., Misilov V. E.* Fast stable parallel algorithms for solving gravimetry and magnetometry inverse problems // International conference "Advanced Mathematics, Computations Applications – 2014". — 2014.
- . *Акимова Е. Н., Мисилов В. Е., Миниахметова А. Ф.* Параллельные алгоритмы решения структурной обратной задачи магнитометрии на многопроцессорных вычислительных системах // Труды международной конференции «Параллельные вычислительные технологии (ПАВТ'2014)». — 2014.
- . *Васин В. В., Скурыдина А. Ф.* Регуляризованные модифицированные процессы градиентного типа для нелинейных обратных задач // Тезисы докладов международного научного семинара по обратным и некорректно поставленным задачам. — 2015.
- . Градиентные методы решения структурных обратных задач гравиметрии и магнитометрии на суперкомпьютере “Уран” / Е. Н. Акимова [и др.] // Труды международной конференции «Параллельные вычислительные технологии (ПАВТ'2015)». — 2015.
- . *Мисилов В. Е., Миниахметова А. Ф., Дергачев Е. А.* Решение обратной задачи гравиметрии итерационными методами на суперкомпьютере «Уран» // Труды XIV Уральской молодежной научной школы по геофизике. — 2013.

*Научное издание*

Скурыдина Алия Фиргатовна

## АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук на тему:

Регуляризованные алгоритмы на основе схем Ньютона, Левенберга –  
Марквардта и нелинейных аналогов  $\alpha$ -процессов для решения нелинейных  
операторных уравнений

Подписано в печать 25.01.2011. Формат 60 × 90 1/16. Тираж 100 экз. Заказ 256.

Санкт-Петербургская издательская фирма «Наука» РАН. 199034, Санкт-Петербург, Менделеевская линия, 1, <http://www.naukaspb.spb.ru>