

## Teorija programskih jezikov: 2. izpit

1. julij 2022

### 1. naloga (15 točk)

V  $\lambda$ -računu definirajmo:

$$S = \lambda n. \lambda f. \lambda x. f(n f x)$$

a) Zapišite vse korake v evalvaciji izraza  $S(\lambda f. \lambda x. f(f x))(\lambda x. x + 5)26$  v *leni* semantiki malih korakov.

b) S Hindley-Milnerjevim algoritmom izračunajte najbolj splošen tip izraza  $S$ .

### 2. naloga (15 točk)

V  $\lambda$ -račun dodamo tip  $\{A\}$ , ki predstavlja zamrznjene izraze tipa  $A$ , izraz *freeze*  $M$ , ki predstavlja zamrznjen izraz  $M$ , ter izraz *thaw*  $M$ , ki nadaljuje z izvajanjem poprej zamrznjenega izraza  $M$ .

Zapišite dodatna pravila za določanje tipov ter operacijsko semantiko malih korakov, tako da bo jezik še vedno zadoščal izreku o varnosti. Izreka o varnosti *ni treba dokazovati*.

### 3. naloga (20 točk)

Vzemimo  $\lambda$ -račun z običajno *neučakano* semantiko:

$$\begin{aligned} \text{tip } A &::= \mathbf{bool} \mid A \rightarrow B \\ \text{izraz } M, N &::= x \mid \mathbf{true} \mid \mathbf{false} \mid \mathbf{if } M \mathbf{ then } N_1 \mathbf{ else } N_2 \mid \lambda x. M \mid M N \\ \text{vrednost } V &::= \mathbf{true} \mid \mathbf{false} \mid \lambda x. M \end{aligned}$$

Operacijsko semantiko na krajši način lahko podamo tudi prek *evalvacijskih kontekstov*

$$\text{kontekst } E ::= [] \mid \mathbf{if } E \mathbf{ then } N_1 \mathbf{ else } N_2 \mid E N \mid V E$$

Definiramo *redukcijo*  $M \rightarrow N$  s pravili:

$$\frac{}{\mathbf{if } \mathbf{true} \mathbf{ then } N_1 \mathbf{ else } N_2 \rightarrow N_1} \quad \frac{}{\mathbf{if } \mathbf{false} \mathbf{ then } N_1 \mathbf{ else } N_2 \rightarrow N_2} \quad \frac{}{(\lambda x. M) V \rightarrow M[V/x]}$$

semantiko malih korakov  $M \hookrightarrow N$  pa s pravilom:

$$\frac{M \rightarrow N}{E[M] \hookrightarrow E[N]}$$

kjer je  $E[M]$  izraz, ki ga dobimo, če v kontekstu  $E$  luknjo  $[]$  zamenjamo z izrazom  $M$ .

Dokažite, da  $M \hookrightarrow N$  velja natanko takrat, kadar v običajni operacijski semantiki malih korakov velja  $M \rightsquigarrow N$ .

### 4. naloga (20 točk)

Vzemimo varianto jezika IMP

$$\begin{aligned} \text{aritmetični izraz } e &::= \ell \mid \underline{n} \mid e_1 + e_2 \mid \dots \\ \text{logični izraz } b &::= \mathbf{true} \mid \mathbf{false} \mid e_1 = e_2 \mid \dots \\ \text{ukaz } c &::= \mathbf{if } b \mathbf{ then } c_1 \mathbf{ else } c_2 \mid \mathbf{while } b \mathbf{ do } c \mid c_1; c_2 \mid \ell := e \mid \mathbf{skip} \end{aligned}$$

kjer predpostavimo, da je množica lokacij  $L$  vnaprej določena, pomnilnik pa je na vseh lokacijah vedno definiran. Branje  $\ell$  tako vedno uspe, prirejanje  $\ell := e$  pa vedno samo poveži obstoječe stanje.

Podajte denotacijsko semantiko naštetih izrazov in ukazov jezika IMP, ki naj bo netrivialna in zdrava, torej usklajena z operacijsko semantiko. Usklajenosti *ni treba dokazovati*.