

Teorija programskih jezikov: poskusni izpit

6. januar 2020

Čas pisanja je 150 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

Ime in priimek _____

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Za vsakega od naslednjih izrazov ugotovite, ali ima tip in katerega. Nato ugotovite še, ali v operacijski semantiki malih korakov program divergira, se evalvira v vrednost, ali zatakne. Če se evalvira v vrednost, v katero?

a) `if (if false then false else true) then false else true`

b) `(if 0 = 1 then false else 14) * 3`

c) `(λg.g false)(λx.x + 1)`

d) `λb.if b then 0 else 1`

e) `(rec fun f b.if f b then 42 else 42) false`

2. naloga (25 točk)

Definirajmo izraz:

$$e = \lambda f. \lambda g. \lambda x. f(g(fx))$$

a) Poiščite tip A in sistem enačb \mathcal{E} , tako da velja $\emptyset \vdash e : A | \mathcal{E}$ ter zapišite ustrezno drevo izpeljave.

b) Poiščite najbolj splošno rešitev sistema \mathcal{E} , torej substitucijo σ , za katero velja $\mathcal{E} \searrow \sigma$.

3. naloga (25 točk)

V λ -račun dodamo operaciji:

$$e ::= \dots \mid e_1 \text{ and } e_2 \mid e_1 \text{ andalso } e_2$$

Obe operaciji naj bi izračunali logično konjunkcijo Boolovih izrazov e_1 in e_2 , razlika je le v tem, da `and` evaluiira e_2 samo po potrebi, če iz e_1 ni razviden rezultat, medtem ko `andalso` vedno evaluiira oba e_1 in e_2 .

a) Zapišite pravila za operacijsko semantiko in določanje tipov za `and` in `andalso`.

b) Podajte primer izrazov e_1 in e_2 tipa `bool`, iz katerih je opazna razlika med $e_1 \text{ and } e_2$ in $e_1 \text{ andalso } e_2$.

c) Dokazite, da za razširjeni jezik še vedno velja izrek o varnosti.

4. naloga (25 točk)

Običajni programski jeziki omogočajo medsebojne rekurzivne definicije, na primer v OCamlu lahko definiramo:

```
let rec sodo n =  
  if n = 0 then true else (not (liho (n - 1)))  
and liho n =  
  if n = 0 then false else (not (sodo (n - 1)))
```

a) S pomočjo običajnega izreka o negibnih točkah zveznih preslikav na domenah dokažite, da za poljubni domeni D in E ter zvezni funkciji $f: D \times E \rightarrow D$ in $g: D \times E \rightarrow E$ obstajata fiksni točki $x \in D$ in $y \in E$, da velja:

$$x = f(x, y) \qquad y = g(x, y)$$

b) Naj bosta $s, \ell: \mathbb{N}_\perp \rightarrow \mathbb{B}_\perp$ preslikavi, ki zadoščata rekurzivnim enačbam:

$$\begin{array}{lll} s(\perp) = \perp & s(0) = \text{tt} & s(n) = n(\ell(n-1)) \\ \ell(\perp) = \perp & \ell(0) = \text{ff} & \ell(n) = n(s(n-1)) \end{array}$$

kjer je preslikava $n: \mathbb{B}_\perp \rightarrow \mathbb{B}_\perp$ podana z

$$n(\perp) = \perp \qquad n(\text{tt}) = \text{ff} \qquad n(\text{ff}) = \text{tt}$$

Poiščite domeni D in E ter zvezni funkciji $\Phi: D \times E \rightarrow D$ in $\Psi: D \times E \rightarrow E$, tako da velja

$$s = \Phi(s, \ell) \qquad \ell = \Psi(s, \ell)$$

Tega, da sta D in E domeni ter Φ in Ψ zvezni, vam ni treba dokazovati.