

Teorija programskih jezikov: 1. izpit

14. junij 2022

1. naloga (15 točk)

V λ -računu z neučakano operacijsko semantiko definirajmo:

$$switch = \lambda p. \lambda f. \lambda g. \lambda x. \mathbf{if} \, p \, x \, \mathbf{then} \, f \, x \, \mathbf{else} \, g \, x$$

a) Zapišite vse korake v evalvaciji izraza $switch(\lambda x. x < 1337)(\lambda x. x + 4)(\lambda x. x * 11)38$ v semantiki malih korakov. Izpeljav korakov ni treba pisati.

b) Izračunajte najbolj splošen tip izraza $switch$.

2. naloga (20 točk)

V λ -račun dodamo naravna števila:

$$\begin{aligned} \text{tip } A &::= \dots \mid \mathbf{nat} \\ \text{izraz } M, N &::= \dots \mid \mathbf{O} \mid \mathbf{SN} \mid \mathbf{fold} \, M_o \, M_s \, N \end{aligned}$$

kjer zadnji izraz vrne enako vrednost kot

$$f \, \langle n-1 \rangle \left(f \, \langle n-2 \rangle \left(\dots (f \, \langle 0 \rangle v) \dots \right) \right),$$

če izraz M_o predstavlja vrednost v , izraz M_s funkcijo dveh argumentov f , izraz N pa število $\langle n \rangle := \underbrace{\mathbf{S} \dots \mathbf{S}}_n \mathbf{O}$.

a) Zapišite dodatna pravila za določanje tipov in operacijsko semantiko malih korakov.

b) V razširjenem jeziku definirajte funkcijo, ki sešteje dve naravni števili.

c) Dokazite, da za razširjeni jezik še vedno velja izrek o varnosti.

3. naloga (15 točk)

Naj bodo (D_1, \leq_1) , (D_2, \leq_2) in (D, \leq) domene. Dokazite, da je preslikava

$$curry : [D_1 \times D_2 \rightarrow D] \rightarrow [D_1 \rightarrow [D_2 \rightarrow D]],$$

podana s predpisom

$$curry(f) = x \mapsto (y \mapsto f(x, y)),$$

dobro definirana in zvezna.

4. naloga (20 točk)

Nedeterministično izbiro opišemo z dvojiško operacijo $\text{or} : 2$, ki zadošča enačbam:

$$\text{or}(x, x) = x \quad \text{or}(x, y) = \text{or}(y, x) \quad \text{or}(x, \text{or}(y, z)) = \text{or}(\text{or}(x, y), z)$$

Naj bo T monada, porojena s prostim modelom za opisano algebrsko teorijo. Dokazite, da velja izomorfizem množic

$$TX \cong \mathcal{P}_{\text{fin}} X = \{A \mid A \subseteq^{\text{končna}} X\}.$$