

## Teorija programskih jezikov: poskusni izpit

6. januar 2020

Čas pisanja je 150 minut. Možno je doseči 100 točk. Veliko uspeha!

### 1. naloga (25 točk)

Za vsakega od naslednjih izrazov ugotovite, ali ima tip in katerega. Nato ugotovite še, ali v operacijski semantiki malih korakov program divergira, se evalvira v vrednost, ali zatakne. Če se evalvira v vrednost, v katero?

- a)  $\text{if } (\text{if false then false else true}) \text{ then false else true}$
- b)  $(\text{if } 0 = 1 \text{ then false else } 14) * 3$
- c)  $(\lambda g. g \text{ false})(\lambda x. x + 1)$
- d)  $\lambda b. \text{if } b \text{ then } 0 \text{ else } 1$
- e)  $(\text{rec fun } f \text{ b. if } f \text{ b then } 42 \text{ else } 42) \text{ false}$

### 2. naloga (25 točk)

Definirajmo izraz:

$$e = \lambda f. \lambda g. \lambda x. f(g(fx))$$

- a) Poiščite tip  $A$  in sistem enačb  $\mathcal{E}$ , tako da velja  $\emptyset \vdash e : A | \mathcal{E}$  ter zapišite ustrezno drevo izpeljave.
- b) Poiščite najbolj splošno rešitev sistema  $\mathcal{E}$ , torej substitucijo  $\sigma$ , za katero velja  $\mathcal{E} \searrow \sigma$ .

### 3. naloga (25 točk)

V  $\lambda$ -račun dodamo operaciji:

$$e ::= \dots \mid e_1 \text{ and } e_2 \mid e_1 \text{ andalso } e_2$$

Obe operaciji naj bi izračunali logično konjunkcijo Boolovih izrazov  $e_1$  in  $e_2$ , razlika je le v tem, da  $\text{and}$  evalvira  $e_2$  samo po potrebi, če iz  $e_1$  ni razviden rezultat, medtem ko  $\text{andalso}$  vedno evalvira oba  $e_1$  in  $e_2$ .

- a) Zapišite pravila za operacijsko semantiko in določanje tipov za  $\text{and}$  in  $\text{andalso}$ .
- b) Podajte primer izrazov  $e_1$  in  $e_2$  tipa  $\text{bool}$ , iz katerih je opazna razlika med  $e_1 \text{ and } e_2$  in  $e_1 \text{ andalso } e_2$ .
- c) Dokazite, da za razširjeni jezik še vedno velja izrek o varnosti.

#### 4. naloga (25 točk)

Običajni programski jeziki omogočajo medsebojne rekurzivne definicije, na primer v OCamlu lahko definiramo:

```
let rec sodo m =  
  if m = 0 then true else (not (liho (m - 1)))  
and liho m =  
  if m = 0 then false else (not (sodo (m - 1)))
```

**a)** S pomočjo običajnega izreka o negibnih točkah zveznih preslikav na domenah dokažite, da za poljubni domeni  $D$  in  $E$  ter zvezni funkciji  $f: D \times E \rightarrow D$  in  $g: D \times E \rightarrow E$  obstajata fiksni točki  $x \in D$  in  $y \in E$ , da velja:

$$x = f(x, y) \qquad y = g(x, y)$$

**b)** Naj bosta  $s, \ell: \mathbb{N}_\perp \rightarrow \mathbb{B}_\perp$  preslikavi, ki zadoščata rekurzivnim enačbam:

$$\begin{array}{lll} s(\perp) = \perp & s(0) = \text{tt} & s(m) = n(\ell(m - 1)) \\ \ell(\perp) = \perp & \ell(0) = \text{ff} & \ell(m) = n(s(m - 1)) \end{array}$$

kjer je preslikava  $n: \mathbb{B}_\perp \rightarrow \mathbb{B}_\perp$  podana z

$$n(\perp) = \perp \qquad n(\text{tt}) = \text{ff} \qquad n(\text{ff}) = \text{tt}$$

Poiščite domeni  $D$  in  $E$  ter zvezni funkciji  $\Phi: D \times E \rightarrow D$  in  $\Psi: D \times E \rightarrow E$ , tako da velja

$$s = \Phi(s, \ell) \qquad \ell = \Psi(s, \ell)$$

Tega, da sta  $D$  in  $E$  domeni ter  $\Phi$  in  $\Psi$  zvezni, vam ni treba dokazovati.