1. *Определение произведения матриц*

Произведение матриц – это новая матрица, полученная путём вычисления скалярных произведений строк первой матрицы на столбцы второй матрицы. Операция возможна, если число столбцов первой матрицы равно числу строк второй.

$A = \{a_{ij}\}_{m\times p},\ B = \{b_{ij}\}_{p\times n},\ A\cdot B = C,$ *где* $C_{ij} = \Sigma_{k=1}^{p} a_{ik}\cdot b_{kj}$

2. *Определение ступенчатой матрицы*

Матрица называется ступенчатой, если выполнено следующее условие: если некоторая строка матрицы, отличная от первой, не является нулевой, то в начале этой строки стоит больше нулей, чем в начале предыдущей строки.

3. *Определение элементарных преобразований матрицы*

Элементарными преобразованиями матрицы называются следующие действия:
1) *умножение строки на ненулевой скаляр* 2) *прибавление одной строки к другой*
3) *перестановка двух строк* 4) *перестановка двух столбцов*
5) *вычеркивание или добавление нулевой строки*

4. *Определение обратной матрицы*

Обратная матрица A^{-1} *– это такая матрица, что* $AA^{-1} = A^{-1}A = I$, *где* I *– единичная матрица. Она существует только у невырожденных квадратных матриц.*

5. *Определение ранга матрицы*

Ранг матрицы — наивысший порядок отличных от нуля миноров этой матрицы
Или же максимальное число линейно независимых строк (столбцов) матрицы.

6. *Определение линейной независимости строк (столбцов) матрицы*

Линейная независимость строк (столбцов) матрицы означает, что никакая строка (столбец) не выражается через линейную комбинацию других строк (столбцов).

7. *Определение определителя (инверсии, чётность/нечётность перестановок)*

Определитель матрицы – это число, равное сумме $n!$ *членов, где каждый член равен произведению* n *элементов матрицы, взятых по одному из каждой строки и каждого столбца. Знак члена определяется как* $(-1)^{r(J)}$, *где* $r(J)$ *– число инверсий в перестановке номеров столбцов.* | *Инверсия – это пара элементов в перестановке, в которой предыдущий элемент больше следующего.*
Если количество инверсий чётное – перестановка чётная, если нечётное – нечётная.

8. *Определение минора и алг. дополнения элемента. Определение минора* k*–го порядка.*

Минор эл–та a_{ij} *матрицы* n*–го порядка – это определитель матрицы* $(n-1)$*–го порядка, полученной из исходной матрицы вычёркиванием* i*–й строки и* j*–го столбца.*
Алгебраическое дополнение элемента a_{ij} *– это его минор, умноженный на* $(-1)^{i+j}$,
Минор k *– го порядка – это определитель любой подматрицы размера* $k\times k$, *взятой из исходной матрицы.*

9. *Определение системы линейных уравнений*

Система линейных уравнений – это совокупность уравнений вида:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases}$$

где a_{ij} *– коэффициенты при переменных,* b_i *– свободные члены,* x_j *– неизвестные.*

10. *Опр. совмест–ти, несовмест–ти, опред–ти, неопред–ти системы*

Совместная система имеет хотя бы одно частное решение.
Несовместная система не имеет решений.
Определённая система имеет единственное решение.
Неопределённая система имеет бесконечно много решений.

11. *Определение частного и общего решения системы уравнений*

Общее решение системы – это множество всех её частных решений.
Частное решение – одно конкретное решение из общего множества.

12. *Опр. фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений*

Система линейно независимых решений $e_1, e_2, \ldots, e_\kappa$ *называется фундаментальной, если каждое решение системы является линейной комбинацией решений* $e_1, e_2, \ldots, e_\kappa$

1. *Свойства определителя*

1) *Определитель транспонированной матрицы равен определителю исходной:* $|A^T| = |A|$.
2) *Если две строки (столбца) линейно зависимы, то её определитель равен нулю.*
3) *При перестановке двух строк (столбцов) знак определителя меняется на противоположный.*
4) *Если в матрице есть строка (столбец), состоящая из нулей, её определитель равен нулю.*
5) *Умножение строки (столбца) на число умножает определитель на это число.*
6) *Определитель произведения матриц равен произведению их определителей:* $|AB| = |A|\cdot|B|$.
7) *Если к одной строке (столбцу) прибавить линейную комбинацию других строк (столбцов), то определитель не изменится.*

2. *Формула разложения определителя по элементам строки (столбца)*

Разложение определителя по элементам i *– й строки:* $|A| = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}C_{ij}$,
где $C_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij}$ *– алгебраическое дополнение элемента* a_{ij}, *а* M_{ij} *– его минор*
Аналогично можно разложить определитель по элементам j *– го столбца.*

3. *Формула для нахождения обратной матрицы*

Если квадратная матрица A *невырождена* $(|A| \neq 0)$, *то обратная матрица вычисляется по формуле:* $A^{-1} = \frac{\tilde{A}^{mp}}{|A|}$, *где* A^{mp} *– матрица алгебраических дополнений.*
Нахождение с помощью элементарных преобразований:
$(A|E) \sim (E|B),\ B = A^{-1}$, *где* E *– единичная матрица.*

.

.

.

.

4. *Формула Крамера*
Для системы линейных уравнений $Ax = b$, *где* A – *квадратная невырожденная матрица* $(|A| \neq 0)$, *решение выражается как*: $x_i = \frac{|A_i|}{|A|}$, *где* A_i — *матрица, полученная заменой* i – *го столбца матрицы* A *на столбец свободных членов* b.

5. *Теорема о ранге матрицы*
Ранг матрицы A *равен наибольшему порядку её ненулевого минора*.

6. *Теорема Кронекера – Капелли*
Система линейных уравнений совместна $\iff$ *ранг матрицы системы равен рангу расширенной матрицы системы*.