

Динамика волнового движения

Упругие волны

Волновой процесс (волна) – процесс распространения колебаний в среде (волны на поверхности жидкости, упругие волны, электромагнитные волны).

Основное свойство волны:

перенос энергии без переноса вещества, т.к. при распространении волны частицы среды не двигаются вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия.

Упругие (механические) волны – механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде.

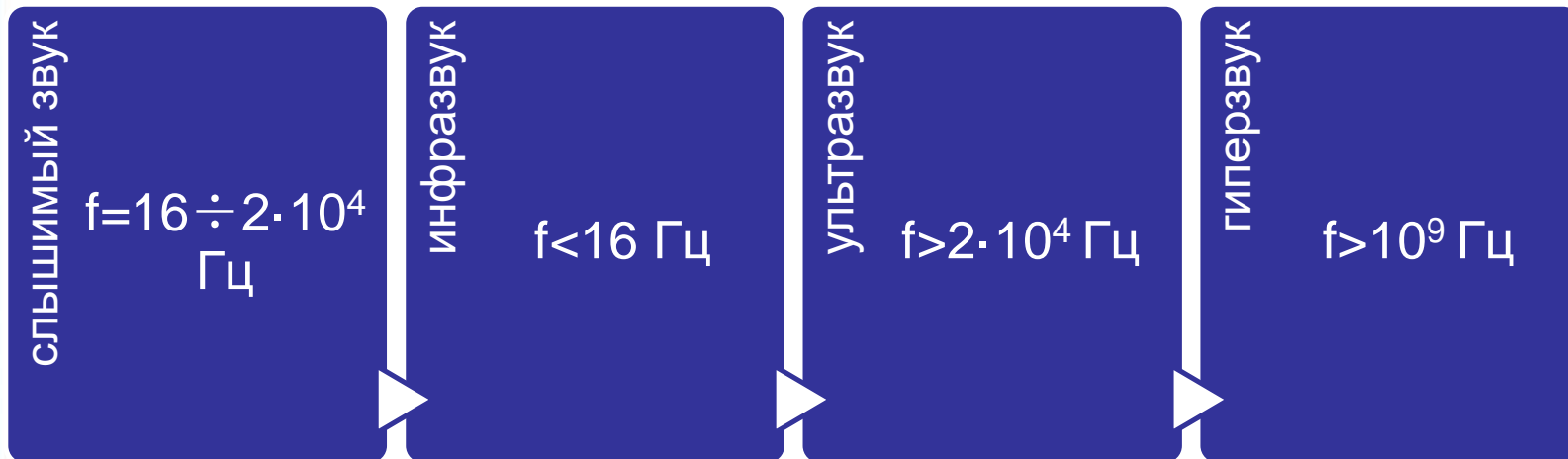
Тело называется **упругим**, а его деформации, вызываемые внешними воздействиями, называются упругими деформациями, если они полностью исчезают после прекращения этих воздействий.

Упругие волны

Газ, жидкость обладают только **объёмной упругостью**, т.е. способностью сопротивляться изменению объёма.

Твёрдое тело – **объёмная упругость** и **упругость формы**.

Звуковые (акустические) волны – упругие волны малой интенсивности.



Упругие волны

Интенсивность звука (сила звука) — величина, определяемая средней по времени энергией, переносимой звуковой волной в единицу времени сквозь единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны:

$$I = \frac{W}{S \cdot t}, \left[\frac{Вт}{м^2} \right]$$

Физиологический закон Вебера–Фехнера: *с ростом интенсивности звука громкость возрастает по логарифмическому закону.*

По измеренному значению интенсивности звука (объективная характеристика) вводят объективную оценку громкости звука (субъективная характеристика) — **уровень интенсивности звука:**

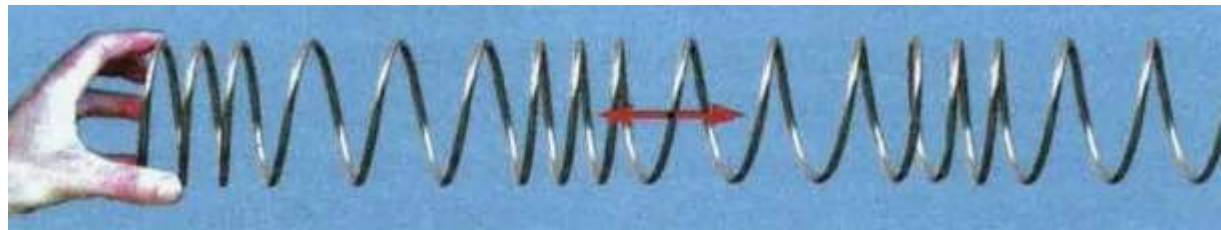
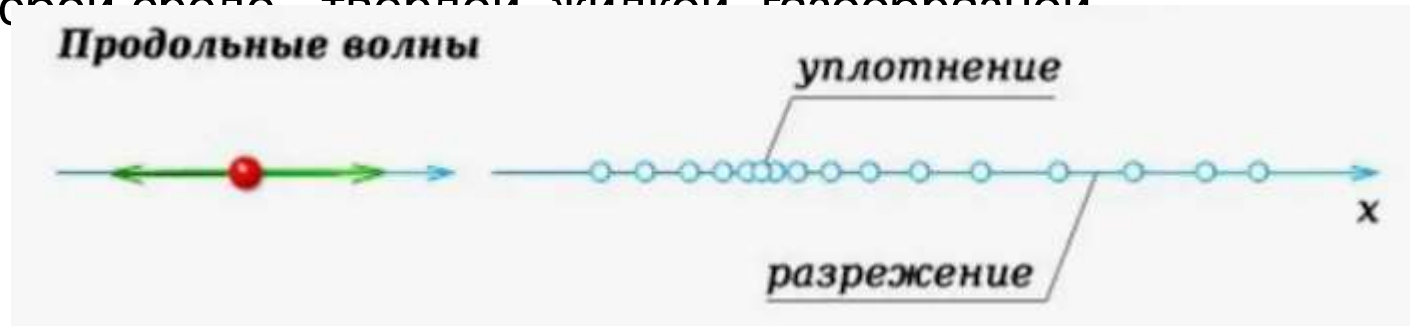
$$L = \lg \frac{I}{I_0}, [\text{бел} = 10 \text{ децибел}]$$

I_0 —интенсивность звука на пределе слышимости, $I_0=10\text{--}12 \text{ Вт/м}^2$.

Продольные и поперечные волны

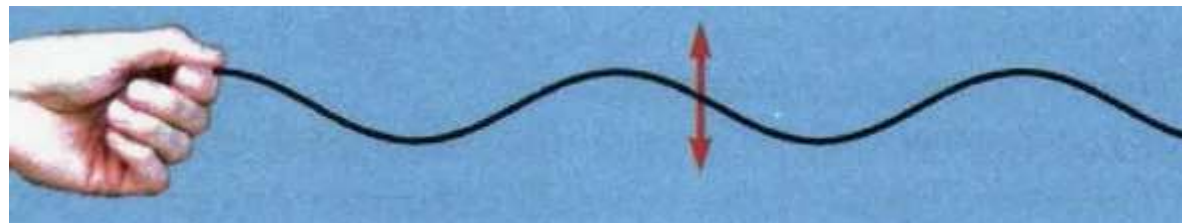
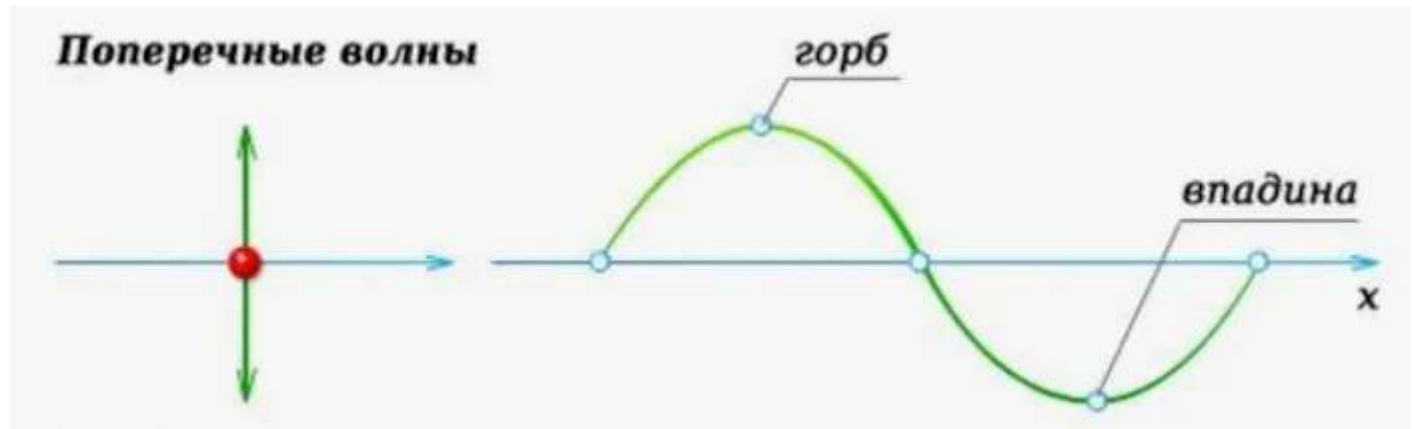
Упругая волна называется **продольной (Р-волны)**, если частицы среды колеблются в направлении распространения волны.

Продольные волны связаны с объёмной деформацией упругой среды, следовательно, могут распространяться в любой среде: твёрдой, жидкой, газообразной.



Продольные и поперечные волны

Упругая волна называется **поперечной (s-волны)**, если частицы среды колеблются, оставаясь в плоскостях, перпендикулярных к направлению распространения волн. Они связаны с деформацией сдвига упругой среды, следовательно, распространяются в средах, обладающих упругостью формы, т.е. твёрдых телах.

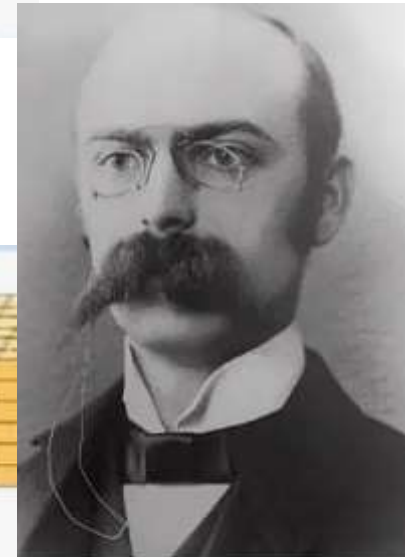
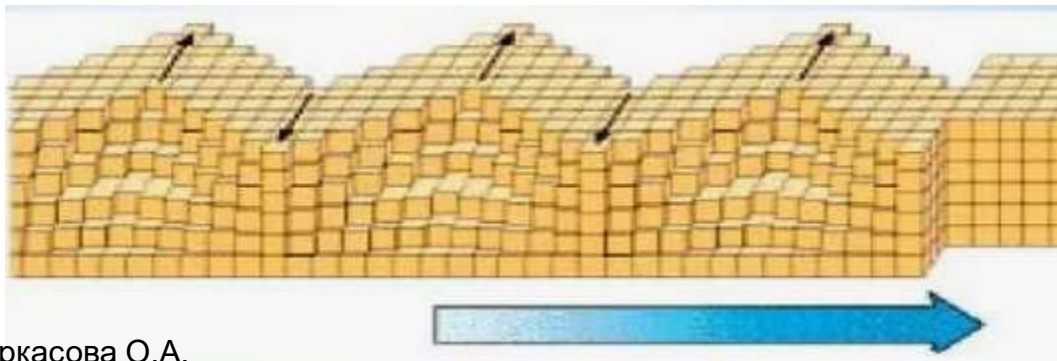
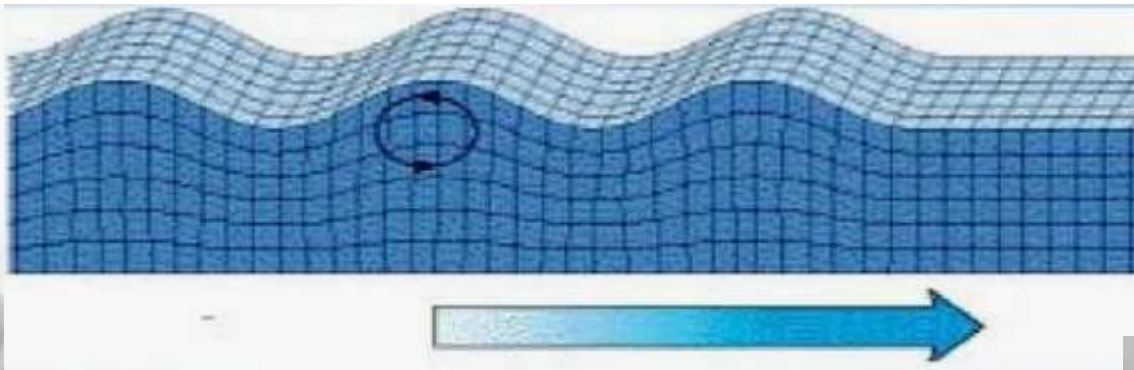


Продольные и поперечные волны

Поверхностные волны (волны Рэлея и Лава) – волны, распространяющиеся вдоль свободной поверхности. Возмущения этой поверхности возникают под влиянием внешних воздействий.



Джон Уильям Стретт (лорд Рэлей)
1842-1919



Огастес Эдвард Хаф Лав
(1863-1940)

Бегущая волна

Бегущая волна – волна, которая в отличие от стоячих волн, переносит энергию в пространстве.

Луч – линия, касательная к которой в каждой её точке совпадает с направлением распространения волны.

Уравнение упругой волны – зависимость от координаты и времени скалярных или векторных величин, характеризующих колебания среды при прохождении в ней волны.

Механические возмущения распространяются в упругой среде с конечной скоростью v . Поэтому возмущение достигает произвольной точки среды через время

$$\Delta t = \frac{l}{v},$$

где l – расстояние от источника волны до точки.

Следовательно, колебания в точке отстают по фазе от колебаний источника волн.

Бегущая волна

Волновой фронт — геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t .

Волновая поверхность — геометрическое место точек, в которых фаза колебаний имеет одно и то же значение (в простейшем случае плоская или сферическая).

Фронт волны



Волновой луч - перпендикулярен фронту волны

В однородной изотропной среде волновые поверхности ортогональны лучам.

Волна называется **плоской**, если её волновые поверхности представляют совокупность плоскостей, параллельных друг другу.

Плоская волна

Пусть плоская волна распространяется вдоль оси x , поглощения нет.

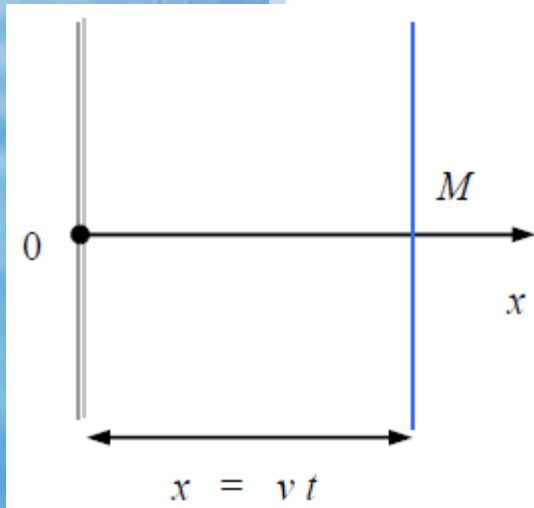
Величина S , характеризующая колебательное движение среды, зависит только от времени t и координаты x .

Колебания в точке M отличаются от колебаний в точке O только тем, что они сдвинуты по времени на x/v .

Следовательно, S является функцией $(t - x/v)$ и **уравнение плоской волны**, распространяющейся вдоль x , принимает вид:

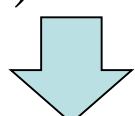
$$S = f\left(t \pm \frac{x}{v}\right)$$

Упругая волна называется **гармонической**, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими.



Плоская волна

Кинематическое уравнение плоской гармонической волны, распространяющейся вдоль $+x$ и $-x$:

$$S(t, x) = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad S(t, x) = A \sin \omega \left(t + \frac{x}{v} \right)$$


Продифференцируем дважды и приравняем вторые производные

$$\frac{\partial^2 S(t, x)}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 S(t, x)}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 S(t, x)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 S(t, x)}{\partial t^2} = 0$$

волновое уравнение в канонической форме

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} = \Delta S - \text{оператор Лапласа}$$

$$\Delta S(t, x, y, z) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 S(t, x, y, z)}{\partial t^2} = 0$$

Плоская волна

Расстояние на которое распространяется волна за время равное периоду T , называется **длиной волны** $\lambda = vT$ – расстояние между ближайшими точками, колеблющимися в одной фазе.

Упругая волна называется **гармонической**, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими.

Упругая среда, в которой распространяется механическая волна, обладает как энергией колебательного движения частиц, так и потенциальной энергией, обусловленной деформацией. Объёмная плотность кинетической и потенциальной энергии запишем в виде:

$$\omega_k = \frac{dE_k}{dt} = \frac{1}{2} \rho v^2 = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)^2$$

$$\omega_n = \frac{dE_n}{dt} = \frac{1}{2} E \varepsilon^2 = \frac{\rho v^2}{2} \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2$$

где E - модуль Юнга,
 ρ – плотность среды,
 ε – относительное
удлинение
(деформация)

Плоская волна

Объёмная плотность энергии плоской волны:

$$\omega = \omega_k + \omega_n = \frac{1}{2} \rho \left[\left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)^2 \right] \rightarrow \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\omega = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega_0^2 \left[\underbrace{1 - \cos 2(\omega_0 t - kx + \varphi_0)}_{\text{среднее значение}=0} \right]$$

*Плотность энергии в каждый момент времени t и в различных точках x **различна**.*

Скорость переноса энергии волной равна скорости перемещения в пространстве поверхности, соответствующей максимальному значению объёмной плотности волны ω .

Для гармонической волны эта скорость равна фазовой скорости.

Плоская волна

Интенсивность волны – среднее значение плотности потока энергии, переносимой волной (среднее значение вектора Умова):

$$\langle \vec{j} \rangle = \langle \omega \rangle \vec{v} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega_0^2 \vec{v}$$

Преобразование энергии волны в другие виды энергии, происходящее при распространении волны в среде, называется **поглощением волн**.

$$A(x) = A_0 e^{-\alpha x}$$

α – линейный коэффициент поглощения, зависит от свойств среды и частоты волн.

В линейной среде (между воздействием и возмущением – линейная зависимость) волны распространяются независимо друг от друга.

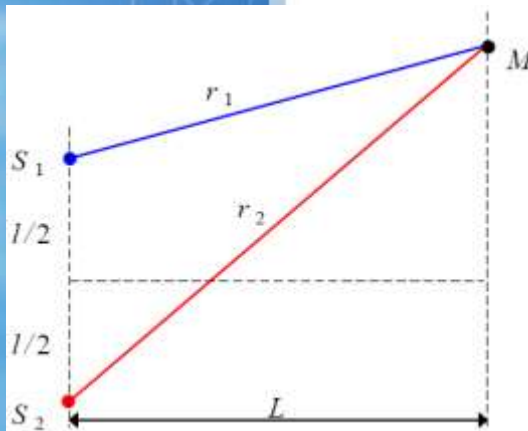
Следовательно, *результатирующее возмущение в какой-либо точке среды при одновременном распространении в ней нескольких волн равно сумме возмущений, соответствующих каждой из этих волн по отдельности.*

Интерференция волн. Стоячие волны.

Две волны называются **когерентными**, если разность их фаз не зависит от t .

Интерференция волн — явление наложения волн, при котором происходит устойчивое во времени их взаимное усиление в одних точках пространства и ослабление в других в зависимости от соотношения между фазами этих волн.

Сферические волны, возбуждаемые точечными когерентными источниками:



$$S_i = A_i \cos(\omega t - kr_i + \varphi_i)$$

Для когерентных источников разность начальных фаз $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$, следовательно, амплитуда A результирующей волны зависит от разности хода волн $\Delta = r_1 - r_2$.

$$k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm 2m\pi - \text{max}$$

$$k(r_1 - r_2) - (\varphi_1 - \varphi_2) = \pm (2m + 1)\pi - \text{min}$$

Интерференция волн. Стоячие волны.

Частным случаем интерференции волн являются **стоячие волны** – волны, образующиеся в результате наложения 2-х бегущих гармонических волн, которые распространяются навстречу друг другу и имеют одинаковые A и ω :

$$S = \underbrace{2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda}}_{A_{cm}} \cos \omega t$$

Точки среды, где $\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi$, $A_{cm} = 2A - \max$ называются **пучностями**.

Точки среды, где $\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm(m + \frac{1}{2})\pi$, $A_{cm} = 0 - \min$ называются **узлами**.

Координаты пучностей $x_n = \pm m \frac{\lambda}{2}$

Координаты узлов

$$x_{\text{узн}} = \pm(m \pm \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2}$$

Расстояние между двумя соседними пучностями и двумя соседними узлами одинаковое и равно $\lambda/2$.

Движение в неинерциальных системах отсчета

Автор: к.ф.-м.н., доцент Черкасова О.А.

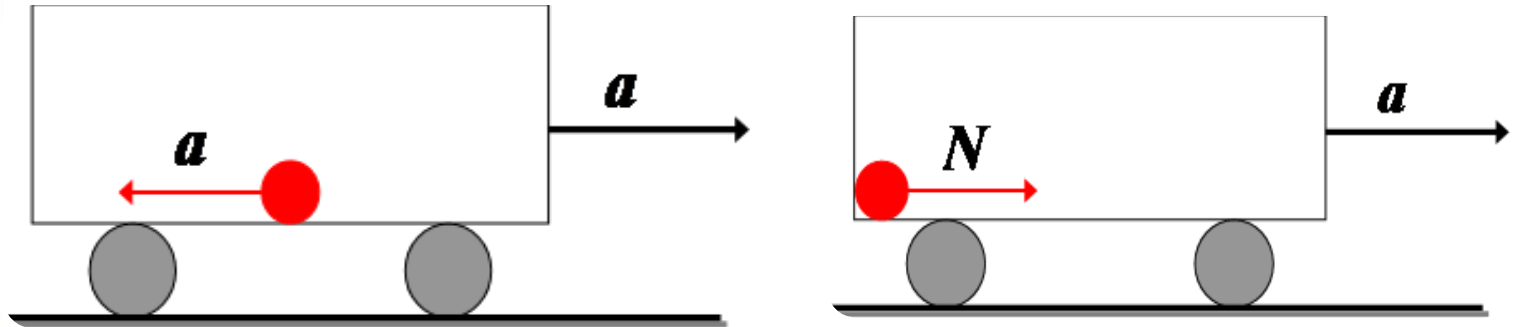
Неинерциальные механические системы.

Неинерциальные СО — системы отсчёта, движущиеся относительно инерциальных систем отсчета с ускорением.

Геоцентрическая система отсчета (жёстко связанная с Землёй) в общем случае является неинерциальной вследствие суточного вращения Земли.

Максимальное ускорение точек Земли не превосходит 0,5 % от g . Следовательно, в большинстве практических задач геоцентрическую СО считают инерциальной.

Неинерциальные механические системы.



Поезд двинулся с ускорением a , шарик приобрёл ускорение a . В НСО **первый закон Ньютона нарушается**: тело получает ускорение без взаимодействия с другими телами.

Поезд движется с ускорением, шарик у стенки, на него действует сила реакции опоры N , но шарик находится в покое. В НСО **второй закон Ньютона нарушается**: при наличии взаимодействия, тело не получает ускорение

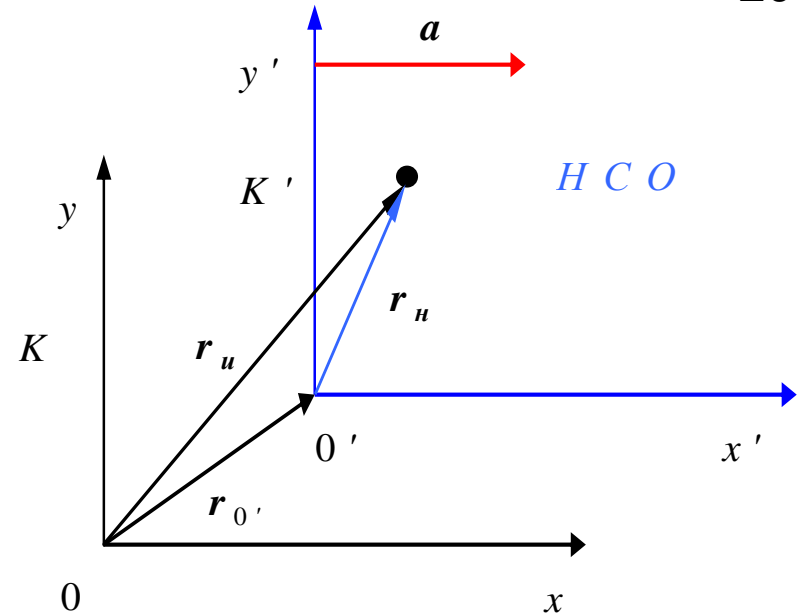
Принцип Даламбера.

В момент $t = 0$ системы K и K' совпадают.

Система K' начинает двигаться относительно K с ускорением \vec{a} .

В момент t :

$$\vec{v}_{0'} = \vec{a}t; \quad \vec{r}_u = \vec{r}_{0'} + \vec{r}_h,$$



И С О

r_u – радиус-вектор материальной точки в системе K ,

r_h – радиус-вектор материальной точки в системе K' ,

$r_{0'}$ – радиус-вектор начало координат системы K' в системе K .

$$\frac{d\vec{r}_u}{dt} = \frac{d\vec{r}_{0'}}{dt} + \frac{d\vec{r}_h}{dt}, \quad dt = dt' \Rightarrow \vec{a}_u = \vec{a} + \vec{a}_h,$$

$$\frac{d\vec{v}_u}{dt} = \frac{d\vec{v}_{0'}}{dt} + \frac{d\vec{v}_h}{dt}, \quad \vec{v}_{0'} = \vec{a}t \Rightarrow \vec{a}_h = \vec{a}_u - \vec{a},$$

Принцип Даламбера.

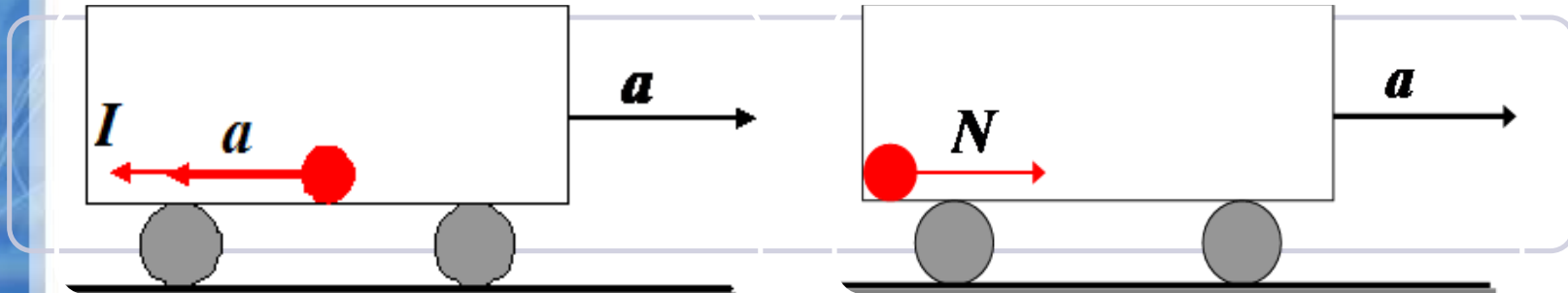
$$m\vec{a}_n = \underbrace{m\vec{a}_u}_{\vec{R}} - \underbrace{m\vec{a}}_{-\vec{I}} = \vec{R} + \vec{I}$$

векторная сумма сил
взаимодействия

Произведение массы тела на его ускорение относительно НСО равно векторной сумме сил взаимодействия сложенной с силой инерции.

Сила инерции – фиктивная сила в том смысле, что она не обусловлена взаимодействием с другими телами, а вызвана ускоренным движением НСО относительно ИСО. Т.к. сила инерции обусловлена ускоренным движением системы отсчёта относительно другой СО, то она не подчиняется *третьему закону Ньютона*.

Неинерциальные механические системы.



$$\begin{aligned}\vec{a}_u &= \vec{a}_h + \vec{a} \\ m\vec{a}_u &= m\vec{a}_h + m\vec{a} \\ m\vec{a}_h &= R + I\end{aligned}$$

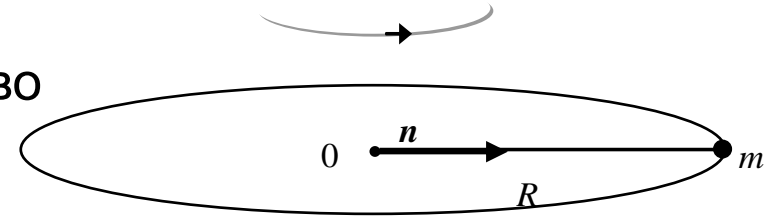
$$\frac{\vec{I}}{m} = -\vec{a}$$

$$\begin{aligned}|\vec{I}| &= |\vec{N}| \\ \vec{I} &= -m\vec{a}\end{aligned}$$

$$m\vec{a}_h = \vec{R} + \vec{I}$$

Сила инерции во вращающихся системах отсчёта.

Центробежная сила инерции во вращающихся СО зависит от местоположения тела в СО.



$$m\vec{a}_n = m\vec{a}_u - \underbrace{m\vec{a}}_I, \quad \vec{I} = -m(\vec{a}_u - \vec{a}_n)$$

Тело m покоится относительно диска (НСО), т.е. вращается вместе с диском

$$\vec{a}_n = 0, \quad \vec{a}_u = -\omega^2 R \vec{n}$$

$$\vec{I} = m\omega^2 R \vec{n}, \quad \vec{R} = R \cdot \vec{n} \Rightarrow \vec{I}_{ц.б} = m\omega^2 \vec{R}$$

центробежная сила инерции

Свойства центробежной силы:

- 1) величина центробежной силы инерции ($F_{ц.б}$) зависит от положения тела во вращающейся СО,
- 2) величина $F_{ц.б}$ не зависит от скорости тела относительно вращающейся СО,
- 3) $F_{ц.б}$ является консервативной.

Сила инерции во вращающихся системах отсчёта.

Работа совершаемая центробежными силами не зависит от формы пути

$$A_{12} = \int_{R_1}^{R_2} m \omega^2 R \cdot dR = \frac{m \omega^2 (R_2^2 - R_1^2)}{2},$$

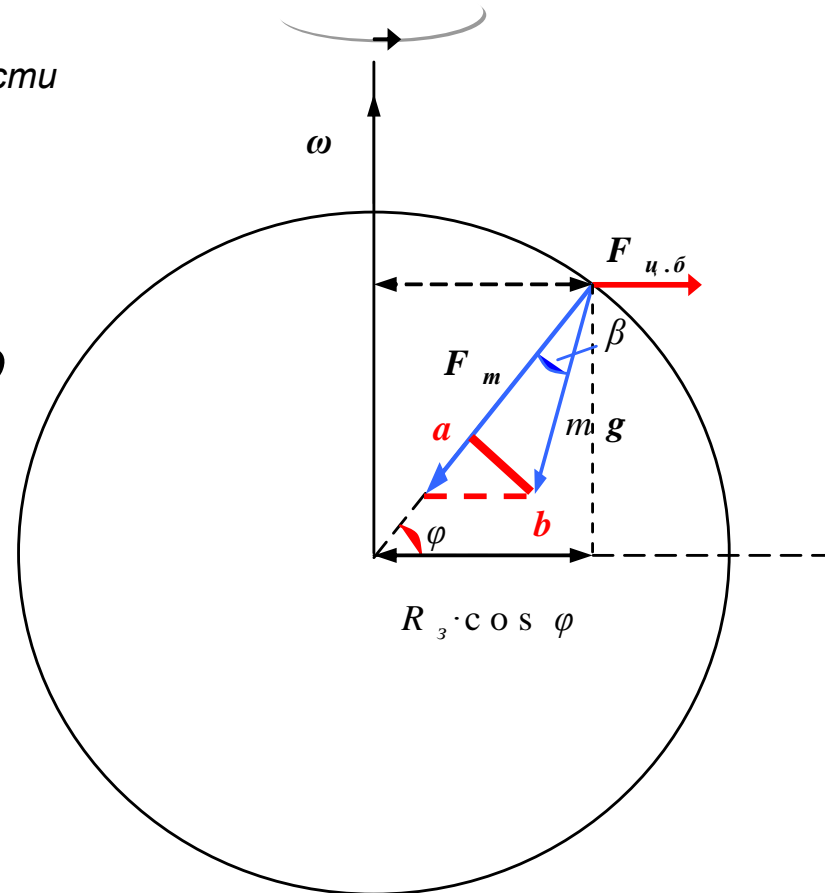
Из-за $F_{ц.б}$ направления $F_{тяжести}$ и $F_{тягиотения}$ не совпадают.

$$|ab| = F_{ц.б} \sin \varphi =$$

$$= m \omega^2 R_3 \cos \varphi \sin \varphi$$

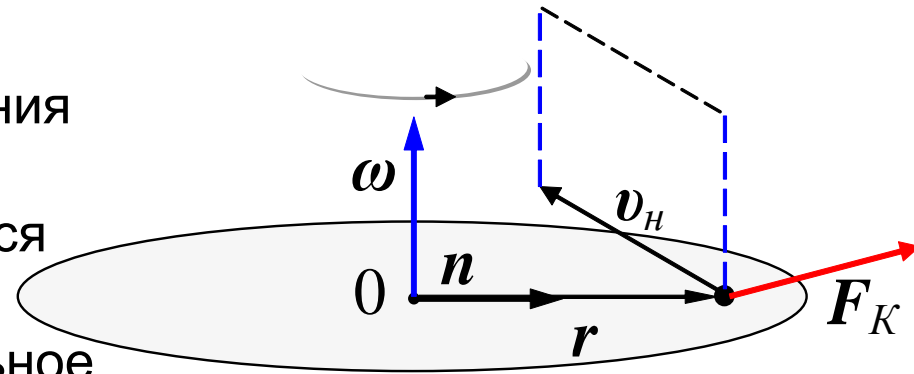
$$\sin \beta = \frac{\omega^2 R_3 \sin 2\varphi}{2g} =$$

$$= 0,0018 \sin 2\varphi$$



Сила Кориолиса

Пусть v_n – скорость движения материальной точки относительно вращающейся СО (НСО), направление v_n произвольное.



На эту точку действует сила, обусловленная инерцией

$$|F_K| \sim v_n \cdot \omega \sin(\underbrace{\angle \vec{v}_n, \vec{\omega}}_{90^\circ}) = v_n \cdot \omega$$

Скорость и момент инерции точки относительно ИСО:

$$\vec{v}_u = \vec{v}_n + \vec{v} = \vec{v}_n + [\vec{\omega}, \vec{r}] \quad \vec{I} = -m(\vec{a}_u - \vec{a}_n)$$

Пусть $\vec{v}_n \uparrow \uparrow \vec{v}$, тогда

$$\vec{a}_u = -\frac{\vec{v}_u^2}{r} \vec{n} = -\frac{(v_n + \omega r)^2}{r} \vec{n}, \quad \vec{a}_n = -\frac{\vec{v}_n^2}{r} \vec{n}$$

Сила Кориолиса

$$\vec{I} = m(2v_n\omega + \omega^2 r)\vec{n} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{ц.б} = m\omega^2 r\vec{n} \\ \vec{F}_K = m2v_n\omega\vec{n} \end{array} \right.$$

В общем случае $\vec{F}_K = 2m[\vec{v}_n \cdot \vec{\omega}]$

Если материальная точка движется во вращающейся СО со скоростью v_n , то на материальную точку действует сила Кориолиса.

Свойства силы Кориолиса:

- 1) величина F_K не зависит от положения материальной точки во вращающейся СО,
- 2) величина F_K зависит от скорости v_n ,
- 3) $\vec{F}_K \perp \vec{v}_n \Rightarrow F_K$ работы не совершает и называется **гироскопической**.

Закон Бэра

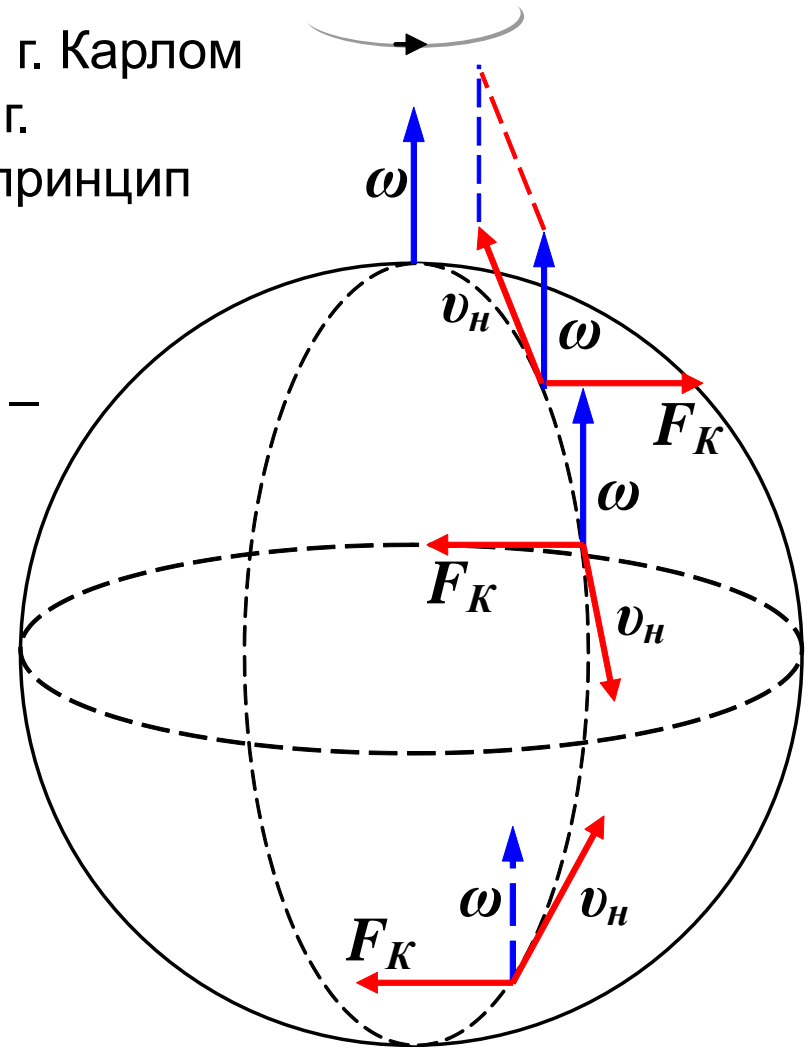
Закон сформулирован в 1857 г. Карлом Бэром по наблюдениям 1855 г.
В основе закона Бэра лежит принцип Гаспар-Гюстава Кориолиса

В северном полушарии.

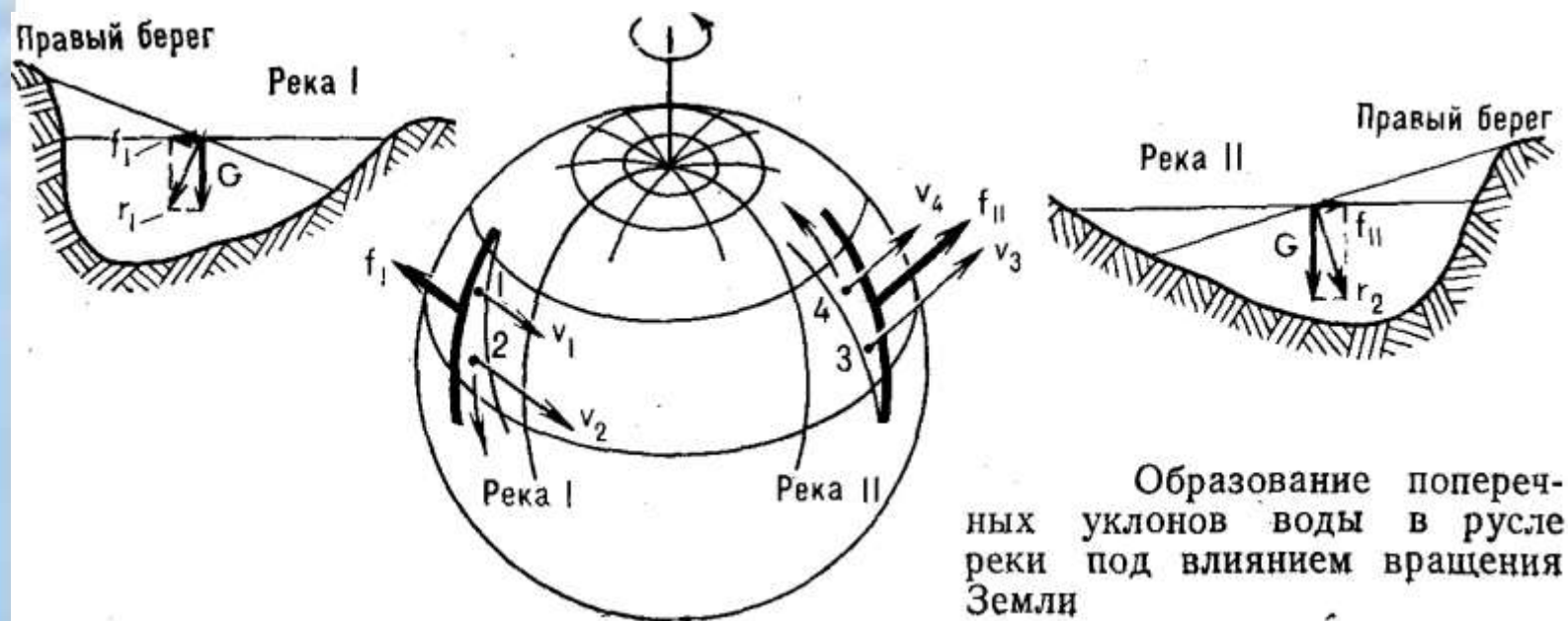
Если тело движется на север – F_K на восток,
если тело движется на юг – F_K на запад.

В южном полушарии.

F_K направлена влево
по отношению к
направлению движения v_H .



Спасибо за внимание!



Полезные ссылки

1. А.Эйнштейна «Причины образования извилин в руслах рек и так называемый закон Бэра» http://ufn.ru/ufn56/ufn56_5/Russian/r565j.pdf
2. Посадка НЛО на лед, или Чаепитие с Эйнштейном
<http://kvant.mccme.ru/pdf/1999/05/kv0599surdin.pdf>
3. НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА
<https://www.youtube.com/playlist?list=PLWM8lO-3TQjM-U4oVTa0wvueFCsbucQp7>
4. Гирокомпас
<https://www.youtube.com/watch?v=y1zyEPK5bQM&list=UULPFJOp3A0Sza94wcAEZgiQsg&index=11>
5. Стробоскопический эффект
<https://www.youtube.com/watch?v=KvZEBLcL2yk&list=UULPFJOp3A0Sza94wcAEZgiQsg&index=12>
6. Дециметровая стоячая волна
<https://www.youtube.com/watch?v=K2k0N9le0Jg&list=UULPFJOp3A0Sza94wcAEZgiQsg&index=31>
7. Механические модели волн
<https://www.youtube.com/watch?v=YJrtkpR1s24&list=UULPFJOp3A0Sza94wcAEZgiQsg&index=54>
8. Модель маятника Фуко
<https://www.youtube.com/watch?v=AUfbvtdbeMM&list=UULPFJOp3A0Sza94wcAEZgiQsg&index=102>