ФИЗИКА

Лекция 7

Релятивистская механика (СТО)

Автор: к.ф.-м.н., доцент Черкасова О.А.

Кинематика специальной теории относительности

Классическая механика Ньютона неверна при скоростях, стремящихся к скорости света ($v \to c$).
Для описания движения тел со скоростями близкими к скорости света, Эйнштейн создал *релятивистскую механику*, которая учитывает требования *специальной теории относительности*.
СТО создана в 1905 г. Эйнштейном, как физическая теория пространства и времени для случая пренебрежимо слабых гравитационных полей.

Постулаты Эйнштейна:

1. *Принцип относительности Эйнштейна* является распространением механического принципа относительности (принципа относительности Галилея) на все без исключения физические объекты.
2. *Принцип инвариантности скорости света в вакууме* скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчёта .

Автор: к.ф.-м.н., доцент Черкасова О.А.

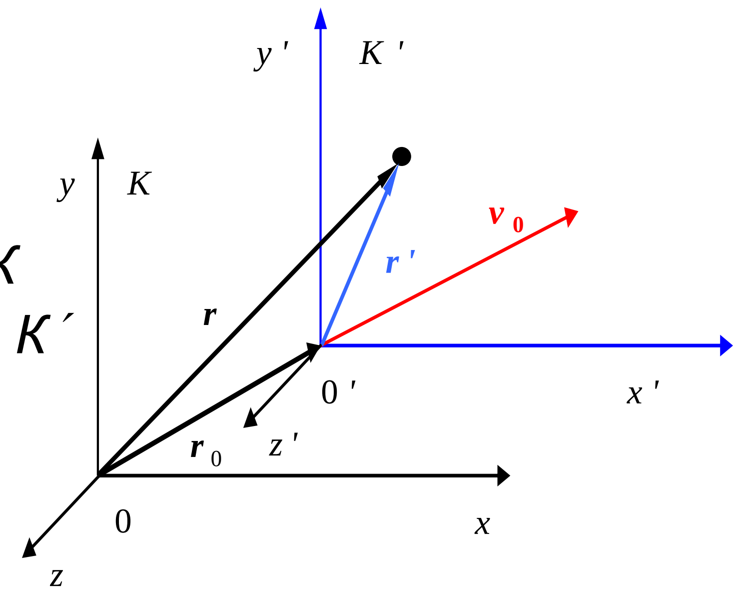
Преобразования Галилея

Классический принцип относительности справедлив для классической механики, т.е. при $v \ll c$ и сформулирован Галилеем в 1636 г.

Законы динамики одинаковы во всех инерциальных системах отсчёта.

Преобразования Галилея – это формулы преобразования координат материальной точки и времени при переходе от одной ИСО к другой.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}\,'$$



$\vec{r}$ – радиус вектор м.т. в системе *К*

$\vec{r}\,'$ – радиус вектор м.т. в системе *К*´

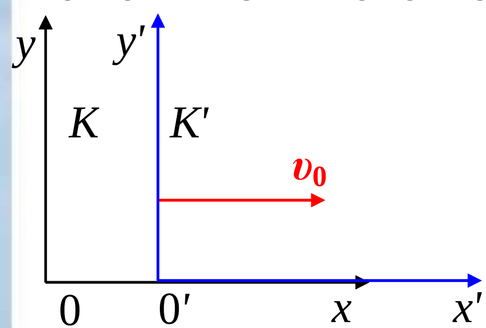
$\vec{r}_0$ – радиус вектор начала координат системы *К'* в системе *К*.

Преобразования Галилея

$$\vec{r}_0 = \vec{\upsilon}_0 t$$

$$\vec{r} = \vec{\upsilon}_0 t + \vec{r}\,' \Rightarrow \begin{cases} x = \upsilon_{0x} t + x', \\ y = \upsilon_{0y} t + y', \\ z = \upsilon_{0z} t + z'. \end{cases}$$

В частном случае, когда *K'* движется с υ_0 вдоль положительного направления оси *x* системы *K*:



$$x = \upsilon_{0x} t + x', \quad y = y',$$
$$z = z', \quad t = t'.$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\left(\vec{\upsilon}_0 t + \vec{r}\,'\right)}{dt} = \vec{\upsilon}_0 + \frac{d\vec{r}\,'}{dt}, \quad dt = dt'.$$

абсолютная

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{\upsilon}\,'$$

теорема сложения скоростей Галилея

относительная

Преобразования Галилея

$$\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{\upsilon}_0}{dt}}_{\substack{0 \\ \vec{\upsilon}_0 = const}} + \underbrace{\frac{d\vec{\upsilon}'}{dt}}_{\frac{d\vec{\upsilon}'}{dt'}} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}' \Leftrightarrow \underbrace{m = const}_{\substack{\Downarrow \\ m\vec{a} = m\vec{a}'}}$$

Ускорение движения материальной точки является **инвариантным** относительно ИСО. Следовательно, второй закон Ньютона не меняет своего вида при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

Физический смысл: **находясь в инерциальной системе отсчёта никакими механическими опытами нельзя обнаружить, движется система или нет**.

Преобразования Лоренца

Объектом СТО является скорость передачи информации от одной точки в другую, т.е. скорость явлений, связанных причинно-следственной связью.

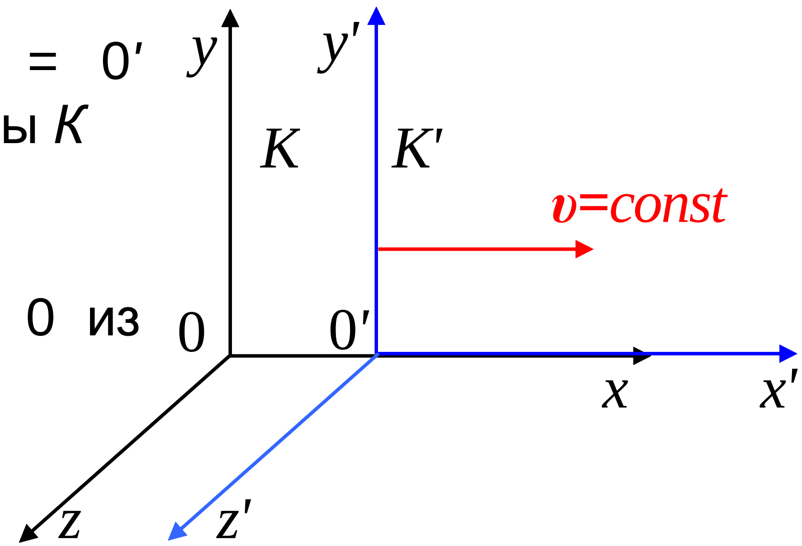
Постулатам Эйнштейна удовлетворяют преобразования Лоренца, предложенные им в 1904 г., как преобразования, относительно которых инвариантны уравнения Максвелла

Если следим за точкой $x' = 0'$ (начало отсчёта K') из системы K

$$\Rightarrow x = \upsilon t.$$

Если следим за точкой $x = 0$ из системы K'

$$\Rightarrow x' = -\upsilon t'.$$



$$x = A\left(x' + \upsilon t'\right),\; x' = A\left(x - \upsilon t\right)$$

Преобразования Лоренца

Если предположить, что в этих системах распространяется световой сигнал, то в соответствии со II постулатом скорость света в вакууме – инвариантна

$$x = ct; \quad x' = ct'.$$

$$\begin{cases} ct = A(ct' + \upsilon t') = At'(c + \upsilon); \\ ct' = A(ct - \upsilon t) = At(c - \upsilon). \end{cases}$$

$$c^2tt' = A^2tt'(c^2 - \upsilon^2) \Rightarrow A^2 = \frac{c^2}{c^2 - \upsilon^2} = \frac{1}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}, \quad \frac{\upsilon}{c} = \beta \Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Преобразования Лоренца

$$x' = \frac{x - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad x = \frac{x' + \upsilon t'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$y = y', \quad z = z'.$$

$$\frac{x\left(1-\beta^2\right) - x + \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}} = \upsilon t' \Rightarrow t' = \frac{t - x\frac{\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$t = \frac{t' + x'\frac{\upsilon}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Следствия из преобразования Лоренца

1. **Относительность одновременности**.

Пусть в системе *K* в точках с координатами x_1 и x_2 в моменты времени t_1 и t_2 происходят 2 события.

В системе *K'* им соответствуют координаты x'_1 и x'_2, время t'_1 и t'_2. Если $x_1 = x_2$, т.е. события происходят в одной точке и являются одновременными $t_1 = t_2$. Следовательно, эти события для любых ИСО являются *одновременными и пространственно совпадающими*.

Если в системе *K* события: $x_1 \neq x_2$ – пространственно разобщены, но $t_1 = t_2$ – одновременны.

$$x'_1 = \frac{x_1 - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad x'_2 = \frac{x_2 - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad t'_1 = \frac{t - \frac{\upsilon x_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad t'_2 = \frac{t - \frac{\upsilon x_2}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

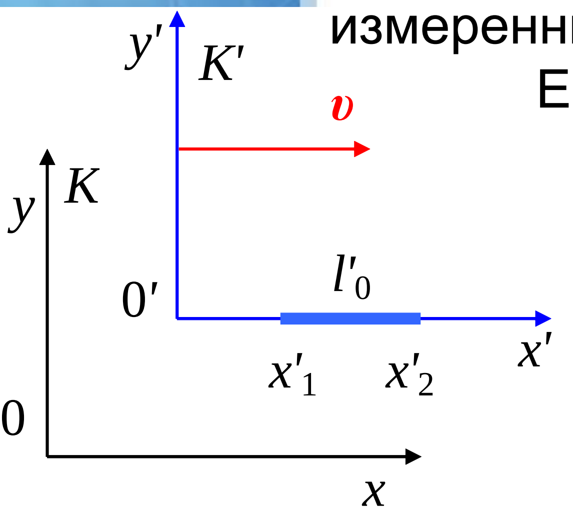
т.е. $x'_1 \neq x'_2$, $t'_1 \neq t'_2$, события остаются пространственно разобщенными и оказываются неодновременными.

Следствия из преобразования Лоренца

1. **Относительность одновременности**.
Если события одновременные в одной системе отсчёта *не одновременны* в другой СО.

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t - \frac{\upsilon x_2}{c^2} - t + \frac{\upsilon x_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\upsilon(x_1 - x_2)}{c^2\sqrt{1-\beta^2}} \neq 0.$$

2. **Длина отрезка в различных системах отсчёта.**
Длина отрезка – разность координат его начала и конца, измеренных одновременно в выбранной системе отсчёта.



Его длина в *K′*: $l'_0 = x'_2 - x'_1; \quad t'_1 = t'_2$

$$l'_0 = \frac{x_2 - \upsilon t_2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x_1 - \upsilon t_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_2 - \upsilon t_2 - x_1 + \upsilon t_1}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

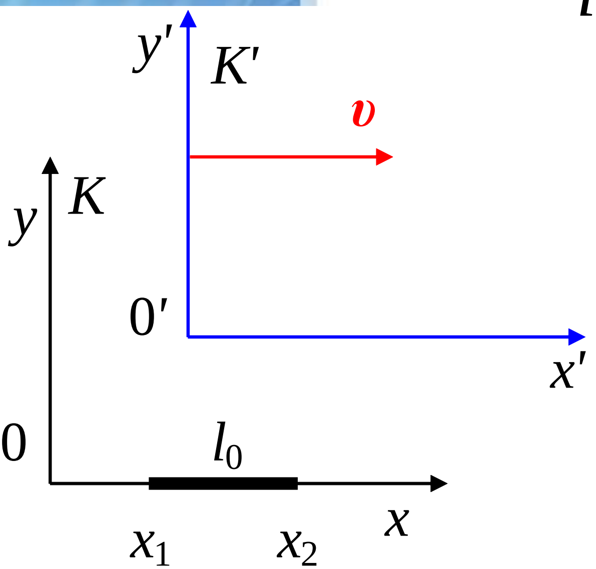
$$при \quad t_1 = t_2 \Rightarrow$$

Автор: к.ф.-м.н., доцент Черкасова О.А.

Следствия из преобразования Лоренца

2. **Длина отрезка в различных системах отсчёта.**

$$l_0' = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}, \Rightarrow l = l_0'\sqrt{1-\beta^2}, \quad l_0' > l.$$



$$K: \quad l_0 = x_2 - x_1; \quad t_1 = t_2. \Rightarrow$$

$$l_0 = \frac{x_2' - \upsilon t_2' - x_1' + \upsilon t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l'}{\sqrt{1-\beta^2}}. \Rightarrow$$

$$K': \quad l' = l_0\sqrt{1-\beta^2} \Rightarrow l_0 > l'.$$

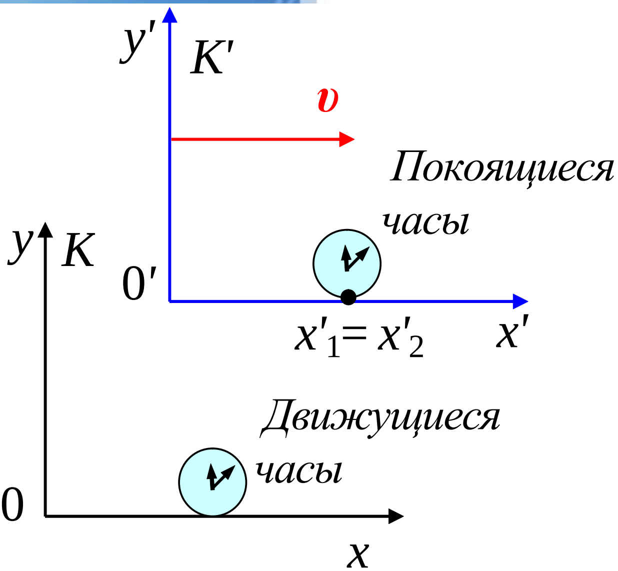
Линейные размеры тела, движущегося относительно ИСО, уменьшаются **в направлении движения в** $\sqrt{1-\beta^2}$ **раз.**

Собственная длина всегда имеет наибольшее значение.

Длина отрезка зависит от выбора системы отсчёта, т.е. *относительная*.

Следствия из преобразования Лоренца

3. **Интервал времени в разных системах отсчёта.**



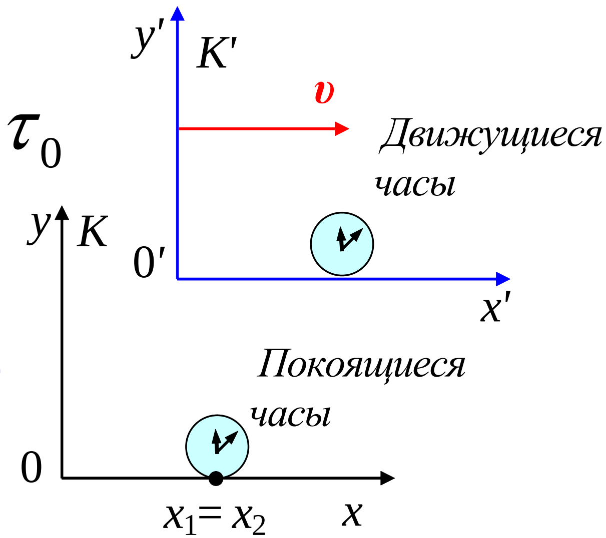
$$K':\quad x_1' = x_2';\quad \tau_0' = t_2' - t_1'$$

$$K:\quad \tau = t_2 - t_1 = \frac{\tau_0'}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \tau > \tau_0'$$

Движущиеся часы показывают большее время

$$K':\quad \tau' \cdot \sqrt{1-\beta^2} = \tau_0$$

$$\underbrace{\tau'}_{\text{движ.ч.}} > \underbrace{\tau_0}_{\text{покоящ.ч.}}.$$



Собственное время всегда имеет наименьшее значение

Следствия из преобразования Лоренца

4. **Релятивистский закон сложения скоростей.**

Из преобразований Лоренца

$$u'_x=\frac{dx'}{dt'}=\frac{dx-\upsilon dt}{dt-\frac{\upsilon dx}{c^2}}\cdot\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}=\frac{u_x-\upsilon}{1-\frac{u_x\upsilon}{c^2}}$$

$$u'_y=\frac{dy'}{dt'}=\frac{u_y\sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{u_x\upsilon}{c^2}}\qquad u'_z=\frac{dz'}{dt'}=\frac{u_z\sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{u_x\upsilon}{c^2}}$$

$$u'=\sqrt{u'^2_x+u'^2_y+u'^2_z}$$

Если материальная точка движется в системе *K* вдоль оси *x* со скоростью *c*: $u_x=c,$

$$u'_x=\frac{c-\upsilon}{1-\frac{c\upsilon}{c^2}}=c,$$

Следствия из преобразования Лоренца

5. **Законы Ньютона.**

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$ релятивистский импульс

релятивистская масса $$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\right); \quad \vec{p} = f\left(\upsilon, \vec{\upsilon}\right). \Rightarrow$$

- $\vec{F} \perp \vec{\upsilon} \Rightarrow \upsilon^2 = const.$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}, \quad \vec{F} = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}\vec{a} \Rightarrow \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{\upsilon^2}{c^2}}}.$$

Следствия из преобразования Лоренца

5. **Законы Ньютона.**
Разложим массу в ряд (бином Ньютона). Для первых двух членов ряда:

$$m = m_0 + \frac{m_0 \upsilon^2}{2c^2} = m_0 + \frac{E_к}{c^2}$$

В замкнутой системе сохраняется полная масса тел, этот закон позволяет превращать частицу с меньшей массой покоя в частицу с большей массой.

- $\vec{F} \parallel \vec{\upsilon} \Rightarrow \vec{F} = \dfrac{m_0}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}\right)^3}} \vec{a} \Rightarrow$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{\left(1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}\right)^3}}$$

В релятивистской механике понятие инертной массы теряет смысл, и поэтому 2 закон Ньютона записывается в виде:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 \vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}\right).$$

Следствия из преобразования Лоренца

5. **Законы Ньютона.**
В релятивистской механике работает концепция близкодействия, в соответствии с которой взаимодействие передаётся от точки к точке с конечной $v = c$. Время передачи взаимодействия $t = S/\upsilon$.

E - поле в точке 2, создаваемое q_1

В точке 2 рождается заряженная частица q_2. В момент её рождения на q_2 действует сила со стороны q_1, а на q_1 со стороны q_2 силы не действуют, т.к. для передачи взаимодействия требуется время t.
Следовательно, 3-й закон Ньютона нарушается.

Автор: к.ф.-м.н., доцент Черкасова О.А.

Следствия из преобразования Лоренца

6. **Закон сохранения энергии.**

$E = mc^2$ полная энергия тела или системы тел, из каких бы видов энергии она не состояла бы.

$$E = E_0 + E_к, \qquad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} = mc^2 \Rightarrow$$

энергия покоя

$$m^2 c^4 \left(1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}\right) = m_0^2 c^4, \quad \underbrace{m^2 c^4}_{E^2} - \underbrace{m^2 \upsilon^2}_{p^2} c^2 = m_0^2 c^4 \Rightarrow$$

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4 = inv \Rightarrow E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4 = E_0^2$$

$$E^2 = E_0^2 + 2E_0 E_к + E_к^2 \Rightarrow \quad p = \frac{1}{c}\sqrt{E_к \left(2E_0 + E_к\right)}.$$

Следствия из преобразования Лоренца

6. **Закон сохранения энергии.**

Законы Ньютоновской механики не допускают существование частицы с нулевой массой, т.к. для них даже при малых *F* ускорение $a \to \infty$.

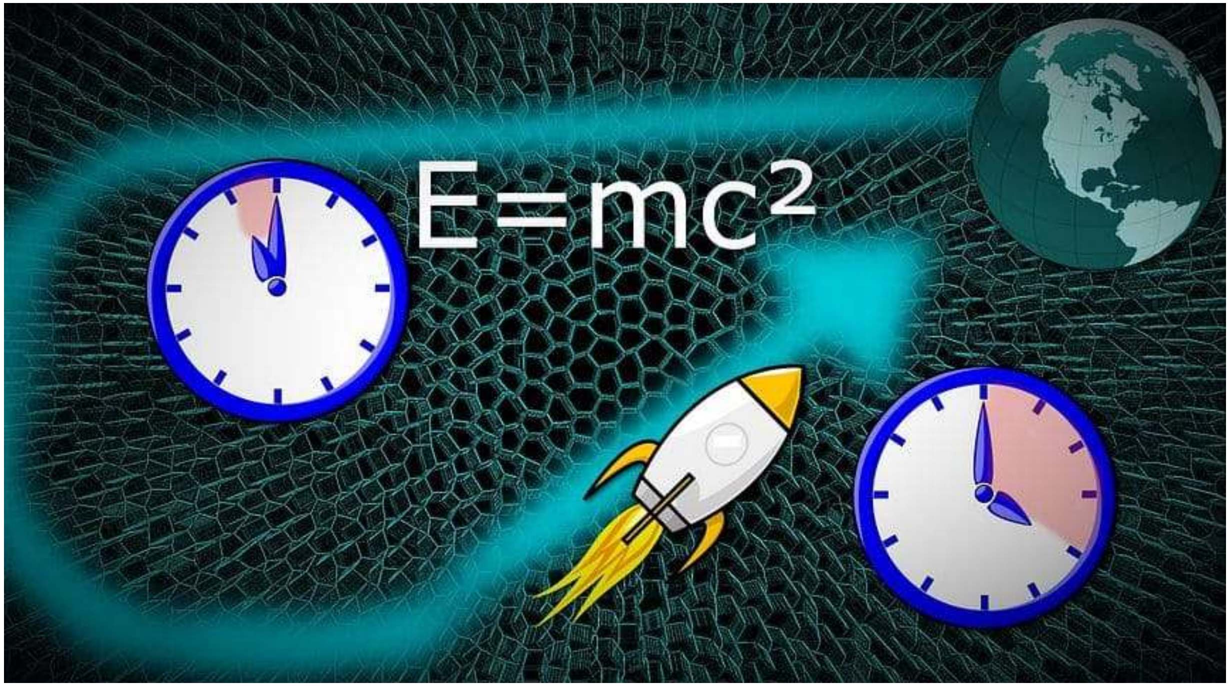
Существование частиц с m_0 = 0 не противоречит законам релятивистской механики.

В соответствии с уравнениями

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{\upsilon}}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}, E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$$

частица с m_0 = 0 обладает $p \neq 0$ и $E \neq 0$, т.к. если её $\upsilon = c$, то соотношение 0/0 представляет собой *неопределённость*, которая может равняться конечному числу.

Спасибо за внимание!



Полезные ссылки

1. Опыт Майкельсона –Морли https://www.youtube.com/watch?v=lGLw531-7So https://www.youtube.com/watch?v=HDEB47x_huA
2. Эксперименты Кеннеди и Торндайка https://www.youtube.com/watch?v=3S4vfF2j2t0&t=20s
3. Опыт Бертоцци https://www.youtube.com/watch?v=tmdp3jd8rig
4. Опыт с мюонами https://www.youtube.com/watch?v=QAxBgsjEQ90
5. «Парадокс близнецов (часов)» https://www.youtube.com/watch?v=5AE0oy0Tu7E&t=11s
6. СТО https://www.youtube.com/hashtag/специальнаятеорияотносительностиkhanacademy
7. Новый оптический релятивистский опыт https://ritz-btr.narod.ru/bruevich/bruevich.html
8. Бонч-Бруевич. Операция НРЛ https://www.youtube.com/watch?v=yh1k5cunS3c