ΘΕΜΕΛΙΩΔΗ ΘΕΜΑΤΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

1Η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΣΧΟΛΗ:ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΟΝΟΜΑ: ΑΛΚΙΒΙΑΔΗΣ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΕΠΙΘΕΤΟ:ΜΙΧΑΛΙΤΣΗΣ

Α.Μ:el18868 ΕΞΑΜΗΝΟ:3Ο

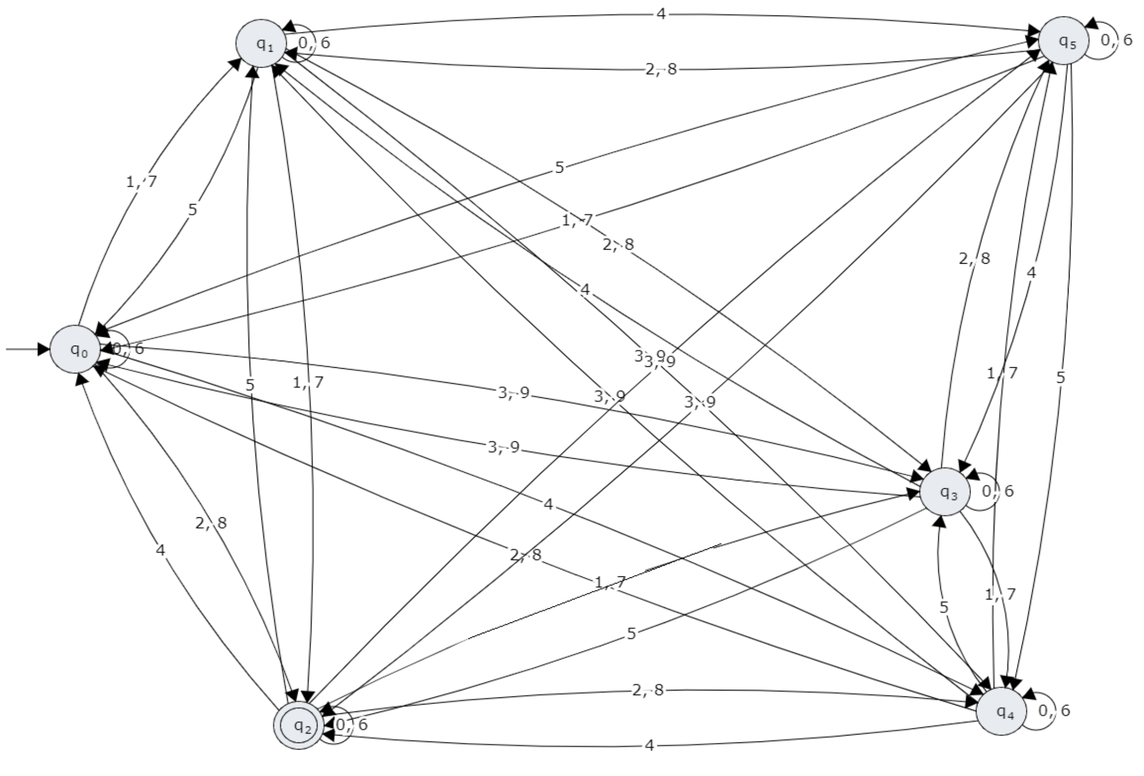
1Η ΑΣΚΗΣΗ

n mod 6 = 2

|q0 = 0 , 6| |q1 = 1 , 7| |q2 = 2 , 8| |q3 = 3 , 9| |q4 = 4| |q5 = 5|

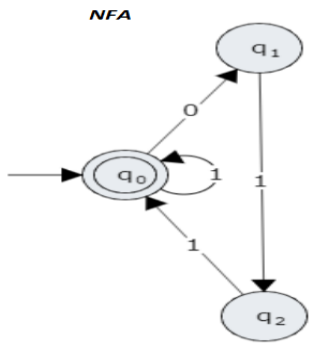
K=Κατάσταση I=Input O=Output

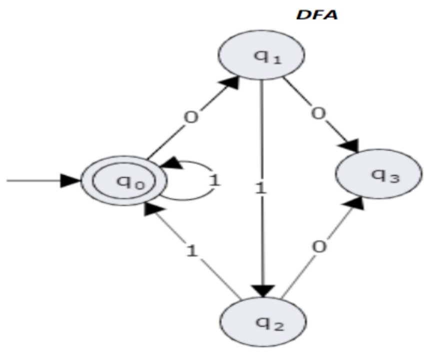
K	I	O	K	I	O	K	I	O	K	I	O	K	I	0	K	I	O
q0	0,6	0	q1	0,6	1	q2	0,6	2	q3	0,6	3	q4	0,6	4	q5	0,6	5
	1,7	1		1,7	2		1,7	3		1,7	4		1,7	5		1,7	0
	2,8	2		2,8	3		2,8	4		2,8	5		2,8	0		2,8	1
	3,9	3		3,9	4		3,9	5		3,9	0		3,9	1		3,9	2
	4	4		4	5		4	0		4	1		4	2		4	3
	5	5		5	0		5	1		5	2		5	3		5	4



2Η ΑΣΚΗΣΗ

L1 = {w ∈ {0, 1} ∗ | κάθε ’0 ’ που εμφανίζεται στην w ακολουθείται από τουλάχιστον δύο ’1 ’ }





ΠΙΝΑΚΑΣ ΓΙΑ NFA

	0	1
q0	q1	q0
q1	ε	q2
q2	ε	q0

ΠΙΝΑΚΑΣ ΓΙΑ DFA

	0	1
q0	q1	q0
q1	q3	q2
q2	q3	q0

ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ DFA

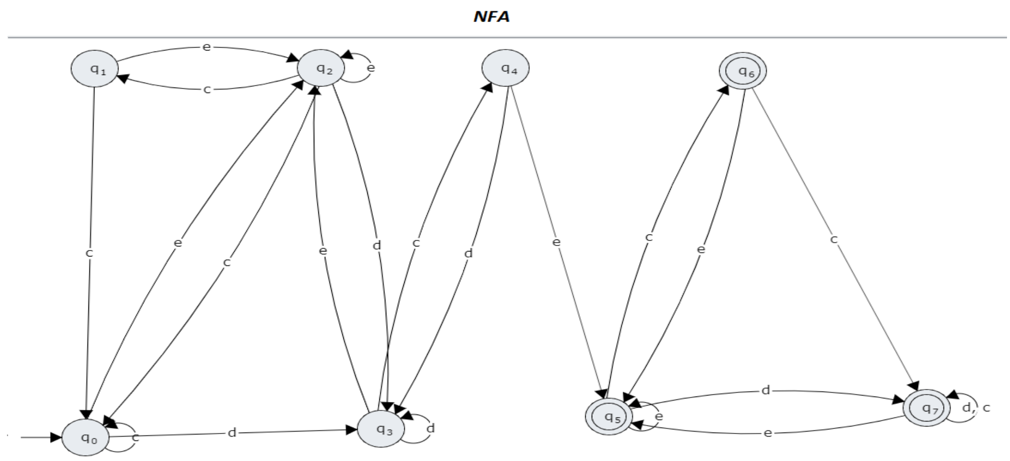
q0				
q1	X			
q2	X	X		
q3	X	X	X	
	q0	q1	q2	q3

(q1,q2)	(q1,0)	q3	(q1,1)	q2
(q1,q2)	(q2,0)	q3	(q2,1)	q0
(q1,q3)	(q1,0)	q3	(q1,1)	q2
(q1,q3)	(q3,0)	q3	(q3,1)	q3
(q3,q2)	(q3,0)	q3	(q3,1)	q3
(q3,q2)	(q2,0)	q3	(q2,1)	q0

Το παραπάνω DFA είναι το ελάχιστο.

(1*011)*

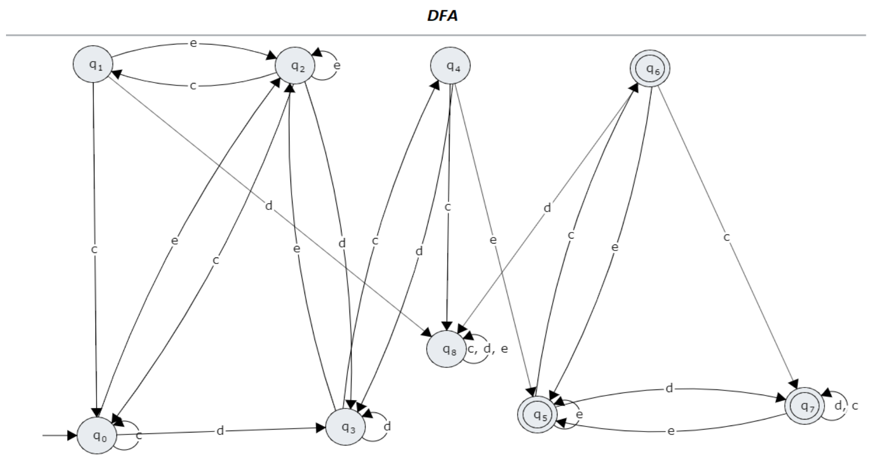
L2 = {w ∈ {c, d, e} ∗ | η w περιέχει την συμβολοσειρά ′ dce′ και όχι τη συμβολοσειρά ′ ecd′}.



ΠΙΝΑΚΑΣ ΓΙΑ NFA

	C	d	e
q0	q0	q3	q2
q1	q0	ε	q2
q2	q1	q3	q2
q3	q4	q3	q2
q4	ε	q3	q5
q5	q6	q7	q5
q6	q7	ε	q5
q7	q7	q7	q5

Το DFA θα είναι πρακτικά παρόμοι με το NFA απλά με μία παραπάνω κατάσταση q8 όπου θα πηγαίνουν τα ε.



ΠΙΝΑΚΑΣ ΓΙΑ DFA

	C	d	e
q0	q0	q3	q2
q1	q0	q8	q2
q2	q1	q3	q2
q3	q4	q3	q2
q4	q8	q3	q5
q5	q6	q7	q5
q6	q7	q8	q5
q7	q7	q7	q5
q8	q8	q8	q8

ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ DFA

q0									
q1	X								
q2	X	X							
q3	X	X	X						
q4	X	X	X	X					
q5	X	X	X	X	X				
q6	X	X	X	X	X	X			
q7	X	X	X	X	X	X	X		
q8	X	X	X	X	X	X	X	X	
	q0	q1	q2	q3	q4	q5	q6	q7	q8

(q1,q0)→q1:c→q0|q1:d→q8| q1:e→q2|

(q1,q0)→q0:c→q0|q0:d→q3| q0:e→q2|

(q2,q0)→q2:c→q1|q2:d→q3| q2:e→q2|

(q2,q0)→q0:c→q0|q0:d→q3| q0:e→q2|

(q3,q0)→q3:c→q4|q3:d→q3| q3:e→q2|

(q3,q0)→q0:c→q0|q0:d→q3| q0:e→q2|

(q4,q0)→q4:c→q8|q4:d→q3| q4:e→q5|

(q4,q0)→q0:c→q0|q0:d→q3| q0:e→q2|

(q8,q0)→q8:c→q8|q8:d→q8| q8:e→q8|

(q8,q0)→q0:c→q0|q0:d→q3| q0:e→q2|

(q2,q1)→q2:c→q1|q2:d→q3| q2:e→q2|

(q2,q1)→q1:c→q0|q1:d→q8| q1:e→q2|

(q3,q1)→q3:c→q4|q3:d→q3| q3:e→q2|

(q3,q1)→q1:c→q0|q1:d→q8| q1:e→q2|

(q4,q1)→q4:c→q8|q4:d→q3| q4:e→q5|

(q4,q1)→q1:c→q0|q1:d→q8| q1:e→q2|

(q8,q1)→q8:c→q8|q8:d→q8| q8:e→q8|

(q8,q1)→q1:c→q0|q1:d→q8| q1:e→q2|

(q3,q2)→q3:c→q4|q3:d→q3| q3:e→q2|

(q3,q2)→q2:c→q1|q2:d→q3| q2:e→q2|

(q4,q2)→q4:c→q8|q4:d→q3| q4:e→q5|

(q4,q2)→q2:c→q1|q2:d→q3| q2:e→q2|

(q8,q2)→q8:c→q8|q8:d→q8| q8:e→q8|

(q3,q2)→q2:c→q1|q2:d→q3| q2:e→q2|

(q4,q3)→q4:c→q8|q4:d→q3| q4:e→q5|

(q4,q3)→q3:c→q4|q3:d→q3| q3:e→q2|

(q8,q3)→q8c:→q8|q8:d→q8| q8:e→q8|

(q8,q3)→q3:c→q4|q3:d→q3| q3:e→q2|

(q8,q4)→q8:c→q8|q8:d→q8| q8:e→q8|

(q8,q4)→q4:c→q8|q4:d→q3| q4:e→q5|

(q6,q5)→q6:c→q7|q6:d→q8| q6:e→q5|

(q6,q5)→q5:c→q6|q5:d→q7| q5:e→q5|

(q7,q5)→q7:c→q7|q7:d→q7| q7:e→q5|

(q7,q5)→q5:c→q6|q5:d→q7| q5:e→q5|

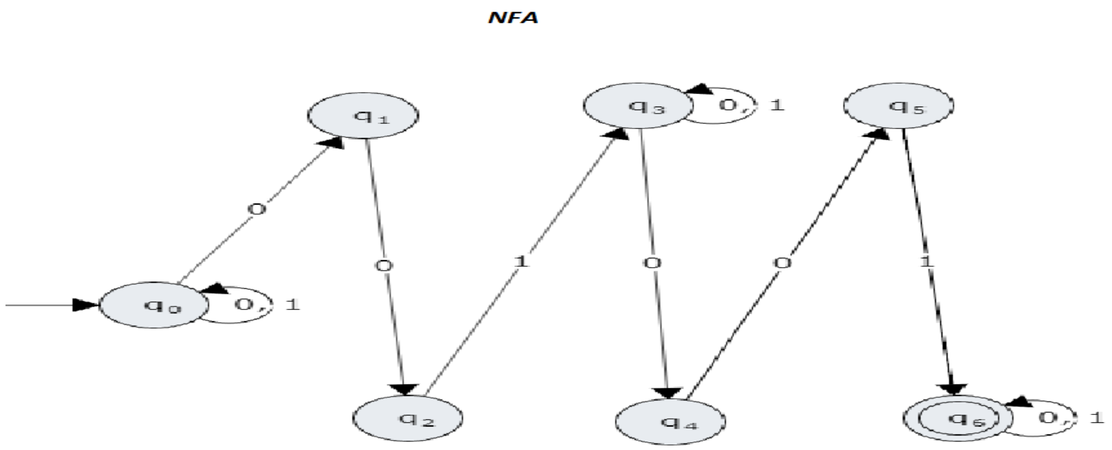
(q7,q6)→q7:c→q7|q7:d→q7| q7:e→q5|

(q7,q6)→q6:c→q7|q6:d→q8| q6:e→q5|

Με την χρήση του τριγωνικού πίνακα προκύπτει ότι το παραπάνω DFA είναι το ελάχιστο.

iii) [d+e(e+ce)d+(e+cc+c)(c+(e(e+ce)*(cc+c)(d+e(e+ce)*d)]ce[(e+ce)+(d+cc)(d+c)*c]*

L3 = {w ∈ {0, 1} ∗ | η w περιέχει δύο τουλάχιστον εμφανίσεις της συμβολοσειράς ’001’}

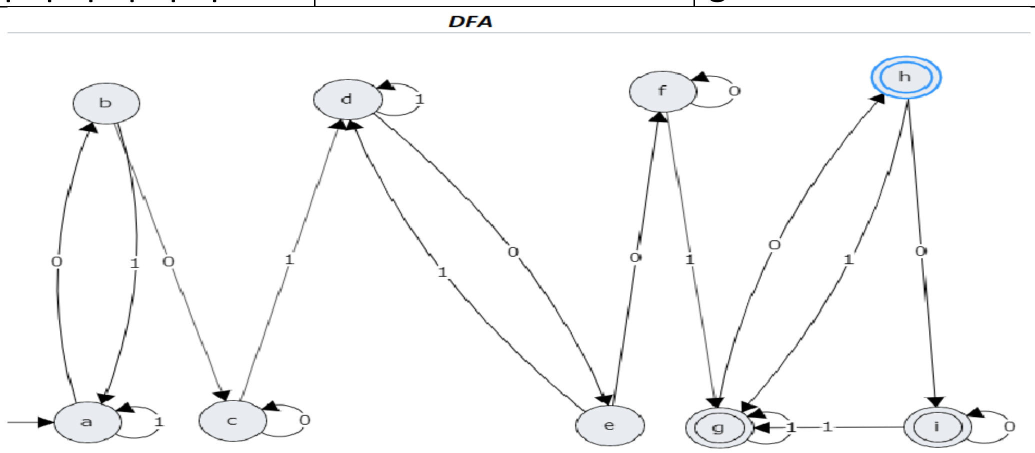


i)ΠΙΝΑΚΑΣ NFA

	0	1
q0	q0,q1	q0
q1	q2	ε
q2	ε	q3
q3	q3,q4	q3
q4	q5	ε
q5	ε	q6
q6	q6	q6

ii)ΠΙΝΑΚΑΣ DFA

	0	1
q0→a	b	a
q0q1→b	c	a
q0q1q2→c	c	d
q0q3→d	e	d
q0q1q3q4→e	f	d
q0q1q2q3q4q5→f	f	g
q0q3q6→g	h	g
q0q1q3q4q6→h	i	g
q0q1q2q3q4q5q6→i	i	g



ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ DFA

a	-								
b	X	-							
c	X	X	-						
d	X	X	X	-					
e	X	X	X	X	-				
f	X	X	X	X	X	-			
g	X	X	X	X	X	X	-		
h	X	X	X	X	X	X		-	
i	X	X	X	X	X	X			-
	a	b	c	d	e	f	g	h	I

(b,a)→b:0→c|b:1→a|

(b,a)→a:0→b|a:1→a|

(c,a)→c:0→c|c:1→d|

(c,a)→a:0→b|a:1→a|

(d,a)→d:0→e|d:1→d|

(d,a)→a:0→b|a:1→a|

(e,a)→e:0→f|e:1→d|

(e,a)→a:0→b|a:1→a|

(f,a)→f:0→f|f:1→g|

(f,a)→a:0→b|a:1→a|

(c,b)→c:0→c|c:1→d|

(c,b)→b:0→c|b:1→a|

(d,b)→d:0→e|d:1→d|

(d,b)→b:0→c|b:1→a|

(e,b)→e:0→f|e:1→d|

(e,b)→b:0→c|b:1→a|

(f,b)→f:0→f|f:1→g|

(f,b)→b:0→c|b:1→a|

(d,c)→d:0→e|d:1→d|

(d,c)→c:0→c|c:1→d|

(e,c)→e:0→f|e:1→d|

(e,c)→c:0→c|c:1→d|

(f,c)→f:0→f|f:1→g|

(f,c)→c:0→c|c:1→d|

(e,d)→e:0→f|e:1→d|

(e,d)→d:0→e|d:1→d|

(f,d)→f:0→f|f:1→g|

(f,d)→d:0→f|d:1→d|

(f,e)→f:0→f|f:1→g|

(f,e)→e:0→f|e:1→d|

(h,g)→h:0→i|h:1→g|

(h,g)→g:0→h|g:1→g|

(I,g)→i:0→i|i:1→g|

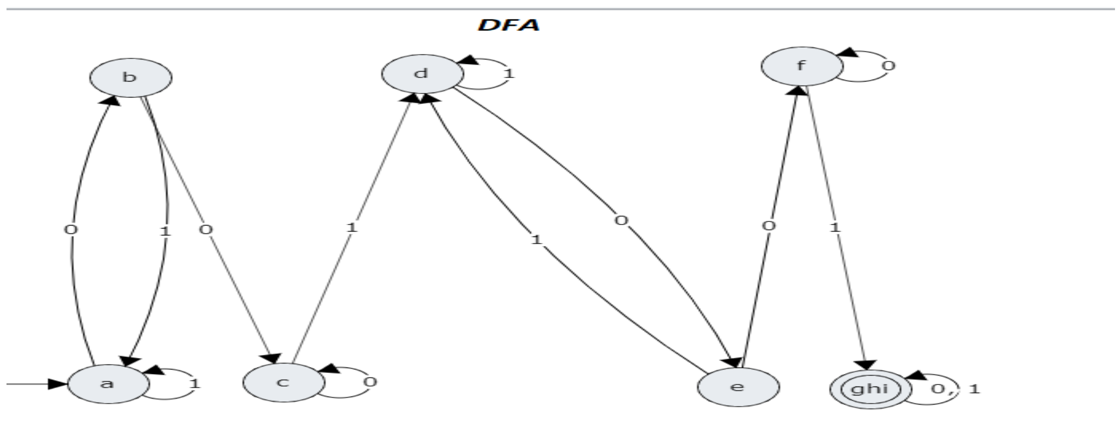
(I,g)→g:0→h|g:1→g|

(I,h)→i:0→i|i:1→g|

(I,h)→h:0→i|h:1→g|

ΠΕΡΙΣΣΕΥΟΥΝ ΟΙ (h,g) , (i,g) και (i,h)

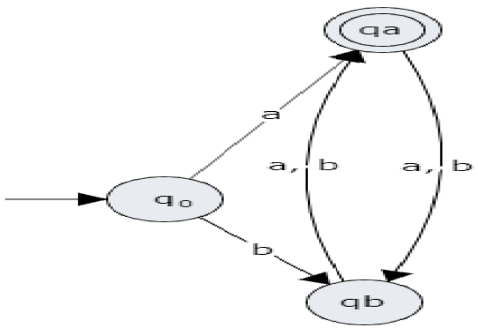
Άρα οι καταστάσεις h, g, i, θα συγχχονευτούν σε μία κατάσταση ghi



iii) (0+1)*001(0+1)*001(0+1)*

L4 = {w ∈ {a, b} ∗ | η w αρχίζει με ’a ’ και είναι περιττού μήκους ή αρχίζει με ’ b ’ και είναι άρτιου μήκους}

NFA



i)ΠΙΝΑΚΑΣ NFA

	a	b
q0	qa	qb
qa	qb	qb
qb	qa	qa

ii)Το DFA είναι παρόμοιο με το παραπάνω NFA και είναι το ελάχιστο δυνατό.

iii)

a((a+b)(a+b))*+b(a+b)*

3^H ΑΣΚΗΣΗ

Α)Υποθέτω ότι η L_1 είναι κανονική γλώσσα, σύμφωνα με LP επιλέγω το $w=0^{2n}1^n$ ανήκει L_1 με w=uvz, όπου $u=0^{m1}$,$v=0^{m2}$,$z=0^{2n-m1-m2}1^n$.

Ψάχνω i ώστε το $uv^i z$ να μην ανήκει στο L 1 , δηλαδή για ποιό i

$0^m10^{im}202^{n-m1-m2}1^n \neq 02^n1^n \rightarrow im2-m2 \neq 0 \rightarrow m2(i-1) \neq 0$

Για i=0 ΑΤΟΠΟ

Επομένως η L 1 δεν είναι κανονική.

Β) Υποθέτω ότι η L_2 είναι κανονική γλώσσα, σύμφωνα με LP επιλέγω το $w= 1^n01^{n+1}$ ανήκει στο L_2 με w=uvz όπου $u=1^l$, $v=1^{n-l}$, $z=01^{n+1}$.

Ψάχνω i ώστε το $uv^i z$ να μην ανήκει στο L_2, δηλαδή για ποιο i

$1^l1^{i(n-l)}01^{n+1} \neq 1^n01^{n+1} \rightarrow l+i(n-l) \neq n \rightarrow n(i-1)-l(i-1) \neq 0 \rightarrow (n-l)(i-1) \neq 0$

Για i=0 ΑΤΟΠΟ

Επομένως η L_2 δεν είναι κανονική.

Γ) Υποθέτω ότι η L_3 είναι κανονική γλώσσα, σύμφωνα με LP επιλέγω το $ww= 1^n01^n0$ ανήκει στο L_3 με ww=uvz όπου $u=1^l$, $v=1^{n-l}$, $z=01^n0$

Ψάχνω i ώστε το $uv^i z$ να μην ανήκει στο L_3, δηλαδή για ποιο i

$1^l1^{i(n-l)}01^n0 \neq 1^l1^{n-l}\ 01^n0 \rightarrow i(n-l) \neq n-m \rightarrow i(n-l)-(n-l) \neq 0 \rightarrow (i-1)(n-l) \neq 0$

Για i=0 ΑΤΟΠΟ

Επομένως η L_3 δεν είναι κανονική.

Δ) Υποθέτω ότι η L_4 είναι κανονική γλώσσα, σύμφωνα με LP επιλέγω το $w= 0^n1^{n+1}$ανήκει L_4 με w=uvz όπου

$u=0^l$, $v=0^{n-l}1$, $z=1^n$.

Ψάχνω i ώστε το uv^iz να μην ανήκει στο L_4 , δηλαδή για ποιο i

$0^m0^{i(n-l)}11^n \neq 0^n1^{n+1} \rightarrow l+i(n-l) \neq n \rightarrow l-n+i(n-l) \neq 0 \rightarrow (n-l)(i-1) \neq 0$

Για i=0 ΑΤΟΠΟ

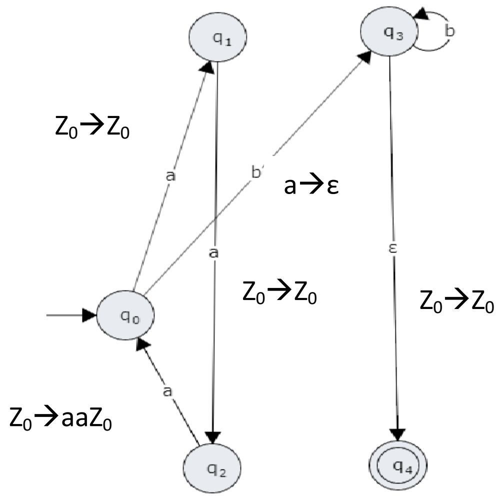
Επομένως η L_4 δεν είναι κανονική.

4Η ΑΣΚΗΣΗ

Α) Η γλώσσα αυτή περιγράφει το σύνολο των λέξεων που αρχίζουν από a και όπου #α ≥#β.

Β)

$S \rightarrow aaaS_1bb \quad S_1 \rightarrow aaaS_1bb|\varepsilon$



Γ) $S \rightarrow 0S0|0S1|1S0|1S1|111$

5^{Η} ΑΣΚΗΣΗ

Προκειμένου να αποφανθούμε αν η κλάση των context-free γλωσσών είναι κλειστή ως προς την πράξη αναστροφή, θα αξιοποιήσουμε τις ιδιότητες των κανονικών γλωσσών. Έστω κανονική γλώσσα L με κανονική έκφραση E. Ελέγχουμε εφόσον, σε περίπτωση αναστροφής, προλύπτει πάλι κανονική έκφραση. Για E, θα έχουμε ότι:

1)Αν E είναι απλό σύμβολο-στοιχείο του αλφαβήτου Σ ή κενή συμβολοσειρά, τότε $E^R = E$.

2)Αν $E = A+ B \rightarrow A^R + B^R$, που είναι επίσης κανονική έκφραση ως πράξεις κανονικών εκφράσεων.

3)Αν $E = (A)^*$, τότε και $E^R = (A^R)^*$, που είναι κανονική έκφραση.

4)Αν $E = A \bullet B \rightarrow E^R = A^R \bullet B^R$ το οποίο συνιστά κανονική έκφραση.

Έστω ότι G είναι μια γραμματική χωρίς συμφραζόμενα. Επίσης, θεωρούμε G' τέτοια ώστε κάθε παραγωγή $A \rightarrow \chi$ στη G θα έχουμε ότι $A \rightarrow \chi^R$ στη G'. Συνεπώς αν η $w_1Aw_2= w$ είναι παράγωγη της G, η $w^R{}_2A\ w^R{}_1=w^R$ θα αποτελεί παραγωγή της G'. Έτσι όπως η G μέσω της παραγωγής $A \rightarrow \chi^R$ επιτρέπει την παραγωγή w^1Aw^2, έτσι και η G', μέσω της παραγωγής $A \rightarrow \chi^R$ επιτρέπει με τη σειρά της την παραγωγή $w^R{}_2Aw^R{}_1=(w_1Aw_2)^R$. Συνεπώς όπως προκύπτει από τα παραπάνω η G' είναι κλειστή γραμματική και παράγει L^R , η οποία επιπλέον είναι κλειστή ως προς την πράξη της αναστροφής. Συμπερασματικά αποδεικνύεται ότι η κλάση των context-free γλωσσών είναι κλειστή ως προς την πράξη της αναστροφής.

$7^{Η}$ ΑΣΚΗΣΗ

$D=V_{k-1}\ C_k$ τύπος για DNF, όπου C_k συζευκτικές φράσεις, που περιέχουν λεκτήματα από τον L και k πλήθος αύτων.

$$L=(X_1,X_2,X_3,\ldots..X_n)$$

Αλγόριθμος αναγνώρισης αποδεκτού DNF(L,C_k,n,k)

Ορίζω $L=(X_1,X_2,X_3,\ldots..X_n)$, C_k, j, i , n, k

Για κάθε (C_j με j από 1 εως k με βήμα 1)

    Εάν (C_j είναι συζευκτική φράση)

        Επέστρεψε TRUE

        Τότε συνέχισε

    Αλλίως

        Τέλος Αλγόριθμος αναγνώρισης αποδεκτού DNF

Για κάθε (C_j με j από 1 εως k με βήμα 1)

    Εάν(υπάρχει X_i σύζευξη$\neg$ X_i)

        Τότε συνέχισε

    Αλλιώς

        Για κάθε(X_i που ανήκει στο C_j με i από 1 εως n με βήμα 1)

            Δώσε μου X_i=TRUE

            Τέλος βρόγχου

        Για κάθε($\neg X_i$ που ανήκει στο C_j με i από 1 εως n με βήμα 1)

            Δώσε μου X_i=FALSE

            Τέλος βρόγχου

        Για κάθε(X_i που δεν ανήκει στο C_j με i από 1 εως n με βήμα 1)

            Δώσε μου X_i = TRUE ή FALSE

            Τέλος βρόγχου

    Τέλος Εάν

Επέστρεψε(ΝΑΙ, L)

Τέλος βρόγχου

Επέστρεψε ΟΧΙ

Τέλος Αλγόριθμος αναγνώρισης αποδεκτού DNF

8Η ΑΣΚΗΣΗ

Α)Έχουμε ότι το πρόβλημα Independent Set είναι NP-πλήρες. Από τα δεδομένα της άσκησης παρατηρούμε ότι τα προβλήματα Independent Set και Clique είναι συμπληρωματικά μεταξύ τους και επειδή διαθέτουμε την λύση του Independent Set μπορούμε τότε να υπολογίσουμε και το Clique. Σε O(k) βρίσκουμε ένα υποσύνολο k κορυφών του γραφήματος και βρίσκουμε οτι υπάρχουν k(k-1)/2 δυνατές ακμές. Επειδή ο έλεγχος που απαιτείται είναι $O(k^2)$ και ο συνολικός χρόνος είναι πολυωνυμικός και το πρόβλημα Clique θα είναι και αυτό NP-πλήρες.