

Βιομηχανική Ηλεκτρονική

Εργαστηριακή Άσκηση 2 – Μονοφασικός Αντιστροφέας

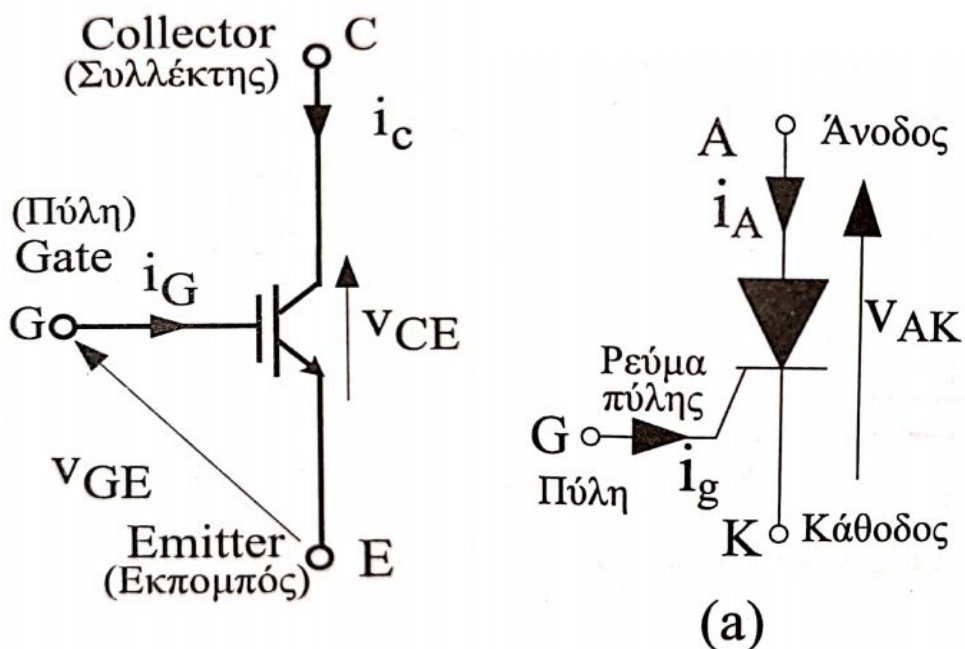


- | | |
|-------------------------------------|----------|
| 1. Ιωάννης Θυμής | 03116165 |
| 2. Emiljano Mazellu | 03115714 |
| 3. Αλκιβιάδης Παναγιώτης Μιχαλίτσης | 03118868 |

Μέρος Α

ΑΣΚΗΣΗ 1

Τα θυρίστορ και τα τρανζίστορ IGBT χρησιμοποιούνται ουσιαστικά ως ελεγχόμενοι ημιαγωγικοί διακόπτες, δηλαδή αγωγούν (προς μία κατεύθυνση) ή σβηνουν ρεύμα ανάλογα τις συνθήκες που επιβάλλονται στους ακροδέκτες τους. Αν και η γενική χρήση τους είναι ίδια, ο τρόπος λειτουργίας τους παρουσιάζει διαφορές που τα καθιστούν κατάλληλα ή ακατάλληλα για την επίτευξη ενός σκοπού (ανόρθωση τάσης, μετατροπή DC/AC κ.α). Κύρια διαφορά είναι ότι το θυρίστορ είναι ημieleγχόμενο ενώ το τρανζίστορ είναι πλήρως ελεγχόμενο. Αναλυτικότερα το θυρίστορ αποτελείται από 3 ακροδέκτες όπως και το τρανζίστορ, οι ακροδέκτες του θυρίστορ είναι η άνοδος, η πύλη και η κάθοδος, ενώ οι ακροδέκτες του IGBT είναι ο συλλέκτης, η πύλη και ο εκπομπός. Παρατίθενται παρακάτω εικόνες:



Το θυρίστορ για να περάσει σε αγωγή πρέπει το δυναμικό της ανόδου να είναι μεγαλύτερο από αυτό της καθόδου αλλά επίσης απαιτείται και ένα μικρό ρεύμα που μπαίνει από την πύλη ως παλμός έναυσης αλλιώς μένει σε κατάσταση αποκοπής. Ωστόσο αν η τάση είναι θετική και περάσει ένα όριο (κρίσιμη τάση αποκοπής) τότε το θυρίστορ περνά σε αγωγή χωρίς παλμό έναυσης, αντίστοιχα το ίδιο συμβαίνει αν εφαρμοστεί αρνητική μεγάλη κατ' απόλυτη τιμή τάση (κρίσιμη αρνητική τάση αποκοπής). Το τρανζίστορ για να περάσει σε αγωγή πρέπει να εφαρμοστεί δυναμικό στον ακροδέκτη της πύλης 10-15 volt μεγαλύτερο από το δυναμικό στον εκπομπό ενώ σε κάθε άλλη περίπτωση είναι σε σβέση, θεωρητικά μπορεί να βρίσκεται σε σβέση ανεξάρτητα της τάσης μεταξύ CE ωστόσο πρακτικά τις αρνητικές τάσεις δε τις διαχειρίζεται τόσο καλά. Και τα δύο όταν βρίσκονται σε αγωγή επιτρέπουν τη διέλευση το ρεύματος προς μία κατεύθυνση, το τρανζίστορ από το C στο E ενώ το θυρίστορ από το A στο K, θεωρητικά επιτρέπουν άπειρη διέλευση ρεύματος προς αυτή την κατεύθυνση ωστόσο πρακτικά υπάρχει πλαφόν στο επιτρεπόμενο ρεύμα (μέγιστο ρεύμα αγωγής). Το θυρίστορ σε σβέση περνά όταν η τάση στα AK γίνει αρνητική ή όταν μηδενιστεί το διερχόμενο ρεύμα, το τρανζίστορ όπως είπαμε και παραπάνω αποκόπτεται σε κάθε άλλη περίπτωση εκτός αν εφαρμοστεί η απαιτούμενη τάση στη πύλη. Μέγιστες ονομαστικές τάσεις και ρεύματα στα IGBT τρανζίστορ κυμαίνονται έως 6.5 kV και 3.6 kA αντίστοιχα ενώ στα θυρίστορ μέγιστες ονομαστικές τάσεις και ρεύματα γενικά κυμαίνονται σε υψηλότερα επίπεδα. Οι χρόνοι μεταγωγής (χρόνος εναλλαγής ON-OFF) στα θυρίστορ είναι αρκετά μεγαλύτεροι από αυτούς των τρανζίστορ για αυτό τα τρανζίστορ χρησιμοποιούνται σε δίκτυα μεγάλης συχνότητας. Τα τρανζίστορ λοιπόν μπορούν να λειτουργήσουν σε μεγαλύτερες συχνότητες. Επίσης στα IGBTs και τα MOSFETs έχουμε πλήρη έλεγχο ενώ στα θυρίστορ έχουμε ημιέλεγχο αφού σε σβέση έρχονται από το εξωτερικό

κύκλωμα και όχι από το κύκλωμα ελέγχου. Για τους παραπάνω λόγους επιλέγονται πιο πολύ τα τρανζίστορ απο ότι τα θυρίστορ για υλοποίηση αντιστροφέα.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Όταν περάσουν σε αγωγή τα Q1, Q3 ενώ τα Q2, Q4 βρίσκονται σε αποκοπή ουσιαστικά δημιουργείται βραχυκύκλωμα μεταξύ των δύο άκρων της dc πηγής και περνάει μεγάλο dc ρεύμα από τα Q1, Q3 με αποτέλεσμα τη καταστροφή τους. Ενώ όταν άγουν τα Q1 και Q2, με τους Q3, Q4 σε αποκοπή το $V_a = V_b$ άρα η τάση στα άκρα του φορτίου είναι μηδενική άρα δεν έχουμε κάποια μεταφορά ενέργεια από τη dc πηγή στο φορτίο. Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημάτων ελέγχου του Q1, Q2 μπορεί να είναι ότι θέλουμε εμείς ανάλογα του πως θέλουμε να είναι η μορφή του παλμού της τάσης στα άκρα του φορτίου πχ ανάλογα το πόσο επικάλυψη θέλουμε (η τάση να είναι μηδενική) σε μια περίοδο, ωστόσο πρέπει να είμαστε προσεκτικοί ώστε ποτέ να μην άγουν τα Q2, Q4 ταυτόχρονα. Η διαφορά φάσης μεταξύ των σημάτων ελέγχου του Q1, Q3 απαιτείται είναι 180 μοίρες, δηλαδή να είναι αντιφασικά, ώστε ποτέ να μην άγουν ταυτόχρονα και προκληθούν ζημιές απο το βραχυκύκλωμα που θα δημιουργηθεί.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Οι δίοδοι είναι χρήσιμες όταν έχουμε φορτία που δημιουργούν χρονική μετατόπιση μεταξύ τάσης και ρεύματος, δηλαδή φορτία που δεν έχουν καθαρά ωμικό χαρακτήρα αλλά παρουσιάζουν επαγωγικό ή χωρητικό. Όταν λοιπόν λόγω της χρονικής μετατόπισης, που έχει δημιουργήσει το φορτίο, υπάρχουν διαστήματα όπου η τάση έχει αντίθετο πρόσημο από αυτό του ρεύματος θα πρέπει το ρεύμα να περάσει αντίθετα από τη φορά που επιτρέπουν τα τρανζίστορ που άγουν εκείνη τη στιγμή, κάτι τέτοιο δεν μπορεί να γίνει γιατί θα έχουμε καταστροφή των τρανζίστορ για αυτό τοποθετούμε αντιπαράλληλες διόδους (αντίθετη πολικότητα) ώστε το ρεύμα να “διαφύγει” από κει χωρίς να υπάρχουν ζημιές. Αντιλαμβανόμαστε ότι η απουσία τους θα είχε καταστροφικές συνέπειες για τα τρανζίστορ και πιθανώς το φορτίο δε θα τροφοδοτούνταν σωστά.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Εφόσον έχουμε λειτουργία πλήρους τετραγωνικού παλμού αντιλαμβανόμαστε ότι τα σήματα ελέγχου του Q1, Q4 είναι συμφασικά, άρα 0 μοίρες διαφορά φάσης, καθώς και τα σήματα ελέγχου Q2, Q3 το ίδιο, ενώ τα σήματα ελέγχου του Q1, Q3 είναι αντιφασικά δηλαδή 180 μοίρες διαφορά φάσης. Γενικά λοιπόν οι διακόπτες λειτουργούν εναλλάξ, στη μισή περίοδο είναι κλειστά τα Q1, Q4 και ανοιχτά τα Q2, Q3 άρα η τάση στα άκρα του φορτίου (τάση εξόδου) είναι

ίση με V_{dc} , ενώ στη άλλη μισή περίοδο είναι κλειστά τα Q2, Q3 και ανοιχτά τα Q1, Q4 άρα η τάση στα άκρα του φορτίου (τάση εξόδου) είναι ίση με $-V_{dc}$.
Άρα ισχύει ότι:

Σε μία περίοδο :

$$V_{AB}(\omega t) = \begin{cases} V_{DC} & \text{όταν } 0^\circ \leq \omega t < 180^\circ \\ -V_{DC} & \text{όταν } 180^\circ \leq \omega t < 360^\circ \end{cases}$$

Εφαρμόζοντας fourier ανάλυση στο παραπάνω περιττό τετραγωνικό περιοδικό σήμα λαμβάνουμε τους εξής συντελεστές fourier :

$$V_{AB}(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{h=1}^{\infty} \left(a_h \cos(h\omega t) + b_h \sin(h\omega t) \right)$$

$$a_h = 0$$

$$b_h = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} V_{AB}(t) \sin(h\omega t) d\omega t = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} V_{AB}(t) \sin(h\omega t) d\omega t = \frac{2}{\pi h} V_{DC} (-\cos(h\pi) + 1)$$

παρατηρούμε ότι μη μηδενικό πλάτος έχουν οι περιττές αρμονικές (1η, 3η, 5η κλπ).

Άρα το πλάτος της θεμελιώδους είναι

$$V_{AB,1} = \frac{2V_{DC}}{\pi} (1 + 1) = \frac{4 \cdot V_{DC}}{\pi}$$

και για τις ενεργές τιμές (rms) έχουμε :

$$V_{RMS_{AB}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (V_{AB})^2(\omega t) d\omega t} = V_{DC}$$

$$V_{RMS_{AB,1}} = \frac{V_{AB,1}}{\sqrt{2}} = \frac{4V_{DC}}{\sqrt{2} \cdot \pi}$$

Οι 2 επικρατέστερες είναι η 3η και η 5η αρμονική άρα για $h=3$ & $h=5$

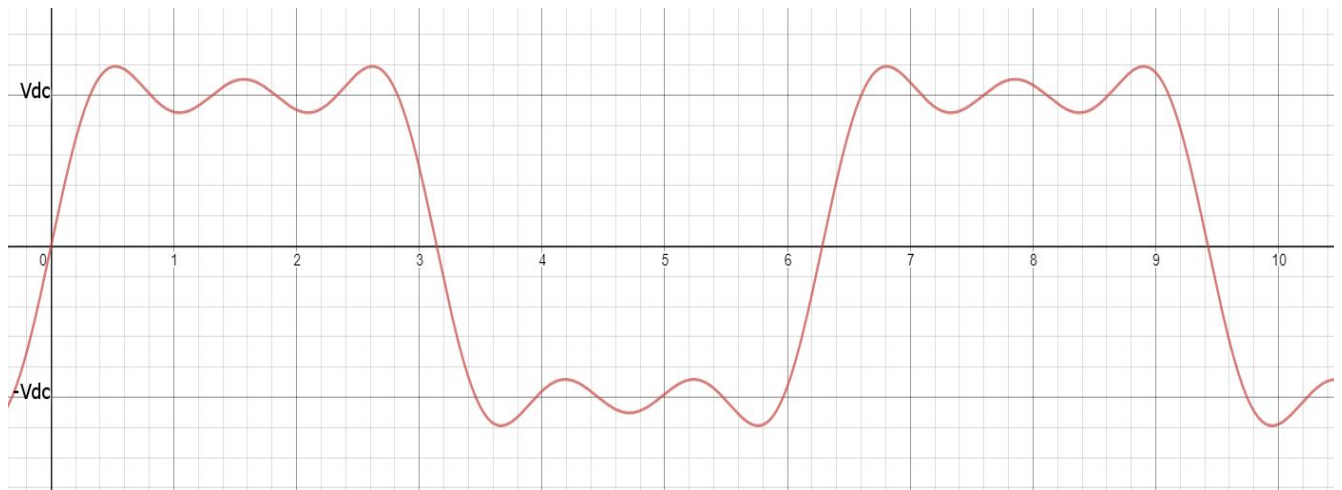
$$V_{AB,3} = \frac{4V_{DC}}{3\pi} \quad V_{RMS_{AB,3}} = \frac{4V_{DC}}{3\sqrt{2}\pi}$$

$$V_{AB,5} = \frac{4V_{DC}}{5\pi} \quad V_{RMS_{AB,5}} = \frac{4V_{DC}}{5\sqrt{2}\pi}$$

Παρατηρούμε ότι το πλάτος της θεμελιώδους αρμονικής είναι μεγαλύτερο από το πλάτος του τετραγωνικού παλμού αυτό μπορεί να εξηγηθεί από μαθηματικής άποψης από το γεγονός ότι στο τετραγωνικό παλμό η μέγιστη και ελάχιστη τιμή του επιτυγχάνεται σχεδόν ακαριαία ενώ στα ημιτονοειδή η μέγιστη τιμή επιτυγχάνεται “σταδιακά” αυτό έχει ως αποτέλεσμα αν έχουμε 2 περιοδικά σήματα με ίδιο πλάτος το ένα τετραγωνικό και το άλλο ημιτονοειδές το πρώτο να περικλείει μεγαλύτερο εμβαδόν σε μια ημιπερίοδο από ότι το δεύτερο. Για να αντισταθμιστεί αυτό όταν αναλύουμε ένα τετραγωνικό σε άθροισμα ημιτονοειδών θα πρέπει να έχουμε λίγο μεγαλύτερο πλάτος. Από φυσική άποψη έχει να κάνει με την ενέργεια-ισχύς, όσο μεγαλύτερο πλάτος έχει η θεμελιώδης αρμονική τόσο πιο αποδοτικά το DC μετατρέπεται σε AC.

η κυματομορφή είναι η εξής :

$$F(\varphi) = \frac{4}{\pi} V_{DC} \sin(\varphi) + \frac{4}{3\pi} V_{DC} \sin(3\varphi) + \frac{4}{5\pi} V_{DC} \sin(5\varphi)$$



το $\varphi = \omega t$ είναι σε rad.
για να βρω την ενεργό τιμή:

$$F_{rms} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F^2(\varphi) d\varphi}$$

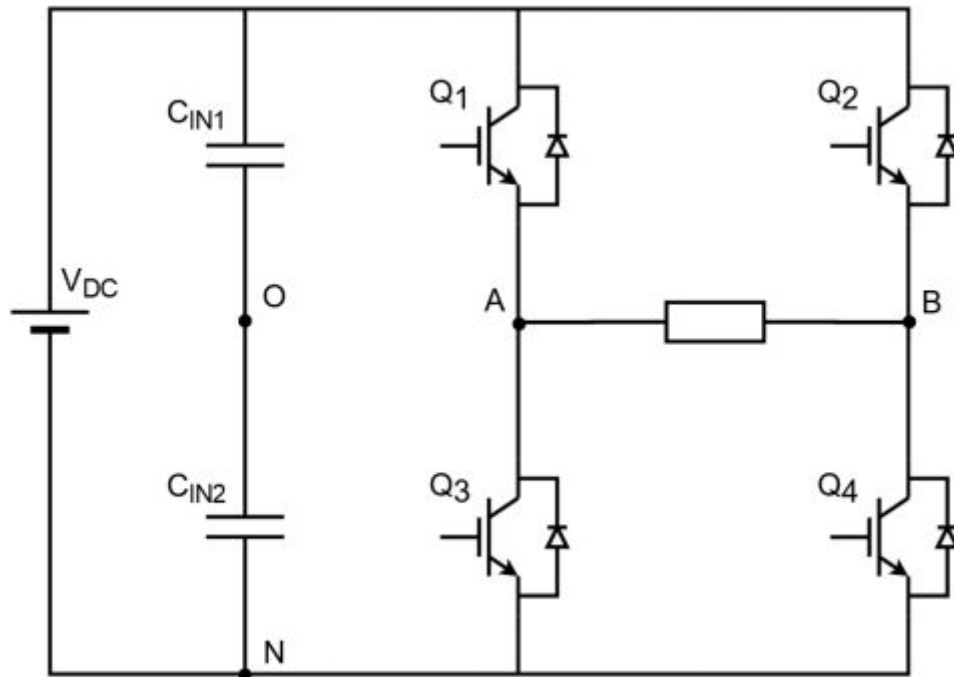
όμως αν έχουμε μια f περιοδική συνάρτηση και την αναλύσουμε σε σειρά fourier με συντελεστές a_m και b_m ισχύει ότι :

$$f_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f^2(t) dt} = \sqrt{(a_0)^2 + \frac{(a_1)^2 + (a_2)^2 + \dots + (a_M)^2 + \dots + (b_1)^2 + (b_2)^2 + \dots + (b_M)^2}{2}}$$

άρα εν τέλει

$$F_{rms} = \sqrt{\frac{\left(\frac{4}{\pi} V_{DC}\right)^2 + \left(\frac{4}{3\pi} V_{DC}\right)^2 + \left(\frac{4}{5\pi} V_{DC}\right)^2}{2}} = 0.9659 V_{DC}$$

Μέρος Β



Σχ. 1: Κύκλωμα μονοφασικού αντιστροφέα.

ΑΣΚΗΣΗ Β1

$$\bar{V}_{AB,3} = \frac{4V_{DC}}{3\pi} \cdot \sin(3\beta) = 0, \quad \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin(3\beta) = 0 \Rightarrow 3\beta = \kappa\pi \Rightarrow \frac{3\pi}{2} - \frac{3\alpha}{2} = \kappa\pi \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, -\pi$$

ΑΣΚΗΣΗ Β2

$$f = 50\text{Hz}$$

$$T = 0,02\text{s}$$

$$V_{in} = 325\text{V}$$

$$R = 50\Omega$$

$$\text{Για } 0 < t < T/2 = 0 < t < 0,01$$

$$\text{Για } T/2 \leq t \leq T = 0,01 \leq t \leq 0,02$$

$$i_o(t) = \frac{V_{in}}{R} = \frac{325\text{V}}{50\Omega} = 6,50\text{A}$$

$$i_o(t) = -\frac{V_{in}}{R} = -6,50\text{A}$$

$$p(t) = V_o(t) \cdot i_o(t) = 325 \cdot 6,5 = 2,1125 \text{ kW}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \int_0^T V^2 dt \right)} = \sqrt{\left(\frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{\frac{T}{2}} V^2 dt \right) + \left(\frac{1}{\frac{T}{2}} \int_{\frac{T}{2}}^T V^2 dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{T} \left[\int_0^{\frac{T}{2}} 105625 dt + \int_{\frac{T}{2}}^T 105625 dt \right]} =$$

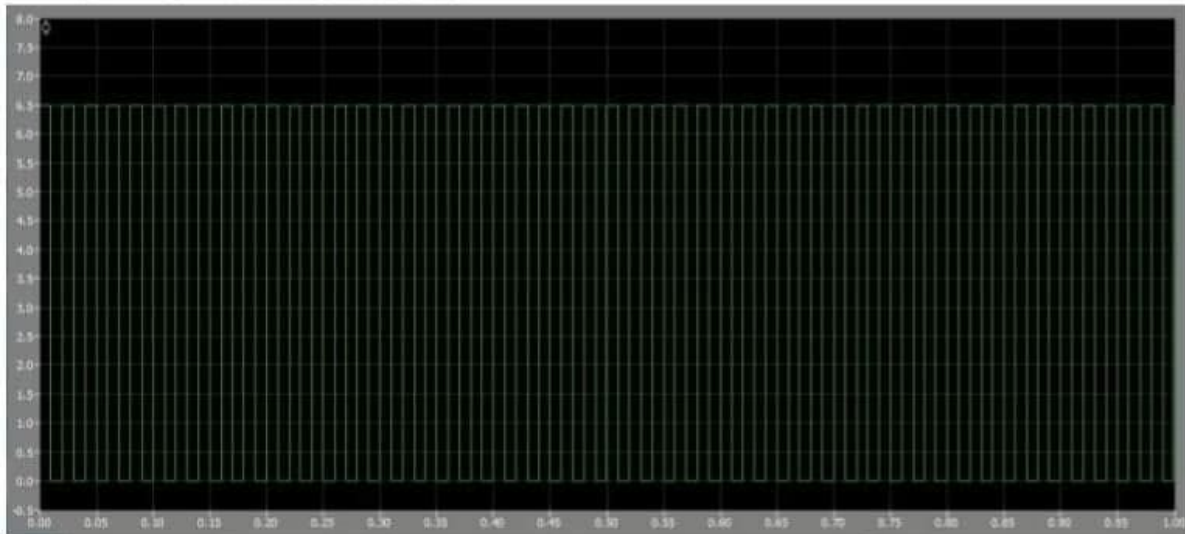
$$= \sqrt{\frac{1}{T} \left[\int_0^T 105625 dt \right]} = 325 \text{ V}$$

$$I_{RMS} = 6,50 \text{ A}$$

$$\Rightarrow S = V_{RMS} \cdot I_{RMS} = 325 \cdot 6,5 = 2,1125 \text{ kVA}$$

Το χρονικό διάστημα στο οποίο άγει ο Q1 είναι ίσο με μισή περίοδο $T/2 = 0,01 \text{ s}$.

Το πλάτος των κυματομορφών του ρεύματος για χρήση IGBT είναι ίσο με το μέτρο του i_o δηλαδή ίσο με 6,5.



Εφόσον το χρονικό διάστημα είναι $T/2$, προκύπτει ότι η μέση τιμή του ρεύματος για το Q1 θα είναι ίση με:

$$I_{mean} = \frac{1}{T} \int_0^T i_o(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} 6,50 dt = \frac{6,50}{2} = 3,25 \text{ A}$$

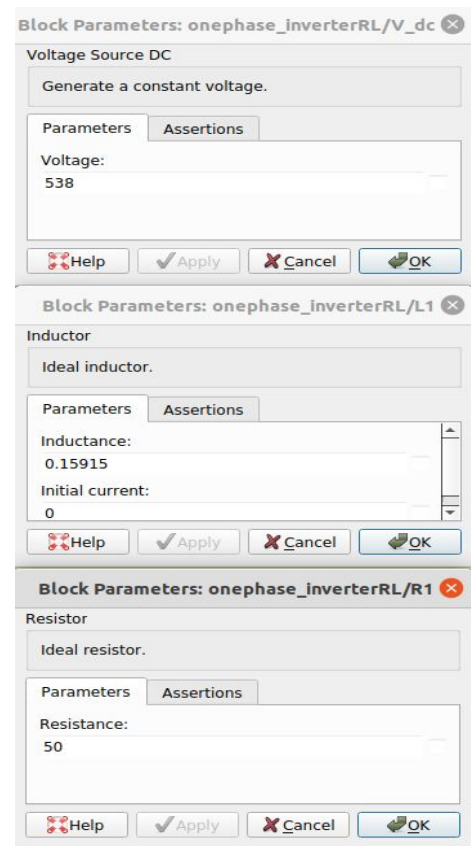
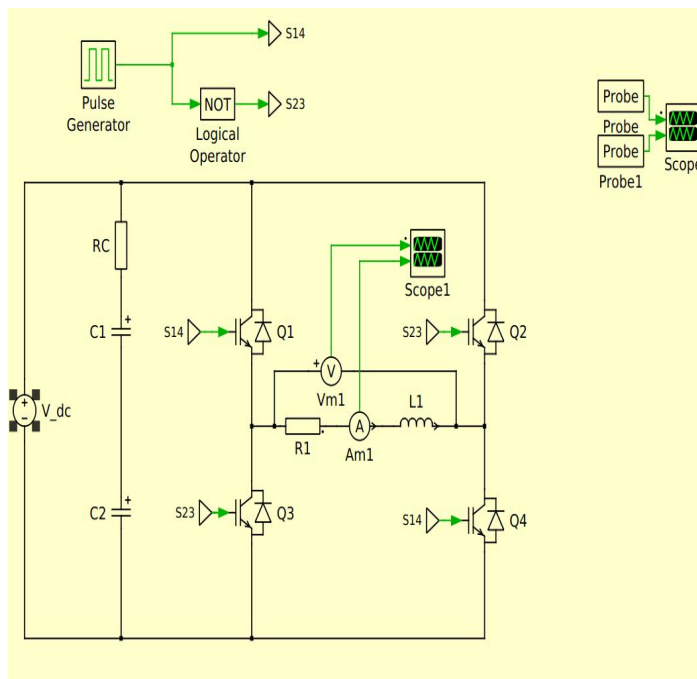
και

$$I_{Q1,RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i_o^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} 6,5^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot 42,25 \cdot \frac{T}{2}} = \sqrt{\frac{42,25}{2}} \simeq 4,6 \text{ A}$$

ΑΣΚΗΣΗ Β3

Τόσο το MOSFET όσο και το IGBT είναι χρήσιμα σε διάφορες υλοποιήσεις, και ανάλογα με τις συνθήκες της υλοποίησης επιλέγουμε μεταξύ των δύο στοιχείων. Στη συγκεκριμένη περίπτωση ευνοείται το MOSFET καθώς συνηθίζεται να χρησιμοποιείται σε συνθήκες με χαμηλή τάση, μικρό ρεύμα, μεγάλο duty-cycle αλλά και με επιθυμητή την υψηλή διακοπτική συχνότητα.

ΑΣΚΗΣΗ Γ1



Από την αυτεπαγωγή αντίδραση μπορούμε να βρούμε αντεπαγωγή φορτίου όπου $X_L = 50\Omega$ στα 50Hz, δηλ: από τον τύπο $X_L = 2\pi fL$ έχουμε $50 = 2\pi \cdot 50 \cdot L \rightarrow L = 0.15915 \text{ H}$.

Η τάση $V_{in,dc}=538\text{ V}$. Αυτό προέρχεται από την έξοδο του μετατροπέα

$$V_{out,dc}=2.34*230=538.2\text{ V}_{out,dc}\approx 538\text{ V}.$$

Για να βρούμε τις τιμές της τάσης και του ρεύματος, που αντέχει κάθε διακόπτης και κάθε δίοδος, πρώτα πρέπει να βρούμε το ρεύμα που απορροφά το φορτίο.

Το ρεύμα $I_{o,rms}$ είναι:

$$\tilde{I}_o = \sqrt{\tilde{I}_{o,1}^2 + \tilde{I}_{o,3}^2 + \tilde{I}_{o,5}^2 + \dots} = \sqrt{\left(\frac{\tilde{V}_{o,1}}{|Z_{o,1}|}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{V}_{o,3}}{|Z_{o,3}|}\right)^2 + \dots}$$

$$\text{Για } 50\text{Hz} \rightarrow I_{o,rms} \approx \sqrt{(6.8501^2 + 1.0212^2 + 0.3799^2 + 0.1957^2 + \dots)} = 6.9389\text{ A}$$

$$\text{Για } 10\text{Hz} \rightarrow I_{o,rms} \approx \sqrt{(9.4993^2 + 2.769^2 + 1.37^2 + 0.8044^2 + \dots)} = 10.0214\text{ A}$$

$$\text{Για } 200\text{Hz} \rightarrow I_{o,rms} \approx \sqrt{(2.3496^2 + 0.2682^2 + 0.0968^2 + 0.0494^2)} = 2.3674\text{ A}$$

Για τον αντιστροφέα

Το ρεύμα rms που μπορούν να αντέξουν τα IGBT είναι στα 10 Hz ίσο με 10.0214 A. Το ρεύμα στους διακόπτες προκύπτει να είναι 0 επειδή δεν έχουμε γωνία επικάλυψης α.

Η ελάχιστη τάση που αντέχουν είναι ίση με την τάση εισόδου $V_{in,rms}=538\text{V}$



Για τον τριφασικό ανορθωτή

Το ελάχιστο ρεύμα rms που πρέπει να αντέχουν οι δίοδοι είναι:

$$P_o \rightarrow \text{ενεργή ισχύς εξόδου} = I_{2o,rms} * R = 5021.422\text{ W}$$

Η ενεργός ισχύς εξόδου είναι ίση με την ισχύ των αντιστάσεων. Επίσης και η ενεργή ισχύς εισόδου είναι ίδια με την ενεργή ισχύς εξόδου,

Αν θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχουν απώλειες στα IGBT.

Και μας δίνεται ότι η τάση είναι καθαρή dc

$$I_{in,avg} \rightarrow \text{μέση τιμή τάσης εισόδου} = P_o / V_{in,rms} \rightarrow I_{in,avg} = 5021.42/538 = 9.33 \text{ A}$$

$$I_{Q,rms} \rightarrow \text{rms τιμή τάσης διόδων} = I_{in,avg} / \sqrt{3} = 5.388 \text{ A}$$

Απο βιβλίο σελ. 133

ΑΣΚΗΣΗ Γ2

Στην έξοδο του αντιστροφέα κάθε αρμονική τάσης θα παράγει μία αντίστοιχη αρμονική ρεύματος.

Για να βρούμε την ενεργό ισχύ εξόδου, χρησιμοποιούμε τον τύπο

$$P_{out} = I^2 * R \rightarrow \text{οπou } I_{rms,o} \Rightarrow$$

$$\tilde{I}_o = \sqrt{\tilde{I}_{o,1}^2 + \tilde{I}_{o,3}^2 + \tilde{I}_{o,5}^2 + \dots} = \sqrt{\left(\frac{\tilde{V}_{o,1}}{|Z_{o,1}|}\right)^2 + \left(\frac{\tilde{V}_{o,3}}{|Z_{o,3}|}\right)^2 + \dots}$$

$$I_{o,rms} \approx \sqrt{(6.8501^2 + 1.0212^2 + 0.3799^2 + 0.1957^2 + \dots)} = 6.9389 \text{ A}$$

$$\text{Επίσης, } P_{out,R} = 6.938^2 * 50\Omega = 2406.792 \text{ W.}$$

Αν θεωρήσουμε τα IGBT με 0 απώλειες, τότε η ισχύς εισόδου είναι ίση με την ισχύ εξόδου, άρα $P_{in} = P_{out} \rightarrow P_{in} = 2406.792 \text{ W.}$

Η κορυφή της τάσης εξόδου είναι ίση με την τάση εισόδου και έχουμε V_d όταν $0 \leq \omega t < \pi$ και $-V_d$ όταν $\pi \leq \omega t < 2\pi$ επομένως:

$$V_{o,rms} = \sqrt{\left(\frac{1}{2\pi}\right) \int_0^{2\pi} V_d^2 d\omega t} \approx V_d = 538 \text{ V}$$

Φαινόμενη ισχύς S_{out} είναι:

$$S_{out} = V_{o,rms} * I_{o,rms} \rightarrow S = 538 * 6.938 = 3732.644 \text{ VA}$$

Επειδή η τάση εισόδου είναι dc και η τιμή rms του ρεύματος είναι η ίδια τόσο στην είσοδο όσο και στην έξοδο του μετατροπέα, όλες οι δυνάμεις στην έξοδο μεταφέρονται στην είσοδο.

$$S_{in}=S_{out}=3732.644 \text{ VA.}$$

Η άεργος ισχύς είναι Q_{out} :

$$Q=\sqrt{S^2-P^2} \rightarrow Q_{out}=2853.06 \text{ VAR}$$

$$Q_i=\sqrt{S_i^2-P_i^2} \rightarrow Q_{in}=Q_{out}=2853.06 \text{ VAR}$$

ΑΣΚΗΣΗ Γ3

Οι αλλαγές που απαιτούνται για τους παλμούς είναι:

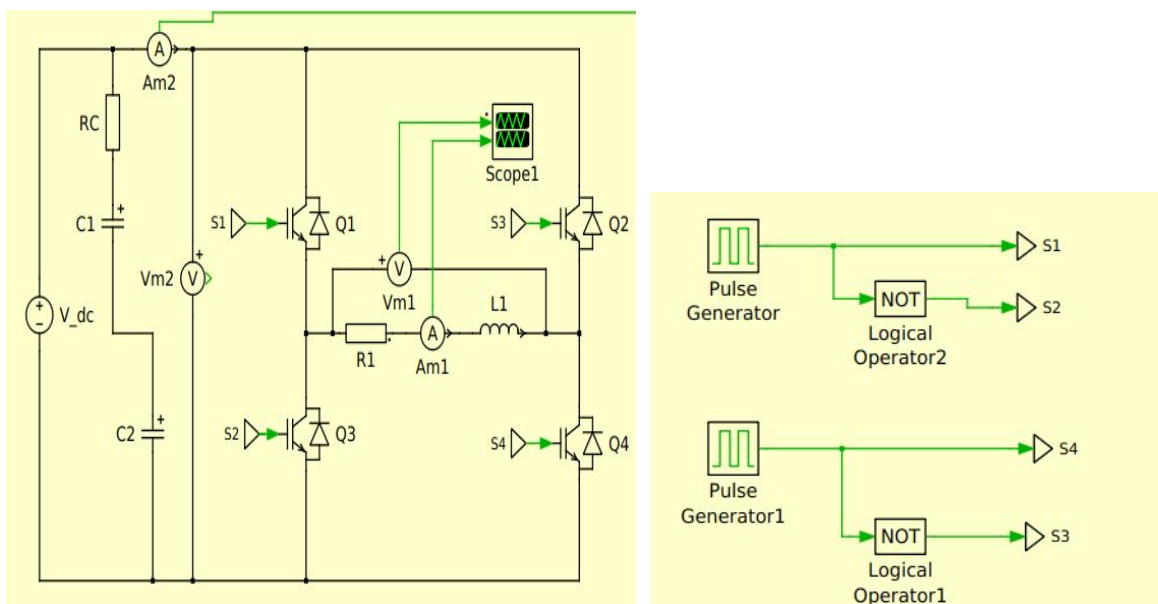
Το σήμα για το S_1 είναι αντίθετο από αυτό που απαιτείται για το S_2 , αυτό μπορεί να τακτοποιηθεί με μια πύλη NOT και

το S_4 είναι αντίθετο από το S_3 εισάγοντας μια πύλη NOT.

Προσοχή, τα S_1 και S_4 συνδέονται απευθείας με τη γεννήτρια παλμών.

Χρησιμοποιώντας δύο γεννήτριες παλμών μπορούμε να έχουμε επικάλυψη φάσης, δηλαδή να καθυστερήσουμε κατά α μοίρες τον έναν από τους παλμούς.

Το κύκλωμα παρακάτω:



Ο συντελεστής ολικής αρμονικής παραμόρφωσης της τάσης εισόδου δίνεται από τη σχέση:

$$THD_v \% = \frac{\sqrt{\hat{V}_{o,3}^2 + \hat{V}_{o,5}^2 + \hat{V}_{o,7}^2 + \dots}}{\hat{V}_{o,1}} 100$$

όπου $V_{p_{o,n}}$ = πλάτος τάσης εξόδου
για $n=1,3,5,7,\dots$

Για να βρούμε τις τιμές των αρμονικών τάσης μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε Fourier:

$$V_o(\omega t) = A_o + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\omega t) \quad [1]$$

$$A_o = \text{ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΤΑΣΗΣ ΕΞΟΔΟΥ} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} V_o(\omega t) d\omega t = 0$$

(ΕΠΕΙΔΗ ΜΕΣΗ ΤΙΜΗ ΤΗΣ ΤΑΣΗΣ ΣΕ AC ΕΙΝΑΙ 0V)

$$A_n \rightarrow \text{ΕΙΝΑΙ ΕΠΙΣΗΣ 0V} \Rightarrow A_n = \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{2}}^{-\frac{T}{2}} A \cdot \cos(n\omega t) d\omega t$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_{\frac{T}{2}}^{-\frac{T}{2}} A \cdot \sin(n\omega t) d\omega t \Rightarrow \neq 0 \text{ για } n=1, 3, 5, 7, \dots$$

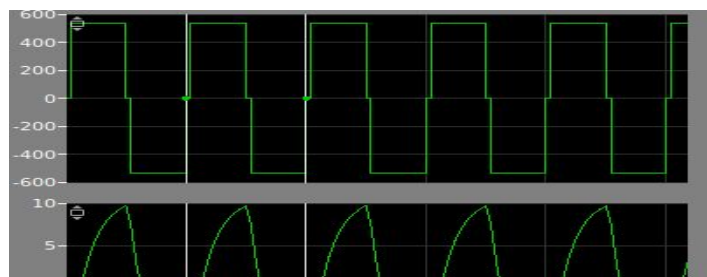
$$\Rightarrow B_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi-\beta} A \cdot \sin(n\omega t) d\omega t = \frac{2A}{n\pi} (-1) [\cos(n(\pi-\beta)) - \cos(0)] \quad [2]$$

B_n = ΠΛΑΤΟΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ

$$\beta = \text{ΓΩΝΙΑ } \alpha \text{ ΣΕ rad} \Rightarrow \beta = \frac{(\alpha \cdot \pi)}{180^\circ} \text{ rad}$$

Χρησιμοποιώντας τον τύπο 2 μπορούμε να βρούμε τις τιμές τάσης ανάλογα της γωνίας α για κάθε αρμονική.

Για γωνία $\alpha=15^\circ$:



$$V_{p_{0,1}}=678.854 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,3}}=209.94 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,5}}=108.561 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,7}}=59.427 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,9}}=28.954 \text{ V}$$

$$THD_V\%=[\sqrt{(209.94^2+108.561^2+59.427^2+28.954^2+\dots)}/678.854] \cdot 100 \approx 36.151\%$$

Για γωνία $\alpha=30^\circ$:

$$V_{p_{0,1}}=661.68 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,3}}=161.54 \text{ V}$$

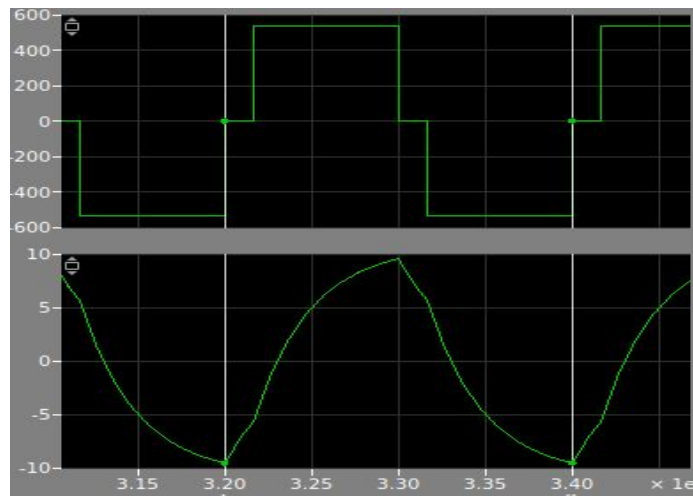
$$V_{p_{0,5}}=35.64 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,7}}=25.47 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,9}}=53.78 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,11}}=60.41 \text{ V}$$

$$THD_V\%=[\sqrt{(161.54^2+35.64^2+25.47^2+53.78^2+60.41^2+\dots)}/661.68] \cdot 100=28.09\%$$



Cursor 2	Delta	RMS	THD
0.34	0.02		

Για γωνία $\alpha=45^\circ$:

$$V_{p_{0,1}}=631.45 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,3}}=87.65 \text{ V}$$

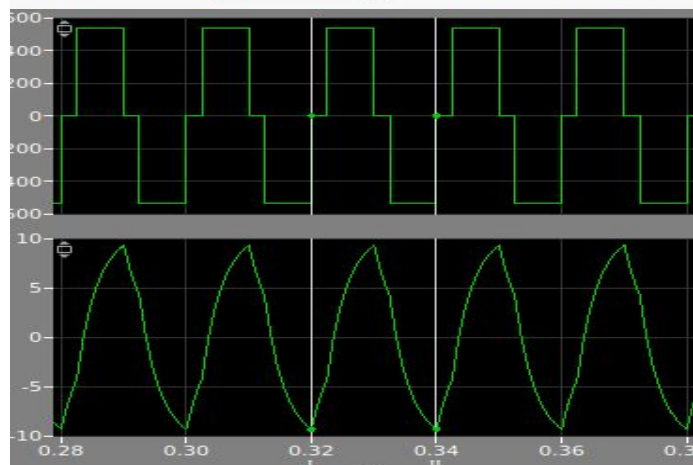
$$V_{p_{0,5}}=52.85 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,7}}=90.45 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,9}}=70.96 \text{ V}$$

$$V_{p_{0,11}}=23.47 \text{ V}$$

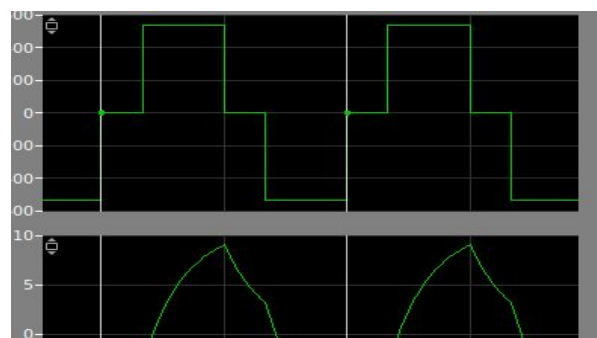
$$THD_V\%=[\sqrt{(87.65^2+87.65^2+52.85^2+90.45^2+70.96^2+23.47^2+\dots)}/631.45] \cdot 100 \approx 28.29\%$$



Cursor 2	Delta	RMS	THD
0.02			
0		465.922	0.289875

Για γωνία $\alpha=60^\circ$:

$$V_{p_{0,1}}=593.12 \text{ V}$$



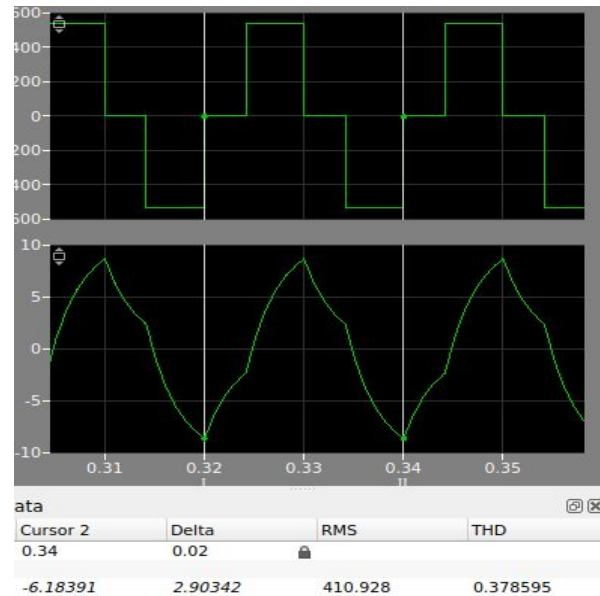
$V_{p_{0,3}}=0.004 \text{ V}$
 $V_{p_{0,5}}=118.78 \text{ V}$
 $V_{p_{0,7}}=84.95 \text{ V}$
 $V_{p_{0,9}}=0.0035 \text{ V}$
 $V_{p_{0,11}}=53.73 \text{ V}$

$THD_V \% = [\sqrt{(0.004^2 + 118.78^2 + 84.95^2 + 0.0035^2 + 53.73^2 + \dots)} / 593.12] * 100$
 $\approx 26.23\%$

Για γωνία $\alpha=75^\circ$

$V_{p_{0,1}}=543.24 \text{ V}$
 $V_{p_{0,3}}=87.45 \text{ V}$
 $V_{p_{0,5}}=135.94 \text{ V}$
 $V_{p_{0,7}}=12.94 \text{ V}$
 $V_{p_{0,9}}=70.75 \text{ V}$
 $V_{p_{0,11}}=38.14 \text{ V}$

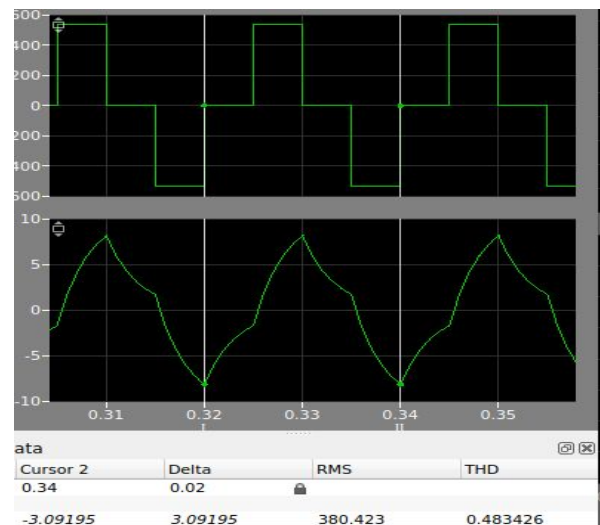
$THD\% = [\sqrt{(87.45^2 + 135.94^2 + 12.94^2 + 70.75^2 + 38.14^2 + \dots)} / 543.24] * 100 \approx 33.31$



Για γωνία $\alpha=90^\circ$:

$V_{p_{0,1}}=480.24 \text{ V}$
 $V_{p_{0,3}}=161.54 \text{ V}$
 $V_{p_{0,5}}=96.98 \text{ V}$
 $V_{p_{0,7}}=69.45 \text{ V}$
 $V_{p_{0,9}}=53.94 \text{ V}$
 $V_{p_{0,11}}=44.34 \text{ V}$

$THD\% = [\sqrt{(161.54^2 + 96.98^2 + 69.45^2 + 53.94^2 + 44.34^2 + \dots)} / 480.24]$
 $* 100 = 43.90\%$



Παρατηρούμε ότι η τιμή του THD μειώνεται καθώς πλησιάζουμε από το μηδέν στο 90° , και η ποιότητα της τάσης βελτιώνεται και είναι μικρότερη, επειδή όλες οι αρμονικές έχουν μειωθεί.

Ορισμένες αρμονικές καταργήθηκαν οι αρμονικές έχουν αλλάξει. Οι τιμές υπολογισμού δεν είναι ίδιες με αυτές του προσομοιωτή, επειδή δεν έχουμε υπολογιστεί όλες τις αρμονικές μέχρι το άπειρο.

