No. Date

Ρομποτική 2: 2η Αναλυτική Σειρά Ασκήσεων

Μιχαλίτσης Αλκιβιάδης Παναγιώτης

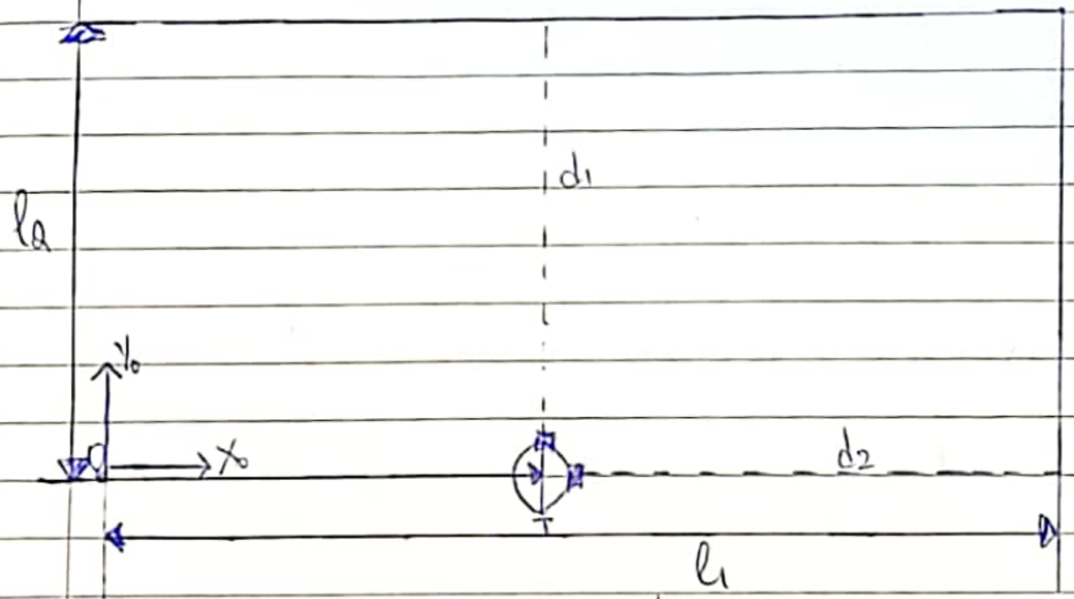
03118868

2.1) $x^{(t)} = [x^{(t)}, y^{(t)}]^T$

$l_1 = 5m$, $l_2 = 2m$

για $T_1 = 1sec$: $d_1^{(1)} = 180cm$, $d_2^{(1)} = 475cm$

$r = 15cm$



Ταχύτητα κινούμενου: $v = [V_x, V_y]^T$, Ταχύτητα με σφάλματα.

Τυπική Απόκλιση: 5cm/sec

Για $t+\Delta t$:

$$\tilde{x}(t+\Delta t) = \hat{x}(t+\Delta t|t) = \begin{bmatrix} \hat{x}(t+\Delta t|t) \\ \hat{y}(t+\Delta t|t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}(t) + V_x^{(1)}\Delta t \\ \hat{y}(t) + V_y^{(1)}\Delta t \end{bmatrix} \quad (1)$$

$V_x^{(1)} = 20cm/sec$, $V_y^{(1)} = 10cm/sec$

Αβεβαιότητα: $\sigma_p^2(t+\Delta t|t) = \sigma_p^2(t) + C_p\Delta t$

$C_p = (5cm)^2/sec = 25cm^2/sec$.

Scanned with CamScanner

No. Date

Για την πρόβλεψη της θέσης του κινούμενου θα αξιοποιήσουμε τα στοιχεία της (1) (οδομετρία) καθώς και τις μετρήσεις των δύο αισθητήρων.

Με βάση το σχήμα 1, υποθέτουμε ότι το κινούμενο έχει δύο αισθητήρες απόστασης, οι οποίοι έχουν τοποθετηθεί περιφερειακά της διαμέτρου του κινούμενου όπου $r = 15cm$, απόσταση από κέντρο.

Όπως φαίνεται και στο δοσμένο σχήμα θεωρούμε δύο γνωστά εμπόδια σε αποστάσεις l_1 και l_2 αντίστοιχα.

$$\Longrightarrow z(t+\Delta t) = \begin{bmatrix} l_1 - d_x - r \\ l_2 - d_y - r \end{bmatrix} \quad (2)$$

d_x, d_y: μετρήσεις αισθητήρων

Αβεβαιότητα: $\hat{\sigma}_z^2(t+\Delta t) = (10mm)^2 = 100mm^2$

$$(1),(2) \Longrightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$: μήτρα μοντέλου κίνησης

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$: μήτρα μοντέλου μετρήσεων

Νέα εκτίμηση θέσης κινούμενου:

$$\hat{x}(t+\Delta t) = \hat{x}(t+\Delta t|t) + K(t+\Delta t)\left[z(t+\Delta t) - H\hat{x}(t+\Delta t|t)\right]$$

$$\Longrightarrow \hat{x}(t+\Delta t) = \hat{x}(t+\Delta t|t) + K(t+\Delta t)\left[z(t+\Delta t) - \hat{x}(t+\Delta t|t)\right] \quad (3a)$$

$$P(t+\Delta t) = \left[I - K(t+\Delta t)H\right]P(t+\Delta t|t) = \left[I - K(t+\Delta t)\right]P(t+\Delta t|t)$$

$$\underline{P(t+\Delta t|t) = AP(t)A^T + C_p} \Longrightarrow P(t+\Delta t) = \left[I - K(t+\Delta t)\right]\left[P(t) + C_p\right] \quad (3\beta)$$

$P(t+\Delta t)$: μήτρα διακύμανσης

Scanned with CamScanner

No. Date

$K(t+\Delta t) = P(t+\Delta t/t)\, H^T [H P(t+\Delta t/t) H^T + C_z]^{-1} =$

$= [P(t) + C_p][P(t) + C_p + C_z]^{-1} \quad (B6)$

: Βελτίωση Kαρτήσ Kalman Filter

$C_p = diag[\sigma_p^2] = \begin{bmatrix} C_p\Delta t & 0 \\ 0 & C_p\Delta t \end{bmatrix} = \Delta t \begin{bmatrix} 25cm^2/sec & 0 \\ 0 & 25cm^2/sec \end{bmatrix}$

$C_z = diag(\sigma_z^2) = \begin{bmatrix} 100mm^2 & 0 \\ 0 & 100mm^2 \end{bmatrix}$

Kalman Filter $\Longrightarrow$ Discrete Time $\quad \hat{x}(t+\Delta t) = \hat{x}(t+\Delta t/t) + K(t+\Delta t)[z(t+\Delta t) - \hat{x}(t+\Delta t/t)] \quad (4a)$

$K(t+\Delta t) = \dfrac{\hat{\sigma}_p^2(t+\Delta t/t)}{\hat{\sigma}_p^2(t+\Delta t/t) + \hat{\sigma}_z^2(t+\Delta t)} \quad (4B)$

Νέα Διακύμανση: $\hat{\sigma}_p^2(t+\Delta t) = \hat{\sigma}_p^2(t+\Delta t/t) - K(t+\Delta t)\hat{\sigma}_p^2(t+\Delta t/t) \quad (4C)$

$T_1 = 1sec,\ d_1^{(1)} = 1{,}8m \Longrightarrow d_2^{(1)} = 4{,}75m$

- $t=0 \quad x(t=0) = [0\ 0]^T, \quad \hat{\sigma}_p^2(t=0) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \hat{\sigma}_p^2(T|t=0) = \hat{\sigma}^2(t=0) + TC_p = 1sec \cdot 25\dfrac{cm^2}{sec} \Rightarrow$

$\hat{\sigma}_p^2(T|t=0) = 25cm^2 \Longrightarrow$

$\Longrightarrow K(T) = \dfrac{\hat{\sigma}_p^2(T|t=0)}{\hat{\sigma}_p^2(T|t=0) + \sigma_z^2(T)} = \dfrac{25cm^2}{25cm^2 + 1cm^2} = \dfrac{25cm^2}{26cm^2} = 0{,}962$

$z(T=1sec) = \begin{bmatrix} l_1 - d_2 - r \\ l_2 - d_1 - r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5m - 4{,}75m - 0{,}15m \\ 2m - 1{,}8m - 0{,}15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5m - 4{,}9m \\ 2m - 1{,}95m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}1m \\ 0{,}05m \end{bmatrix}$

Scanned with CamScanner

Πρόβλημα:

$$\hat{x}(t+\Delta t|t) = \hat{x}(T|t=0) = \begin{bmatrix} \hat{x}(\cancel{t=0}) + V_x^{(1)} T \\ \hat{y}(\cancel{t=0}) + V_y^{(1)} T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20cm/sec \cdot 1sec \\ 10cm/sec \cdot 1sec \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20cm \\ 10cm \end{bmatrix}$$

$\underline{T=1sec}$ $\Rightarrow$ $\hat{x}(T) = \hat{x}(T|t=0) + K(T)[Z(T) - \hat{x}(T|t=0)] \Rightarrow$

$$\Rightarrow \hat{x}(T) = \begin{bmatrix} 20cm \\ 10cm \end{bmatrix} + 0,962 \begin{bmatrix} 10cm - 20cm \\ 5cm - 10cm \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 20cm \\ 10cm \end{bmatrix} - 0,962 \begin{bmatrix} 10cm \\ 5cm \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20cm - 0,962 \cdot 10cm \\ 10cm - 0,962 \cdot 5cm \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 10,38cm \\ 5,19cm \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_p^2(T) = \hat{\sigma}_p^2(T|t=0) - K(T)\,\hat{\sigma}_p^2(T|t=0) =$$

$$= [25cm^2 - 0,962 \cdot 25cm^2] = (0,95\,cm^2)$$

Scanned with CamScanner

2.2

$$U(q) = U_{att}(q) + U_{rep}(q)$$

$$U_{att}(q) = \frac{1}{2} K_{att} \| q_{goal} - q \|^2$$

$$U_{rep}(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} K_{rep} \left(\frac{1}{\rho(q)} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 \\ 0 \quad , \rho(q) \geq \rho_0 \end{cases}$$

$K_{att} = 20$

$K_{rep} = 80$

$\rho_0 = 2$

$s = (2,5 \, , 6,5)$

$q_{goal} = (8,5 \, , 7,5) \longrightarrow$

4-Connectivity

	1	
1	0	1
	1	

$$U(q) = \begin{cases} 10\left((x_{goal}-x)^2 + (y_{goal}-y)^2\right) + 40\left(\frac{1}{\rho(q)} - \frac{1}{2}\right)^2 , & \rho(q) < 2 \\ 10\left((x_{goal}-x)^2 + (y_{goal}-y)^2\right) + 0 , & \rho(q) \geq 2 \end{cases}$$

Βήμα Αρχικοποίησης

Αρχικά στην λίστα OPEN προστίθεται ο κόμβος $s = [2,5 , 6,5]$, δηλαδή με δυναμικό: $U(2,5 , 6,5) = 10\left((8,5 - 2,5)^2 + (7,5 - 6,5)^2\right) = 10(36+1) = 370$

Το δέντρο περιλαμβάνει μόνο τον κόμβο $(2,5 , 6,5)$ και για όλους τους κόμβους q ισχύει: $q \rightarrow$ visited = FALSE, εκτός του: $(2,5 , 6,5) \rightarrow$ visited = TRUE

Βήμα 1

- q = BEST(OPEN)

  Επιλέγουμε να εξάγουμε από την OPEN τον κόμβο q με την μικρότερη τιμή δυναμικού $U(q)$. Εδώ έχουμε $q = (2,5 , 6,5)$

- OPEN: OPEN $\cup$ N(q)

  όπου N(q) οι γειτονικοί κόμβοι q' του q με βάση το 4-connectivity, όπου για τους οποίους θα ισχύει: $q' \rightarrow$ visited = FALSE και $U(q') < \infty$.

  Εδώ έχουμε:

  $$N(q) = \{(2,5 , 7,5) ; (2,5 , 5,5) ; (1,5 , 6,5) , (3,5 , 6,5)\}$$

  Οπότε η OPEN γίνεται:

Scanned with CamScanner

OPEN = {(1,5 , 6,5); (2,5 5,5); (2,5 , 7,5); (3,5 , 6,5)}

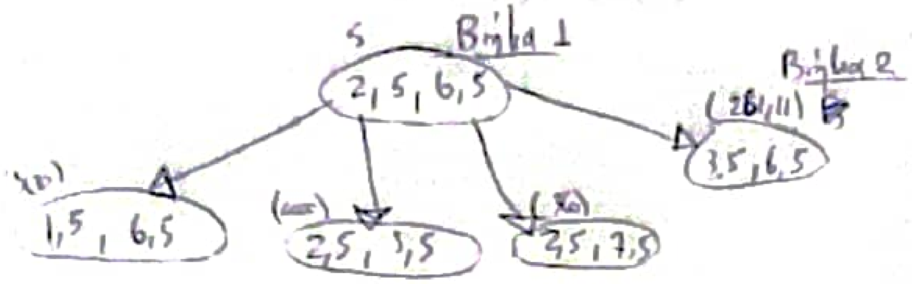
με δυναμικά:

$$\begin{cases} U(1,5\,,\,6,5) = 10(49+1) = 500 \\ U(2,5\,,\,5,5) = 10(36+4) = 400 \\ U(2,5\,,\,7,5) = 10(36) = 360 \\ U(3,5\,,\,6,5) = 10(26) + 40\left(1/1,5 - \frac{1}{2}\right)^2 = 261,11 \end{cases}$$

Επισημαίνουμε τους νέους κόμβους ως 'visited' και τους εισάγουμε στο δέντρο αναζήτησης T:

(1,5 , 6,5) → visited = TRUE, (2,5 , 5,5) → visited = TRUE, (2,5 , 7,5) → visited = TRUE,
(3,5 , 6,5) → visited = TRUE

- Το δέντρο αναζήτησης T στο τρέχον βήμα θα έχει την μορφή.



Βήμα 2

- Εξάγουμε κόμβο q = BEST(OPEN) από την OPEN: q = (3,5 , 6,5)
- OPEN = OPEN ∪ N(q)

  N(q) = {(3,5 , 5,5); (4,5 , 6,5); (3,5 , 7,5)}

  οπότε η OPEN γίνεται:

  OPEN = {(1,5 , 6,5); (2,5 , 5,5); (2,5 , 7,5); (3,5 , 5,5); (4,5 , 6,5); (3,5 , 7,5)}

με δυναμικά:

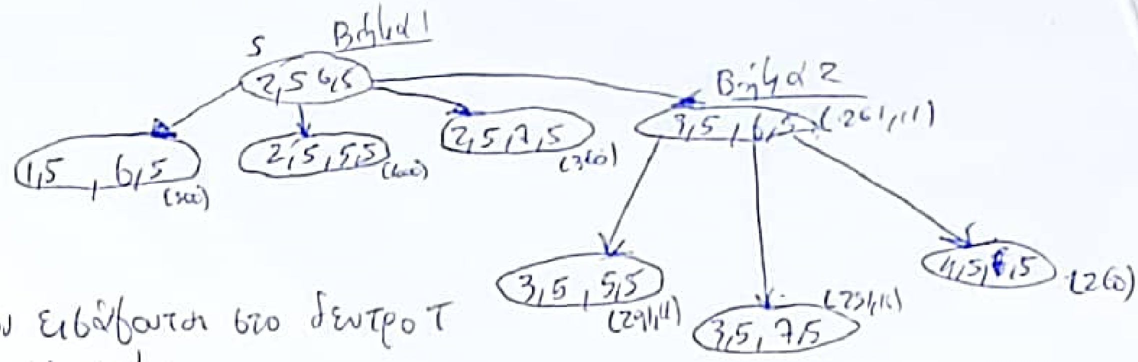
$U(3,5\,,\,5,5) = 10(25+4) + 1,11 = 291,11$

$U(3,5\,,\,7,5) = 10(25) + 1,11 = 251,11$

$U(4,5\,,\,6,5) = 10(16+1) + 90 = 170 + 90 = 260$

$\Longrightarrow$

⇒ Το δέντρο T στο τρέχων βήμα:



Όλοι οι κόμβοι που εισάγονται στο δέντρο T σημειώνονται ως visited.

~~Σε~~ Η λίστα OPEN περιλαμβάνει σε κάθε βήμα τα φύλλα του δέντρου T.

Βήμα 3

- Εξάγουμε τον κόμβο q = BEST(OPEN) της λίστας OPEN: $\boxed{q = (3,5 , 7,5)}$
- N(q) = { ~~(3,5, 7,5)~~, (4,5 , 7,5) , (3,5 , 8,5) }

Οπότε η OPEN γίνεται:

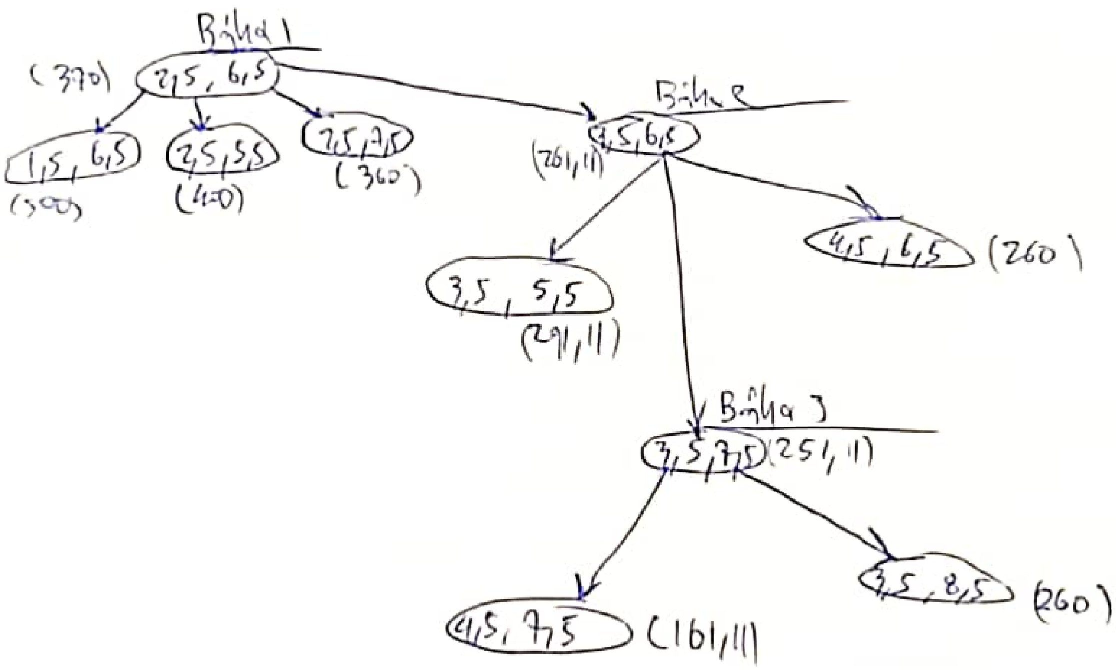
OPEN = { (1,5 , 6,5) ; (2,5 , 5,5) ; (2,5 ; 7,5) ; (3,5 , 5,5) ; (4,5 , 6,5) ; (3,5 , 7,5) ; (4,5 , 7,5) ; (3,5 , 8,5) }

με δυναμικά:

$U(4,5 , 7,5) = 10(16) + 40\left(\frac{1}{3,2} + \frac{1}{7,2}\right)^2 = 160 + 1,11 = 161,11$

$U(3,5 , 8,5) = 10(25{,}1) + \ldots = 260$

Το δέντρο T στο τρέχων βήμα



Λόγω του back-tracking ο αλγόριθμος θεωρείται πλήρης.

Ένας πιο βελτιωμένος αλγόριθμος θα ήταν να αρχίσουμε να ψάχνουμε από κάτω με ελάχιστη απόσταση επιπέδου 2.