

# 世界权王争霸赛 2018

## 中国赛区 初赛 第二轮

中文题目名称	打表题	动态树模板题	树形动规题	结论题	数学题
英文题目名称	table	lct	treedp	conclusion	math
题目类型	传统	传统	传统	传统	传统
题目分值	100	100	100	100	100
运行时间限制	1.0s	1.0s	1.0s	2.5s	1.0s
运行内存限制	512M	512M	512M	512M	512M

注意事项：

1. 评测在 Luogu 上进行，可以开启 O2 优化。不需要从文件进行输入输出。
2. 如无特殊说明，结果比较方式均为忽略行末空格及文末回车的全文比较。
3. 本次竞赛采用子任务测评方式。一个子任务包含若干个不同的测试点，你必须通过该子任务中所有的测试点才能获得这个子任务对应的分数。请注意由此导致的与一般 OI 赛制的评分差异。
4. 题目描述中可能存在字号较小的下标或上标，请放大页面查看。
5. 请注意本次竞赛为世界权王争霸赛 2018 的一部分，对于比赛中可能存在的权值需要选手自行处理。
6. 无论 AK 与否，都请不要 D（特别菜的）出题人。

## 1. 打表题（table）

### 【题目背景】

今天小 W 心情好，决定开展一项惊天动地的大工程.....

### 【题目描述】

为了开展工程，小 W 从人才市场上招来了  $n$  个人，并按顺序编号为 1 到  $n$ ，而现在他打算给这  $n$  个人分配工作。具体来说，小 W 的工程恰好可以被拆分为  $n$  个独立的子工程（同样按顺序编号为 1 到  $n$ ），每个子工程恰好需要分配 1 人负责，同时每个人也只能被分配到 1 项子工程。显然，建立分配方案的过程等价于在人手集合和子工程集合间建立一个双射。

众所周知小 W 非常的 Q，因此小 W 认为一种分配方案是不合法的，当且仅当在该方案中所有编号为奇数的工程分配到了编号为偶数的人 并且 所有编号为偶数的工程分配到了编号为奇数的人。现在小 W 想知道：在所有可能的分配方案中，有多少方案是合法的？

### 【输入格式】

输入包含一行一个整数  $n$ ，含义见题目描述。

### 【输出格式】

输出一行一个整数，表示合法分配方案的数目。

### 【输入输出样例 1】

输入	输出
2	1

### 【样例 1 说明】

当  $n = 2$  时，只有两种分配方案：1 号工程分配给第 1 个人，2 号工程分配给第 2 个人；或是 1 号工程分配给第 2 个人，2 号工程分配给第 1 个人。显然后一个方案是不合法的，因此答案为 1。

【输入输出样例 2】

输入	输出
3	6

【子任务】

对于全部数据，有 $1 \leq n \leq 16$ 。

子任务 1（90 分）： $n \leq 12$ 。

子任务 2（10 分）：无特殊约定。

## 2. 动态树模板题 (lct)

### 【题目背景】

E 大爷最近学习了动态树（英文名 Link-cut Tree，缩写为 LCT）这种玄妙的数据结构。她在秒题之余随手出了一道模板题，帮助大家验证自己 LCT 模板的正确性。~~把你的 LCT 模板复制过来并稍作修改就可以在 3 分钟内 A 掉这道题。~~

### 【题目描述】

在本题中，你需要维护一个共有  $n$  个结点的动态森林，支持以下 2 种操作：

1. 添加一条边  $(u, v)$ 。保证  $u$  和  $v$  在原森林中属于两棵不同的树。
2. 查询某个结点到结点 1 的最短距离。

如果你不理解题目描述中的某些名词，可参见【提示】部分。

### 【输入格式】

输入的第 1 行包含 3 个整数  $n, m, q$ ，依次描述森林的结点数，森林的边数和操作的次数。

接下来  $m$  行，每行 3 个整数  $u, v, w$ ，表示森林在初始状态下有边  $(u, v)$ ，其边权为  $w$ 。

接下来  $q$  行，每行起始有 1 个整数  $op$ ，表示操作类型。若  $op = 1$ ，后接 3 个整数  $u, v, w$ ，表示添加一条边  $(u, v)$ ，其边权为  $w$ ；若  $op = 2$ ，后接 1 个整数  $p$ ，表示查询结点  $p$  到结点 1 的最短距离。

### 【输出格式】

对于每个  $op = 2$  的操作输出一行一个整数，表示对应查询操作的答案。特别地，如果所查询的结点与结点 1 不连通，输出 -1。

**【输入输出样例 1】**

输入	输出
9 6 10	2
1 2 2	-1
1 3 0	5
3 4 1	20
5 6 3	19
5 7 5	
7 8 7	
2 2	
2 7	
1 1 6 2	
1 1 6 2	
1 1 5 6	
2 5	
1 3 9 20	
2 9	
1 8 9 2	
2 9	

**【输入输出样例 2】**

见下发文件中的 lct2.in 和 lct2.out。

**【子任务】**

对于全部数据，有  $1 \leq m < n \leq 10000$ ， $1 \leq u, v \leq n$ ， $1 \leq q \leq 50000$ ， $0 \leq w \leq 1000$ ，保证输入的初始状态描述的是一个合法的森林，保证操作 1 不超过 100 次。

子任务 1（50 分）： $n \leq 100$ ， $q \leq 500$ 。

子任务 2（20 分）： $n \leq 3000$ ，保证不存在操作 1。

子任务 3（30 分）：无特殊约定。

**【提示】**

树是连通且无环的无向图，森林是若干树的集合。

题目描述中“原森林”即指输入数据中描述的未经加边操作的森林。

### 3. 树形动规题 (treedp)

#### 【题目背景】

众所周知，小 Q 非常喜欢种草，是远近闻名的种草达人。前两天小 Q 尝试了一个新的领域——种树。然而小 Q 毕竟是第一次种树，这棵树长得歪歪扭扭的，根本没有红黑树、线段树、划分树、基环外向树（这哪是树啊）等等知名树种那样优美的性质。不过小 Q 并不打算放弃，他设计了一堆询问，希望找出这棵树有没有什么特别的性质……

#### 【题目描述】

小 Q 种出来的树共有  $n$  个结点，以结点 1 为根，每个结点都有权值  $w_i$ 。小 Q 为了找出这棵树的特殊性质设计了许多种不同的询问，但在本题中你只需要解决其中一种询问：给定结点  $p$  和整数  $k$ ，回答在以结点  $p$  为根的子树中有多少结点的权值等于  $k$ 。

#### 【输入格式】

输入的第 1 行包含 2 个整数  $n, q$ ，依次描述树的结点数和询问数。

接下来 1 行，包含  $n$  个整数，第  $i$  个整数表示结点  $i$  的权值  $w_i$ 。

接下来  $n-1$  行，每行 2 个整数  $u, v$ ，描述树的一条边  $(u, v)$ 。

接下来  $q$  行，每行 2 个整数  $p, k$ ，表示一次询问，含义见题目描述。

#### 【输出格式】

输出共  $q$  行，每行 1 个整数，表示对应询问的答案。

【输入输出样例 1】

输入	输出
4 4	2
1 3 2 3	1
1 2	0
1 3	1
3 4	
1 3	
2 3	
3 4	
3 2	

【输入输出样例 2】

见下发文件中的 treedp2.in 和 treedp2.out。

【子任务】

对于全部数据，有 $1 \leq n, q \leq 2 \times 10^5$ ， $1 \leq u, v, w_i, p \leq n$ ， $1 \leq k \leq 10^9$ 。

子任务 1（20 分）： $n, q \leq 1000$ 。

子任务 2（20 分）：保证给定的树是一条链。

子任务 3（60 分）：无特殊约定。

## 4. 结论题 (conclusion)

### 【题目背景】

666\_ycs 应小 W 的邀请前往亚马逊地区旅行。然而亚马逊地区的地形十分复杂，在该区域大量存在的热带雨林也危机四伏，直接进入该地区无疑是送命行为。为了做好事前准备，666\_ycs 需要你的帮助.....

### 【题目描述】

666\_ycs 找小 W 要来了亚马逊地区的地图。这张地图可以被抽象为一张有  $n$  个点  $m$  条带权边的有向图。这张图上不存在自环（但可能有重边）。

666\_ycs 希望在这张图的某些结点上设立一些休息站。每个站点中都将存放若干生存必备物资并由一名权王驻守，可以随时赶到附近地区支援。然而 666\_ycs 并不像小 W 那样有权钱，为了在省钱的同时确保旅途足够安全，休息站的设立需要满足以下条件：

1. 图中每个结点最多只能设立一个休息站；
2. 图中每条边的两个端点最多只能设立一个休息站；
3. 对于图中任意结点，总存在至少一个休息站到该结点的最短距离不超过 2。

666\_ycs 希望你找到一个可行的设立休息站的方案。你能帮帮他吗？

### 【输入格式】

输入的第 1 行包含 2 个整数  $n, m$ ，依次描述结点数和边数。

接下来  $m$  行，每行 3 个整数  $u, v, w$ ，表示一条从  $u$  通向  $v$  的有向边，其边权为  $w$ 。

### 【输出格式】

输出的第 1 行包含 1 个整数  $k$ ，表示你的方案中休息站的数目。

接下来 1 行包含  $k$  个整数，描述设置休息站的结点编号。

特别地，如果输入数据不存在合法解，你只需要输出一行一个 -1。



**【输入输出样例 1】**

输入	输出
8 8 1 2 0 2 3 1 3 4 1 4 5 1 2 4 1 2 6 1 6 7 0 6 8 1	2 1 5

**【样例 1 说明】**

$\{1, 3, 6\}$  也是一组可行解。

**【输入输出样例 2】**

见下发文件中的 conclusion2.in 和 conclusion2.out。

**【子任务】**

对于全部数据，有  $1 \leq n, m \leq 10^6$ ， $1 \leq u, v \leq n$ ， $u \neq v$ ， $w \in \{0, 1\}$ 。

子任务 1 (10 分)：  $n \leq 12$ 。

子任务 2 (20 分)：  $w = 0$ 。

子任务 3 (70 分)：无特殊约定。

**【提示】**

尝试将原问题与更小规模的问题间建立联系可能有助于解决本题。

本题输入数据规模较大，请不要使用 C++ 风格 I/O 操作，以防止读入数据导致的超时。

**你只需要求出任意一个合法的方案，不需要最大化或是最小化休息站的数目。**

## 5. 数学题 (math)

### 【题目背景】

小 W 最近忙于守卫自己的家园，然而这样重大而机密的行动不能被他的对手 835 知道。于是小 W 打算加密他所传输的信息，为此他首先需要有一个安全的密钥.....

### 【题目描述】

对于给定的质数  $p$  和其对应的选择代价  $C_p$ 、弃用代价  $D_p$  和差异代价  $F_p$ ，定义选择代价函数  $c_p: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ ，弃用代价函数  $d_p: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  和差异代价函数  $f_p: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  如下：

$$c_p(x) = \prod_{(p|x)} C_p, \quad d_p(x) = \prod_{\neg(p|x)} D_p, \quad f_p(x, y) = \prod_{[p|\text{lcm}(x, y)] \wedge \neg[p|\text{gcd}(x, y)]} F_p.$$

小 W 的密钥由一个正整数序列  $K$  和一个质数序列  $S$  构成，其中  $|K| = n$ ， $|S| = 10$ 。**在序列  $K$  的不同位置上，同一质数的选择代价和弃用代价可能不同。**小 W 还发现了  $m$  组关系，每组关系可以被表述为一个三元组  $(a_i, b_i, c_i)$ 。小 W 认为，密钥被破译的容易程度  $\omega = \alpha \times \beta$  取决于序列  $K$  每个位置上的独立信息量  $\alpha = \prod_{i=1}^n \prod_{p \in S} [c_p(K_i) \times d_p(K_i)]$  以及  $m$  组关系中的联合信息量  $\beta = \prod_{i=1}^m f_{S_{c_i}}(K_{a_i}, K_{b_i})$ 。

现在小 W 的问题是，他需要确定一个序列  $K$ ，使得  $\omega$  最小。你只需要告诉小 W 最小的可能的  $\omega$  的值。

如果你不认识题目描述中的某些符号，可参见【提示】部分。

### 【输入格式】

输入的第 1 行包含 2 个整数  $n, m$ ，分别描述序列  $K$  的长度和小 W 发现的关系数目。

接下来 10 行，每行包含 1 个质数  $p$  和 1 个实数  $F_p$ （精确到  $10^{-1}$ ，下同），描述序列  $S$ 。

接下来  $2n$  行，每行包含 10 个实数，第  $2i-1$  行第  $j$  个数描述在序列  $K$  的第  $i$  个位置上第  $j$  个质数的选择代价，第  $2i$  行第  $j$  个数描述在第  $i$  个位置上第  $j$  个质数的弃用代价。

接下来  $m$  行，每行包含 3 个整数  $a_i, b_i, c_i$ ，描述小 W 发现的一组关系  $(a_i, b_i, c_i)$ 。

【输出格式】

输出仅包含一行一个实数，表示最小的可能的  $\omega$  的值。

由于可能存在较大的浮点误差，本题使用校验器验证你的答案。你的答案被认为是可接受的当且仅当你的答案与标准输出的相对误差或者绝对误差小于  $10^{-5}$ 。更加形式化地，设你的答案为  $ans$ ，标准输出为  $std$ ，则你的答案是可接受的当且仅当  $\frac{|ans - std|}{\max(1, std)} < 10^{-5}$ 。

【输入输出样例 1】

输入	输出
2 1 11 2.2 17 10.1 3 2.8 5 3.6 2 6.9 13 3.5 19 4.0 29 1.1 7 8.2 23 6.6 1.5 2.5 2.7 2.4 2.4 2.4 2.5 2.1 2.9 2.1 2.9 1.0 2.8 1.8 1.5 1.8 1.9 1.2 2.7 1.7 2.1 2.5 2.0 2.8 2.2 2.2 2.4 2.5 1.0 1.3 2.3 2.5 2.8 2.8 1.0 2.3 2.8 1.8 2.4 1.5 2 1 8	74823.14098

【样例 1 说明】

一个可能的最优序列是  $K=\{3993,90549459\}$ 。

【输入输出样例 2】

见下发文件中的 math2.in 和 math2.out。

【子任务】

对于全部数据，有  $1 \leq n \leq 20$ ， $0 \leq m \leq 500$ ， $1 \leq C_p, D_p, F_p \leq 100$ ，质数序列中的任意元素不超过  $10^5$  且互不相同，答案的值不超过  $10^{233}$ 。

特别地, 如果你对于某个子任务中的每个测试点都输出了将所有乘法运算替换为加法运算 (包括  $\Pi$  运算符中执行的乘法) 的情况下对应的答案, 你将获得这个子任务的 60% 的分数。

子任务 1 (30 分):  $n \leq 2$ ,  $m \leq 40$ 。

子任务 2 (10 分): 保证同一个质数在不同位置上的选择代价和弃用代价各自相等, 也即选择代价和弃用代价的值仅由质数本身决定, 而无关序列上的位置。

子任务 3 (60 分): 无特殊约定。

### 【提示】

$\mathbb{N}$  为非负整数集,  $\mathbb{R}$  为实数集,  $\Pi$  为连乘运算符,  $p \mid x$  表示  $x$  能被  $p$  整除,  $\gcd(x, y)$  表示  $x, y$  的最大公因数,  $\text{lcm}(x, y)$  表示  $x, y$  的最小公倍数,  $\wedge$  表示逻辑与 (即布尔代数中的与运算 and),  $\neg$  表示逻辑非 (即布尔代数中的非运算 not)。

为使你能更好地理解题目描述, 我们额外提供了一个模拟器 (见下发文件中的 `math_simulator.cpp`), 它从 `math.in` 读入输入数据, 从标准输入读入正整数序列  $K$ , 然后将对应的  $\omega$  的值输出到标准输出。注意这个模拟器无法处理过大的  $K$  中元素的值, 这同时意味着质数集合中的元素不能过大。

**由于校验器存在一定的技术限制, 如果你认为你的答案在前述标准下能够通过但未得到通过 (或不能够通过但得到了通过), 请联系我们。**

**使用 `long double` 作为浮点数类型的程序在提交到 Luogu 后错误地返回了 WA 结果, 原因未知; 为避免同样的问题, 请使用 `double` 类型。**