6. Упростить выражение $X = (B \to A) \cdot \overline{(A + B)} \cdot (A \to C)$

1) Раскрываем операторы →:

$$X = (B \to A) \cdot \overline{(A \parallel B)} \cdot (A \to C) = (!\,B \parallel A) \cdot (!\,A \parallel C) \cdot \overline{(A \parallel B)} = \cdots$$

2) Применяем распределительный закон:

$$\cdots = (\,((!\,B \parallel A) \cdot !\,A) \parallel ((!\,B \parallel A) \cdot C) \cdot \overline{(A \parallel B)} =$$
$$= \big((!\,B \cdot !\,A) \;\parallel\; (A \cdot !\,A) \;\parallel\; (!\,B \cdot C) \;\parallel\; (A \cdot C)\big) \cdot \overline{(A \parallel B)} = \cdots$$

3) Исключение третьего $(A \cdot !\,A) = 0$:
$$\cdots = (\,(!\,B \cdot !\,A) \;\parallel\; (!\,B \cdot C) \;\parallel\; (A \cdot C)\,) \cdot \overline{(A \parallel B)} = \cdots$$

4) Применяем правило де Моргана к последнему множителю:

$$\cdots = \big((!\,B \cdot !\,A) \;\parallel\; (!\,B \cdot C) \parallel\; (A \cdot C)\big) \cdot (!\,A \cdot !\,B) = \cdots$$

5) Применяем распределительный закон:
$$= \big((!\,B \cdot !\,A) \cdot (!\,A \cdot !\,B)\big) \parallel \big((!\,B \cdot C) \cdot (!\,A \cdot !\,B)\big) \parallel \big((A \cdot C) \cdot (!\,A \cdot !\,B)\big) = \cdots$$

6) Исключение третьего $(A \cdot !\,A) = 0$ (применяем к последнему множителю):
$$\cdots = \big((!\,B \cdot !\,A) \cdot (!\,A \cdot !\,B)\big) \parallel \big((!\,B \cdot C) \cdot (!\,A \cdot !\,B)\big) \parallel 0 = \cdots$$

7) Сокращаем повторения:

$$\cdots = (!\,A \cdot !\,B) \parallel (!\,B \cdot C \cdot !\,A) = \cdots$$

8) Применяем распределительный закон и поглощение:
$$\cdots = !\,A \cdot (!\,B \parallel (!\,B \cdot C)) = !\,A \cdot !\,B$$

9) Проверяем решение по таблицам истинности:

A	B	C	X_1 $B \to A$	X_2 $\overline{(A \parallel B)}$	X_3 $A \to C$	$X_1 \cdot X_2 \cdot X_3$	X_4 $!\,A$	X_5 $!\,B$	$X_5 \cdot X_5$
1	1	1	1	0	1	**0**	0	0	**0**
1	1	0	1	0	0	**0**	0	0	**0**
1	0	1	1	0	1	**0**	0	1	**0**
1	0	0	1	0	0	**0**	0	1	**0**
0	1	1	0	0	1	**0**	1	0	**0**
0	1	0	0	0	1	**0**	1	0	**0**
0	0	1	1	1	1	**1**	1	1	**1**
0	0	0	1	1	1	**1**	1	1	**1**