

Politechnika Warszawska

WYDZIAŁ ELEKTRONIKI
I TECHNIK INFORMACYJNYCH



Analiza algorytmu filtru Kalmana

Projekt indywidualny z przedmiotu: systemy radiolokacyjne i metody ich przetwarzania

Alicja Misterka

Numer indeksu: 324045

Warszawa, 3 czerwca 2024

Spis treści

1	Wstęp	2
1.1	Założenia teoretyczne	2
1.2	Założenia projektowe	2
1.2.1	oznaczenia w kodzie programu	3
1.2.2	Zbliżanie i Oddalanie Się Obiektu w Linii Prostej	3
2	Symulacja	3
2.1	Zależność od ilości punktów pomiarowych	3
2.2	Zależność od prędkości	4
2.3	Zależność od trajektorii lotu	6
3	Wnioski	6

1 Wstęp

1.1 Założenia teoretyczne

Filtr Kalmana jest algorytmem stosowanym do estymacji obiektu obserwowanego przez radar. Składa się on z następujących etapów, powtarzanych w kolejnych iteracjach:

- **inicjalizacja** - rozpoczęcie filtracji, gdzie:

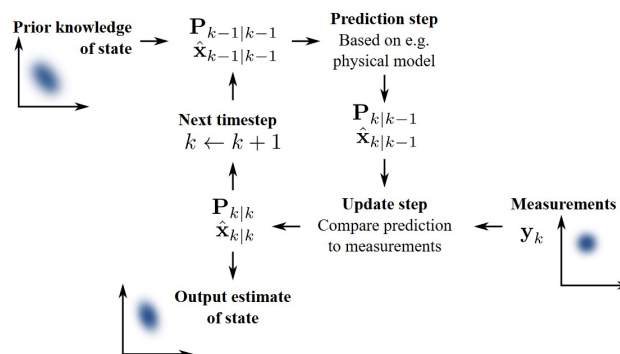
$$\hat{x}(0|0) = z(0) \text{ jest estymatą}$$
$$P(0|0) = R \text{ jest wariancją estymaty}$$

- **predykcja** - przewidywanie stanu i niepewności obiektu na bazie poprzedniego stanu. Określany jest zależnością:

$$\hat{x}(k|k-1) = \hat{x}(k-1|k-1)$$
$$P(k|k-1) = P(k-1|k-1)$$

- **aktualizacja** - zmiana stanu na podstawie nowych obserwacji i redukująca niepewność. Określany jest zależnością:

$$v(k) = z(k) - \hat{x}(k|k-1) \quad K(k) = \frac{P(k|k-1)}{R + P(k|k-1)}$$
$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k)v(k)$$
$$P(k|k) = (1 - K(k))(P(k|k-1))$$



Rysunek 1: Koncepcja działania filtru kalmana [1]

1.2 Założenia projektowe

W ramach projektu, napisałam prosty program w języku MATLAB uwzględniający wszystkie założenia projektowe i w wyniku którego powstają dwa wykresy - funkcja pozycji obiektu od liczby kroków czasowych i funkcja prędkości w zależności od liczby kroków czasowych. Aby przeanalizować dokładność filtru Kalmana, podjęłam się rozważenia dokładności działania filtru i odwzorowania trajektorii lotu obiektu w zależności od:

- liczby kroków czasowych
- od prędkości
- od kształtu trajektorii lotu

1.2.1 oznaczenia w kodzie programu

W programie użyte zostały następujące oznaczenia:

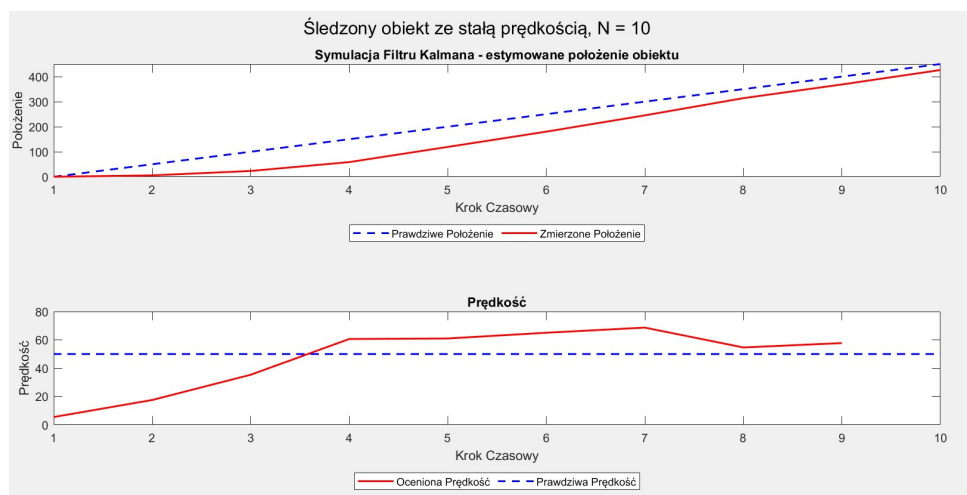
stdr	odchylenie pomiaru [m]	stdu	odchylenie procesu [$\frac{m}{s}$]
dt	krok czasowy [s]	F	macierz przejścia
H	macierz wejścia	Q	macierz kowariancji szumu procesu [$\frac{m^2}{s^4}$]
R	macierz kowariancji szumu pomiaru m^2	x	macierz estymaty stanu [pozycja, prędkość] [m, $\frac{m}{s}$]
P	estymata kowariancji błędu	N	kroki czasowe

1.2.2 Zbliżanie i Oddalanie Się Obiektu w Linii Prostej

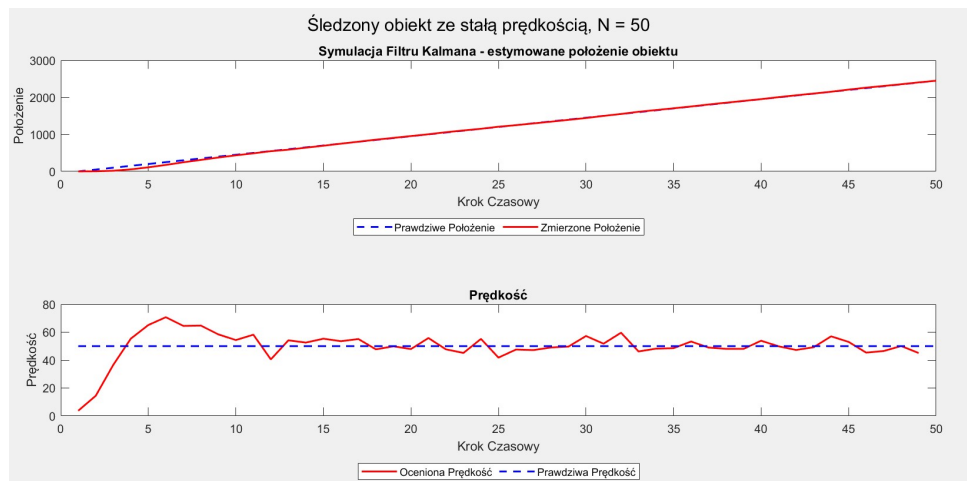
Zbliżanie i oddalanie się obiektu w linii prostej jest jednym z prostszych przypadków do analizy przez filtr Kalmana. W takim scenariuszu ruch obiektu jest przewidywalny, co pozwala na skuteczną estymację stanu. Filtr może łatwo modelować zmiany odległości i odpowiednio dostosowywać się do nowych warunków pomiarowych.

2 Symulacja

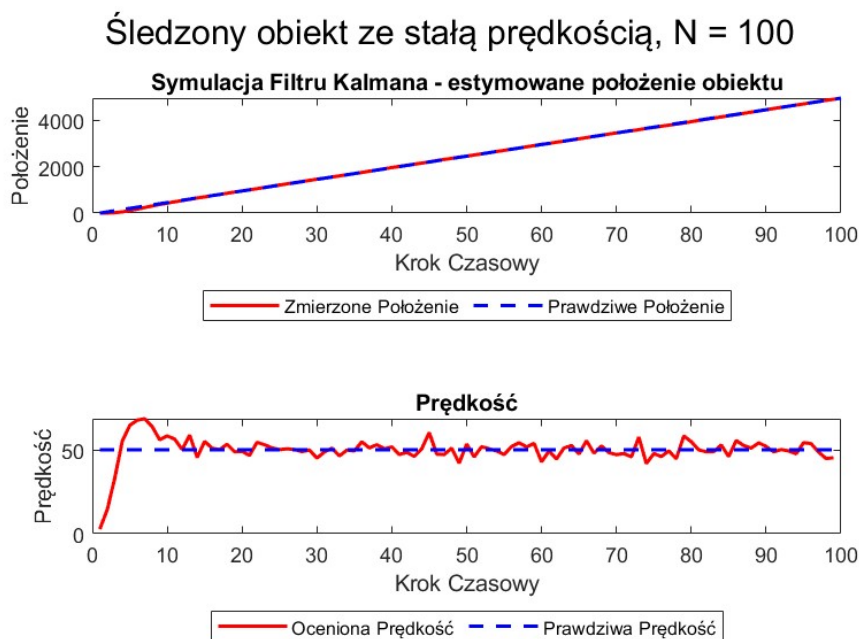
2.1 Zależność od ilości punktów pomiarowych



Rysunek 2: Wynik działania programu dla N = 10



Rysunek 3: Wynik działania programu dla N = 50

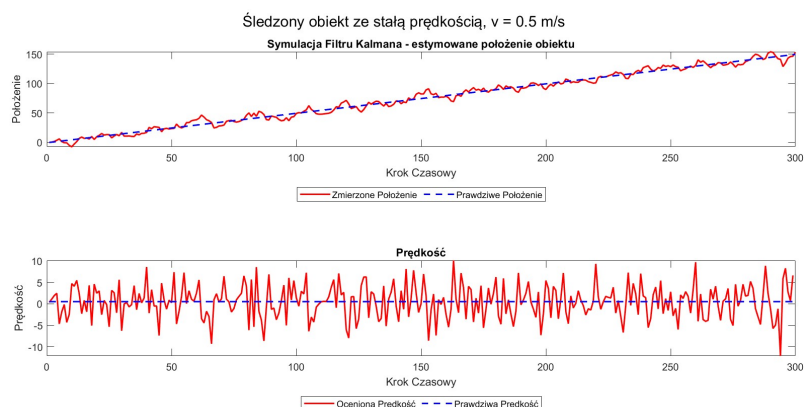


Rysunek 4: Wynik działania programu dla $N = 100$

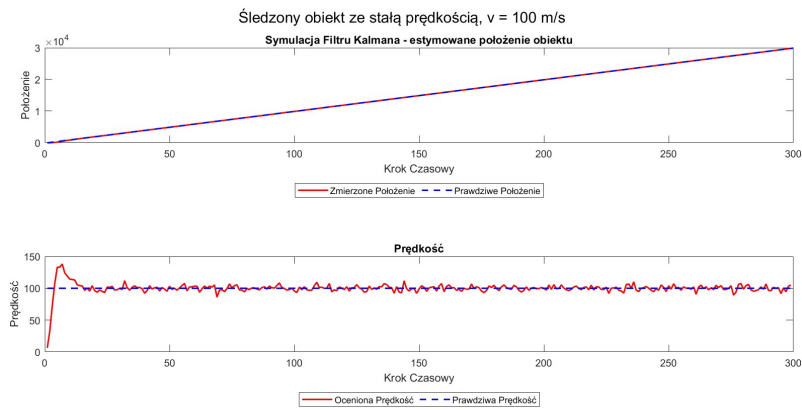
Działanie programu potwierdziło, że wzrost kroków czasowych poprawia dokładność odwzorowania kształtu trajektorii lotu obiektu. Jest to spowodowane tym, że filtr Kalmana gromadzi coraz to więcej informacji wraz z narastającą częstością próbkowania pozwalając na bardziej precyzyjną estymację.

Początkowe estymacje położenia są bardziej podatne na wpływ szumu a filtr, po czasie, "uczy się" z pojawiających się danych.

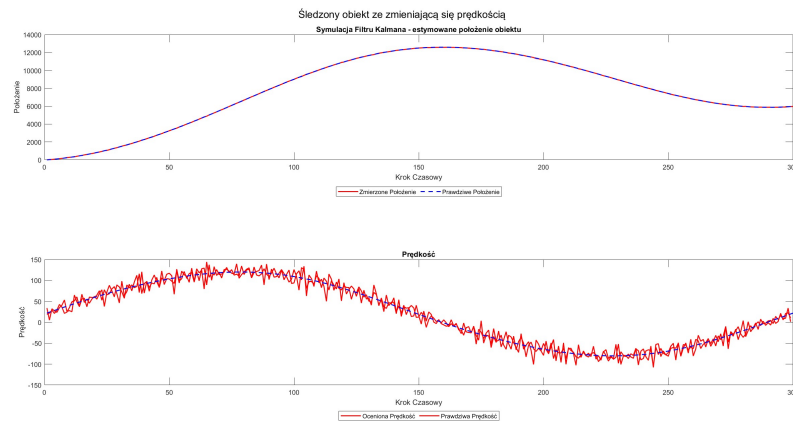
2.2 Zależność od prędkości



Rysunek 5: Wynik działania programu dla $v = 5 \frac{m}{s}$



Rysunek 6: Wynik działania programu dla $v = 100 \frac{m}{s}$

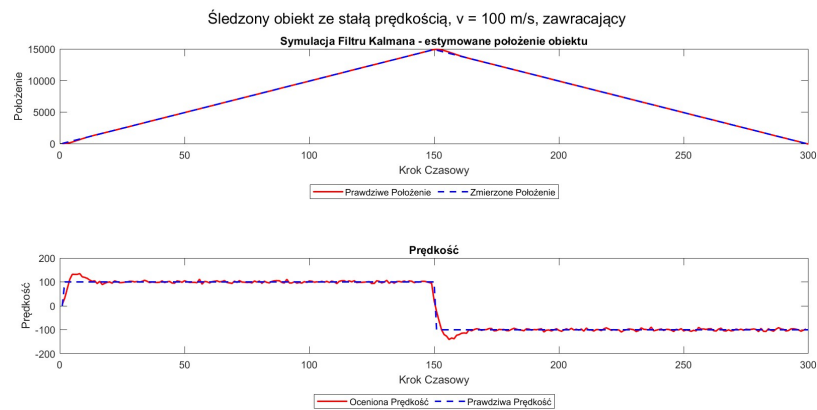


Rysunek 7: Wynik działania programu dla zmieniającej się prędkości w czasie

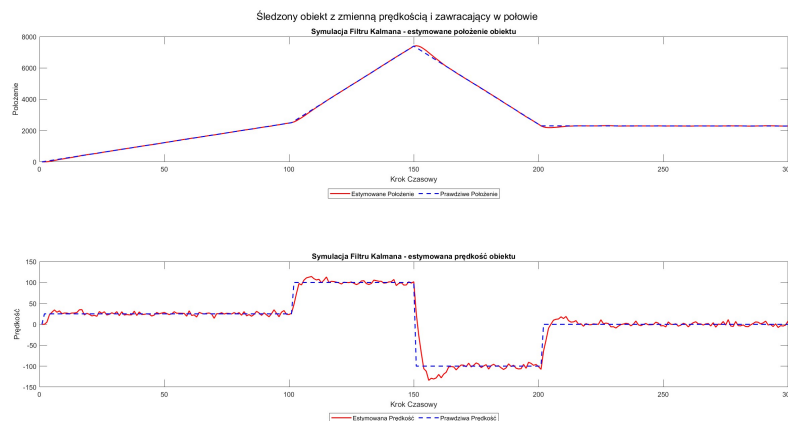
W przypadku obiektów lecących bardzo wolno, stosunek szumu do rzeczywistej zmiany jest bardzo niekorzystny przez co zmiana położenia i prędkości (pochodnej położenia po czasie) ukrywa się w szumie a wyniki filtru Kalmana mogą być niesatysfakcjonujące. W przypadku obiektów poruszających się szybciej szum odgrywa znacznie mniejszą rolę i powoduje mniejsze zakłócenia.

Przeanalizowałam również przypadek w którym prędkość ulega zmianie w upływie czasu. Jak możemy zauważyć, nie stanowi to problemu dla filtru Kalmana i poprawnie odwzorowuje kształt jego trajektorii lotu a prędkość oscyluje wokół prawdziwych wartości.

2.3 Zależność od trajektorii lotu



Rysunek 8: Wynik działania programu dla zwracającego obiektu o stałej prędkości



Rysunek 9: Wynik działania programu dla skomplikowanej trajektorii lotu

Na rysunku 6 przeanalizowane zostały przypadki zmieniającego się toru ruchu obiektu. Możemy założyć, że dla filtru Kalmana nie stanowi problemu odwzorowania położenia nawet zwracających obiektów i mierzenie ich prędkości.

3 Wnioski

Filtr Kalmana i jego efektywność zależy od wielu czynników - w mojej analizie brałam pod uwagę:

- **Ilość punktów pomiarowych:** Zwiększenie liczby punktów pomiarowych poprawia dokładność estymacji pozycji i prędkości obiektu. Wraz z każdym krokiem czasowym, algorytm prowadzi więcej informacji dzięki czemu lepiej odwzorowuje kształt trajektorii lotu.
- **Prędkość obiektu śledzonego:** Przy niskich prędkościach stosunek szumu do rzeczywistej zmiany jest niekorzystny i mały, co sprawia, że zmiany położenia i prędkości mogą być ukryte w szumie a estymacja położenia i prędkości zafałszowana. W przypadku obiektów o szybszej prędkości, szum ma mniejszy wpływ na estymacje, co prowadzi do bardziej dokładnych wyników. Zmienne prędkości obiektów nie stanowią problemu dla Filtru Kalmana.
- **Kształt trajektorii lotu:** Filtr Kalmana radzi sobie dobrze z różnymi trajektoriami, nawet bardzo skomplikowanymi torami ruchu obiektów. Zwracające obiekty nie stanowią dla niego trudności nawet jeżeli obiekt charakteryzuje się zmieniającą się prędkością w czasie.

Filtr Kalmana jest skutecznym, ale i skomplikowanym algorytmem do estymacji stanu obiektu. Umożliwia dokładne śledzenie obiektu mimo pojawiających się szumów. Jego wydajność i dokładność zależy od doboru wielkości oraz wartości ich elementów.

Bibliografia

- [1] By Petteri Aimonen - Own work, CC0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=17475883>
- [2] Wykłady zamieszczone na stronie przedmiotu SRMP
- [3] Materiały laboratoryjne
- [4] https://en.wikipedia.org/wiki/Kalman_filter