

Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования

Московский Физико-Технический Институт  
КЛУБ ТЕХА ЛЕКЦИЙ

---

ОБЩАЯ ФИЗИКА  
Электричество и магнетизм

---

III СЕМЕСТР

Физтех Школа: ФПМИ

Направление: ПМФ МФ

Лектор: Аланакян Юрий Робертович



Автор: *Зайцева Алла*  
*Проект на github*

Осень 2020 года

# Содержание

<b>1</b>	<b>Лекция. Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Диполь. Теорема Гаусса</b>	<b>2</b>
1.1	Введение . . . . .	2
1.2	Закон Кулона . . . . .	3
1.3	Напряженность электрического поля . . . . .	3
1.4	Принцип суперпозиции . . . . .	3
1.5	Электрический диполь . . . . .	4
1.6	Демонстрации . . . . .	7
1.7	Силы, действующие на диполь в ЭП . . . . .	7
1.8	Теорема Гаусса . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Лекция</b>	<b>9</b>

# 1 Лекция. Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Диполь. Теорема Гаусса

## 1.1 Введение

3 семестр будет посвящен электромагнетизму. Давайте зададимся вопросом, почему это важнейший раздел? Потому что все вокруг нас связано с электрическими и магнитными взаимодействиями. Даже давление на стол является электрическим взаимодействием.

*Исторический факт: о важности электромагнитных взаимодействий задумались всего пару веков назад.*

### *Демонстрация №1.*

Если натереть эбонитовую палочку шерстью, то можно увидеть, что стрелка на электро-скопе отклоняется. А если стекло натереть о шелк, то пестрелка отклоняется в другую сторону.

Таким образом, видно, что существует 2 типа зарядов - положительный и отрицательный.

**Опр.** Заряд - способность частиц взаимодействовать между собой.

*Многие студенты считают, что "отрицательный" это плохо, но это всего лишь название. В целом, отрицательными могли быть и протоны)*

В теоретической физике положительные и отрицательные заряды являются элементами симметрии. Так, с колоссальной точностью абсолютная величина заряда протона равна абсолютной величине заряда электрона.

Не менее важно, что если взять заряд какого-то тела и поделить на заряд электрона, то получится целое число. Другими словами можно сказать: заряд квантуется.

**Важно!**

$$e = 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ ед.СГСЭ} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

*Филосовское отступление: каким образом происходит притяжение положительного и отрицательного зарядов - пока не выявлено учёными. Во времена Ньютона считали, что между зарядами есть какая-то субстанция (эфир), но в последствии от данной идеи отказались.*

## 1.2 Закон Кулона

Электромагнитные силы наблюдали еще до Шарля Кулона. Он же был первым, кто провел количественные измерения. Ученый создал крутильные весы, при помощи которых он измерил силу взаимодействия двух точечных зарядов. Так, в 1785 году был установлен закон Кулона.

**Закон Кулона** Сила взаимодействия между двумя зарядами  $q_1$  и  $q_2$  пропорциональна их произведению и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (1)$$

*Область применимости:* область применимости не обнаружена. Так про очень малых (ядерных) расстояниях также действует данный закон.

Р.с. закон Кулона эквивалентен гравитационному закону.

## 1.3 Напряженность электрического поля

**Опр.** Электрическое поле (ЭП) - область пространства, где действуют электрические силы.

Пусть есть заряд  $q$ . Вокруг него образуется электрическое поле.

**Опр.** Напряжённость ЭП в некоторой точке - сила, действующая на единичный точечный заряд, помещенный в эту точку. Она равна:

$$\vec{E} = \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (2)$$

## 1.4 Принцип суперпозиции

Сила, действующая на заряд  $q$  со стороны системы других зарядов, равна векторной сумме сил, независимо действующих на рассматриваемый заряд со стороны каждого из зарядов системы.

Поскольку  $\vec{F}_i = q\vec{E}_i$ , то напряженность поля в данной точке также равна векторной сумме напряженностей полей, независимо создаваемых в данной точке каждым из зарядов

системы:

$$\overline{E} = \sum_{i=1}^n \overline{E}_i \quad (3)$$



Рис. 1:

Посмотрим на рисунок (1.1). Пусть есть некоторый объем, где плотность заряда  $\rho$ . Это означает, что в точке  $A$  поле, создаваемое всем зарядом:

$$\overline{E}_A = \int \frac{\rho dV}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (4)$$

## 1.5 Электрический диполь

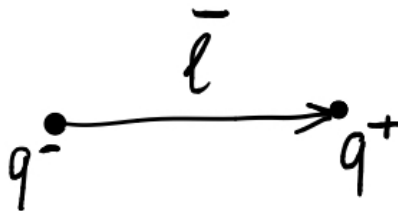


Рис. 2:

**Опр.** Диполь - это система, состоящая из двух одинаковых зарядов, одинаковых по величине и противоположных по знаку.

**Опр.** Плечо диполя  $\vec{l}$  - вектор, идущий от отрицательного заряда к положительному, длина которого равна расстоянию между зарядами.

**Опр.** Дипольный момент - вектор

$$\vec{p} = q\vec{l} \quad (5)$$

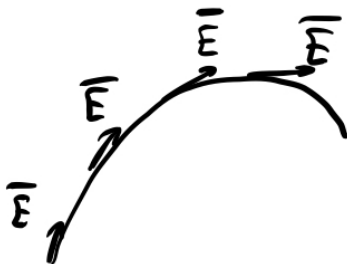


Рис. 3:

**Опр.** Силовая линия - линия, в каждой точке которой направление касательной совпадает с направлением напряжённости поля в той же точке. (смотри рис.3)

**Опр.** Точечный диполь - диполь, для которого выполнено: расстояние между его зарядами  $l$  мало по сравнению с расстоянием  $r$  от диполя до точки наблюдения:  $l \ll r$

Найдем поле точечного диполя:

$$\vec{E} = \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} - \frac{q(\vec{r} + \vec{l})}{|\vec{r} + \vec{l}|^3}$$

Это выражение разложим в ряд Тейлора (трехмерное разложение):

$$\vec{E} = \frac{3(\vec{p}\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{p}}{r^3} \quad (6)$$

Выведем формулу (6):

1. Рассмотрим поле вдоль оси диполя (рисунок 4):

$$E = q \frac{d}{2} \left( \frac{1}{r^2} \right) l \Rightarrow \overline{E_{\parallel}} = 2 \frac{\vec{p}}{r^3}$$

2. Рассмотрим поле перпендикулярно оси диполя (рисунок 5):

$$\overline{E_{\perp}} = \frac{q}{r^2} \frac{\vec{l}}{r} \Rightarrow \overline{E_{\perp}} = -\frac{\vec{p}}{r^3}$$



Рис. 4:

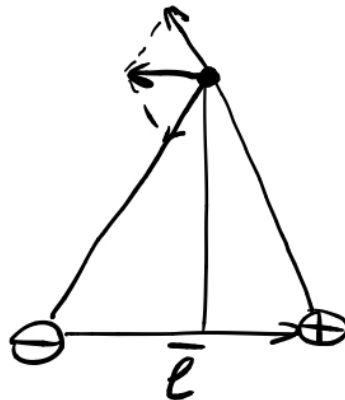


Рис. 5:

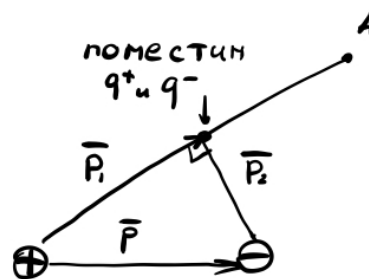


Рис. 6:

В результате получим (рисунок 6):

$$\begin{aligned}\vec{p} &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \\ \Rightarrow \vec{E}_A &= \frac{2p_1 - p_2}{r^3}\end{aligned}$$

Таким образом получили исходное уравнение (6).

## 1.6 Демонстрации

### Демонстрация №2. "Манка – это сила!".

В данной демонстрации мы увидим диполь. Покажем его с помощью манной крупы. В каждой крупинке под действием ЭП заряды разделяются и каждая крупинка превращается в диполь. На экране видны 2 разноименных заряда. Включим ЭП. Увидим, что крупинки рисуют силовые линии.

### Демонстрация №3. "Султанчики".

Зарядим султанчики одноименно. Тогда увидим что бумажные полоски расходятся. Зарядим султанчики разноименно. Тогда увидим что бумажные полоски притягиваются. *Минутка юмора*: султанчики сходятся до свадьбы, а расходятся после)

## 1.7 Силы, действующие на диполь в ЭП

Случай 1.  $\vec{E} = \text{const}$

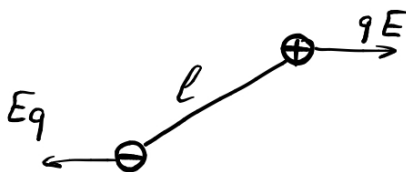


Рис. 7:

Поместим диполь в ЭП (рис.7). Силы и напряжение указаны на рисунке. Суммарная сила равно 0, но возникает момент сил:

$$\vec{N} = [\vec{l}\vec{F}] = [\vec{p}\vec{E}] \quad (7)$$

Случай 2.  $\vec{E}(\vec{r})$

$$\vec{F} = \Delta x \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} + \Delta z \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} \quad (8)$$

**Опр.** Набла:

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (9)$$



**Опр.** Когда оператор набла действует на скалярную функцию - получаем **градиент**  $\nabla\Phi$ .

Следовательно, преобразуем формулу (8):

$$\overline{F} = (\overline{p}\nabla)\overline{E} \quad (10)$$

**Важно:** диполь разворачивается и втягивается в область сильного поля.

## 1.8 Теорема Гаусса

**Опр.** Поток вектора  $d\Phi$ :  $d\Phi = \overline{E}d\overline{S}$  поля  $E$  через площадь  $S$ .

**Теорема Гаусса** Поток вектора  $E$  через замкнутую поверхность:

$$\oint \overline{E}d\overline{S} = 4\pi q \quad (11)$$

Доказательство:

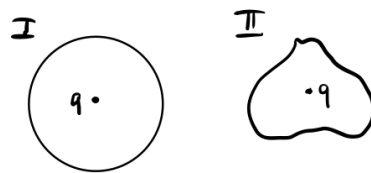


Рис. 8:

Случай 1.

$$E = \frac{q}{r^2} \Rightarrow \Phi = 4\pi r^2 \frac{q}{r^2} = 4\pi q$$

Случай 2.

$$\oint d\overline{S}\overline{E} = \oint \frac{q}{r^2}dS = 4\pi q \Rightarrow d\Omega = \frac{\overline{r}d\overline{S}}{r^3} - \text{элемент телесного угла}$$

**Теорема Иршоу** Невозможна устойчивая статическая конфигурация электрических зарядов

## 2 Лекция