

381-14/076 /
P - 81

Հ.Ռ. ԲՈԼԻՔԵԿՅԱՆ, Հ.Գ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ,
Ա.Ա. ՉՈՒԲԱՐՅԱՆ

ԱԼԳՈՐԻԹՄՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

(մեթոդական ձեռնարկ)

ԵՐԵՎԱՆ – 2008

381.14 (076)

P - 81

ԵՐԵՎԱՆԻ ՊԵՏԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Դ.Ռ. ԲՈԼԻԲԵԿՅԱՆ, Դ.Գ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ,
Ա.Ա. ՉՈՒԲՐՅԱՆ

ԱՐԳՈՐԻԹՄՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ԽՆԴԻՐՆԵՐԻ ԺՈՂՈՎԱԾՈՒ

(մեթոդական ձեռնարկ)

ԵՊՀ ՅՐԱՏԱՐԱԿՑՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ - 2008

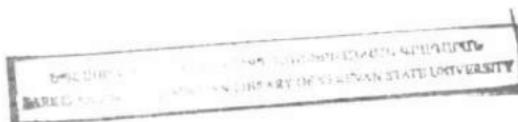
ՀՏԴ 510.5 (07)
ԳԱԴ 22.12 ց7
Բ 813

Դրատարակության է երաշխավորել ԵՊՀ
ինֆորմատիկայի և կիրառական մաթեմատի-
կայի ֆակուլտետի խորհուրդը

**Հ.Ռ. ԲՈԼԻՔԵԿՅԱՆ, Դ.Գ. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ,
Ա.Ա. ՉՈՒՐԱՐՅԱՆ**

Բ 813 Ալգորիթմների տեսության խնդիրների ժողովածու (մե-
թոդական ձեռնարկ): – Եր.: ԵՊՀ-ի հրատ., 2008 թ., 56 էջ:

Առաջարկվող ձեռնարկում ընդգրկված են ալգորիթմների
տեսության հիմնարար ենթաբեմաներին վերաբերող խնդիր-
ները, որոնք առաջարկվում են հԿՄ ֆակուլտետի ուսանողնե-
րին տվյալ առարկայի ընթացիկ ընթացքուներին:



ԳԱԴ 22.12 ց7

ISBN 978-5-8084-0992-7

© ԵՊՀ հրատարակություն, 2008 թ.
© Հ.Ռ. Բոլիքեկյան, Դ.Գ. Մովսիսյան,
Ա.Ա. Չուրարյան 2008թ.



SU0146468

ՆԱԽԱԲԱՆ

Առաջարկվող ձեռնարկում ընդգրկված են ալգորիթմների (ընթացակարգերի) տեսության հիմնարար ենթաթեմաների՝ կարգնթացության, ըստ Թյուրինգի հաշվարկելիության, համարակալումների, համապիտանի ֆունկցիաների, բազմությունների ճանաչելիության և կիսաճանաչելիության հիմնական հասկացությունները և հատկությունները, յուրաքանչյուր թեմայի հետ առնչվող մի քանի նույշային խնդիրների լուծումները, ինչպես նաև տվյալ թեմայի բոլոր այն խնդիրները, որոնք առաջարկվում են ԻԿՄ ֆակուլտետի ուսանողներին տվյալ առարկայի ընթացիկ քննություններին:

Հեղինակները խորին շնորհակալություն են հայտնում ԻԿՄ ֆակուլտետի ուսանողներին՝ Անի Մարտիրոսյանին, Զարուհի Ավանյանին, Սերգեյ Բարյոսուդարյանին, Աշոտ Արաջյանին, Էղուարդ Ամիրյանին, Անուշ Գալստյանին, Լիլիթ Կարապետյանին և Վահե Մաշուրյանին խնդիրների ցուցակը հարստացնելու, բազմազանեցնելու և ըստ դժվարության խմբավորելու համար։ Տեղադրելով սույն խնդրագիրը Եկեղեցու աշխարհական կայքում (<http://users.freenet.am/~hbolibek/book.pdf>)՝ հեղինակները ակնկալում են բովանդակությունը բարելավող, շարադրությունը շտկող դիտողություններ, ինչպես նաև հնարավոր վրիհակների նկատմամբ ներողամտություն։

Խնդրվում է հնարավոր դիտողությունները ուղարկել հեղինակներից որևէ մեկին հետևյալ հասցեներով՝

Բոլիբեկյան Յովհաննես bolibekhov@ysu.am

Առվահսյան Հրիփսիմելի hripsimemovsesyan@yahoo.com

Անահիտ Չուբարյան achubaryan@ysu.am

1. ԿԱՐԳԸՆԹԱՑ ՖՈՒՆԿՑԻՎՆԵՐ

Դիցուք $N = \{0, 1, 2, \dots\}$ ոչ բացասական ամբողջ թվերի բազմությունն է: $f(x_1, \dots, x_n)$ մասնակի ֆունկցիան կոչվում է թվարանական, եթե այն արտապատկերում է N^n -ի որևէ ենթաբազմություն N -ի մեջ:

ու ֆունկտիվականից կախված բոլոր թվարանական ֆունկցիաների բազմությունը նշանակենք \mathcal{F}^n -ով: $f \in \mathcal{F}^n$ ֆունկցիայի որոշման տիրույթը նշանակենք N_f^n : Եթե $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in N_f^n$, ապա կօգտագործենք նաև $!f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ նշանակումը, իսկ $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \notin N_f^n$ դեպքում՝ $I f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ նշանակումը:

x_i ֆունկտիվականը կոչվում է ոչ եական $f \in \mathcal{F}^n$ ֆունկցիայի համար, եթե կամայական $(\alpha'_1, \dots, \alpha'_{i-1}, \alpha'_{i+1}, \dots, \alpha'_n) \in N^{n-1}$ և կամայական $\beta', \beta'' \in N$ տեղի ունեն հետևյալ պայմանները՝

1. $!f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \beta', \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) \Leftrightarrow !f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \beta'', \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n)$
2. եթե $!f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \beta', \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) \Rightarrow f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \beta', \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n) = f(\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \beta'', \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n)$:

Երկու ոչ ամենութեք որոշված f և g ֆունկցիաների հավասարությունը ($f \simeq g$) հասկացվում է հետևյալ եղանակով. եթե որևէ հավաքածուի վրա ֆունկցիաներից մեկը որոշված է, ապա մյուսը այդ հավաքածուի վրա նույնպես որոշված է, և նրանց արժեքները համընկնում են:

\mathcal{F}^n բազմության որոշակի ենթադաս սահմանելու համար ներմուծենք.

Դեմքային ֆունկցիաներ՝

1. $O(x) = 0$,
2. $S(x) = x + 1$,

* Զի բացառվում $n = 0$ դեպքը, որը նշվում է $f()$ տեսքով, և $f()$ կամ որոշված չէ, կամ հավասար է որևէ c հաստատումի:

$$3. \bar{S}(x) = x - 1, \text{ որտեղ } x - y = \begin{cases} x - y, & \text{եթե } x \geq y \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases} :$$

Գործողություններ՝

1. Ոչ էական փոփոխականների ներմուծում

$h(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_k)$ ֆունկցիան ստացվում է $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիայից y_1, \dots, y_k ($k \geq 1$) ոչ էական փոփոխականների ներմուծմամբ, եթե

ա) y_1, \dots, y_k փոփոխականները էական չեն $h(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_k)$ ֆունկցիայի համար,

բ) $f(x_1, \dots, x_n) \simeq h(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_k)$:

2. Կանոնավոր տեղադրություն

$h(y_1, \dots, y_k)$ ֆունկցիան կոչվում է $f(x_1, \dots, x_n)$ և $g_i(y_1, \dots, y_k)$ ($1 \leq i \leq n$) ֆունկցիաների կանոնավոր տեղադրության արդյունք, եթե $h(y_1, \dots, y_k) \simeq f(g_1(y_1, \dots, y_k), \dots, g_n(y_1, \dots, y_k))$:

3. Պարզագույն անդրադարձում

$f(x_1, \dots, x_n, y)$ ֆունկցիան կոչվում է $\alpha(x_1, \dots, x_n)$ և $\beta(x_1, \dots, x_n, y, z)$ ֆունկցիաների պարզագույն անդրադարձման արդյունք, եթե

$$\begin{cases} f(x_1, \dots, x_n, 0) \simeq \alpha(x_1, \dots, x_n) \\ f(x_1, \dots, x_n, y + 1) \simeq \beta(x_1, \dots, x_n, y, f(x_1, \dots, x_n, y)) \end{cases}$$

4. Նվազագույնի որոնում

$\psi(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան կոչվում է $\varphi(x_1, \dots, x_n, y)$ ֆունկցիայի նկատմամբ նվազագույնի որոնման արդյունք (նշանակվում է $\psi(x_1, \dots, x_n) \simeq \mu_y (\varphi(x_1, \dots, x_n, y) = 0)$), եթե բավարարվում են հետևյալ պայմանները.

! $\psi(x_1, \dots, x_n) \Leftrightarrow$ ա) $\exists y \varphi(x_1, \dots, x_n, y) = 0$ և

բ) $\forall t < y !\varphi(x_1, \dots, x_n, t) \neq 0$

և $\psi(x_1, \dots, x_n)$ որպես արժեք ընդունում է հենց այդ y (եթե այն գոյություն ունի):

$f \in \mathcal{F}''$ ֆունկցիան կոչվում է մասմակի կարգընթաց ֆունկցիա (մ.կ.ֆ.), եթե այն հենքայիններից որևէ մեկն է կամ ստացվում է հենքայիններից վերջավոր անգամ կիրառելով 1-4 գործողությունները:

Ամենուրեք որոշված f մ.կ.ֆ. ($N_f'' = N''$) կոչվում է ընդհանուր կարգընթաց ֆունկցիա (ը.կ.ֆ.).

$f \in \mathcal{F}''$ ֆունկցիան կոչվում է պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիա (պ.կ.ֆ.), եթե այն հենքայիններից որևէ մեկն է կամ ստացվում է հենքայիններից վերջավոր անգամ կիրառելով 1-3 գործողությունները:

Օրինակ

Ապացուցենք $f(x, y) = x + y$ ֆունկցիայի պարզագույն կարգընթացությունը:

Քանի որ $\begin{cases} f(x, 0) = x + 0 = x \\ f(x, y + 1) = x + (y + 1) = (x + y) + 1 \end{cases}$ ապա եթե վերցնենք $\alpha(x) = x = \bar{S}(S(x))$ և $\beta(x, y, z) = z + 1$, ապա $f(x, y) = x + y$ ֆունկցիայի պարզագույն կարգընթացությունը հիմնավորվում է հետևյալ եղանակով՝

ա) կիրառելով $\bar{S}(x)$ և $S(x)$ ֆունկիաների նկատմամբ 2 գործողությունը՝ ստանում ենք $\alpha(x)$ -ը,

բ) կիրառելով $S(z) = z + 1$ ֆունկցիայի նկատմամբ 1 գործողությունը, ստանում ենք $\beta(x, y, z)$ -ը

գ) $\alpha(x)$ և $\beta(x, y, z)$ ֆունկիաների նկատմամբ կիրառելով 3 գործողությունը, ստանում ենք $f(x, y) = x + y$:

Խնդիրներ

Ի՞նչ ֆունկցիա է ստացվում α և β ֆունկիաներից պարզագույն անդրադարձման միջոցով:

1. $\alpha(x) = I, \beta(x, y, z) = z \cdot x$

2. $\alpha(x) = 0, \beta(x, y, z) = z + x$

3. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = z + 2x$
4. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = z + 3x$
5. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = c \cdot x$
6. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = z \cdot x^2$
7. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = z \cdot x^3$
8. $\alpha(x) = 2x, \beta(x, y, z) = z - 1$
9. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) = z + 3$
10. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) \approx x^z$
11. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) \approx z^x$
12. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) \approx x^z$
13. $\alpha(x) = 3, \beta(x, y, z) \approx x^y$
14. $\alpha(x) = 2x, \beta(x, y, z) = z - 2$
15. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = x + z$
16. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) = z \cdot x$
17. $\alpha(x) = 0, \beta(x, y, z) = x + 3z$
18. $\alpha(x) = 2, \beta(x, y, z) = z - 4x$
19. $\alpha(x) = 1, \beta(x, y, z) = z^2 + 6x$
20. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) = z + (x - y)$
21. $\alpha(x) = 0, \beta(x, y, z) = (z - x) + y$
22. $\alpha(x) = x, \beta(x, y, z) \approx y^x \cdot z$
23. $\alpha(x) = 0, \beta(x, y, z) = x + y + z$

24.Գտնել $\psi(x) \approx \mu_y \left(7 - \left[\frac{x - y}{3y + 1} \right] = 0 \right)$ որոշման տիրույթը:

25. Գալքել $\psi(10)$, եթե $\psi(x) \approx \mu_y \left(\left(7 - \left[\frac{7y}{2y + 3} \right] \right) - 3 = 0 \right)$:

$$26. \text{ Հաշվել } \psi(0) \text{ և } \psi(9), \text{ եթե } \psi(x) \approx \mu_y \left(5 - \left[\frac{x-y-1}{2y+3} \right] \right) = 0:$$

$$27. \text{ Հաշվել } \psi(10), \text{ եթե } \psi(x) \approx \mu_y \left(\left[\frac{x-y}{5} \right] = 0 \right):$$

$$28. \text{ Հաշվել } \psi(7), \text{ եթե } \psi(x) \approx \mu_y \left(\left[\frac{x}{y-3} \right] = 0 \right):$$

Ապացուցել հետևյալ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը՝

$$29. f(x) = n \ (n \in N)$$

$$30. f(x) = x + n \ (n \in N)$$

$$31. f(x, y) = x + y$$

$$32. f(x, y) = x \cdot y$$

$$33. f(x, y) = x^y \ (0^0 = 1)$$

$$34. f(x) = x! \ (0! = 1)$$

$$35. sg(x) = \begin{cases} 0, & \text{եթե } x = 0 \\ 1, & \text{եթե } x > 0 \end{cases}$$

$$36. \overline{sg}(x) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x = 0 \\ 0, & \text{եթե } x > 0 \end{cases}$$

$$37. x \div y = \begin{cases} x - y, & \text{եթե } x \geq y \\ 0, & \text{եթե } x < y \end{cases}$$

$$38. f(x, y) = |x - y|$$

$$39. f(x, y) = \max(x, y)$$

$$40. f(x, y) = \min(x, y)$$

Ապացուցել հետևյալ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը՝ օգտագործելով $g(x_1, \dots, x_n, x_{n+1})$, $\alpha(y_1, \dots, y_m)$ և $\beta(y_1, \dots, y_m)$ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը.

$$41. f(x_1, \dots, x_n, y, z) = \begin{cases} \sum_{i=y}^z g(x_1, \dots, x_n, i), & \text{եթե } y \leq z \\ 0, & \text{եթե } y > z \end{cases}$$

$$42. f(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) = \begin{cases} \sum_{i=\alpha(y_1, \dots, y_m)}^{\beta(y_1, \dots, y_m)} g(x_1, \dots, x_n, i), & \text{եթե} \\ & \alpha(y_1, \dots, y_m) \leq \beta(y_1, \dots, y_m) \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

$$43. f(x_1, \dots, x_n, y, z) = \begin{cases} \prod_{i=y}^z g(x_1, \dots, x_n, i), & \text{եթե } y \leq z \\ 0, & \text{եթե } y > z \end{cases}$$

$$44. f(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m) = \begin{cases} \prod_{i=\alpha(y_1, \dots, y_m)}^{\beta(y_1, \dots, y_m)} g(x_1, \dots, x_n, i), & \text{եթե} \\ & \alpha(y_1, \dots, y_m) \leq \beta(y_1, \dots, y_m) \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

45. Կասենք, որ $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան ստացվում է $g(x_1, \dots, x_n, y)$ և $h(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիաներից սահմանափակ նվազագույնի որոնման գործողությամբ, եթե $\mu_y(g(x_1, \dots, x_n, y) = 0)$ որոշված է բոլոր x_1, \dots, x_n համար և չի գերազանցում $h(x_1, \dots, x_n)$: Ապացուցել, որ եթե $f(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան ստացվում է $g(x_1, \dots, x_n, y)$ և $h(x_1, \dots, x_n)$ պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիաներից սահմանափակ նվազագույնի որոնման գործողությամբ, ապա այն պարզագույն կարգընթաց է:

46. Դիցուք h_1, \dots, h_m այնպիսի ֆունկցիաներ են, որ կամայական x_1, x_2, \dots, x_n բնական թվերի համար նրանցից մեկը և միայն մեկն է հա-

վասարվում 0 : Ապացուցել, որ եթե g_1, \dots, g_m և h_1, \dots, h_m ֆունկցիաները պարզագույն կարգընթաց են, ապա

$$f(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} g_1(x_1, \dots, x_n), & \text{եթե } h_i(x_1, \dots, x_n) = 0 \\ \dots \\ g_m(x_1, \dots, x_n), & \text{եթե } h_i(x_1, \dots, x_n) = 0 \end{cases}$$

ֆունկցիան պարզագույն կարգընթաց է:

47. Ապացուցել, որ պարզագույն (նաև ակի, ընդհանուր) կարգընթաց ֆունկցիաների դասը չի փոխվի, եթե $\bar{S}(x)$ հիմքային ֆունկցիայի փոխարեն վերցնել $I_m^n(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_m$ ($1 \leq m \leq n$) ֆունկցիան և չօգտագործել ոչ եական փոփոխականների ներմուծման գործողությունը:

Ապացուցել հետևյալ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը՝

$$48. f(x, y) = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad x - \text{ը } y - \text{ի վրա բաժանելիս ստացվող քանորդը}$$

$$\left(\begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} = x \right)$$

49. $f(x, y) = rm(x, y)$ x -ը y -ի վրա բաժանելիս ստացվող մնացորդը ($rm(x, 0) = x$)

50. $\tau(x) = \langle\langle x \rangle\rangle$ թվի բաժանարարների քանակին» ($\tau(0) = 0$)

51. $\sigma(x) = \langle\langle x \rangle\rangle$ թվի բաժանարարների գումարին» ($\sigma(0) = 0$)

52. $lh(x) = \langle\langle x \rangle\rangle$ թվի պարզ բաժանարարների քանակին» ($lh(0) = 0$)

53. $\pi(x) = \langle\langle x \rangle\rangle$ թիվը չգերազանցող պարզ թվերի քանակին»

54. $h(x, y) = \langle\langle x \rangle\rangle$ և y թվերի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատճեկին» ($h(x, 0) = h(0, y) = 0$)

55. $d(x, y) = \langle\langle x \rangle\rangle$ և y թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարին» ($d(0, 0) = 0$)

56. $p(x) = \langle\langle x \rangle\rangle$ պարզ թվին» ($p(0) = 2, p(1) = 3, p(2) = 5, \dots$)

57. $\text{long}(x) = \langle\langle x \rangle\rangle$ բվի ամենամեծ պարզ բաժանադրի համարին»

58. $\text{ex}(x, y) = \langle\langle \text{պարզ } \text{արտադրիչների } \text{տեսքով } y \text{ բվի } \text{վերլուծության } \text{մեջ } x \text{-ոդ } \text{պարզ } \text{բվի } \text{աստիճանի } \text{ցուցիչին } \rangle\rangle$ ($\text{ex}(x, 0) = 0$)

59. $f(x, y) = \left[\sqrt[y]{x} \right] \left[\sqrt[x]{y} \right] = x$

60. $f(x, y) = \left[C_y^x \right] (C_y^x = 1, \text{ եթե } y \leq x)$

61. $f(x) = [e \cdot x]$

62. $f(x) = [e^x]$

63. $f(x) = x!!$ (x -ը չգերազանցող բոլոր դրական զույգ/կենտ թվերի արտադրյալին, եթե x -ը զույգ/կենտ է:)

64. Դիցուք $v_1(x), \dots, v_s(x)$ ամենուրեք որոշված թվաբանական ֆունկցիաներ են, որոնք կամայական x -ի համար բավարարում են $v_i(x+1) \leq x$ ($i = 1, \dots, s$) պայմաններին: Կասենք, որ $f(x_1, \dots, x_{n+1})$ ֆունկցիան ստացվում է $g(x_1, \dots, x_n), h(x_1, \dots, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+s+1})$ և $v_1(x), \dots, v_s(x)$ ֆունկցիաներից ընդհանուր անդրադարձում գործողությամբ, եթե x_1, \dots, x_n, y փոփոխականների բոլոր արժեքների համար տեղի ունեն հետևյալ հավասարությունները՝

$$f(x_1, \dots, x_n, 0) \simeq g(x_1, \dots, x_n),$$

$$f(x_1, \dots, x_n, y+1) \simeq h(x_1, \dots, x_n, y, f(x_1, \dots, x_n, v_1(y+1))), \dots,$$

$$f(x_1, \dots, x_n, v_s(y+1)):$$

Ապացուցել, որ եթե $f(x_1, \dots, x_{n+1})$ ֆունկցիան ստացվում է $g(x_1, \dots, x_n), h(x_1, \dots, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+k+1}), v_1(x), \dots, v_s(x)$ պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիաներից ընդհանուր անդրադարձում գործողությամբ, ապա այն պարզագույն կարգընթաց է:

Ապացուցել հետևյալ առնչություններով տրվող ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը՝

65. $f(0) = 0, f(1) = 1, f(n+2) = f(n) + f(n+1)$

66. $f(0) = 0, f(1) = 1, f(n+2) = 2f(n) + f(n+1)$

$$67. f(0) = 0, f(1) = 1, f(n+2) = 2f(n) + (3f(n+1) - I)$$

$$68. f(0) = 2, f(1) = 4, f(n+2) = 3f(n+1) - (2f(n) + I)$$

$$69. f(0) = 2, f(1) = 3, f(n+2) = 4f(n+1) - (f(n) + I)$$

$$70. f(0) = 2, f(1) = 3, f(n+2) = 4f(n+1) - (f(n) + I)$$

$$71. f(0) = 1, f(1) = 1, f(n+2) = 3f(n+1) - (f(n) + 4)$$

$$72. f(0) = 2, f(1) = 3, f(n+2) = f(n+1) \cdot (f(n) + I)$$

$$73. f(0) = 2, f(1) = 3, f(n+2) = f(n+1) \cdot (f(n) + I)$$

$$74. f(0) = 3, f(1) = 4, f(n+2) = 3f(n+1)^{f(n)}$$

$$75. f(0) = 0, f(1) = 2, f(n+2) = (f(n+1) - I) \cdot f(n)$$

76. Եյլերի ֆունկցիան, որը հավասար է x -ը չգերազանցող և x -ի հետ փոխադարձաբար պարզ թվերի քանակին:

77. Ապացուցել, որ յուրաքանչյուր ամենուրեք որոշված ֆունկցիա, որի արժեքը հավասար է a : բացառությամբ վերջավոր թվով կետերում, պարզագույն կարգընթաց է:

78. Դիցուք $f(x)$ և $g(x)$ ֆունկցիաները որոշված են հետևյալ ձևով՝

$$\begin{cases} f(0) = a, g(0) = b \\ f(x+I) = h_1(x, f(x), g(x)) : \\ g(x+I) = h_2(x, f(x), g(x)) \end{cases}$$

Ապացուցել $f(x)$ և $g(x)$ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը, եթե $h_1(x, y, z)$ և $h_2(x, y, z)$ ֆունկցիաները պարզագույն կարգընթաց են:

79. Ապացուցել, որ յուրաքանչյուր պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիա ընդհանուր կարգընթաց է:

80. Ապացուցել, որ տեղադրության և պարզագույն անդրադարձման գործողությունները փակ են ընդհանուր կարգընթաց ֆունկցիաների դասի նկատմամբ:

81. Ապացուցել, որ եթե պարզագույն կարգընթաց (ընդհանուր կարգընթաց, մասնակի կարգընթաց) ֆունկցիաների արժեքները փոխել վերջավոր թվով կետերում, ապա ստացվող ֆունկցիան ևս կլինի պարզագույն կարգընթաց (ընդհանուր կարգընթաց, մասնակի կարգընթաց):

Ապացուցել ինտևալ Φ_{01} կայանարդության պարզագույն կարգընթացությունը՝

82. $f(x) = «x - \text{ի գույգ բաժանարարների քանակին} »$
83. $f(x) = «x - \text{ի կենտ բաժանարարների քանակին} »$
84. $f(x) = «x - \text{ի պարզ բաժանարարների քանակին} »$
85. $f(x) = «x - \text{ը չգերազանցող գույգ թվերի քանակին} »$
86. $f(x) = «x - \text{ը չգերազանցող կենտ թվերի քանակին} »$
87. $f(x) = «x - \text{ը չգերազանցող պարզ թվերի քանակին} »$
88. $f(x, y) = «x - \text{ի և } y - \text{ի ընդհանուր պարզ բաժանարարների քանակին} »$
89. $f(x) = «x - \text{ը չգերազանցող կենտ թվերի գումարին} »$
90. $f(x) = «x - \text{ը չգերազանցող գույգ թվերի գումարին} »$
91. $f(x) = «x - \text{ի պարզ բաժանարարների գումարին} »$
92. $f(x) = «x - \text{ը չգերազանցող պարզ թվերի գումարին} »$
93. $f(x, y) = «x - \text{ի և } y - \text{ի ընդհանուր բաժանարարների գումարին} »$
94. $f(x, y) = «x - \text{ի և } y - \text{ի ընդհանուր պարզ բաժանարարների գումարին} »$
95. $f(x, y) = «y - \text{ից ոչ փոքր և } 5x - \text{ը չգերազանցող կատարյալ թվերի գումարին} »$
96. $f(x, y) = «x - \text{ի և } y - \text{ի ընդհանուր բաժանարարների արտադրյալին} »$
97. $f(x) = «x - \text{ից փոքր պարզ թվերի արտադրյալին} »$
98. $f(x, y) = «x - \text{ից ոչ փոքր և } 3y - \text{ը չգերազանցող կատարյալ թվերի գումարին} »$
99. $f(x, y) = «x - \text{ից մեծ և } 2y - \text{ը չգերազանցող պարզ թվերի արտադրյալին} »$
100. $f(x) = «x - \text{ը չգերազանցող պարզ երկվորյակների քանակին} »$

$$101. \quad f(x) = \left[\frac{x}{\lceil \log_2 x \rceil} \right]$$

$$102. \quad f(x, y) = (x!)^y$$

$$103. \quad \max(x_1, \dots, x_n)$$

$$104. \quad f(x, y, z) = |x - |y - z||$$

105. $f(x) = \langle x \rangle$ -ի այն բաժանարարների քանակին, որոնք բաժանվում են 3 վրա առանց մնացորդի»

$$106. \quad f(x, y) = \begin{cases} y, & \text{եթե } x \leq y \text{ փոխադարձաբար պարզ են} \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

$$107. \quad f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{եթե } x \geq y \text{ և գոյություն ունի այնպիսի } i \\ & \text{թիվ, որ } y = 2^i \\ x - y, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

$$108. \quad f(x) = \begin{cases} 5, & \text{եթե } rm(x, 3) = 0 \\ 4, & \text{եթե } rm(x, 3) \neq 0 \text{ և } rm(x, 5) = 0 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

109. $f(x, y) = \langle x \rangle$ -ի և y -ի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարի և ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկի արտադրյալին»

$$110. \quad f(x, y, z) = \begin{cases} x, & \text{եթե } y + z = x \\ y, & \text{եթե } x + z = y \\ z, & \text{եթե } x + y = z \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

111. $f(x) = \langle x \rangle$ փոքր նրա բոլոր կատարյալ բաժանարարների գումարին»

112. $f(x) = \langle x \rangle$ փոքր նրա բոլոր կատարյալ թվերի քանակին, որոնք բաժանվում են 3 -ի վրա»

$$113. f(x, y) = \left[\sqrt[y]{\log_2 x} \right]$$

114. $f(x) = «x\text{-ից փոքր բոլոր այն թվերի քանակին, որոնք բաժանվում են }7\text{-ի վրա և գույգ չեն»}$

115. $f(x, y) = \begin{cases} x, & \text{եթե } x > 10 \text{ և } rm(x, y) = 2 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

116. $f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{եթե } x \text{ բաժանելիս } y \text{ ստացվող} \\ & \text{մնացորդը պարզ թիվ } t \\ 0, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

117. $f(x) = \begin{cases} x, & \text{եթե } x \text{ գույգ է և որևէ թվի խորանարդ } t \\ 0, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

118. $f(x, y) = \begin{cases} x, & \text{եթե } \alpha \text{ գոյություն ունի } y \text{ այնպիսի } \alpha \text{ պարզ} \\ & \text{թիվ, որ } x = a^2 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

119. $f(x, y) = \begin{cases} x, & \text{եթե } y \text{ պարզ } t \\ y, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

120. $f(x) = \begin{cases} x, & \text{եթե } x \text{ բաժանվում } 7 \text{ և } \xi \text{ բաժանվում } 4 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

121. $f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x \text{ պարզ բաժանարարների քանակը} \\ & \text{հավասար } t \text{ կատարյալ բաժանարարների} \\ & \text{քանակին} \\ 0, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

122. $f(x) = \begin{cases} 5^x, & \text{եթե } rm(x, 3) = 0 \\ 2x, & \text{եթե } rm(x, 3) = 1 \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

123. $f(x, y) = \begin{cases} 2x + 3y, & \text{եթե } x \leq y \text{ և } rm(y, 3) = 2 \\ 8x - y, & \text{եթե } x > y \text{ և } rm(y, 3) = 0 \\ x, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

124. $f(x, y) = \begin{cases} x^2 + 3y, & \text{եթե } x \leq y \text{ փոխադարձաբար պարզ են} \\ x - y, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

125. $f(x, y) = \begin{cases} x^3 - y, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y < x \\ x^2, & \text{եթե } y > x \\ 5, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

126. $f(x, y) = \begin{cases} 2^x, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y \leq x \\ 3^y, & \text{եթե } x \leq y \text{ և } y \text{ զույգ} \\ 0, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

127. $f(x, y) = \begin{cases} x - y, & \text{եթե } x > y \text{ և } y \text{ զույգ է} \\ 2x + 3, & \text{եթե } x = y \\ 4, & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

128. $f(x, y) = \begin{cases} C(x, y), & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y = 2 \\ 5, & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

129. $f(x, y) = \begin{cases} 2x, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y \leq x \\ x + y, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

Ապացուցել հետևյալ ֆունկցիաների մասնակի կարգընթացությունը՝

130. $f(x, y) = \begin{cases} x - y, & \text{եթե } x \geq y \\ \text{անորոշ}, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

131. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{y}, & \text{եթե } x - զ բաժանվում է y - ի վրա} \\ \text{անորոշ}, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

132. $f(x)$ -ը ամենուրեք անորոշ ֆունկցիա է

$$133. f(x) = x \text{ -րդ պարզ երկվորյակներից առաջինին}$$

$$\begin{cases} 3y - 1, \text{ եթե } rm(x, 4) = 3 \text{ և } y > 4 \\ \end{cases}$$

$$134. f(x, y) = \begin{cases} 10x, \text{ եթե } rm(x, 4) = 1 \text{ և } y = 2 \\ \end{cases}$$

անորոշ, մնացած դեպքերում

x , եթե x -ի գույգ բաժանարարների քանակը

հավասարէ y -ի կենտ բաժանարարների
քանակին

անորոշ, հակառակ դեպքերում

8 , եթե x չգերազանցող կենտ թվերի գումարը

հավասարէ y չգերազանցող գույգ թվերի
գումարին

անորոշ, հակառակ դեպքերում

$$137. f(x, y, z) = \begin{cases} z, \text{ եթե } z = x^y \text{ և } z \text{ զույգ է} \\ \end{cases}$$

անորոշ, հակառակ դեպքերում

2 , եթե x և y թվերի բաժանարարների քանակները

հավասար են

անորոշ, հակառակ դեպքերում

$$139. f(x) = \begin{cases} 2, \text{ եթե } \text{գոյություն ունի } k \text{ բնական թիվ, որ } x = 3^k \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

1 , եթե x պարզ է և $x \neq 2$

$$140. f(x, y) = \begin{cases} 0, \text{ եթե } x \text{ զույգ է} \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

2 , եթե $rm(x, 3) = 0$

$$141. f(x) = \begin{cases} 3, \text{ եթե } rm(x, 3) = 1 \\ \text{անորոշ, եթե } rm(x, 3) = 2 \end{cases}$$

3 , եթե $rm(x, 3) = 1$

$$142. f(x) = \begin{cases} 2, \text{ եթե } \text{գոյություն ունի } k \text{ բնական թիվ, որ } x = 2^k \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

143. $f(x, y) = \begin{cases} 2, & \text{եթե } x = 0 \text{ և } y = 2 \\ 1, & \text{եթե } x = 1 \text{ և } y = 3 \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$
144. $f(x) = \begin{cases} 5, & \text{եթե } rm(x, 4) = 0 \\ 2, & \text{եթե } rm(x, 4) = 1 \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$
145. $f(x, y) = \begin{cases} 5^x, & \text{եթե } x \text{ կատարյալ է և } y \geq x \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
146. $f(x, y) = \begin{cases} 3, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y \geq x + 3 \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
147. $f(x, y) = \begin{cases} 7y, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y = 7 \\ 5 - x, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y = 3 \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$
148. $f(x, y) = \begin{cases} 5y, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y \text{ կատարյալ} \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
149. $f(x, y) = \begin{cases} x - 2^y, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y < 3x \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
150. $f(x, y) = \begin{cases} 7, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y = 2 \\ x + y, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y = 7 \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$
151. $f(x, y) = \begin{cases} x + 2^y, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } x \leq 5y \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$
152. $f(x, y) = \begin{cases} x + 2y, & \text{եթե } x \text{ կենտ է և } rm(y, 4) = 3 \\ x - y, & \text{եթե } x \text{ կենտ է և } rm(y, 4) = 0 \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

$$153. f(x, y) = \begin{cases} |x - 2y|, & \text{եթե } y \text{ կատարյալ է} \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$154. f(x, y) = \begin{cases} 2, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y = 3 \\ 3, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y = 5 \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

$$155. f(x, y) = \begin{cases} x + 2, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y \text{ զույգ} \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$156. f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } \text{գոյություն ունի } k, \text{ որ } x = k^y \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$157. f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x \text{ և } y \text{ թվերի առավելագույն բաժանա-} \\ & \text{րարները հավասար են} \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$158. f(x, y) = \begin{cases} 2xy, & \text{եթե } x \text{ բաժանվում է } 6 \text{ վրա և } y \text{ չի} \\ & \text{բաժանվում } 2^x \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$159. f(x, y) = \begin{cases} 2, & \text{եթե } x \geq 7y \text{ և } y \text{ պարզ է} \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

$$160. f(x, y) = \begin{cases} x - y, & \text{եթե } x > y \\ y - x, & \text{եթե } x < y \\ \text{անորոշ,} & \text{եթե } x = y \end{cases}$$

$$161. f(x, y) = \begin{cases} x + y^3, & \text{եթե } x \geq 3 \text{ և } y \text{ կենտ է} \\ x - y, & \text{եթե } x < 3 \text{ և } y \text{ զույգ է} \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$$

$$162. f(x, y) = \begin{cases} x^y, & \text{եթե } x \text{ կենտ է և } y \text{ զույգ} \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$$

163. $f(x, y) = \begin{cases} x + y^2, & \text{եթե } x \text{ կենտէև } y \text{ կենտ} \\ x \cdot y, & \text{եթե } x \text{ կենտէև } y \text{ զույգ} \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

164. $f(x, y) = \begin{cases} x + y + 5, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y > 5 \\ x - y, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y \leq 5 \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

165. $f(x, y) = \begin{cases} x + 5, & \text{եթե } x \text{ կենտէև } y = 3 \\ x + y, & \text{եթե } x \text{ կենտէև } y = 6 \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

166. $f(x, y) = \begin{cases} 2, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y > 3x \\ 10x, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y \leq 3x \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

167. $f(x, y) = \begin{cases} 2 + 3y, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y \geq 7 \\ 3 + 2x, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y < 7 \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

168. $f(x, y) = \begin{cases} x + 2^y, & \text{եթե } x = 3 \text{ և } y \text{ պարզ չէ} \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

169. $f(x) = \begin{cases} 2, & \text{եթե } rm(x, y) = 0 \\ 3, & \text{եթե } rm(x, y) = 1 \\ \text{անորոշ,} & \text{մնացած դեպքերում} \end{cases}$

170. $f(x, y) = \begin{cases} 2, & \text{եթե } x = 3^y \\ \text{անորոշ} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

171. $f(x, y) = \begin{cases} 2, & \text{եթե } x < 2^y \\ 1, & \text{եթե } x > 2^y \\ \text{անորոշ,} & \text{եթե } x = 2^y \end{cases}$

172. $f(x, y) = \begin{cases} 3, & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y \text{ կենտ} \\ \text{անորոշ,} & \text{հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

173. $f(x, y) = \begin{cases} x \cdot y^s, & \text{եթե } x \text{ պարզ է և } y \text{ պարզ չէ} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

174. $f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{եթե } x \text{ որևէ թվի ֆակտորիալ է} \\ y \text{ կատարյալ} \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

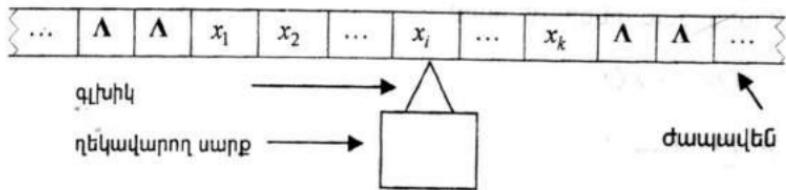
175. $f(x, y) = \begin{cases} z, & \text{եթե } z^y = x \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքերում} \end{cases}$

176. $f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x \text{ պարզ է} \\ 2, & \text{եթե } x \text{ կատարյալ է} \\ \text{անորոշ, մնացած դեպքերում} \end{cases}$

177. $f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{եթե } x = 2^y \text{ և } y = 3^x \\ \text{անորոշ, հակառակ դեպքում} \end{cases}$

2. ԹՅՈՒՐԻՆԳԻ ՄԵՔԵՆԱՍԵՐ

Թյուրինգի մեքենայի բաղադրիչներն են՝ ժապավենը, գրող-կարդացող գլխիկը և դեկավարող սարքը.



Թյուրինգի մեքենան աշխատում է ժամանակի առանձին $t=0, 1, 2, \dots$ պահերին: Ժապավենը աջից և ձախից անվերջածիք է: Այն բաժանված է բջիջների, որոնցից յուրաքանչյուրում ժամանակի ցանկացած պահին գրված է ճիշտ մեկ նիշ $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ($n \geq 1$) մուտքի-ելքի այբուբենից: A - ում առանձնացված է դատարկ նիշը՝ Λ : Ժամանակի յուրաքանչյուրը պահին ժապավենի վերջավոր թվով բջիջներից բացի, մնացած բջիջներում գրված է Λ : Λ պարունակող բջիջներն անվանենք դատարկ:

Գրող-կարդացող գլխիկը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին դիտարկում է մեկ բջջ, կարդում այդ բջջում գրված նիշը, նրա փոխարեն գրում որևէ նիշ A - ից (հնարավոր է՝ նույն կարդացած նիշը):

Դեկավարող սարքը ժամանակի յուրաքանչյուր պահին գտնվում է վիճակների $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_{r-1}, p_1, \dots, p_m\}$ ($r, m \geq 1$). Վերջավոր բազմությունից որևէ մեկում: q_0 վիճակն առանձնացված է Q բազմությունում և կոչվում է սկզբնական վիճակ: Ենթադրվում է, որ Թյուրինգի մեքենան սկսում է իր աշխատանքը ժամանակի սկզբնական՝ $t = 0$ պահին, գտնվելով սկզբնական՝ q_0 վիճակում: $\bar{Q} = \{q_0, q_1, \dots, q_{r-1}\} \subset Q$ բազմության տարրերը կոչվում են գործող վիճակներ, $P = \{p_1, \dots, p_m\} \subset Q$ բազմության տարրերը՝ եզրափակիչ վիճակներ: Դամարում ենք, որ հայտնվելով որևէ եզրափակիչ վիճակում, Թյուրինգի մեքենան ավարտում է աշխատանքը (կանգ է առնում): Դեկավարող սարքը, ելնելով իր վիճակից և գլխիկի կողմից դիտարկվող նիշից, կարող է՝

ա) փոխել իր վիճակը;

բ) փոխել դիտարկվող նիշը;

գ) փոխել գլխիկի դիրքը, հաջորդ պահին տեղափոխելով այս հարկան աջ կամ ձախ բջջներ, կամ թողնել տեղում (այսինքն հաջորդ պահին գլխիկը կդիտարկի այդ պահին իր կողմից գրված նիշը):

Նշված գործողությունները բնութագրվում են համապատասխանաբար 3 արտապատկերումներով.

$$\lambda : \bar{Q} \times A \rightarrow Q$$

$$\delta : \bar{Q} \times A \rightarrow A$$

$$\nu : \bar{Q} \times A \rightarrow \{\text{Ա, Զ, Տ}\}$$

Սահմանում Համարակալա բայց այս համարակալա ամենահայտնի արտապատկերումները են $T_{q_0} = < A, Q, \lambda, \delta, \nu >$ հնգայակը, որտեղ A, Q բազմությունները և λ, δ, ν արտապատկերումները նկարագրված են վերևում, կոչվում է Թյուրինգի մեքենա:

Նկարագրենք Թյուրինգի մեքենայի աշխատանքի ընթացքը ժամանակի $t, (t+1)$ - ը պահերին ($t \geq 0$):

Ենթադրենք, t – ըստ պահին Թյուրինգի մեքենան գտնվում է $q(t)$ ($q(0) = q_0$) վիճակում, իսկ գրող-կարդացող գլխիկը դիտարկում է x նիշը:

ա) Եթե $q(t) \in P$, ապա Թյուրինգի մեքենայի աշխատանքն ավարտվում է:

բ) Եթե $q(t) \in \bar{Q}$, ապա դիտարկվող բջջում x նիշի փոխարեն գրվում է $\delta(q(t), x)$ նիշը, $(t+1)$ – ըստ պահին ղեկավարող սարքի վիճակը՝ $q(t+1) = \lambda(q(t), x)$, իսկ գրող-կարդացող գլխիկը դիտարկում է նույն բջիջը, եթե $\nu(q(t), x) = S$, հարևան աջ բջիջը, եթե $\nu(q(t), x) = U$ և հարևան ձախ բջիջը, եթե $\nu(q(t), x) = Q$:

Անհրաժեշտ է շեշտել, որ աշխատանքի և սկզբում, և վերջում, եթե աշխատանքն ավարտվել է, Թյուրինգի մեքենայի գլխիկը պետք է գտնվի առաջին ոչ դատարկ բջջի վրա:

Թյուրինգի մեքենայի տրման եղանակները

Թյուրինգի մեքենաները կարելի են նկարագրել երկու եղանակով՝ այսուսակային և ուրվապատկերային:

Այսուսակային Եղանակով Ներկայացման Դեպքում
 $T_{q_0} = \langle A, Q, \lambda, \delta, \nu \rangle$ Թյուրինգի մեքենան, որտեղ՝

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, Q = \{q_0, q_1, \dots, q_{r-1}, p_1, \dots, p_m\}.$$

$$\lambda : \bar{Q} \times A \rightarrow Q,$$

$$\delta : \bar{Q} \times A \rightarrow A,$$

$$\nu : \bar{Q} \times A \rightarrow \{U, Q, S\},$$

տրվում է հետևյալ $r \times n$ չափանի այսուսակի միջոցով.

	a_1	...	a_j	...	a_n
q_0					
\vdots					
q_i			$\lambda(q_i, a_j), \delta(q_i, a_j), \nu(q_i, a_j)$		
\vdots					
q_{r-1}					

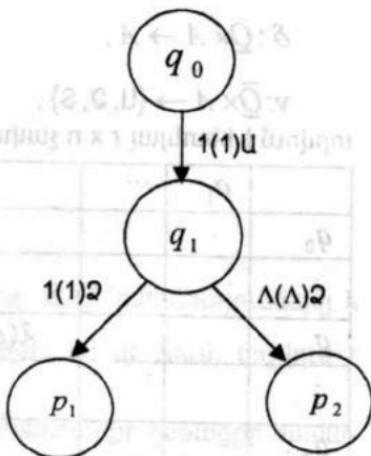
$T_{q_0} = \langle A, Q, \lambda, \delta, \nu \rangle$ Թյուրինգի մեքենայի ուրվապատկերային
 եղանակով ներկայացման դեպքում Q բազմության յուրաքանչյուր է
 վիճակին համապատասխանեցվում է գագաթ – շրջանակ, որի ներսում
 գրվում է և նիշը: Յուրաքանչյուր i - ի համար ($0 \leq i \leq r-1$), q_i - ին
 համապատասխանող շրջանակից դուրս են գալիս $|A|$ հատ աղեղներ,
 որոնցից յուրաքանչյուրի վրա նշվում է A բազմության համապատաս-
 խան a_j ($1 \leq j \leq n$) նիշը: q_i - ին համապատասխան գագաթից դուրս
 եկող և a_j նիշով նշված աղեղը ուղղվում է դեպի $\lambda(q_i, a_j)$ -ին համա-
 պատասխան գագաթը, և այդ աղեղի վրա a_j նիշից հետո փակագծե-
 րում գրվում է $\delta(q_i, a_j)$ նիշը և ապա $\nu(q_i, a_j)$ նիշը: Ակնհայտ է, որ
 այս կերպ կառուցված ուրվապատկերը միարժեքորեն նկարագրում է
 Թյուրինգի մեքենան:

Դիտարկենք Թյուրինգի մեքենայի ուրվապատկերային եղանակով
 ներկայացման մի օրինակ: Դիցուք, Թյուրինգի մեքենան, սկսելով աշ-
 խատանքը 1-երից կազմված կամայական $n+1$ երկարության բառի
 վրա, պարզապես ստուգում է՝ $n=0$, թե ոչ, բառը թողնելով անփոփոխ: Ընդ
 որում՝ աշխատանքն ավարտում է այդ բառի ամենաձախ նիշի վրա
 կանգնելով, $n=0$ դեպքում p_1 եզրափակիչ վիճակում, իսկ $n>0$
 դեպքում՝ p_2 եզրափակիչ վիճակում:

Այս Թյուրինգի մեքենայի ուրվապատ-
 կերը ներկայացված է գծագրում:

Քանի որ Թյուրինգի մեքենաները
 ձևափոխում են իրենց ժապավենի բջիջ-
 ներում գրված բառերը, ապա դրանց
 միջոցով թվաբանական ֆունկցիաներ
 հաշվելու համար ներկայացնենք ֆունկ-
 ցիայի փոփոխականների արժեքների
 հավաքածուն բառի տեսքով որոշակի այ-
 բուրենում:

$$\forall \alpha, (\alpha_i \in N, 1 \leq i \leq n, n \geq 1)$$



համար $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ հավաքածուի մեքենայական կող (կամ պարզապես կող) կանվանենք $\underbrace{1 \dots 1}_{\alpha_1+1} * \underbrace{1 \dots 1}_{\alpha_2+1} * \dots * \underbrace{1 \dots 1}_{\alpha_n+1}$ բառը, որը

կնշանակենք $k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ -ով: Մասնավորապես, $\underbrace{1 \dots 1}_{\alpha+1}$ բառը α

թվի կողն է:

անձգըն դրսության բայցար մարդկան յանուած զնուածաւ:

Սահմանում

Կասենք, որ T Թյուրինգի մեքենան հաշվում է $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ թվաբանական ֆունկցիան, եթե $\forall (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ հավաքածուի համար ($\alpha_i \in N, 1 \leq i \leq n$), սկսելով աշխատանքը $k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ բառի վրա, ա) վերջավոր քայլերից հետո ավարտում է այն, պարունակելով ժապավենի վրա $k(f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n))$ բառը, եթե $f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ որոշված է, և բ) կիրառելի չէ $k(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ բառի վրա (այսինքն, աշխատում է անվերջ՝ հակառակ դեպքում):

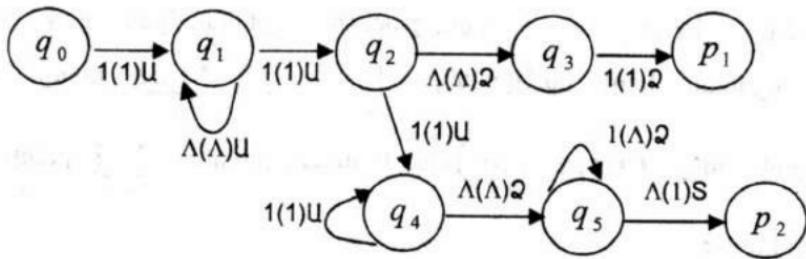
Սահմանում

Կասենք, որ $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ թվաբանական ֆունկցիան հաշվարկելի է ըստ Թյուրինգի, եթե գոյություն ունի T Թյուրինգի մեքենա, որը այն հաշվում է:

Ապառուցենք մի քանի ֆունկցիաների հաշվելիությունը ըստ Թյուրինգի:

$$1. \left[\frac{1}{x} \right] = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x = 1 \\ 0, & \text{եթե } x \geq 2 \\ \text{որոշված չէ,} & \text{եթե } x = 0 \end{cases}$$

Կառուցենք այս ֆունկցիան հաշվող Թյուրինգի մեքենա ուրվապատկերի միջոցով.

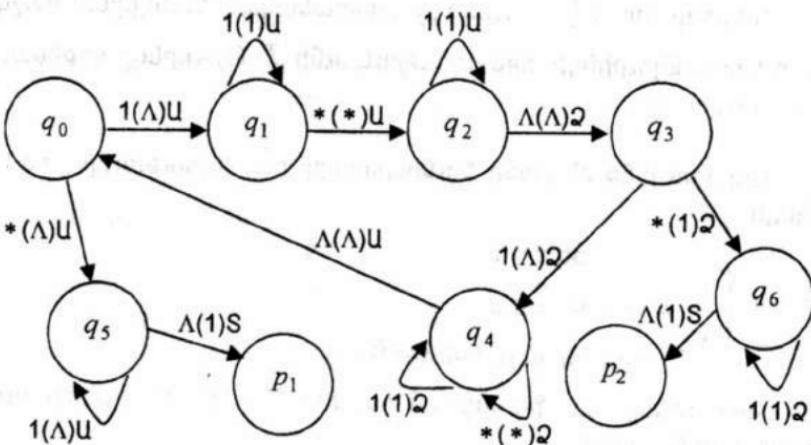


2. Կառուցենք հետևյալ ֆունկցիան հաշվող թյուրինգի մեքենա.

$$x - y = \begin{cases} 0, & \text{եթե } x < y \\ x - y, & \text{եթե } x \geq y \end{cases}$$

Մեքենան սկզբնական պահին դիտարկում է ժապավենի վրա գրված $\frac{1 \dots 1 * 1 \dots 1}{x+1 \quad y+1}$ բառը, ընդ որում մեքենայի գլխիկը գտնվում է q_0

սկզբնական վիճակում և դիտարկում է ժապավենի վրա գրված բառի ամենածախ 1 նիշը: Թյուրինգի մեքենայի աշխատանքը կազմակերպենք հետևյալ կերպ. այն «ջնջում է» մեկական նիշ տրված բառի յուրաքանչյուր ծայրից, աստիճանաբար նվազեցնելով $x - n$ ու $y - n$: Եթե սկզբում վերջանում են ծախակողմյան 1 - երը, ապա ժապավենի վրա ամեն ինչ «ջնջվում է», գրվում է 1, և աշխատանքն ավարտվում է: Դակառակ դեպքում ժապավենի վրա մնում են $x - y - 1$ հատ 1 - եր և * - ը, որոնք մեքենան ծևափոխում են $x - y$ - ի կողի և կանգ առնում: Այս մեքենայի ուրվապատկերը ներկայացնենք ստորև.



ԽԱՆԴԻՐՄԵՐ

Կառուցել հետևյալ թվաբանական ֆունկցիան հաշվող Թյուրինգի մեքենա.

$$1. f(x, y) = x + y$$

$$2. f(x) = \frac{1}{x}$$

$$3. f(x) = \left[\frac{x}{2} \right]$$

$$4. f(x) = \frac{x}{2}$$

$$5. f(x) = \left[\frac{x}{3} \right]$$

$$6. f(x) = \frac{x}{3}$$

$$7. f(x) = rm(x, 2)$$

$$8. f(x) = rm(x, 3)$$

$$9. f(x, y) = x - y$$

$$10. f(x, y) = x \cdot y$$

$$11. f(x, y) = rm(x, y)$$

$$12. f(x, y) = \frac{x}{y}$$

$$13. f(x) = x + 5$$

$$14. f(x, y) = x + y + 5$$

$$15. f(x) = x - 4$$

$$16. f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{եթե } x \geq 3 \\ x - 1, & \text{եթե } x < 3 \end{cases}$$

$$17. f(x,y) = \begin{cases} x+y, & \text{Եթե } x \geq 2 \\ x, & \text{Եթե } x < 2 \end{cases}$$

$$18. f(x,y) = \begin{cases} x+y+2, & \text{Եթե } x \geq 3 \\ y, & \text{Եթե } x < 3 \end{cases}$$

$$19. f(x,y) = \begin{cases} x+y+1, & \text{Եթե } x \geq 2 \text{ և } y > 1 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$20. f(x) = \begin{cases} x+3, & \text{Եթե } rm(x,2)=0 \text{ և } rm(x,3) \neq 0 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$21. f(x,y) = \begin{cases} x+y, & \text{Եթե } rm(x,2)=0 \text{ և } rm(x,3)=1 \\ 1, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$22. f(x,y) = \begin{cases} x, & \text{Եթե } x \text{ զույգ է և } rm(y,3)=0 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$23. f(x,y) = \begin{cases} x, & \text{Եթե } x \geq y \\ y, & \text{Եթե } x < y \end{cases}$$

$$24. f(x) = \begin{cases} x+3, & \text{Եթե } x \leq 2 \\ x-1, & \text{Եթե } x > 2 \end{cases}$$

$$25. f(x,y) = \begin{cases} x+2, & \text{Եթե } y \leq 3 \\ y-1, & \text{Եթե } y \geq 4 \end{cases}$$

$$26. f(x,y) = \begin{cases} x-2, & \text{Եթե } x \geq 4 \\ x+1, & \text{Եթե } x \leq 3 \end{cases}$$

$$27. f(x,y) = \begin{cases} x+2, & \text{Եթե } \exists k (x=2k) \\ x-2, & \text{Եթե } \exists k (x=2k+1) \end{cases}$$

$$28. f(x,y) = \begin{cases} x+y, & \text{Եթե } x \geq y \text{ և } rm(y,3)=1 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

29. $f(x, y) = \begin{cases} x - 1, & \text{եթե } x \text{ կենտ } \\ x + 1, & \text{եթե } x \text{ զույգ } \end{cases}$

30. $f(x, y) = \begin{cases} x - 2, & \text{եթե } rm(x, 2) = 1 \text{ և } rm(x, 3) = 3 \\ y - 3, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

31. $f(x, y) = \begin{cases} (x + y) - 3, & \text{եթե } rm(x, 2) = 0 \text{ և } rm(y, 3) = 0 \\ y + 1, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

32. $f(x, y) = \begin{cases} x + (y - 2), & \text{եթե } rm(x, 2) = 0 \text{ և } rm(x, 3) = 1 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

33. $f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{եթե } rm(x, 2) = 1 \text{ և } rm(x, 3) = 2 \\ x - 4, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

34. $f(x, y) = \begin{cases} x + (y - 2), & \text{եթե } y \geq x + 2 \\ 2, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

35. $f(x, y) = \begin{cases} x + y + 2, & \text{եթե } x = 2k \text{ և } y \neq 0 \\ x + 5, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

36. $f(x, y) = \begin{cases} (x + y) - 1, & \text{եթե } y \geq x + 2 \\ x, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

37. $f(x, y) = \begin{cases} x + y + 2, & \text{եթե } \exists k (x = 2k) \text{ և } y \neq 0 \\ x + 5, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

38. $f(x, y) = (x - y) + 7$

39. $f(x, y) = \begin{cases} (x - y) + 8, & \text{եթե } x \geq y \\ x + y + 8, & \text{եթե } x < y \end{cases}$

40. $f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{եթե } rm(x + y, 2) = 0 \\ |x - y|, & \text{եթե } rm(x + y, 2) = 1 \end{cases}$

41. $f(x, y) = \max(x, y)$

$$42. f(x, y) = \max(x, y, z) \quad \text{Համար չ ճշգ. } |x - z| = (x, x) \setminus .05$$

$$43. f(x, y, z) = \min(x, y, z) \quad \text{Հայսը չ ճշգ. } |x + z| = (x, x) \setminus .05$$

$$44. f(x, y) = 3 \cdot x \quad \text{Համար չ ճշգ. } |z - x| = (x, x) \setminus .05$$

$$45. f(x, y) = 2 \cdot x + y \quad \text{Հայսը իսկապես. } |z - x| = (x, x) \setminus .05$$

$$46. f(x, y) = x + 3y + 3 \quad \text{Համար չ ճշգ. } |x + y| = (x, x) \setminus .15$$

$$47. f(x, y) = \begin{cases} \left[\frac{x}{y} \right], & \text{եթե } y \neq 0 \\ 0, & \text{եթե } y = 0 \end{cases} \quad \text{Հայսը իսկապես. } |x + y| = (x, x) \setminus .25$$

$$48. f(x, y) = \begin{cases} \left[\frac{x}{2} \right], & \text{եթե } rm(x, 2) = 0 \\ 2 + y, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases} \quad \text{Համար չ ճշգ. } |x + y| = (x, x) \setminus .25$$

$$49. f(x, y) = (x - y) + 2x \quad \text{Հայսը իսկապես. } |x + y| = (x, x) \setminus .25$$

$$50. f(x, y) = (x + y)^2 \quad \text{Համար չ ճշգ. } |x + y| = (x, x) \setminus .25$$

$$51. f(x, y) = x^2 + y \quad \text{Համար չ ճշգ. } |x + y| = (x, x) \setminus .25$$

$$52. f(x, y) = \begin{cases} \left[\frac{x}{3} \right], & \text{եթե } x > y \\ y + 3, & \text{եթե } x \leq y \end{cases} \quad \text{Հայսը իսկապես. } |x + y| = (x, x) \setminus .25$$

$$53. f(x, y) = \begin{cases} \left[\frac{x}{2} \right], & \text{եթե } x > y \\ 0, & \text{եթե } x \leq y \end{cases} \quad \text{Հայսը իսկապես. } |x + y| = (x, x) \setminus .25$$

$$54. f(x, y) = \begin{cases} (2x - 1) + y, & \text{եթե } rm(x, 3) = 2 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases} \quad \text{Համար չ ճշգ. } |x + y| = (x, x) \setminus .05$$

$$55. f(x, y) = \begin{cases} 2x, & \text{եթե } rm(x, 2) = 0 \text{ և } rm(y, 4) > 1 \\ 0, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases} \quad \text{Համար չ ճշգ. } |x + y| = (x, x) \setminus .15$$

56. $f(x, y) = \begin{cases} \left[\frac{x}{3} \right], & \text{եթե } rm(x, 2) = 1 \\ y + 1, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

57. $f(x, y) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{եթե } rm(x, y) = 0 \\ x + y, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

58. $f(x, y) = \begin{cases} 2x, & \text{եթե } rm(x, 2) = 0 \\ y - 1, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

59. $f(x, y) = \begin{cases} 2x, & \text{եթե } x \geq y + 1 \\ y - 1, & \text{եթե } x < y + 1 \end{cases}$

60. $f(x, y) = \begin{cases} 2y, & \text{եթե } rm(x, 2) = 0 \text{ և } rm(y, 4) > 1 \\ 1, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

61. $f(x) = \begin{cases} 3x, & \text{եթե } rm(x, 2) = 0 \\ x - 1, & \text{եթե } rm(x, 2) \neq 0 \end{cases}$

62. $f(x) = \begin{cases} \left[\frac{x}{2} \right], & \text{եթե } \exists k, \text{որ } x = 2k \\ 0, & \text{եթե } \exists k, \text{որ } x = 2k + 1 \end{cases}$

63. $f(x, y) = \begin{cases} x + y, & \text{եթե } rm(x, 3) = 0 \\ x \cdot y, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

64. $f(x, y) = \left[\frac{x + y}{2} \right]$

65. $f(x, y) = \begin{cases} 2y + 1, & \text{եթե } 2 \leq x \leq 4 \\ 1, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

66. $f(x) = \begin{cases} 3x, & \text{եթե } \exists k, \text{որ } x = 2k + 1 \\ x - 7, & \text{եթե } \exists k, \text{որ } x = 2k \end{cases}$

$$67. f(x) = \begin{cases} 2x, \text{ եթե } x < y \\ x - y, \text{ եթե } x \geq y \end{cases} \quad \boxed{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} = (x, y) \quad 82$$

$$68. f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{2}, \text{ եթե } rm(x, 2) = 0 \\ 0, \text{ հակառակ դեպքում} \end{cases} \quad \boxed{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} = (x, y) \quad 82$$

$$69. f(x) = \begin{cases} x^2, \text{ եթե } x \text{ զույգ է} \\ 2x, \text{ եթե } x \text{ կենտ է} \end{cases} \quad \boxed{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} = (x, y) \quad 82$$

$$70. f(x, y) = \begin{cases} x \cdot y, \text{ եթե } x \text{ զույգ է} \\ x - y, \text{ եթե } x \text{ կենտ է} \end{cases} \quad \boxed{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} = (x, y) \quad 82$$

$$71. f(x) = \begin{cases} 2x, \text{ եթե } rm(x, 3) = 0 \\ \frac{x}{3}, \text{ եթե } rm(x, 3) = 1 \\ x - 3, \text{ եթե } rm(x, 3) = 2 \end{cases} \quad \boxed{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} = (x, y) \quad 12$$

$$72. f(x) = \begin{cases} x^2, \text{ եթե } x \text{ զույգ է} \\ x(x-1), \text{ եթե } x \text{ կենտ է} \end{cases} \quad \boxed{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} = (x, y) \quad 82$$

$$73. f(x) = \begin{cases} x+3, \text{ եթե } x \text{ զույգ է} \\ \frac{x}{3}, \text{ եթե } x \text{ կենտ է} \end{cases} \quad \boxed{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} = (x, y) \quad 82$$

$$74. f(x, y) = \begin{cases} (x+1)^2, \text{ եթե } rm(x, 3) = 1 \text{ և } x < y \\ 3y, \text{ հակառակ դեպքում} \end{cases} \quad \boxed{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} = (x, y) \quad 82$$

$$75. f(x, y) = \begin{cases} x \cdot y, \text{ եթե } x = 5 \text{ և } y > 3 \\ 5, \text{ եթե } x < 5 \text{ և } y = 3 \\ x - y, \text{ եթե } x > 5 \text{ և } y < 3 \end{cases} \quad \boxed{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}} = (x, y) \quad 82$$

76. $f(x,y) = \begin{cases} \left[\frac{x}{3} \right], & \text{եթե } x > 4 \text{ և } x \text{ զույգ է} \\ 2x-1, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

77. $f(x,y) = \begin{cases} (x+7)^2, & \text{եթե } rm(x,4)=1 \\ 3, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

78. $f(x,y) = \begin{cases} (x+2)^2 - y, & \text{եթե } x \geq y \text{ և } x \text{ զույգ է} \\ y, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

79. $f(x,y) = \begin{cases} \left[\frac{x}{y} \right], & \text{եթե } x \text{ զույգ է և } y \neq 0 \\ y-5, & \text{եթե } y > 6 \text{ և } x \text{ կենտ է} \\ x+1, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

80. $f(x,y) = \begin{cases} (x+y)^2, & \text{եթե } x < y \text{ և } rm(y,3)=2 \\ 3, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

81. $f(x,y) = \begin{cases} (x-2)-y, & \text{եթե } x > y \text{ և } x > 10 \\ 2x, & \text{եթե } x = y \\ 4, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

82. $f(x,y) = \begin{cases} x(x-2), & \text{եթե } rm(y+1,2)=1 \text{ և } x \text{ զույգ է} \\ x+5, & \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

Կառուցել Թյուրինգի մեքենա, որը $\forall x \in N$ -ի համար իրականացնում է մեքենայական կոդի հետևյալ ծևափոխությունները.

83. $k(x) \rightarrow k(2)*k(0)*k(x-1)$

84. $k(x) \rightarrow k(2)*k(x-2)$

85. $k(x) \rightarrow k(x-2)*k(1)$

86. $k(x) \rightarrow k(x-1)*k(0)*k(1)$

87. $k(x) \rightarrow k(0)*k(x-1)*k(2)$

$$88. k(x) \rightarrow k(0) * k(x-1) * k(3)$$

$$89. k(x) \rightarrow k(x+2) * k(1) * k(x)$$

$$90. k(x) \rightarrow k(x+1) * k(1) * k(x-1)$$

$$91. k(x) \rightarrow k(5) * k(x+3) * k(x-1)$$

$$92. k(x) \rightarrow k(2x) * k(x+2)$$

$$93. k(x) \rightarrow k(x+1) * k(x) * k(x-1)$$

$$94. k(x) \rightarrow k(x) * k(x) * k(x-2)$$

$$95. k(x) \rightarrow k(x) * k(x-1) * k(x)$$

$$96. k(x) \rightarrow k(0) * k(x) * k(0) * k(x+1)$$

$$97. k(x) \rightarrow k(x-3) * k(0) * k(x+2)$$

$$98. k(x) \rightarrow k(x-1) * k(x) * k(x+1)$$

$$99. k(x) \rightarrow k(1) * k(x-1) * k(x+1)$$

$$100. k(x) \rightarrow k(x-2) * k(0) * k(rm(x,3))$$

$$101. k(x) \rightarrow k(x) * k\left[\frac{x}{2}\right] * k(x)$$

$$102. k(x) \rightarrow k\left[\frac{x}{2}\right] * k(x+1) * k(rm(x,3))$$

$$103. k(x) \rightarrow k\left[\frac{x}{2}\right] * k(1) * k(x-1)$$

$$104. k(x) \begin{cases} k(0) * k(x-1), \text{եթե } rm(x,3)=0 \\ k(2x), \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$105. k(x) \begin{cases} k(x-1) * k(x-1), \text{եթե } x > 4 \\ k(1) * k(2), \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

$$106. k(x) \begin{cases} k(x) * k(x-2), \text{եթե } rm(x,3) \neq 0 \\ k(0), \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

107. $k(x) \begin{cases} k(4)*k(3x)*k(2), \text{եթե } x \text{ զույգ է} \\ k(x), \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$
108. $k(x) \begin{cases} k(x-2)*k(x), \text{եթե } x=5 \\ k(2x), \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$
109. $k(x) \begin{cases} k\left[\frac{x}{3}\right]*k(0)*k(x), \text{եթե } rm(x,4)>2 \\ k(x)*k(1), \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$
110. $k(x) \begin{cases} k(x^2), \text{եթե } rm(x,3)=0 \\ k(x-4)*k(2x), \text{եթե } rm(x,3)=2 \\ k(2x), \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$
111. $k(x) \begin{cases} k(x-2)*k(1), \text{եթե } x \geq 3 \\ k(2x), \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$
112. $k(x) \begin{cases} k(2)*k(1)*k(x-1), \text{եթե } x \geq 6 \\ k(x), \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$
113. $k(x) \begin{cases} k(2x)*k(2), \text{եթե } rm(x,2)=1 \\ k(x-1), \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$
114. $k(x) \begin{cases} k(2x)*k(0)*k(1), \text{եթե } rm(x,3)=2 \\ k(2), \text{հակառակ դեպքում} \end{cases}$

3. ԲՆԱԿԱՆ ԹՎԵՐԻ ԴԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԴԱՄԱՐԱԿԱԼՈՒՄՆԵՐ

Յուրաքանչյուր սկզբան է բնական թվի համար N'' -ից N -ի վրա փոխմիարժեք արտապատկերումը կոչվում է բնական թվերի պարզ համարակալում: Կանոնի կողմից ներմուծվել է համարակալումը հետևյալ եղանակով՝

$$n=2 \quad \text{դեպքում} \quad C(x, y) = \frac{(x+y)(x+y+I)}{2} + x \quad \text{ֆունկցիան}$$

գտնում է յուրաքանչյուր (x, y) զույգի համարը, իսկ $r(m)$ և $l(m)$ ֆունկցիաները (տես [1]) վերականգնում են m համար ունեցող զույգի աջ՝ y , և ձախ՝ x , անդամները: Ակնհայտ է, որ $C(l(m), r(m)) = m$ և $r(C(x, y)) = y$, $l(C(x, y)) = x$:

$n \geq 3$ համար մակածնան եղանակով ներմուծվում է

$$C''(x_1, \dots, x_n) = C(C^{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}), x_n)$$

Ֆունկցիան, որի միջոցով համարակալվում են բնական թվերի n -յակները:

Դամապատասխանաբար $\alpha_i^n(m)$ $1 \leq i \leq n$ (տես [1]) ֆունկցիաների միջոցով ըստ n -յակի m կանոնյան համարի վերականգնվում է նրա i -րդ անդամը:

Ներմուծենք հետևյալ նշանակումները՝ $N^0 = \{A\}$, $N^1 = N$ և $N^\infty = N^0 \cup N^1 \cup N^2 \cup \dots \cup N^n \cup \dots$: N^∞ -ից N -ի վրա փոխմիարժեք արտապատկերումը ներմուծվել է Գյոդելի կողմից հետևյալ եղանակով՝

$$\beta(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 0, & \text{եթե } n = 0 \\ C(n-1, C''(x_1, \dots, x_n)) + 1, & \text{եթե } n \geq 1 \end{cases}$$

Գյոդեյան համարակալումների հետ կապված դիտարկվում են հետևյալ ֆունկցիաները՝

- $\rho(x) = \text{«մեկ հատ } x\text{-ից բաղկացած համակարգի գյոդեյան համարին»}$

- $\delta(z) = \text{«} z \text{ գյոդեյան համար ունեցող համակարգի երկարությանը»}$

$$\bullet \lambda(i, z) = \begin{cases} \text{«} z \text{ գյողելքան համար ունեցող համակարգի } \\ \quad i\text{-րդ անդամին », եթե } 1 \leq i \leq \delta(z) \\ 0, \text{ հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

- $\varphi(x, y) = \text{«} \text{այն համակարգի գյողելքան համարին, որը ստացվում է } y \text{ բնական թիվը աջից կցագրելով } x \text{ գյողելքան համար ունեցող համակարգին»}$

- $\psi(x, y) = \text{«} \text{այն համակարգի գյողելքան համարին, որը ստացվում է } y \text{ գյողելքան համար ունեցող համակարգը աջից կցագրելով } x \text{ գյողելքան համար ունեցող համակարգին»}$

$$\bullet \theta(z, i, j) = \begin{cases} \text{«} z \text{ գյողելքան համար ունեցող համակարգի } i\text{-րդ անդամից սկսվող } j \text{ երկարությամբ հատվածի } \\ \quad \text{գյողելքան համարին », եթե } i \geq 1 \text{ և } i + j - 1 \leq \delta(z) \\ 0, \text{ հակառակ դեպքում} \end{cases}$$

- $\gamma(x, y) = \text{«} y \text{ հատ } x\text{- երից բաղկացած համակարգի գյողելքան համարին»}$

Խնդիրներ

1. Ապացուցել $C(x, y)$ ֆունկցիայի պարզագույն կարգընթացությունը:
2. Ապացուցել, որ $C(x, y)$ ֆունկցիան փոխմիարժեք համապատասխանություն է N^2 և N միջև:
3. Ապացուցել $l(x)$ և $r(x)$ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը:
4. Ապացուցել $C''(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիայի պարզագույն կարգընթացությունը:
5. Ապացուցել, որ $C''(x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան փոխմիարժեք համապատասխանություն է N'' և N միջև:

6. Ապացուցել $\alpha_i^n(m)$ $i = 1, 2, \dots, n$ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը:

7. Ապացուցել $\rho(x), \delta(z), \lambda(i, z), \varphi(x, y), \psi(x, y), \theta(z, i, j)$ և $\gamma(x, y)$ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը:

Դիցուք $\beta(x_1, \dots, x_n) = m$: Եաշվել հետևյալ ֆունկցիաները և ապացուցել նրանց պարզագույն կարգընթացությունը:

$$8. \beta(8, 4, 1, 10)$$

$$9. \beta(8, x_8, 4, x_4, 1, x_1, 10, x_{10})$$

$$10. \beta(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, 8, 5)$$

$$11. \beta(x_1, 3, x_2, 1, x_4, x_5, \dots, x_n)$$

$$12. \beta(x_1, x_3, x_2, x_4, x_5, \dots, x_{n-1}, 1, x_n, 2)$$

$$13. \beta(x_2, x_4, x_6, x_8, x_{10}, x_1, x_3, x_5, x_7, x_9)$$

$$14. \beta(x_3, 0, x_2, 1, x_1, 2, x_3, x_4, x_5, \dots, x_n)$$

$$15. \beta(x_1, 3, x_2, 1, x_6, x_7, \dots, x_n)$$

$$16. \beta(x_{n-1}, x_n, x_1, x_2, \dots, x_{n-2})$$

$$17. \beta(x_2, x_1, x_4, x_3, x_5, x_6, x_7, x_8, \dots, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n)$$

$$18. \beta(1, 2, 3, 4, 5, x_1, x_2, x_3, x_{n-1}, x_n)$$

$$19. \beta(2, 8, 24, x_6, x_7, \dots, x_{n-1}, x_n)$$

$$20. \beta(x_1, x_2, 2, x_3, x_4, 4, \dots, x_{n-1}, x_n, n)$$

$$21. \beta(x_1, x_4, x_6, x_7, \dots, x_{n-1}, 1, x_n, 2)$$

$$22. \beta\left(x_1, \underbrace{0, \dots, 0}_{x_1}, x_2, \underbrace{0, \dots, 0}_{x_2}, x_3, \underbrace{0, \dots, 0}_{x_3}, \dots, x_n, \underbrace{0, \dots, 0}_{x_n}\right)$$

$$23. \beta\left(x_1, 0, x_2, 0, 0, x_3, 0, 0, 0, \dots, x_n, \underbrace{0, \dots, 0}_n\right)$$

$$24. \beta(1, 1, x_1, x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}, x_n, x_n, 2, 2)$$

25. $\beta(x_n, x_n, x_{n-1}, x_{n-1}, \dots, x_1, x_1)$
26. $\beta(x_2, x_3, x_1, x_4, x_5, \dots, x_{n-3}, x_n, x_{n-2}, x_{n-1})$
27. $\beta(0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n, 0)$
28. $\beta(x_{n-3}, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n, x_5, x_6, x_7, \dots, x_{n-4}, x_1, x_2, x_3, x_4)$
29. $\beta(x_1, x_2, x_3, x_4, 5, 6, 7, 8, x_9, x_{10}, \dots, x_n)$
30. $\beta(x_1, x_2, 0, 0, 0, x_3, x_4, x_5, x_6, \dots, x_{n-3}, x_{n-2}, 0, 0, 0, x_{n-1}, x_n)$
31. $\beta(x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, \dots, x_n, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$
32. $\beta(x_1, x_2, x_3, x_4, 0, 0, 0, x_5, x_6, 0, 0, 0, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, \dots, x_n)$

Ապացուցել հետևյալ ֆունկցիաների պարզագույն կարգընթացությունը՝

33. $f(m) = \text{«} m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } m\text{-ից մեծ գույգ անդամների քանակին»:}$

34. $f(m) = \text{«} m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի պարզ անդամների քանակին»:$

35. $f(m) = \text{«} m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } 5\text{-ից մեծ պարզ և կենտ անդամների քանակին»:}$

36. $f(m, x) = \text{«} m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգում գույգ տեղերում գտնվող } x\text{-ից մեծ կենտ թվերի քանակին»:}$

37. $f(m) = \text{«} m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգում կենտ տեղերում գտնվող } 15\text{-ից փոքր գույգ թվերի քանակին»:}$

38. $f(m, i, j) = \text{«} m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } i\text{-րդ և } j\text{-րդ անդամների } m\text{-ից մեծ ընդհանուր պարզ բաժանարարների քանակին»:}$

39. $f(m, i) = \text{«} m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի վերջին անդամից } i\text{-րդ անդամը ներառյալ անդամների ամենափոքր ընդհանուր բազմապատճենին»:$

40. $f(m) = \text{«} m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } 5\text{-ի վրա բաժանվող գույգ անդամների գումարին»:$

41. $f(m) = \text{«} m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի կենտ տեղերում գտնվող } 3\text{-ի վրա բաժանվող գույգ անդամների գումարին»:$

42. $f(m, x) = \langle m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգում կենս տեղերում գտնվող } x\text{-ի վրա բաժանվող զույգ թվերի գումարին} \rangle$:

43. $f(m) = \langle m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } 3\text{-ի և } 7\text{-ի վրա բաժանվող անդամների գումարին} \rangle$:

44. $f(m) = \langle m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի զույգ անդամների կենտ բաժանարարների գումարին} \rangle$:

45. $f(m) = \langle m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի զույգ տեղերում գտնվող } 4\text{-ի վրա բաժանվող անդամներից բաղկացած համակարգի գյողելյան համարին} \rangle$:

46. $f(m) = \langle m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } 3\text{-ի վրա բաժանվող տեղերում գտնվող անդամներից բաղկացած համակարգի գյողելյան համարին} \rangle$:

47. $f(m) = \langle m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } 4\text{-ի վրա բաժանվող զույգ անդամների արտադրյալին} \rangle$:

48. $f(m) = \langle m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } \delta(m)\text{-ը չգերազանցող կենտ անդամների արտադրյալին} \rangle$:

49. $f(m) = \langle m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգում կենտ տեղերում գտնվող զույգ թվերի արտադրյալին} \rangle$:

50. $f(m) = \langle m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգում կենտ տեղերում գտնվող } 3\text{-ից մեծ թվերի արտադրյալին} \rangle$:

51. $f(m) = \langle m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } 3\text{-ոից նախավերջին } 5\text{-ից մեծ անդամների արտադրյալին} \rangle$:

52. $f(x, y) = \langle \text{այն համակարգի գյողելյան համարին, որը ստացվում է } x \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի յուրաքանչյուր անդամից հետո ավելացնելով } y \text{ թիվը} \rangle$:

53. $f(x, y) = \langle \text{այն համակարգի գյողելյան համարին, որը ստացվում է } x \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգին աջից և ձախից կցագրելով } y \text{ թիվը} \rangle$:

54. $f(m, i) = \langle \text{այն համակարգի գյողելյան համարին, որը ստացվում է } m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } i\text{-րդ անդամի անմամեծ պարզ բաժանարարին աջից կցագրելով } m \text{ թիվը} \rangle$:

55. $f(m,i) = \{m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } i\text{-րդ անդամի ամենամեծ պարզ բաժանարարի համարից կազմված համակարգի գյողելյան համարին}\}:$

56. $f(m,i) = \{այն համակարգի գյողելյան համարին, որը ստացվում է m գյողելյան համար ունեցող համակարգի i -րդ անդամից հետո ավելացնելով i -րդ պարզ թիվը\}$:

57. $f(m) = \{այն համակարգի գյողելյան համարին, որը ստացվում է m գյողելյան համար ունեցող համակարգից ընտրելով այն անդամները, որոնց համարները բաժանվում են 3-ի վրա\}$:

58. $f(m,i) = \{m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի } 4\text{-ին պատիկ տեղերում և } i\text{-ն չգերազանցող անդամներից բաղկացած համակարգի գյողելյան համարին}\}:$

59. $f(m,i) = \{այն համակարգի գյողելյան համարին, որը ստացվում է m գյողելյան համար ունեցող համակարգի նախավերջին անդամից սկսած ընտրելով i երկարությամբ (դեպի ձախ) հատված\}$:

60. $f(m) = \{m \text{ գյողելյան համար ունեցող համակարգի զույգ և } 3\text{-ին պատիկ տեղերում գտնվող անդամներից բաղկացած համակարգի գյողելյան համարին}\}:$

61. $f(x,y,i) = \{այն համակարգի գյողելյան համարին, որը ստացվում է x գյողելյան համար ունեցող համակարգի i -րդ անդամից հետո ավելացնելով y թիվը\}$:

62. $f(x,y) = \{այն համակարգի գյողելյան համարին, որը ստացվում է x գյողելյան համար ունեցող համակարգից ձախից՝ կցագրելով y գյողելյան համար ունեցող համակարգը, իսկ աջից կցագրելով x հատ I\}:$

63. $f(x,i) = \{այն համակարգի գյողելյան համարին, որը ստացվում է x գյողելյան համար ունեցող համակարգի i -րդ անդամից առաջ ավելացնելով x հատ x , իսկ i -րդ անդամից հետո կցագրելով մնացած անդամները հակառակ կարգով\}:$

64. $f(x,y) = \{այն համակարգի գյողելյան համարին, որը ստացվում է y գյողելյան համար ունեցող համակարգից ընտրելով x -ին պատիկ անդամները՝ սկսելով y գյողելյան համար ունեցող համակարգի վերջից\}:$

4. ԴԱՄԱՊԻՏԱՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐ

Դիցուք $M \subseteq \mathbb{F}^n$: $F(x_0, x_1, \dots, x_n)$ ֆունկցիան կոչվում է համապիտանի M բազմության համար, եթե

$$\forall f(x_1, \dots, x_n) \in M \exists n_f \in N (F(n_f, x_1, \dots, x_n) \simeq f(x_1, \dots, x_n))$$

$$\forall m \in N (F(m, x_1, \dots, x_n) \in M):$$

Օրինակ՝

$M = \{x + y^2, x^3, 2xy\}$ բազմության համար համապիտանի են համդիսանում հետևյալ ֆունկցիաները՝

$$\text{ա) } F(x_0, x, y) = (x + y^2) \overline{sg}(x_0) + x^3 \overline{sg}|x_0 - 1| + 2xysg(x_0 - 1),$$

$$\begin{aligned} \text{բ) } F(x_0, x, y) = & (x + y^2) \overline{sg}(rm(x_0, 3)) + x^3 \overline{sg}|rm(x_0, 3) - 1| + \\ & + x^3 \overline{sg}|rm(x_0, 3) - 1| + 2xysg|rm(x_0, 3) - 2|: \end{aligned}$$

$M = \{x^y, x + 2y\} \cup \{x^k \cdot y^m / k, m \in N\}$ բազմության համար համապիտանի է, օրինակ, հետևյալ ֆունկցիան՝

$$F(x_0, x, y) = x^y \overline{sg}(x_0) + (x + 2y)^3 \overline{sg}|x_0 - 1| + x^{r(x_0 - 2)} y^{\frac{r(x_0 - 2)}{2}} sg(x_0 - 1):$$

Խնդիրներ

Նշված բազմությունների համար կառուցել համապիտանի ֆունկցիա և ապացուցել նրա պարզագույն կարգընթացությունը:

1. $M = \{2x, x^3, x + x^2\}$
2. $M = \{x^3, x^2 + y^2, x^4 - 1\}$
3. $M = \{x + y, x - y, x^y, rm(x, y)\}$
4. $M = \{x + y, x - 6z, x^{y+1}, 5z, 2y\}$
5. $M = \left\{ x \cdot y, x - y, rm(x, y), \left[\frac{x}{y} \right] \right\}$
6. $M = \{x!, x^2 + y, 2x, x^y\}$

7. $M = \left\{ x^2 + y^2, x - y, z + y, \left[\frac{x}{y} \right] \right\}$ = M. 85
 8. $M = \left\{ x^2, y^2, x + 1, y + 2 \right\}$ = M. 82
 9. $M = \left\{ x^3, y^5, x^2 + y^2, x - y \right\}$ = M. 75
 10. $M = \left\{ x - y, \left[\frac{x}{y} \right], x^3, y + 2, \left[\sqrt{y} \right] \right\}$ = M. 85
 11. $M = \left\{ x^3, x - 3y, x + 7y, \left[\frac{x}{y - 1} \right] \right\}$ = M. 85
 12. $M = \left\{ 2^x, \left[\frac{y}{x} \right], y, x + 5y, y + 7x \right\}$ = M. 85
 13. $M = \left\{ 7y, x^5, x^{y+1}, x - 3y, x + 6y \right\}$ = M. 85
 14. $M = \left\{ x - \left[\frac{x}{y} \right], x + x^y, \left[\frac{y}{5} \right], x + 10, x^2 \right\}$ = M. 85
 15. $M = \left\{ x + 3y, x - 6y, x^{y+1}, 5x, 2y \right\}$ = M. 85
 16. $M = \left\{ x - y, x \cdot y, \left[\frac{x - 3}{7 - y} \right], x + y \right\}$ = M. 82
 17. $M = \left\{ rest(x, y), \left[\frac{x}{ky} \right] / k = 0, 1, 2 \right\}$ = M. 85
 18. $M = \left\{ x - y, z - c / c = 1, 2 \right\}$ = M. 85
 19. $M = \left\{ 1 - x, \left[\frac{y + 3}{x - 1} \right], xl / l = 7, 8 \right\}$ = M. 85
 20. $M = \left\{ 5 - l / l = 1, 2, 3 \right\} \cup \left\{ x + y \right\}$ = M. 85
 21. $M = \left\{ r - 3 / r = 1, 3, 5 \right\} \cup \left\{ 2x \right\}$ = M. 85
 22. $M = \left\{ xl, k + y / l = 1, 2; k = 3, 4 \right\}$ = M. 85
 23. $M = \left\{ xr, b + cy / r = 2, 3; b = 0, 1; c = 8, 9 \right\}$ = M. 75

24. $M = \{x + y, k \cdot x \cdot y, l(x - y) / k = 0, 1, 2; l = 3, 4\}$
 25. $M = \{x - y, x + k \cdot y, y^k / k = 0, 1, 2; l = 5, 6, 7\}$
 26. $M = \{x^2, y^3, a(x + y), x^y / a > 3\}$
 27. $M = \{x^y, x \cdot y\} \cup \{ax^2 + y / a \in N\}$
 28. $M = \{ax^2 / a \geq 3\} \cup \{y, x \cdot y\}$
 29. $M = \{x + by / b \in N\} \cup \{x \cdot y, x^y\}$
 30. $M = \{x - 3yz, y^k / k \in N\}$
 31. $M = \{3x, x + 1\} \cup \{x \cdot 2y / y \in N\}$
 32. $M = \{x + y, x \cdot y\} \cup \{x + k \cdot z / k \in N\}$
 33. $M = \{7y, x + 6z, y^3, k \cdot x \cdot y / k \in N\}$
 34. $M = \{c \cdot x \cdot y / c \in N\} \cup \left\{x + y, \left[\frac{x}{x - y}\right]\right\}$
 35. $M = \{x + 2y / y \in N\} \cup \{x^2, x^5\}$
 36. $M = \{c \cdot 2^x / c \in N\} \cup \{x - 2^{10}, x + 7\}$
 37. $M = \{x \cdot y, y^z, x + k \cdot y / k \in N\}$
 38. $M = \{x + 3y, x + 4y, rm(kx, y) / k \in N\}$
 39. $M = \{rm(x, y), k \cdot z / k \in N\}$
 40. $M = \{x - y, x + 3z, k \cdot x \cdot z / k \in N\}$
 41. $M = \{x, 3x\} \cup \{x \cdot 3^y / c \in N\}$
 42. $M = \{x + (3y)^c / c \in N\} \cup \{x + 1, x^3\}$
 43. $M = \{x - 7, x + 2^{10}\} \cup \{2^c \cdot x / c \in N\}$
 44. $M = \{x^7, 2x\} \cup \{x + 3y / y \in N\}$
 45. $M = \{x + y, x \cdot y\} \cup \{x + ky / k \in N\}$
 46. $M = \{x^2, rm(x, y)\} \cup \{x^i / i = 1, 3, 5, \dots\}$
 47. $M = \{kxy, l(x + y) / k = 3, 4; l \in N\}$

48. $M = \left\{ \sqrt[k]{kx} \middle| rm(ky, x) / k, l \in N \right\}$
 49. $M = \left\{ x^y, x+y, \left[\frac{x}{y} \right] \right\} \cup \left\{ x^a + y^b / a, b \in N \right\}$
 50. $M = \left\{ a \cdot x + by / a = 1, 3, 5, \dots; b = 0, 2, 4, \dots \right\}$
 51. $M = \left\{ x^i / i = 0, 2, 4, \dots \right\} \cup \left\{ y^j / j \geq 3 \right\}$
 52. $M = \left\{ a \cdot x / a > 3 \right\} \cup \left\{ by / b > 4 \right\}$
 53. $M = \left\{ c_1 \cdot x + c_2 \cdot y / c_1, c_2 \in N \right\}$
 54. $M = \left\{ xy, cy + z, x + lz / c, l \in N \right\}$
 55. $M = \left\{ lx / l \in N \right\} \cup \left\{ y - n / n \in N \right\}$
 56. $M = \left\{ x - k \cdot y, l \cdot y \cdot z / l = 0, 1, 2; k \in N \right\}$
 57. $M = \left\{ x, k \cdot y, l(z + y) / k, l \in N \right\}$
 58. $M = \left\{ k \cdot x \cdot y, l(z + v) / k \in N, l = 1, 2, 3 \right\}$
 59. $M = \left\{ y - l / l = 1, 5, 8 \right\} \cup \left\{ x + 2k / k = 0, 2, 4, \dots \right\}$
 60. $M = \left\{ a + bx / a, b \in N \right\}$
 61. $M = \left\{ ax + y^k / a, k \in N \right\}$
 62. $M = \left\{ a \cdot x^b / a, b \in N, a \geq \left[\frac{b}{2} \right] \right\}$
 63. $M = \left\{ x^i / i \in N, rm(i, 5) = 0 \right\}$
 64. $M = \left\{ x^y / rm(i, 2) = 0 \right\} \cup \left\{ y^{x^j} / j \in N \right\}$
 65. $M = \left\{ x^i / i \in N, rm(i, 2) = 0 \right\} \cup \left\{ y^j / j \geq 2 \right\}$
 66. $M = \left\{ x^a / a \in N \right\} \cup \left\{ x \cdot i / rm(i, 4) = 0, i \in N \right\}$
 67. $M = \left\{ (x^i)^j / i, j \in N, rm(i, 3) = 0, rm(j, 2) = 0 \right\}$
 68. $M = \left\{ x + y, x^2 \right\} \cup \left\{ x^i, y^i / i, j \in N, i \geq 2 \right\}$
 69. $M = \left\{ x \cdot y^i / rm(i, 3) = 2 \right\} \cup \left\{ a^{x+y} / rm(a, 2) = 0 \text{ \& } a > 7 \right\}$
 70. $M = \left\{ a \cdot x + b \cdot y, l \cdot z / a, b, l \in N \right\}$

71. $M = \{a \cdot x + b \cdot y / a, b \in N\} \cup \{c^z / c \in N\}$
72. $M = \{kx + y, lxz, p(y - z) / k, l, p \in N\}$
73. $M = \{x + y, x - ky, l \cdot x \cdot y, (m \cdot x)^y / k, l, m \in N\}$
74. $M = \{ax + by + cz / a, b, c \in N\}$
75. $M = \{x + k, ly, z^m / l, k, m \in N\}$
76. $M = \{a \cdot x + b \cdot y / a, b \in N\} \cup \{x^i + y^j / i, j \in N\}$
77. $M = \{x, y\} \cup \{x^i, y^j / i = 0, 2, 4, \dots; y = 1, 3, 5, \dots\} \cup \{a \cdot x + b \cdot y / a, b \in N\}$

5. ԹԱՍԱՉԵԼԻ ԵՎ ԿԻՍԱԲԱՆԱՉԵԼԻ

ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Դիցուք $M \subseteq N$: M բազմության բնութագրիչ ֆունկցիան սահմանվում է հետևյալ եղանակով.

$$\chi_M(x) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x \in M \\ 0, & \text{եթե } x \notin M \end{cases}$$

Կիսաբնութագրիչ ֆունկցիան՝ հետևյալ կերպ.

$$\tilde{\chi}_M(x) = \begin{cases} 1, & \text{եթե } x \in M \\ 1, & \text{եթե } x \notin M \end{cases}$$

M բազմությունը կոչվում է ծանաչելի, եթե նրա բնութագրիչ ֆունկցիան կարգընթաց է:

M բազմությունը կոչվում է կիսածանաչելի, եթե տեղի ունի հետևյալ պայմաններից որևէ մեկը՝

1. $\tilde{\chi}_M(x)$ մասնակի կարգընթաց ֆունկցիա է;
2. Գոյություն ունի $f(x)$ մասնակի կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{x / f(x)\}$;
3. Գոյություն ունի $f(a, x)$ պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{a / \exists x \ f(a, x) = 0\}$;

- Գոյություն ունի $F(a, x_1, \dots, x_n)$ պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{a / \exists x_1, \dots, x_n F(a, x_1, \dots, x_n) = 0\}$;
- Գոյություն ունի $f(x)$ մասնակի կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{y / \exists x f(x) = y\}$;
- Եթե M – ը դատարկ չէ, ապա գոյություն ունի $f(x)$ պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{y / \exists x f(x) = y\}$;
- Եթե M – ը անվերջ է, ապա գոյություն ունի $g(x)$ ընդհանուր կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $M = \{y / \exists x g(x) = y\}$ և եթե $x_1 \neq x_2$, ապա $g(x_1) \neq g(x_2)$:

Դիցուք $M \subseteq N^n$: M բազմությունը կոչվում է ճանաչելի (կիսաճանաչելի), եթե ճանաչելի (կիսաճանաչելի) է

$$M' = \left\{ C^n(x_1, \dots, x_n) / (x_1, \dots, x_n) \in M \right\} \text{ բազմությունը:}$$

Ճանաչելի և կիսաճանաչելի բազմությունների հիմնական հատկությունները

- ճանաչելի բազմության լրացումը ճանաչելի է:
- Երկու ճանաչելի (կիսաճանաչելի) բազմությունների միավորումն ու հատումը ճանաչելի (կիսաճանաչելի) է:
- Կիսաճանաչելի բազմության լրացումը կիսաճանաչելի է այն և միայն այն դեպքում, երբ այն (հետևաբար նաև նրա լրացումը) ճանաչելի է (*Պոստի թեորեմ*):

Խնդիրներ

Ցույց տալ հետևյալ բազմությունների ճանաչելիությունը.

- $M = \emptyset$
- $M = N$
- $M = \{3, 9\}$
- $M = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$
- $M = \{2k / k \in N\}$
- $M = \{2k + 1 / k \in N\}$

7. $M = \{n / n - \text{ըպարզ թիվ}\}$
8. $M = \{n / n - \text{ըկատարյալ թիվ}\}$
9. $M = \{1,3\} \cup \{2k / k \in N\}$
10. $M = \{2,4\} \cup \{2k+1 / k \in N\}$
11. $M = \{1,6\} \cup \{n / n - \text{ըպարզ թիվ}\}$
12. $M = \{n / n - \text{ըպարզ թիվ}\} \setminus \{2,5\}$
13. $M = \{2,6,10,14,\dots\}$
14. $M = \{3,7,17\}$
15. $M = \{3,6,9,\dots\}$
16. $M = \{1,11,111,\dots\}$
17. $M = \{1,31,331,\dots\}$
18. $M = \{x / rm(x,3) \neq 0 \text{ և } rm(x,2) \neq 0\}$
19. $M = \{x / rm(x,2) = 0 \text{ և } rm(x,6) \neq 0\}$
20. $M = \{x / x \geq 7 \text{ և } \exists k \text{ } x = 2k\}$
21. $M = \{x / \exists k \text{ } x = 2^k\}$
22. $M = \{x / \exists k \text{ } x = 3^k \cdot 5^k\}$
23. $M = \{x / \exists k \exists l \text{ } x = 3^k \cdot 5^l\}$
24. $M = \{x / \exists k \text{ } x = k^2\}$
25. $M = \{x / \exists k \exists l \text{ } x = k^2 + l^2\}$
26. $M = \{x / \exists y \exists z \text{ } y^2 + z^2 = x^2\}$
27. $M = \{x / x \geq 5 \text{ և } \exists y, \text{ } y = 3x+1\}$
28. $M = \{C(x,y) / \exists k > 0 \text{ } x = y + k\}$
29. $M = \{(x,y) / x = 2y\}$
30. $M = \{(x,y) / x = y^2\}$
31. $M = \{(x,y) / \exists v \text{ } x = 2^v\}$

32. $M = \{(x, y) / \exists v x > 2^v\}$
 33. $M = \{(x, y) / \exists v x \geq 5 \cdot 3^v\}$
 34. $M = \{(x, y) / x = 6 \cdot 3^{2y}\}$
 35. $M = \{(x, y) / rm(x, 2) = 0 \text{ և } rm(y, 3) = 0\}$
 36. $M = \{(x, y) / rm(x, 2) = 0 \text{ և } y - \text{ը պարզ թիվ}\}$
 37. $M = \{(x, y) / x - 3^y > 2\}$
 38. $M = \{(x, y) / \exists v x > 3^v \text{ և } y = 3 \cdot k\}$
 39. $M = \{(x, y) / rm(x, 2) = 0 \text{ և } \exists t y = 5^t\}$
 40. $M = \{(x, y) / \exists k (x + y) = 3^k\}$
 41. $M = \{(x, y) / \exists z (x < z < y \text{ և } z - \text{ը պարզ թիվ}\}$
 42. $M = \{(x, y, t) / t > x \cdot 3^y\}$
 43. $M = \{(x, y, z) / x = y - 3z\}$
 44. $M = \{C^3(x, y, z) / x = 3y + 5^z\}$
 45. $M = \{C^3(x, y, z) / x = y + 2^z\}$

Ցույց տալ բազմության կիսաճանաչելիության սահմանումների համարժեքությունը.

46. Սահմանում 1 \leftrightarrow Սահմանում 2:
 47. Սահմանում 1 \leftrightarrow Սահմանում 3:
 48. Սահմանում 1 \leftrightarrow Սահմանում 4:
 49. Սահմանում 1 \leftrightarrow Սահմանում 5:
 50. Սահմանում 1 \leftrightarrow Սահմանում 6, եթե բազմությունը դատարկ չէ:
 51. Սահմանում 1 \leftrightarrow Սահմանում 7, եթե բազմությունը անվերջ է:
 52. Սահմանում 2 \leftrightarrow Սահմանում 3
 53. Սահմանում 2 \leftrightarrow Սահմանում 4
 54. Սահմանում 2 \leftrightarrow Սահմանում 5
 55. Սահմանում 2 \leftrightarrow Սահմանում 6, եթե բազմությունը դատարկ չէ:
 56. Սահմանում 2 \leftrightarrow Սահմանում 7, եթե բազմությունը անվերջ է:
 57. Սահմանում 3 \leftrightarrow Սահմանում 4
 58. Սահմանում 3 \leftrightarrow Սահմանում 5

59. Սահմանում $3 \leftrightarrow$ Սահմանում 6, եթե բազմությունը դատարկ չէ:
 60. Սահմանում $3 \leftrightarrow$ Սահմանում 7, եթե բազմությունը անվերջ է:
 61. Սահմանում $4 \leftrightarrow$ Սահմանում 5
 62. Սահմանում $4 \leftrightarrow$ Սահմանում 6, եթե բազմությունը դատարկ չէ:
 63. Սահմանում $4 \leftrightarrow$ Սահմանում 7, եթե բազմությունը անվերջ է:
 64. Սահմանում $5 \leftrightarrow$ Սահմանում 6, եթե բազմությունը դատարկ չէ:
 65. Սահմանում $5 \leftrightarrow$ Սահմանում 7, եթե բազմությունը անվերջ է:
 66. Սահմանում $6 \leftrightarrow$ Սահմանում 7, եթե բազմությունը դատարկ չէ և
 անվերջ է:

Ապացուցել հետևյալ բազմությունների կիսածանաչելիությունը
 համաձայն 1 – 7 սահմանումների.

$$67. M = \{1,10\} \quad (1 - 6)$$

$$68. M = \{3,7,17\} \quad (1 - 6)$$

$$69. M = \{n / n - \text{պարզ թիվ}\}$$

$$70. M = \{n / n - \text{կատարյալ թիվ}\}$$

$$71. M = \{1,3\} \cup \{2k/k \in N\}$$

$$72. M = \{2,4\} \cup \{2k+1/k \in N\}$$

$$73. M = \{1,6\} \cup \{n / n - \text{պարզ թիվ}\}$$

$$74. M = \{2,6,10,14,\dots\}$$

$$75. M = \{5,10,15,20,\dots\}$$

$$76. M = \{1,11,111,\dots\}$$

$$77. M = \{13,133,1333,\dots\}$$

$$78. M = \{x / rm(x,4) = 0\}$$

$$79. M = \{x / \exists k \quad x = 3^k\}$$

$$80. M = \{x / x - \text{ի բաժանարարների քանակը հավասար է } 3\}$$

$$81. M = \{x / \exists y \quad \text{պարզ թիվ}, \text{որ } x = y + 2\}$$

$$82. M = \{x / \exists k \quad x = 2^k\}$$

$$83. M = \{x / \exists z \quad x = 3^z + 1\}$$

$$84. M = \{x / x \geq 7 \quad \& \exists k \quad k = 2x\}$$

85. $M = \{(x) / \exists k \ x = 3^k \cdot 5^k\}$
86. $M = \left\{x / \exists y, \ y^2 + y \leq x^2 \leq \left[\frac{y^3}{4}\right]\right\}$
87. $M = \{(x, y) / x = 2y\}$
88. $M = \{C(x, y) / x = 2^y\}$
89. $M = \{(x, y) / x > 2^y\}$
90. $M = \{(x, y) / x \leq y^2\}$
91. $M = \{(x, y) / x < y^3\}$
92. $M = \{(x, y) / x \geq 5 \cdot 3^y\}$
93. $M = \{(x, y) / x = 5 \cdot 3^y\}$
94. $M = \{(x, y) / y = 3^x \cdot 7^x\}$
95. $M = \{(x, y) / rm(x, y) = 1\}$
96. $M = \{(x, y) / x - 3^y > 2\}$
97. $M = \{(x, y) / \exists y, \ x = y^2\}$
98. $M = \{(x, y) / \exists k \ x = 7^k \cdot y\}$
99. $M = \{(x, y) / \exists y, \ x > 3^y\}$
100. $M = \{(x, y) / \exists z, \ x \cdot y = z\}$
101. $M = \{(x, y) / x - \text{ըսույգ} \text{ և } y - \text{ըպարզ}\}$
102. $M = \{(x, y) / y - \text{ըսույգ} \text{ և } \exists k \ x = 3^k \cdot y\}$
103. $M = \{(x, y) / x > 3^y \text{ և } \exists k \ y = 3k\}$
104. $M = \{(x, y) / rm(x, 3) = 0 \text{ և } rm(y, x) = 0\}$
105. $M = \{(x, y) / x - \text{ըպարզ} \text{ և } y - \text{ըկատարյալ}\}$
106. $M = \{(x, y) / x = 3k + 1, \ y - \text{ըպարզ}\}$
107. $M = \{(x, y) / \exists z, x < z < y \text{ և } z - \text{ըկատարյալ}\}$
108. $M = \{(x, y) / \exists z, x^2 + y^2 = z^2\}$

109. $M = \{(x,y) / x - y \leq 0 \text{ և } y - x \geq 0 \text{ փոխադարձաբար պարզ են}\}$
110. $M = \{(x,y) / x - y \leq 0 \text{ և } y - x \geq 0 \text{ ընդհանուր բաժանարարը կենտ է}\}$
111. $M = \{(x,y) / x - y \geq 0 \text{ և } x \leq y\}$
112. $M = \{(x,y) / x < y^2 \text{ և } y \leq x^2\}$
113. $M = \{(x,y) / \exists k \ x \cdot y = 3k + 2\}$
114. $M = \{(x,y) / \exists k, x = k^3 \text{ և } y \geq x\}$
115. $M = \{(x,y) / \exists z, xy - 1 = z^2\}$
116. $M = \{(x,y) / rm(\min(x,y),3)=0 \text{ և } rm(\max(x,y),4)=0\}$
117. $M = \{(x,y,t) / t > x \cdot 3^y\}$
118. $M = \{(x,y,z) / z \geq 3x \cdot (y - 1)\}$
119. $M = \{(x,y,z) / x = y - 3z\}$
120. $M = \{(x,y,z) / x + y = z\}$
121. $M = \{(x,y,z) / x - y = y - z\}$
122. $M = \{(x,y,z) / z = 4x - 3y + 1\}$
123. $M = \{C^3(x,y,z) / x = y + 2^z\}$
124. $M = \{(x,y) / x \neq y^2\} \cup \{(x,y,z) / z < x + y\}$

6. ՄԱՍՆԱԿԻ ԿԱՐԳԸՆԹԱՑ ՖՈՒՆԿԻԱՆԵՐԻ ԵՎ ԿԻՍԱԲԱՆԱՉԵԼԻ ԲԱԶՄՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԴԱՍԱՐԱԿԱԼՈՒՄ

Դայտնի է, որ $\forall n \geq 1 \exists F(x_0, x_1, \dots, x_n)$ մասնակի կարգընթաց

ֆունկցիա, որը համապիտանի է \mathbb{F}^n մասնակի կարգընթաց ֆունկցիաների բազմության համար և, ըստ եռթյան, համարակալում է այդ բազմությունը: Այդպիսի համապիտանի ֆունկցիա կարելի է կառուցել տարբեր եղանակներով [1 - 4]: Օրինակ, կլինիկ կողմից կառուցված համապիտանի ֆունկցիան ընդունված է նշանակել $K^{n+1}(x_0, x_1, \dots, x_n)$ -ով:

Մասնավորապես, $K^2(x_0, x_1)$ համապիտանի ֆունկցիայի միջոցով համարակալվում է \mathcal{F}^1 բազմությունը:

Ընդունված են նաև հետևյալ նշանակումները.

$$\forall n \in N \text{ համար } K^2(n, x) \simeq f_n(x) \simeq \alpha n :$$

Ույսի թեորեմ

\mathcal{F}^1 բազմության ցանկացած ոչ դատարկ սեփական ենթաբազմությանը պատկանող ֆունկցիաների բոլոր կլինյան համարների բազմությունը ճանաչելի չէ:

Դիմնվելով բազմության կիսաճանաչելիության 5-րդ սահմանման վրա, Պոստի կողմից տրվել է կիսաճանաչելի բազմությունների հետևյալ համարակալումը՝

$$\pi_n = \{y / \exists x K^2(n, x) = y\}$$

(n համար ունեցող կիսաճանաչելի բազմությունն է):

Խնդիրներ

Ապացուցել, որ՝

1. $\exists f(x)$ պ.կ. ֆունկցիա, այնպիսին, որ $\forall x \pi_{f(x)} = \{x\}$:
2. $\exists n$, որ $\pi_n = \{n\}$:
3. $\exists n$, որ $\pi_n = \{n^2\}$:
4. $\exists n$, որ $\pi_n = N \setminus \{n\}$:
5. $\exists g(x, y)$ պարզագույն կարգընթաց ֆունկցիա, այնպիսին, որ $\pi_{g(x, y)} = \{C(n, m) / n \in \pi_x \text{ և } m \in \pi_y\}$:

Դետազուտել հետևյալ բազմությունները ճանաչելի՞ն են, թե՞ ոչ, կիսաճանաչելի՞ն են, թե՞ ոչ:

6. $M = \{n / \pi_n = \emptyset\}$
7. $M = \{n / \pi_n = N\}$
8. $M = \{n / a \in \pi_n\}$, որտեղ a - ն որոշակի բնական թիվ է:

9. $M = \{n/\pi_n = \{5\}\}$
10. $M = \{n/\pi_n = \{3,5\}\}$
11. $M = \{n/\pi_n = \{3,4,5\}\}$
12. $M = \{n/\{2,5,8\} \subseteq \pi_n\}$
13. $M = \{n/\pi_n \subseteq \{1,2\}\}$
14. $M = \{n/5 \notin \pi_n\}$
15. $M = \{n/\pi_n \cup \{2\} = N\}$
16. $M = \{n/ !f_n(15)\}$
17. $M = \{n/ !f_n(10)\}$
18. $M = \{n/ !f_n(5) \wedge !f_n(7)\}$
19. $M = \{n/f_n(5) = 7\}$
20. $M = \{n/\exists x f_n(x) = 13\}$
21. $M = \{n/f_n(3) + f_n(10) = f_n(11)\}$
22. $M = \{C(n,m)/\pi_n \subset \pi_m\}$

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции.– М.: Наука, 1986.
2. Роджерс Х. Теория рекурсивных функций и эффективная вычислимость.– М.: Мир, 1972.
3. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч. 3. Вычислимые функции.– М.: МЦНМО, 1999.
4. Петер Р. Рекурсивные функции.– М.: ИЛ, 1954.
5. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
6. Սարգսյան Հ.Բ., Նիգիյան Ս.Ս. Ընթացակարգերի տեսության դասընթացի խնդիրների լուծման մեթոդական ցուցումներ.–Եր.: ԵՊՀ հրատ., 1984:

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Նախաբան.....	3
1. Կարգընթաց ֆունկցիաներ.....	4
2. Թյուրինգի մեքենաներ	21
3. Բնական թվերի համակարգերի համարակալումներ	36
4. Դաշտապահություն ֆունկցիաներ	42
5. ճանաչելի և կիսաճանաչելի բազմություններ	46
6. Մասնակի կարգընթաց ֆունկցիաների և կիսաճանաչելի բազմությունների համարակալում	52
Գրականություն.....	54

Ստորագրված է տպագրության 30.09.2008 թ.:

Չափսը՝ $60 \times 84^{\frac{1}{16}}$: Թուրքի՝ օֆսեթ: Հրատ. 3.0 մամույ,

տպագր. 3.5 մամով = 3.3 պայմ. մամով:

Տպաքանակ՝ 100: Պատվեր՝ 97:

ԵՊՀ հոգաբարձրական գումար

ԵՐԱՎԻՆ, Այ. Մանուկյան 1:

Երևանի պետական համալսարանի
օպերատիվ պոլիգրաֆիայի ստորաբաժնում
Երևան, Ալ. Մանուկյան 1: