

## - TER L3 : 'The Dollar Game' -

### - Encadrants -

Stéphane Bessy  
mail : [bessy@lirmm.fr](mailto:bessy@lirmm.fr)  
page web : <http://www.lirmm.fr/~bessy>

### - Généralités -

Ce sujet de TER s'adresse plus particulièrement **aux étudiants de Maths-Info, ou aux étudiants d'Info ayant un attrait certain pour l'informatique théorique** et plus particulièrement la théorie des graphes et l'algorithmique. Il est prévu pour un groupe de 4 étudiants.

### - Sujet -

Le *Dollar Game* est un jeu de solitaire qui se joue sur un graphe. Chaque sommet du graphe reçoit un certain nombre de dollars, positif ou négatif. À chaque tour de jeu un sommet est choisi et donne 1 dollar à chacun de ses voisins.

Le but du jeu est d'obtenir une configuration où chaque sommet possède une valeur positive ou nulle. Ce jeu a été introduit par M. Baker en 2007. Une version online du jeu est disponible ici [1].

En 2007, M. Baker et S. Norine ont montré [2] que si la somme totale des dollars placés sur le graphe était supérieure ou égale à  $m - n + 1$  (où  $n$  et  $m$  sont respectivement le nombre de sommets et d'arêtes du graphe  $G$ ) alors la configuration de départ était gagnable. La preuve de M. Baker et S. Norine utilise des outils de géométries algébriques et apparemment aucune preuve combinatoire ou algorithmique simple de ce résultat ne semble exister.

### - Travail attendu -

Il s'agit tout d'abord d'étudier d'un point de vue mathématique et algorithmique le jeu : les différentes définitions et les propriétés simples. Pour cela, on s'inspirera du document [3]. Ensuite, il faudra créer une interface graphique permettant de jouer au Dollar Game, du type de [1].

Algorithmiquement, on implémentera l'algorithme de résolution sur les arbres donné dans [3], ainsi qu'un algorithme permettant de générer des arbres. Finalement, on testera différentes stratégies pour essayer remporter une partie et on évaluera ces stratégies en les comparant.

Le choix du langage de programmation est laissé libre.

Le début du travail à réaliser étant d'ordre bibliographique, il sera nécessaire de débiter l'écriture du mémoire (en LaTeX!) tôt dans le déroulement du TER. Après les diverses propositions algorithmiques et implémentations, le TER se terminera par la fin de la rédaction du mémoire et la préparation de la soutenance.

Une rencontre encadrants-étudiants est prévue une fois par semaine ou par quinzaine selon l'avancée du TER.

**- Bibliographie -**

- [1] <https://thedollargame.io/>
- [2] M. Baker and S. Norine, Riemann-roch and abel-jacobi theory on a finite graph, *Advances in Mathematics*, vol 215, no. 2 (2007), 766–788
- [3] <https://scholarscompass.vcu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=7379&context=etd>