$$\begin{array}{r c} & \begin{array}{ccccc} s & t & q & q & s \end{array} \\ \begin{array}{r} aula\,1 \\ aula\,2 \\ aula\,3 \\ aula\,4 \end{array} & \begin{bmatrix} d5 & d2 & d3 & d2 & d4 \\ d5 & d2 & d3 & d2 & d4 \\ d1 & d1 & d5 & d4 & d3 \\ d1 & d1 & d5 & d4 & d3 \end{bmatrix} \end{array}$$

Matriz 1: grade ótima, com as disciplinas do primeiro período.

A grade de horário será modelada como uma matriz G_{ij}, onde i é o número de aulas por dia e j o número de dias letivos por semana. As disciplinas serão modeladas semelhantemente.
Exemplo de modelagem da disciplina GDSW (primeiras aulas de terça e últimas aulas de quinta):

$$\begin{array}{lr c} GDSW & & \begin{array}{ccccc} s & t & q & q & s \end{array} \\ d26 \;=\; & \begin{array}{r} aula\,1 \\ aula\,2 \\ aula\,3 \\ aula\,4 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Dessa forma, pode-se calcular a grade G como a soma das matrizes das disciplinas. Obviamente, a grade vazia é uma matriz nula.
Pode-se verificar a compatibilidade entre duas disciplinas na mesma grade (ou entre uma grade e uma disciplina) como segue:

$$C = tr\left(D_1 \times D_2^T\right) \quad ,$$

onde C é o número de aulas em conflito na grade e *tr* é o traço da matriz-produto (soma dos elementos da diagonal principal). Uma grade é considerada válida se não possuir elemento maior que 1 e C = 0 para todas as disciplinas na grade. Uma grade é considerada ótima se todos os elementos forem iguais a 1. Espera-se que toda grade formada por disciplinas do mesmo período seja ótima. Toda grade ótima é uma grade válida.

As dependências serão modeladas como a [matriz de adjacência]() do [grafo orientado]() de dependências.O elemento a_{ij} da matriz será igual a 1 se a disciplina i depende da disciplina j. A fim de evitar inconsistências, verifica-se que os elementos da diagonal principal devem ser sempre zero (uma disciplina não pode depender de si mesma), e que o grafo em questão deve ser simples (sem loops).
Para viabilizar os cálculos do modelo, será criada uma disciplina nula, sem requisitos, mas considerada como requisito de todas as disciplinas que não têm requisito real. Todo aluno terá a disciplina nula como concluída *a priori*. Considere-se o grafo 1 (N = 6) como exemplo.

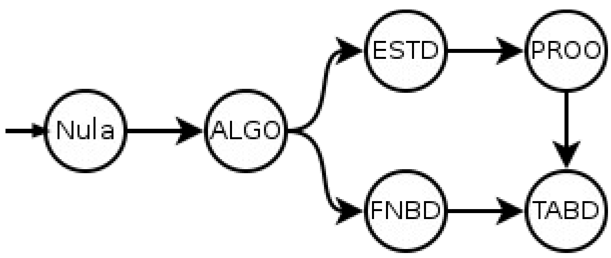

Figura 1: grafo de dependências

Para o grafo da figura 1, a matriz de dependências (MD_{NxN}) é a seguinte:

$$
Requisitos\left\{
\begin{array}{ccccccc}
 & \multicolumn{6}{c}{\overbrace{\hspace{9cm}}^{Objetivos}} \\
 & NULA & ALGO & ESTD & FNBD & PROO & TABD \\
NULA & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
ALGO & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
ESTD & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
FNBD & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
PROO & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
TABD & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right.
$$

Em geral, a matriz resultante é esparsa, o que pode, em teoria, aumentar a eficiência dos cálculos.

Dada uma lista de disciplinas, um aluno pode ter concluído ou não cada uma. Define-se o vetor de aprovação (AP) como a matriz-linha onde cada elemento é igual a 1 se o aluno concluiu a respectiva disciplina, ou igual a 0 caso não a tenha concluído. Supondo que, a título de exemplo, certo aluno concluiu ALGO e FNBD (além, claro, da disciplina nula), seu vetor de aprovação será AP = [1 1 0 1 0 0].

O vetor de disciplinas cursáveis (DC) define-se a seguir:

$$DC=\left\lfloor\frac{(AP\cdot MD)-AP}{SC}\right\rfloor$$

A soma das colunas (SC) é o vetor obtido pela soma das colunas da matriz de dependências (MD). Neste caso, as funções de divisão e piso para vetores devem ser realizadas como a soma: elemento por elemento, resultando num vetor.

A disciplina nula não tem requisitos, o que causa uma divisão por zero; nesse caso, seu valor deve ser zero no vetor de disciplinas cursáveis (DC), para que o aluno não possa se matricular na disciplina nula.

Por fim, cada elemento de DC será igual a 1 se o aluno tiver cumprido todos os requisitos para a respectiva disciplina. Considerando a lista de disciplinas da figura 1, calcula-se que, para esse aluno, DC = [0 0 1 0 0 0]. Logo, o aluno tem requisitos para cursar apenas a disciplina ESTD.

O universo de grades possíveis (U) é o conjunto de todas as combinações de disciplinas para um dado aluno num dado semestre. O número de combinações de N disciplinas do curso agrupadas em grades com k disciplinas cada é calculado segundo o binômio de Newton:

$$|U|=\binom{N}{k}=\frac{N!}{k!(N-k)!}$$

O objetivo é encontrar a lista de combinações que resultem em grades válidas para o aluno. Ordena-se as grades válidas pelo número total de aulas na semana e pelo menor espalhamento de aulas vagas.

(Algoritmo genético? Programação linear de inteiros? Simplex?)