

Dr. KOIVOGUI

TRAVAUX DIRIGES FICHE 1

Exercice 1. Parmi les propositions suivantes lesquels sont vraies, lesquels sont fausses, et pourquoi?

- (1) Si Napoleon était ivoirien, alors $3 - 2 = 2$.
- (2) Si l'homme est un quadrupède, alors il aboie.
- (3) Il est faux que les poissons ne volent pas alors 3 divise 2.

Exercice 2. Soient p, q et r trois propositions. Dresser les tables de vérité des assertions suivantes:

$$a) \quad (p \implies q) \wedge (\neg p \implies q) \qquad b) \quad \neg(p \wedge \neg(q \wedge r)) \implies (p \implies (q \wedge r))$$

Exercice 3. Simplifier l'expression $(\neg p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$

Exercice 4. (1) Écrire avec les quantificateurs les propositions suivantes :

- (a) f est la fonction nulle.
- (b) f est positive.
- (c) f est l'identité de \mathbb{R} .
- (d) Le graphe de f coupe la droite d'équation $y = x$.
- (e) f est croissante sur \mathbb{R} .
- (f) f est paire sur \mathbb{R} .
- (g) l'équation $\sin(x) = x$ a une et une seule solution dans \mathbb{R} .
- (h) Toutes les boules cintentues dans l'urne sont rouges.
- (i) Certains nombres entiers sont paires.

(2) Écrire la négation des proposition ci-dessus.

Exercice 5. (1) Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(2) Montrer par l'absurde que

$$\forall x \neq -2, \frac{x+1}{x+2} \neq 1$$

(3) Montrer par un raisonnement par contraposée que si $a, n \in \mathbb{N}$ vérifiant $a^2 + 9 = 2^n$ alors a est impair.