DOMANDE ORALE DI CALCOLO

1) **Risoluzione di sistemi lineari con fattorizzazione LU**. Dato un problema test di dimensione variabile la cui soluzione esatta sia il vettore x di tutti elementi unitari e b il termine noto ottenuto moltiplicando la matrice A per la soluzione x discutere:
    - il numero di condizione (o una stima di esso)
    - la soluzione del sistema lineare Ax=b con la fattorizzazione LU con pivoting.

Testare su una matrice di numeri casuali A generata con la funzione randn di Matlab, (n variabile fra 10 e 1000)

2) **Risoluzione di sistemi lineari con fattorizzazione di Cholesky (I)**. Dato un problema test di dimensione variabile la cui soluzione esatta sia il vettore x di tutti elementi unitari e b il termine noto ottenuto moltiplicando la matrice A per la soluzione x discutere:
    - il numero di condizione (o una stima di esso)
    - la soluzione del sistema lineare Ax=b con la fattorizzazione di Cholesky.

Testare sulla matrice di Hilbert, (n variabile fra 2 e 15).

3) **Risoluzione di sistemi lineari con fattorizzazione di Cholesky (II)**. Dato un problema test di dimensione variabile la cui soluzione esatta sia il vettore x di tutti elementi unitari e b il termine noto ottenuto moltiplicando la matrice A per la soluzione x discutere:
    - il numero di condizione (o una stima di esso)
    - la soluzione del sistema lineare Ax=b con la fattorizzazione di Cholesky.

Testare sulla matrice tridiagonale simmetrica e definita positiva avente sulla diagonale elementi uguali a 9 e quelli sopra e sottodiagonali uguali a -4 (variare n)

4) **Risoluzione di sistemi lineari con metodo iterativo**. Dato un problema test di dimensione variabile la cui soluzione esatta sia il vettore x di tutti elementi unitari e b il termine noto ottenuto moltiplicando la matrice A per la soluzione x discutere:
    - la soluzione del sistema lineare Ax=b con i metodi iterativi di Jacobi e gauss Sidel al variare del punto iniziale e della tolleranza per il criterio di arresto.
    - Il numero di iterazioni effettuate al variare della dimensione n del sistema (grafico del numero di iterazioni al variare di n).

Testare sulla matrice tridiagonale simmetrica e definita positiva positiva avente sulla diagonale elementi uguali a 9 e quelli sopra e sottodiagonali uguali a -4 (variare n).

5) **Risoluzione di sistemi lineari: confronto metodi**. Dato un problema test di dimensione variabile la cui soluzione esatta sia il vettore x di tutti elementi unitari e b il termine noto ottenuto moltiplicando la matrice A per la soluzione x
    - Confrontare la soluzione del sistema lineare Ax=b con i metodi diretti LU e Cholesky e i metodi iterativi di Jacobi e gauss Sidel considerando i grafici dell' errore e del tempo dei 4 metodi al variare della dimensione N del sistema
    - Testare sulla matrice tridiagonale simmetrica e definita positiva positiva avente sulla diagonale elementi uguali a 9 e quelli sopra e sottodiagonali uguali a -4 (variare n).

6) **Approssimazione dati ai minimi quadrati (data set 1)**. Discutere l'approssimazione al seguente insieme di dati:
    (1.0, 1.18), (1.2, 1.26), (1.4, 1.23), (1.6, 1.37), (1.8, 1.37), (2.0, 1.45), (2.2, 1.42), (2.4, 1.46), (2.6, 1.53), (2.8, 1.59), (3.0, 1.50)
    Con polinomi di grado 1,….7.

Risolvere il problema dei minimi quadrati sia con equazioni normali che con SVD, visualizzando i polinomi ottenuti.

7) **Approssimazione dati ai minimi quadrati (data set 2).**
Discutere l'approssimazione all' insieme di dati scaricati da:
https://www.kaggle.com/sakshamjn/heightvsweight-for-linear-polynomial-regression
Con polinomi di grado 1,….7.
Risolvere il problema dei minimi quadrati sia con equazioni normali che con SVD, visualizzando i polinomi ottenuti.

8) **Approssimazione dati ai minimi quadrati (funzione 1).**
Discutere l'approssimazione a m dati equispaziati (scegliere alcuni valori di m in [10,50]) ottenuti campionando la seguente funzione:
f(x)=x exp(x) , x in [-1,1]
Con polinomi di grado 1,3,5,7.
Risolvere il problema dei minimi quadrati sia con equazioni normali che con SVD, visualizzando i polinomi ottenuti e calcolando l'errore di approssimazione in norma 2 per entrambi i metodi.

9) **Approssimazione dati ai minimi quadrati (funzione 2).**
Discutere l'approssimazione a m dati equispaziati (scegliere alcuni valori di m in [10,50]) ottenuti campionando la seguente funzione:
f(x)=1/(1+25 x^2) , x in [-1,1]
Con polinomi di grado 1,3,5,7.
Risolvere il problema dei minimi quadrati sia con equazioni normali che con SVD, visualizzando i polinomi ottenuti e calcolando l'errore di approssimazione in norma 2 per entrambi i metodi.

10) **Approssimazione dati ai minimi quadrati (funzione 3).**
Discutere l'approssimazione a m dati equispaziati (scegliere alcuni valori di m in [10,50]) ottenuti campionando la seguente funzione:
f(x)=sin(5x)+3x , x in [1,5]
Con polinomi di grado 1,3,5,7.
Risolvere il problema dei minimi quadrati sia con equazioni normali che con SVD, visualizzando i polinomi ottenuti e calcolando l'errore di approssimazione in norma 2 per entrambi i metodi.

11) **Compressione di una immagine tramite SVD.**
Discutere la compressione di una immagine ottenuta approssimando la matrice dell' immagine con diadi calcolate utilizzando la decomposizione in valori Singolari, sia visualizzando le immagini ottenute al variare del numero p di diadi considerate che i grafici dell'errore relativo e del fattore di compressione al variare sempre di p.

12) **Calcolo degli zeri di una funzione (I)**
Discutere i risultati ottenuti per calcolare lo zero della seguente funzione:
f(x)=exp(x) x^2 , x in [-1,1] con:
- il metodo di bisezione
- il metodo di Newton
- il metodo delle approssimazioni successive utilizzando le seguenti funzioni di punto fisso:
  - g1(x)=x-f(x)exp(x/2)
  - g2(x)=x-f(x)exp(-x/2)

- $g3(x)=x-f(x)/f'(x)$

sulla base del numero di iterazioni effettuate e dell' errore commesso.

13) **Calcolo degli zeri di una funzione (II)**
Discutere i risultati ottenuti per calcolare lo zero della seguente funzione:
$f(x)=x^3+4x\cos(x)-2$ x in [0,2]

- il metodo di bisezione
- il metodo di Newton
- il metodo delle approssimazioni successive utilizzando le seguenti funzioni di punto fisso:
  - $g1(x)=(2-x^3)/(4*\cos(x))$

sulla base del numero di iterazioni effettuate e dell' errore commesso (calcolare la radice esatta con qualche software simbolico)

14) **Calcolo degli zeri di una funzione (III)**
Discutere i risultati ottenuti per calcolare lo zero della seguente funzione:
$f(x)=x - x^{1/3}-2$ x in [3,5]

- il metodo di bisezione
- il metodo di Newton
- il metodo delle approssimazioni successive utilizzando le seguenti funzioni di punto fisso:
  - $g1=x^{1/3}+2$

sulla base del numero di iterazioni effettuate e dell' errore commesso (calcolare la radice esatta con qualche software simbolico)

15) **Metodo del gradiente**
Discutere la minimizzazione della funzione:
$f(x)=10(x-1)^2+(y-2)^2$

utilizzando il metodo del gradiente con passo sia fisso che variabile calcolato con algoritmo di backtracking, testando diversi valori del parametro lambda in [0,1]. Discutere i grafici dell'errore, del valore della funzione e della norma del gradiente al variare delle iterazioni.

16) **Metodo del gradiente**
Discutere la minimizzazione della funzione:
$f(x)=||x-b||^2+\text{lambda } ||x||^2$

utilizzando il metodo del gradiente con passo sia fisso che variabile calcolato con algoritmo di backtracking, testando diversi valori del parametro lambda in [0,1]. Discutere i grafici del valore della funzione e della norma del gradiente al variare delle iterazioni.

17) **Deblur di immagini**
Discutere La ricostruzione di un’immagine corrotta da blur e rumore, mostrando la soluzione naive ottenuta risolvendo un problema di minimi quadrati e la soluzione ottenuta con il metodo di regolarizzazione di Tikhonov, mostrando sia le immagini ricostruite che i grafici dei parametri PSNR e MSE al variare del numero di iterazioni . Discutere inoltre i risultati al variare di Lambda, parametro di regolarizzazione.