

Homework12

软件13 杨楠

1

设计算法如下。

```
GREEDY-SET-COVER(X, F)
    m = max{|S|, S in F}
    let A[0..m] be a new array of lists
    let L[0..|X|] be a new array of lists
    for each S in F
        add S to A[|S|]
        for each x in S
            add S to L[x]

    let C be a new set cover
    let U be a new set
    while m > 0
        let S' be any element of A[m]
        add S' to C
        remove S' from A[m]
        for each x in S' \ U
            for each S in L[x]
                remove S from A[|S|]
                |S| = |S| - 1
                add S to A[|S|]
            if A[m] is empty
                m = m - 1
        add x to U
    return C
```

这里，数组 A 和 L 的每个元素都是一个存放子集的列表，子集族 C 即为所求的集合覆盖。

首先将每个子集 S 放入 A 和 L 相应位置的操作，复杂度为 $O(\sum_{S \in F} |S|)$ 。然后是选取子集的操作，对于每个 S 中的 x 操作，时间为 $O(1)$ ，那么一共所需时间也为 $O(\sum_{S \in F} |S|)$ 。所以算法的总时间为 $O(\sum_{S \in F} |S|)$ 。

2

原算法修改如下。对于列表 L_i 中的每个元素 s ，维护其相对应的集合 S_s ， S_s 是 S 的子集，且 S_s 的元素和即为 s 。

当执行 $MERGE - LISTS(L_{i-1}, L_{i-1} + x_i)$ 操作时，每个 s 变成了 $s + x_i$ ，其对应的 S_s 就加入元素 x_i 。

当执行 $TRIM(L_i, \varepsilon/2n)$ 和 $remove$ 操作时，如果该元素被删除了，那么相应的集合也删除。

最后，返回 z^* 相对应的集合 S_{z^*} 即为所求。

上述添加的操作的时间都是线性的或者单位时间，则算法总的复杂度依然为完全多项式时间。

