

# Homework12

软件13 杨楠

## 1

设计算法如下。

```
GREEDY-SET-COVER(X, F)
  m = max{|S|, S in F}
  let A[0..m] be a new array of lists
  let L[0..|X|] be a new array of lists
  for each S in F
    add S to A[|S|]
    for each x in S
      add S to L[x]

  let C be a new set cover
  let U be a new set
  while m > 0
    let S' be any element of A[m]
    add S' to C
    remove S' from A[m]
    for each x in S' \ U
      for each S in L[x]
        remove S from A[|S|]
        |S| = |S| - 1
        add S to A[|S|]
        if A[m] is empty
          m = m - 1
    add x to U
  return C
```

这里，数组  $A$  和  $L$  的每个元素都是一个存放子集列表，子集族  $C$  即为所求的集合覆盖。

首先将每个子集  $S$  放入  $A$  和  $L$  相应位置的操作，复杂度为  $O(\sum_{S \in F} |S|)$ 。然后是选取子集的操作，对于每个  $S$  中的  $x$  操作，时间为  $O(1)$ ，那么一共所需时间也为  $O(\sum_{S \in F} |S|)$ 。所以算法的总时间为  $O(\sum_{S \in F} |S|)$ 。

## 2

原算法修改如下。对于列表  $L_i$  中的每个元素  $s$ ，维护其相对应的集合  $S_s$ ， $S_s$  是  $S$  的子集，且  $S_s$  的元素和即为  $s$ 。

当执行  $MERGE - LISTS(L_{i-1}, L_{i-1} + x_i)$  操作时，每个  $s$  变成了  $s + x_i$ ，其对应的  $S_s$  就加入元素  $x_i$ 。

当执行  $TRIM(L_i, \varepsilon/2n)$  和  $remove$  操作时，如果该元素被删除了，那么相应的集合也删除。

最后，返回  $z^*$  相对应的集合  $S_{z^*}$  即为所求。

上述添加的操作的时间都是线性的或者单位时间，则算法总的复杂度依然为完全多项式时间。