

作业 5

吴佳龙 班级：软件 83 学号：2018013418

March 31, 2020

5.1. (CLRS Exercises 15.3-4)

贪心法的反例：令 A_1, A_2, A_3 的大小分别为 $1000 \times 100, 100 \times 10, 10 \times 1$ ，则贪心法给出的方案是 $((A_1 A_2) A_3)$ ，需要的乘法次数

$$1000 \times 100 \times 10 + 1000 \times 10 \times 1 = 1010000$$

而存在一种更优的方案 $(A_1 (A_2 A_3))$ 所需的乘法次数

$$100 \times 10 \times 1 + 1000 \times 100 \times 1 = 101000$$

5.2. (CLRS Exercises 15.4-6) 设计一个 $O(n \lg n)$ 时间的算法，求一个 n 个数的序列的最长单调递增子序列。

算法描述、伪代码、实验结果详见实验报告。

5.3. (CLRS Problems 15-8)

- (a) 考虑从第一行开始逐行选取像素，对于每一行中选取了一个像素，下一行至少有 2 种选择（当前行不在第 1 列或第 n 列，则有 3 种选择），所以可能的接缝数量是 $\Omega(2^m)$ 的。
- (b) 定义状态 $f[i, j]$ 表示从第一行逐行选择到第 i 行，且第 i 行选择了像素 $A[i, j]$ 时当前选择的所有像素的破坏度之和的最小值，且 $f[i, 0] = f[i, n+1] = \infty$ ，则 f 有如下最优子结构的性质

$$f[i, j] = \min\{f[i-1, j-1], f[i-1, j], f[i-1, j+1]\} + d[i, j]$$

分别表示上一行选取的是左上角、正上方、右上角的像素取最小值。最终的结果，也就是破坏度最小的接缝的破坏度是

$$\min_{1 \leq j \leq n} f[m, j]$$

算法的伪代码如下

```
1 FIND-SEAM(A, m, n)
2   initialize f[1..m, 0..n+1] with f[1, 1..n] = d[1, 1..n], f[1..m, 0] = f[1..m, n+1] = inf
3   initialize s[1..m, 1..n]
4   for i = 2 to m
5     for j = 1 to n
6       f[i, j] = min( f[i-1, j-1], f[i-1, j], f[i-1, j+1] ) + d[i, j]
7       s[i, j] = argmin( f[i-1, j-1], f[i-1, j], f[i-1, j+1] )
8
9   initialize result[1..m] to restore the column selected on every line
10  result[m] = argmin(f[m, 1..n])
11  for i = m-1 to 1
12    result[i] = s[i+1, result[i+1]]
13  return result
```

(c) 基于如上算法实现的图像压缩程序及实验结果详见实验报告。