Automata Week 2 3/6/2019

东大73 [illegible] 2017013569

清華大學

2.2.2: 证明:

① 当 $y=\varepsilon$ 时.

$$\hat{\delta}(q,xy)=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),\varepsilon)=\hat{\delta}(q,x)$$

② 设 $y=y_0 d_y$ (y_0 一串, d_y 一个字符), 对于 q,xy_0 假设成立

则 $\hat{\delta}(q,xy_0)=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),y_0)$

$$\hat{\delta}(q,xy)=\delta(\hat{\delta}(q,xy_0),d_y)$$

$$=\delta(\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),y_0),d_y)$$

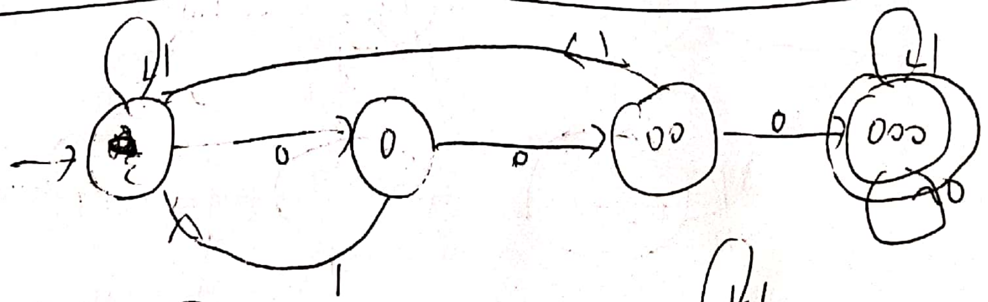
$$=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),y_0 d_y)$$

$$=\hat{\delta}(\hat{\delta}(q,x),y)$$

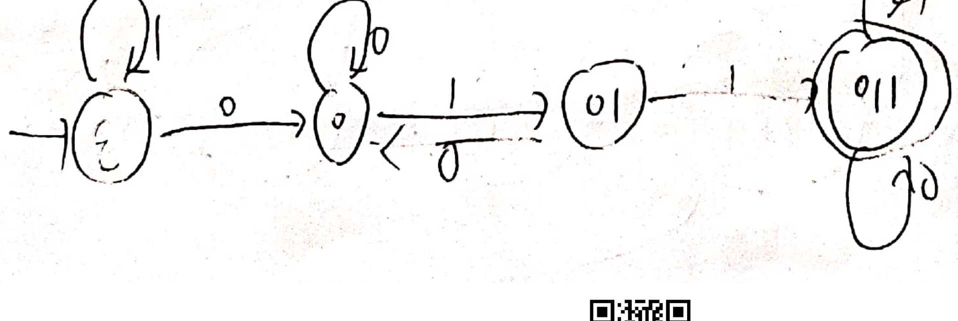
$\cancel{\delta(\delta(\delta(q,x),y_0),d_y)}$ $\cancel{=\delta(\delta(\delta(q,x),y_0),d_y)}$ $\cancel{=\delta(\delta(\delta(q,x),y),d_y)}$ $\cancel{=\delta(\delta(q,x),y_0 d_y)}$ $\cancel{=\delta(\delta(q,x),y)}$

得证

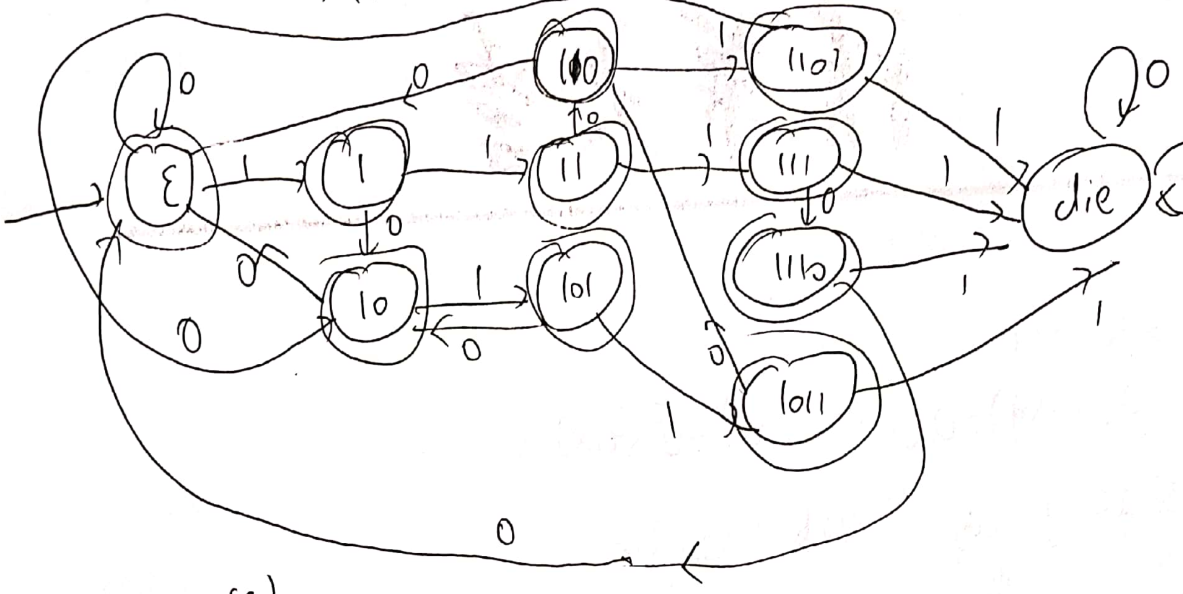
2.2.4 (b)



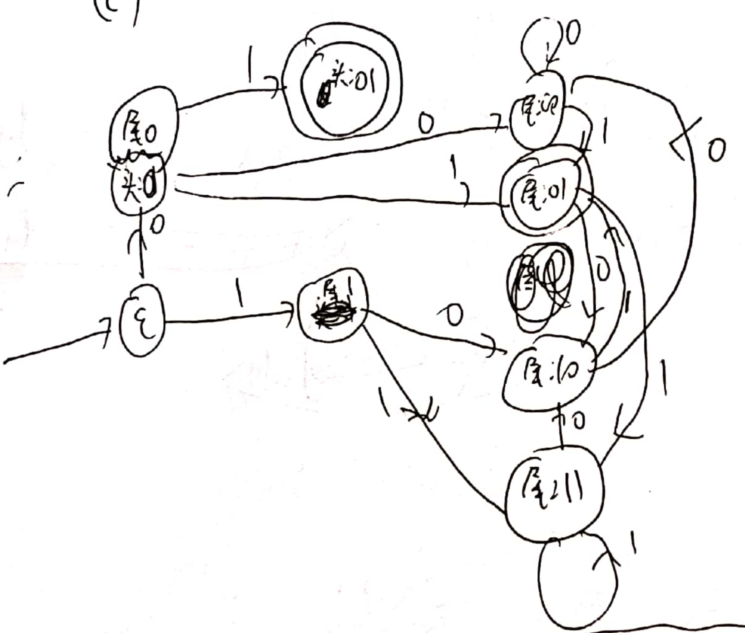
(c)



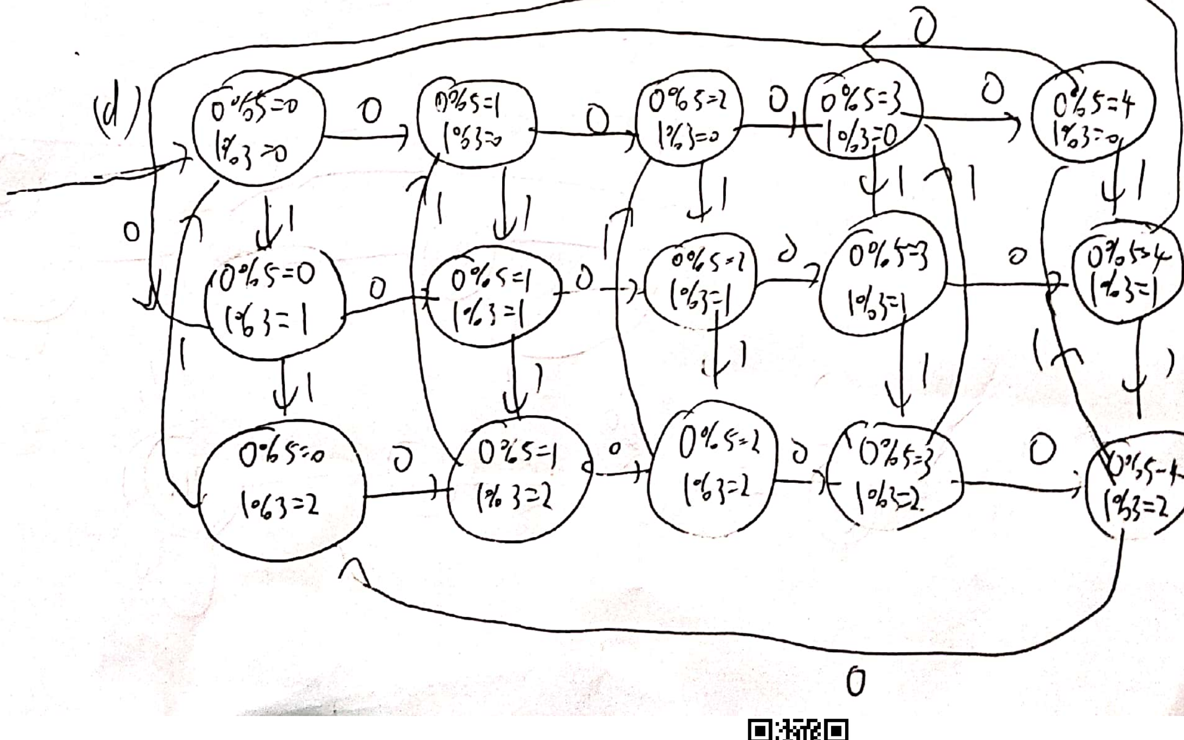
2.2.5 (a) 若 5个中有4个1: GG 2个0: 重新



(c)

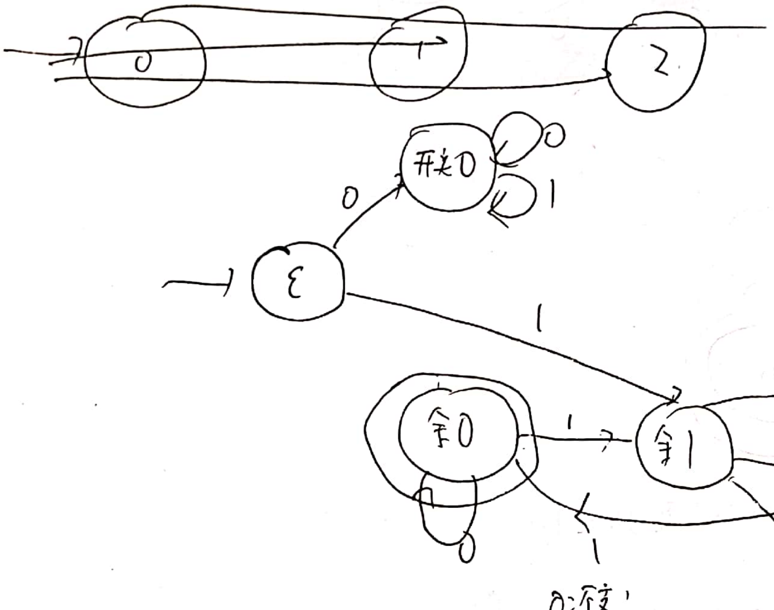


(d)



2.2.6. (a) 补1: ×2+1

补0: ×2

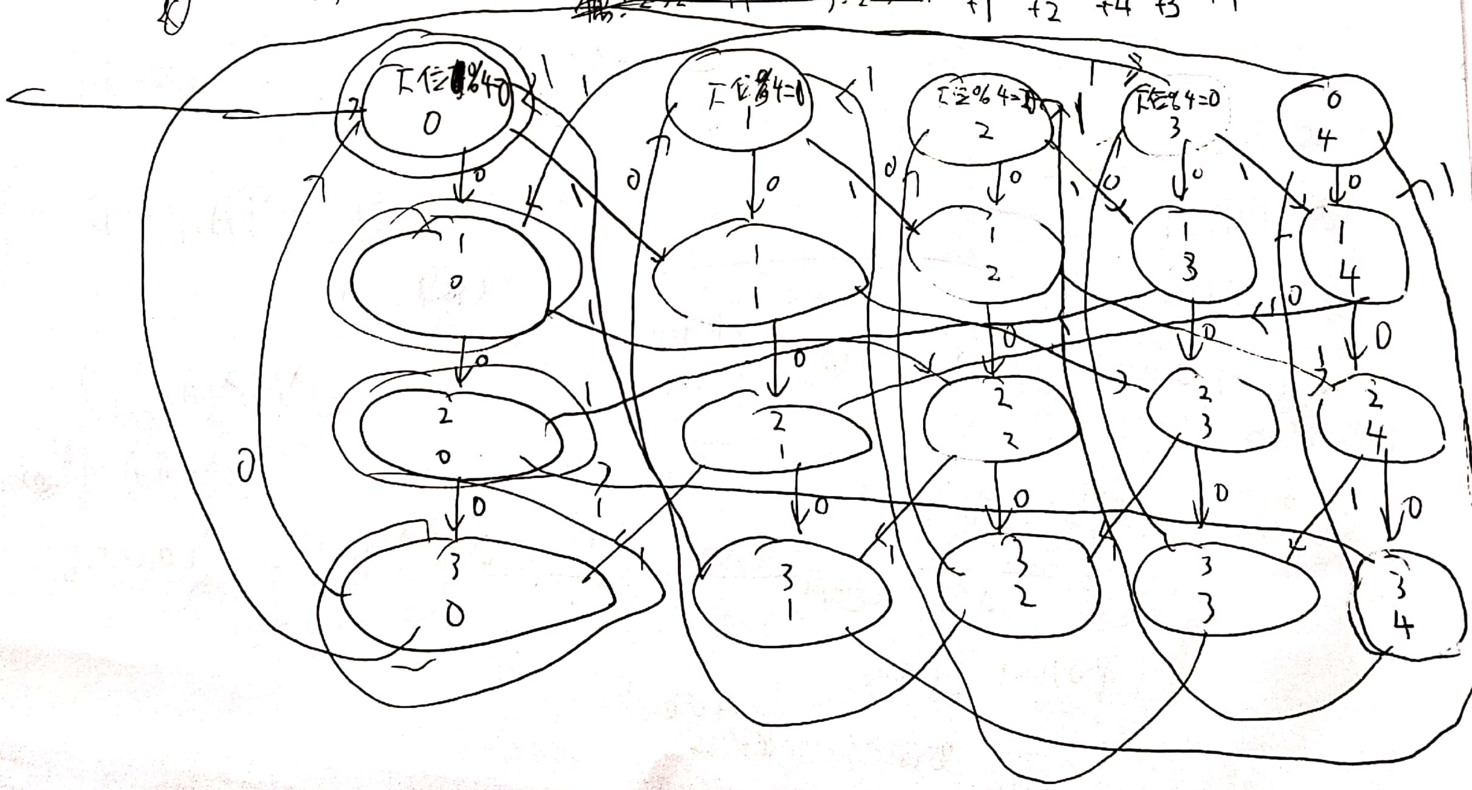


0不行!

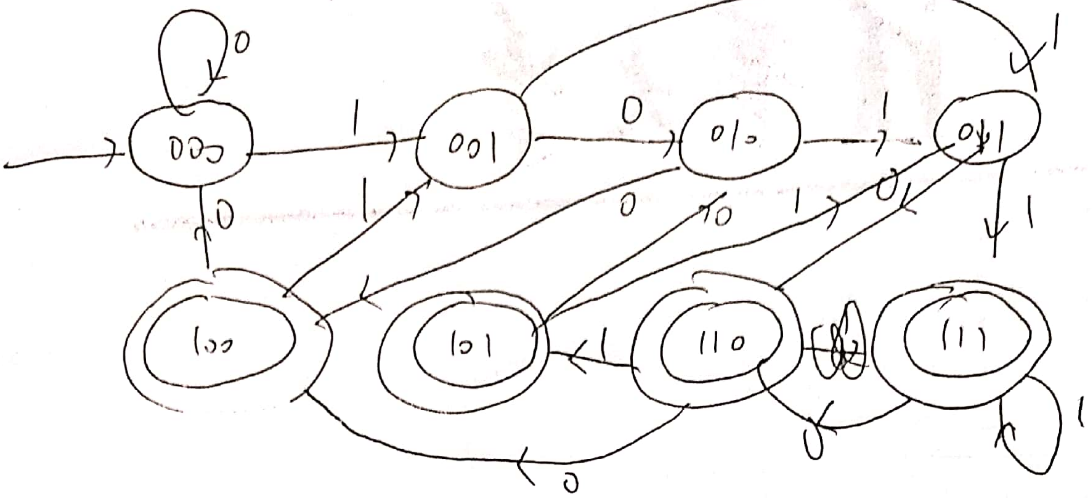
(b)

2^0 2^1 2^2 2^3 | 2^4

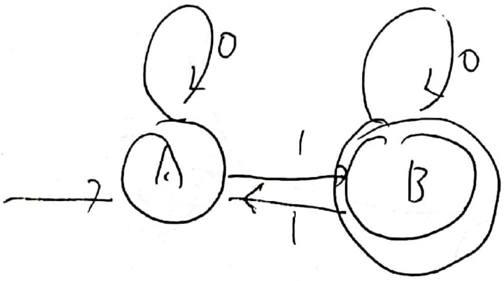
+1 +2 +4 +8 | 1



倒数第3个为1: 记录后3位(不足3位前面补0)



2.2.10:



接受有奇数个1的由0,1构成的串

证明: ① 长为0的串不接受

② 设长为n的串, 若有奇数个1接受, 偶数个1不接受, 即充要条件 P

若p有偶数个1:

$\sigma^*(A,p)=A$

$\sigma^*(A,p\cdot 1)=\sigma^*(\sigma^*(A,p),1)=\sigma^*(A,1)=B$

p·1有奇数个1, 接受

$\sigma^*(\sigma^*(A,p),0)=\sigma^*(A,p\cdot 0)=\sigma^*(A,0)=A$

p·0有偶数个1, 不接受

则: 若p有奇数个1: $\sigma^*(A,p)=B$

$\sigma^*(A,p\cdot 1)=\sigma^*(\sigma^*(A,p),1)=\sigma^*(B,1)=A$

p·1有偶数个1 不接受

(p·0有奇数个1 接受) $\sigma^*(A,p\cdot 0)=\sigma^*(B,0)=B$

综上: 若对长为n的串均成立 (对于 $\forall\{0,1\}$), 则对长为n+1的也成立 ⇒ 得证

补3：

证明：①：若 $w=\varepsilon$（长为0）

则 $\sigma^*(q_0,w)=q_0$，接受

若 $w=0$（长为1）

$\sigma^*(q_0,w)=q_2$

不接受

若 $w=1$（长为1）

$\sigma^*(q_0,w)=q_1$，

不接受

② 设若对 $n\geq 0, n\in N^*$ 有 ~~对~~ 对于 $\begin{cases}长为2n的串w, w\in\Sigma^*(\{0,1\}), w接受 \\ 长为2n+1的串 w, w\in\Sigma^*(\{0,1\}), w不接受\end{cases}$

设 w_0 长为 $2n+1$

则：对长为 $2(n+1)$ 的串 $w_0\cdot 1$, $w_0\cdot 0$

若 $\sigma(w_0)=q_1$，则 $\sigma(w_0\cdot 1)=q_0$，接受

$\sigma(w_0\cdot 0)=q_3$，接受

若 $\sigma(w_0)=q_2$，$\sigma(w_0\cdot 1)=q_3$ 接受

$\sigma(w_0\cdot 1)=q_0$ 接受

则 $\forall$ 长为 $2(n+1)$ 的串 $w\in\Sigma^*(\{0,1\})$，接受

设 w_1 长为 $2n+2$ 的串

$w_1\cdot 1$, $w_1\cdot 0$ 长为 $2(n+1)+1$

若 $\sigma(w_1)=q_0$，$\sigma(w_1\cdot 1)=q_1$ 不接受

$\sigma(w_1\cdot 0)=q_2$

$\sigma(w_1)=q_3$，$\sigma(w_1\cdot 1)=q_2$，

$\sigma(w_1\cdot 0)=q_1$ 不接受

∴ $\begin{cases}长为0的串 w\in\Sigma^*(\{0,1\}) 接受 \\ 长为1 \quad 不\end{cases}$

综上：

若 $\forall n\in N^*$，长为 $\begin{cases}2n & 接受 \\ 2n+1 & 不\end{cases}$ ⟹ 得证

有 长为 $\begin{cases}2(n+1) & 接受 \\ 2(n+1)+1 & 不\end{cases}$