1. 4.1.1(d)

证明: $\exists p>0, p\in Z$

取一个串 $0^p1^p2^p = w \in L$

则 $\forall$ x,y,z 使 $\begin{cases} xyz=w \\ |xy|\le p \\ y\neq\varepsilon \end{cases}$ 那么可为 $\underset{x}{0^i}\,\underset{y}{0^j}\,\underbrace{0^{p-i-j}1^p2^p}_{z}$, $j>0$

则 $\exists k=0$,

$xy^kz = 0^{p-j}1^p2^p$, $\because j>0$

$\therefore p-j\neq p$, $xy^kz\notin L$

不正则

(e)

证明: $\exists p>0, p\in Z$,

取一个串 $0^p1^p = w\in L$

$\forall x,y,z$ 满足 $\begin{cases} xyz=w \\ |xy|\le p \\ y\neq\varepsilon \end{cases}$ 有 $x=0^i$, $y=0^j$ $(j>0)$, $z=0^{p-i-j}1^p$

$\exists\ xy^2z = 0^{p+j}1^p$ $\because j>0$,

$\therefore p+j>m$, $xy^2z\notin L$

不正则

4.1.2: ~~(c) 证明: ∃p>0, p∈Z, 取一个串~~

(c) 证明: $\exists p>0, p\in Z$,

取一个串 $w=0^{2^p}$,

$\forall x,y,z$ 满足 $xyz=w$, $|xy|\le p$, $y\neq\varepsilon$

有 $x=0^i$, $y=0^j$, $z=0^{2^p-i-j}$

$xy^0z = 0^{2^p-j}$

$2^p-p \le 2^p-j \le 2^p-1$

当 $p\ge 3$ 时: $2^p-p > 2^{p-1}$,

$\therefore$ 有 $xy^0z\notin L$ 不正则

(e) $\forall m>0$,

$\exists w\in L, w=0^m1^m0^m1^m$

则 $\forall xyz$ 满足 $\begin{cases} xyz=w \\ |xy|\le m \\ y\neq\varepsilon \end{cases}$ ，有 $x=0^i$, $y=0^j\ (j>0)$, $z=0^{m-i-j}1^m0^m1^m$

$xy^0z=0^{m-j}1^m0^m1^m$

$\because j>0$, $\therefore$

j=奇数，长度就为奇 ×

=偶数：若可表示为 w_1w_2, $|w_1|=|w_2|$

$\begin{cases} w_1\text{首位}=0 \\ w_2\text{首位}=1 \end{cases}$ $w_1\neq w_2$

则 $xy^0z\notin L$，不正则

(f) $\forall m>0$,

$\exists w\in L$, $w=0^m1^m1^m0^m$

则 $\forall xyz$ 满足 $\begin{cases} xyz=w \\ |xy|\le m \\ y\neq\varepsilon, \end{cases}$ 有 $x=0^i$, $y=0^j(j>0)$, $z=0^{m-i-j}1^m1^m0^m$

$xy^0z=0^{m-j}1^m1^m0^m$ $\because j>0$,

$\therefore$ 正数第 $m-j+1$ 位 $=1$

倒数第 $m-j+1$ 位 $=0$

xy^0z 不为回文串，必然 $\notin L$

不正则

(g) 证明：$\exists w\in L$, $w=0^m1^m1^m0^m$

按上一题，

$xy^0z=0^{m-j}1^m1^m0^m$

若 j 为奇：$|xy^0z|$ 为奇，不可能 $\in L$

若 j 为偶：前 $2m-\frac{j}{2}$ 个为 $0^{m-j}1^{m+\frac{j}{2}}=w$

后 $2m-\frac{j}{2}$ 个为 $1^{m-\frac{j}{2}}0^m=\bar{w}$,

w 第 $m-\frac{j}{2}$ 个

$\bar{w}$ 第 $m-\frac{j}{2}$ 个 均为1，不合题意

$\therefore xy^0z\notin L$

不正则