

第七次课后作业参考答案

April 19, 2019

必做题

1 Ex.4.4.2

a)画出这个自动机的可区分性表

解答:

B	×							
C	×	×						
D		×	×					
E	×		×	×				
F	×	×		×	×			
G		×	×		×	×		
H	×		×	×		×	×	
I	×	×		×	×		×	×
	A	B	C	D	E	F	G	H

故 $\{A, D, G\}, \{B, E, H\}, \{C, F, I\}$ 是等价对。

b)构造最小状态的等价DFA

解答:

	0	1
$\rightarrow \{A, D, G\}$	$\{B, E, H\}$	$\{B, E, H\}$
$\{B, E, H\}$	$\{C, F, I\}$	$\{C, F, I\}$
$*\{C, F, I\}$	$\{A, D, G\}$	$\{B, E, H\}$

2 Ex.5.1.1

c)所有不是ww形式的由a和b构成的串的集合，即不是把某个串重复一遍的串

解答:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow Y|Z|YZ|ZY \\
 Y &\rightarrow a|bYb|bYa|aYb|aYa \\
 Z &\rightarrow b|bZb|bZa|aZb|aZa
 \end{aligned}$$

3 Ex.5.1.2

c)00011

解答:

最左推导: $S \Rightarrow A1B \Rightarrow 0A1B \Rightarrow 00A1B \Rightarrow 000A1B \Rightarrow 0001B \Rightarrow 00011B \Rightarrow 00011$

最右推导: $S \Rightarrow A1B \Rightarrow A11B \Rightarrow A11 \Rightarrow 0A11 \Rightarrow 00A11 \Rightarrow 000A11 \Rightarrow 00011$

4 Ex.5.1.5

解答:

设计CFG:

$G = (V, T, S, P), V = \{S\}, T = \{0, 1, (,), +, *, \phi, e\}, S = \{S\}, P$ 规则如下:
 $S \rightarrow \phi|e|S + S|SS|S^*|(S)|0|1$

5 Ex.5.1.6

b)如果有 $\alpha \Rightarrow^* \beta$ 和 $\beta \Rightarrow^* \gamma$, 那么就有 $\alpha \Rightarrow^* \gamma$ 。

证明:

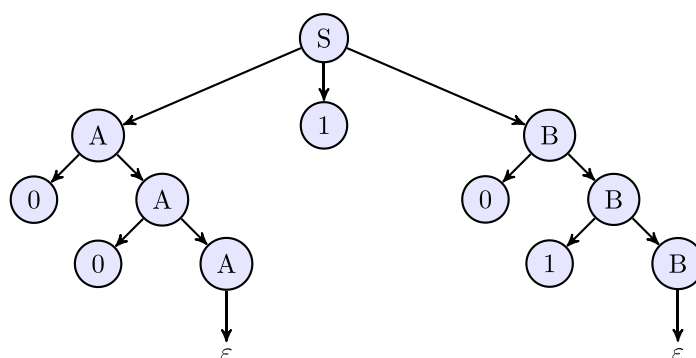
当推导 $\beta \Rightarrow^* \gamma$ 是一步的, 即 $\beta \Rightarrow \gamma$, 由 $\alpha \Rightarrow^* \beta$, $\beta \Rightarrow \gamma$ 可得 $\alpha \Rightarrow^* \gamma$

当推导 $\beta \Rightarrow^* \gamma$ 是 n 步的时, 如果由 $\alpha \Rightarrow^* \beta$ 和 $\beta \Rightarrow^* \gamma$, 可以得出 $\alpha \Rightarrow^* \gamma$ 。则对于 $\beta' \Rightarrow^* \gamma$ 是 $n+1$ 步推导时, 有 $\beta' \Rightarrow^* u$ 和 $u \Rightarrow \gamma$, 其中 $\beta' \Rightarrow^* u$ 是 n 步推导。则由 $\alpha \Rightarrow^* \beta'$ 和 $\beta' \Rightarrow^* u$, 可知 $\alpha \Rightarrow^* u$ 。由 $\alpha \Rightarrow^* u$ 和 $u \Rightarrow \gamma$, 可知 $\alpha \Rightarrow^* \gamma$ 。

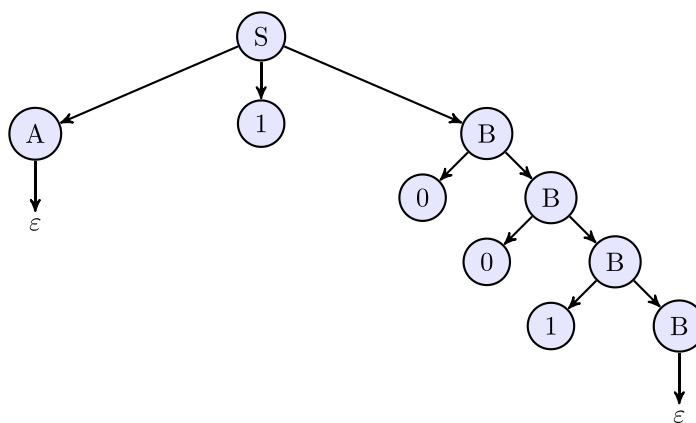
由此可以归纳得任意 $\alpha \Rightarrow^* \beta$ 和 $\beta \Rightarrow^* \gamma$, 均有 $\alpha \Rightarrow^* \gamma$ 。

6 Ex.5.2.1

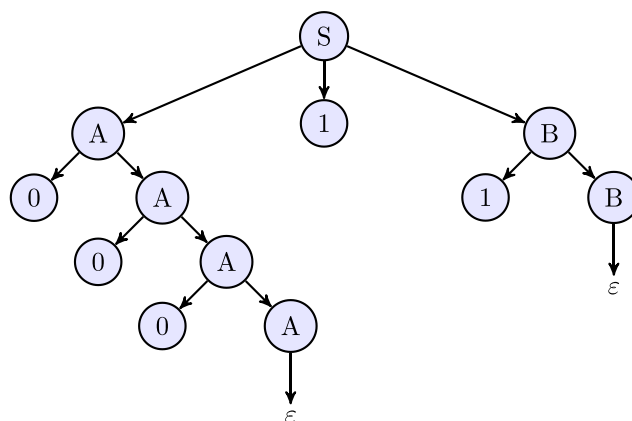
a)00101



b)1001



c)00011



思考题

7 Ex.5.1.1

d)所有0的个数是1的个数两倍的串的集合

解答:

$$S \rightarrow S0S0S1S | S0S1S0S | S1S0S0S | \epsilon$$

8 Ex.5.1.3

证明:

只需证明对任意的正则表达式 R , 存在一个CFG G 使得 $L(R) = L(G)$ 。对正则表达式 R 使用结构归纳法。

对于任意字母表 Σ 上的正则表达式 $R = \epsilon$, 存在CFG $G = (\{S\}, \Sigma, \{S \rightarrow \epsilon\}, S)$ 满足 $L(R) = L(G) = \{\epsilon\}$ 。

对于任意字母表 Σ 上的正则表达式 $R = \emptyset$, 存在CFG $G = (\{S\}, \Sigma, \emptyset, S)$ 满足 $L(R) = L(G) = \emptyset$ 。

对于任意字母表 Σ 上的正则表达式 $R = a(a \in \Sigma)$, 存在CFG $G = (\{S\}, \Sigma, \{S \rightarrow a\}, S)$ 满足 $L(R) = L(G) = a$ 。

假设对任意字母表 Σ 上的某些正则表达式 R_1 和 R_2 , 分别存在一个CFG $G_1 = (V_1, \Sigma, P_1, S_1)$ 和 $G_2 = (V_2, \Sigma, P_2, S_2)$ 使得 $L(R_1) = L(G_1)$, $L(R_2) = L(G_2)$ 。不妨假设 $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ 。

(1)对于正则表达式 (R_1) , 有 $L((R_1)) = L(R_1)$ 。构造CFG $G = (V_1, \Sigma, P, S)$ 。产生式集合 P 除了包含 P_1 中的所有产生式外, 还包含产生式: $S \rightarrow (S_1)$ 。因此存在 G 满足 $L((R_1)) = L(G)$ 。

(2)对于正则表达式 R_1^* , 构造CFG $G = (V_1, \Sigma, P, S_1)$ 。产生式集合 P 除了包含 P_1 中的所有产生式外, 还包含产生式: $S \rightarrow S_1 S_2 | \epsilon$ 。因此存在 G 满足 $L(R_1^*) = L(G)$ 。

(3)对于正则表达式 $R_1 + R_2$, 构造CFG $G = (V, \Sigma, P, S)$, 其中 $V = V_1 \cup V_2 \cup S$ 。产生式集合 P 除了包含 P_1 和 P_2 中的所有产生式外, 还包含产生式: $S \rightarrow S_1 | S_2$ 。因此存在 G 满足 $L(R_1 + R_2) = L(G)$ 。

(4)对于正则表达式 $R_1 R_2$, 构造CFG $G = (V, \Sigma, P, S)$, 其中 $V = V_1 \cup V_2 \cup S$ 。产生式集合 P 除了包含 P_1 和 P_2 中的所有产生式外, 还包含产生式: $S \rightarrow S_1 S_2$ 。因此存在 G 满足 $L(R_1 R_2) = L(G)$ 。

综上, 原命题得证。

9 Ex.5.2.2

证明:

设 $G = (V, T, P, S)$ 。为了证明题中的结论, 首先证明对任意的 $w \in T^*$, 若 $S \xrightarrow{*} w$, $|w| = n$ 且推导步数为 m , 则 w 的语法分析树含有 $n + m$ 个节点。对 m 使用数学归纳法。

当 $m = 1$ 时, w 只能经历一步推导 $S \rightarrow T'$, 其中 $T' \in T^* \wedge |T'| = n$, 因此 $|w| = n$ 。此时 w 的语法分析树的根结点为 S , S 的子节点从左至右依次为 w 中的每一个符号, 语法分析树的结点个数恰为 $1 + n = n + m$, 命题得证。

假设当 $m = k$ 时命题成立, 即当 $S \xRightarrow{*} w$ 经过 k 步推导得到时, w 的语法分析树共有 $n + k$ 个节点。则当 $m = k + 1$ 时, 设 $S \xRightarrow{*} w$ 的最后一步推导使用了产生式 $X \rightarrow w_0$, 其中 $w_0 \in T^*$. 由已知条件知 $w_0 \neq \varepsilon$ 。设 $|w_0| = p$, 则 $p > 0$ 。 w 可拆分为 $w_1 w_0 w_2$, 因此 $S \xRightarrow{*} w_1 X w_2$ 经过 k 步推导得到, 且 $|w_1 X w_2| = n - p + 1$ 。由归纳假设, $w_1 X w_2$ 的语法分析树共有 $n - p + 1 + k$ 个节点。在 w 的最后一步推导中, $w_1 X w_2$ 的语法分析树中的 X 被替换为以其自身为根节点的一棵子树。由 $w_0 \neq \varepsilon$ 知 X 的子节点从左至右依次为 w_0 中的每一个符号。因此 w 的语法分析树的节点个数为 $(n - p + 1 + k) + p = n + (k + 1)$, 即当 $m = k + 1$ 时命题成立。

综上, 原命题得证。