



# 作业

1. 假设孩子身高y与父亲身高x之间呈线性关系。请根据下表中的数据计算出已知父亲身高预测孩子身高的最佳线性回归模型。

孩子身高(cm)	185	187	176	187	168	173	182	177	180	170
父亲身高(cm)	178	179	170	179	165	169	177	167	172	167

提示：求解一元线性回归函数可转化为如下优化问题：

$$\arg \min_{w,b} L(\omega, b) = \arg \min_{w,b} \frac{1}{2N} \sum_{k=1}^N (\omega \hat{x}_k + b - f(\hat{x}_k))^2$$



# 作业

2. 给定平面上的四个点 $(1,2)$ 、 $(3,5)$ 、 $(4,6)$ 和 $(6,12)$ ，使用最小二乘法给出其线性拟合函数。



# 参考答案：作业1计算

数据只有一个输入特征，设回归函数为 $y = \omega x + b$

$$\omega = \frac{\sum_{k=1}^{10} \hat{x}_k \hat{y}_k - 10 \bar{x} \bar{y}}{\sum_{k=1}^{10} \hat{x}_k^2 - 10 \bar{x}^2}$$

$$\bar{x} = \frac{178+179+170+179+165+169+177+167+172+167}{10} = 172.30$$

$$\bar{y} = \frac{185+187+176+187+168+173+182+177+180+170}{10} = 178.50$$

$$\sum_{k=1}^{10} \hat{x}_k \hat{y}_k = 178 \times 185 + 179 \times 187 + 170 \times 176 + 179 \times 187 + 165 \times 168 + 169 \times 173 + 177 \times 182 + 167 \times 177 + 172 \times 180 + 167 \times 170 = 307876$$

$$\sum_{k=1}^{10} \hat{x}_k^2 = 178 \times 178 + 179 \times 179 + 170 \times 170 + 179 \times 179 + 165 \times 165 + 169 \times 169 + 177 \times 177 + 167 \times 167 + 172 \times 172 + 167 \times 167 = 297143$$

$$\omega = \frac{\sum_{k=1}^{10} \hat{x}_k \hat{y}_k - 10 \bar{x} \bar{y}}{\sum_{k=1}^{10} \hat{x}_k^2 - 10 \bar{x}^2} = \frac{307876 - 10 \times 172.30 \times 178.50}{297143 - 10 \times 172.30^2} = 1.19$$

$$b = \bar{y} - \omega \bar{x} = 178.50 - 1.1866 \times 172.30 = -25.95$$

因此，所求的最佳线性模型为 $y = 1.19x - 25.95$ 。



# 参考答案：作业2计算

假定其线性拟合函数为 $y = ax + b$ ，我们通过极小化下述函数求解 $a$ 和 $b$

$$(2 - a - b)^2 + (5 - 3a - b)^2 + (6 - 4a - b)^2 + (12 - 6a - b)^2$$

由上述函数对 $a$ 和 $b$ 求导等于0可知 $113 = 62a + 14b$ 以及 $25 = 14a + 4b$ 。从

$$\text{而 } a = \frac{51}{26} \text{ 和 } b = -\frac{8}{13}$$

因此，所求的最佳线性模型为 $y = \frac{51}{26}x - \frac{8}{13}$ 。