

# 问题

---

现在假设有  $n$  个货物，其中有一个货物是次品，次品比正常的要轻一些，你只有一个天平，请问，至少需要称多少次能保证一定找到次品？

这其实是一道非常简单的问题，但是要是之前没遇到过还真有可能不知道怎么下手，通常就是采用对半分的方法了，但这个思路是错的。

我第一次碰到这个题目是在家辅导小学的妹妹做数学题的时候，那个时候我想的就是对半分，然后错了，然后就被鄙视了。后来在一些公司笔试以及面经当中居然又碰到，所以感觉这种题目考察地挺多的，还有有必要梳理一下解题的思路和套路。

## 解题思路

---

其实解题方法很简单，就是不断地 3 等分即可，那为什么是 3 等分，而不是 4 等分或者 2 等分呢？你想想，如果是三等分的话，假设分成 A、B、C 三组，那么可以先比较 A 和 B，如果次品在这两组中，那么后续就只要在轻的那一组中继续寻找即可，如果 A 和 B 相等，那么次品就肯定在 C 中，后续只要在 C 中找即可，也就是说称一次可以排除掉三分之二的可能性。

而要是 2 等分的话，称一次只能排除掉二分之一的可能性。4 等分的话，就不好说了，可能性很多，最差的情况是比 3 等分差的。

所以只要不断地 3 等分即可。但是有一个问题是每一步中要从中寻找次品的货物集合的数量  $n$  可能不是 3 的倍数，所以并不能完全地等分，一共有三种情况。

1.  $n \% 3 = 0$
2.  $n \% 3 = 1$
3.  $n \% 3 = 2$

### 第一种情况： $n \% 3 = 0$

这种情况就很简单，直接三等分即可。例如  $n = 21$ ，那么三等分就是 7、7、7

### 第二种情况： $n \% 3 = 1$

例如  $n = 22$  时，这时候应该这么分：7、7、8。也就是前面两组数量相同，这样便可以先把这两组放到天平上去对比。第三组的数量比前面两组多一个。那么这个数字是怎么计算出来的呢？

前面两组的数量  $m = (n - 1) / 3$

那么第三组的数量便是  $m + 1$

### 第三种情况： $n \% 3 = 2$

例如  $n = 23$  时，这时候应该这么分：8、8、7。也就是前面两组数量相同，这样便可以先把这两组放到天平上去对比。第三组的数量比前面两组少一个。那么这个数字又是怎么计算出来的呢？

前面两组的数量  $m = (n + 1) / 3$

那么第三组的数量便是  $m - 1$

## 总结

---

所以你需要不断三等分，然后下次迭代时选择数量组多的那组进行迭代，这样得到的次数便是符合要求的答案。例如  $n = 22$  时，这时候应该这么分：7、7、8，然后下一次把 8 分成 3、3、2，然后下一次把 3 分成 1、1、1。如此类推。

直到货物堆只剩1个，就能找到答案。

答案为  $\log_3(n)$  往下取整。

## 代码实现

网上看到一段代码，也摘抄下来，说不定面试官就叫你实现这个算法呢。

```
1  int end(int n)
2  {
3      int ans = 0;
4      if(n % 3 == 0)
5          n--;
6      while(n > 0)
7      {
8          n /= 3;
9          ans++;
10     }
11     return ans;
12 }
```

可能你不理解为什么上面需要 `n--`

那是因为，当  $n$  为 3 的指数倍时，如 9，总有  $9/3 = 3$ ,  $9/3 = 1$ ，剩下 1 一个本应该停止，但是还是继续进入循环。。变成 3 次

所以使用 `n--` 来减少一次次数。因为 4~8 进入循环返回的 `ans` 都为 2。虽然 6 满足  $6\%3 == 0$  但不会出问题，因为 6 跟 5 是返回 `ans` 都为 2。

特殊的只有  $n$  的指数倍，但刻意去找  $n$  的指数太浪费时间，所以才使用  $n\%3 == 0$  来排除，使用这个也不会影响 6, 12 等虽然满足 3 的整数倍但不是  $n$  的指数倍的数的问题

## 参考资料

[用天平找次品的算法题，即三等分算法](#)